

유연한 조작기의 진동 제어

배 건 효*, 이 재 원**, 주 해 호**

Vibration Control of Flexible Manipulator

Keon-Hyo Bae*, Jae-Won Lee**, Hae-Ho Joo**

ABSTRACT

A flexible manipulator can move in the high speed even with the small driving torque. The dynamic equations of flexible manipulator which include 2 vibrational modes are derived using the clamped-free boundary condition. Simulation results of the 6th order model are well matched with experimental results. The hub angle of the flexible mainpulator can be controlled without vibration of the beam by the feedback of both hub angle and strain. The overshoot of the hub angle in the step response is reduced without sacrificing the rise time using the cycloidal function instead of the step function as the reference input.

Key Words : flexible manipulator(유연한 조작기), strain & hub angle feedback(스트레인 및 허브 각도 피드백), cycloidal function(사이클로이드 함수)

1. 서 론

로봇은 부하중량의 크기와 부하중량이 부가되는 끝단의 위치정밀도가 매우 중요하다. 그러나 조작기(manipulator)의 길이가 길고 부하중량이 클 경우에는 탄성에 의한 진동이 발생하므로 정밀도는 크게 저하된다. 이때 조작기의 강성(rigidity)을 크게 하고 부하중량을 제한함으로써 진동 발생을 억제할 수는 있으나 조작기의 무게가 커짐으로 인하여 큰 구동 에너지가 필요하게 된다. 따라서 작은 구동 에너지로서 고속 운동을 하고 조작기의 중량에 비해 부하 중량을 크게 하려면 조작기 자체를 기존의 견고한 조작기(rigid manipulator)에서 탄성을 고려한 유연한 조작기(flexible manipulator)로 고려할 필요가 있다.

Book⁽¹⁾은 이러한 유연한 조작기와 기존의 견고한 조작기와의 제어상 차이점을 근궤적법(root-locus)을 이용하여 설명하고 관절의 각도와 각속도를 피드백 함으로서 두개의 보와 관절을 가진 계의 진동을 줄이는 방법에 대해 연구하였다. 하영균⁽³⁾ 최적제어기 및 관측기를 이용하여 보의 진동을 제어하였고, 송봉기⁽⁴⁾는 PD 제어법에서 피드백(feed back) 계수를 시간에 따라 변환함으로써 보의 끝점의 궤를 줄이는 동시에 정상상태에 도달하는 시간도 빠르게 하였다. Scmitz⁽²⁾는 보의 진동 제어뿐만 아니라 보의 끝점을 동시에 제어하고자 하였다. 이 경우 모터 구동부와 끝점의 측정위치가 일치하지 않기 때문에 끝점위치의 피드백만으로는 안정된 제어 시스템을 구성할 수 없다. 이를 해결하기 위해 여러 위치에서 측정된 정보를 동시에 이용하였으며

* 쌍용중공업, 엔진기술 연구실

** 영남대학교 기계공학과 정회원

LQG (linear quadratic gaussian) 제어법을 적용하였다. 또한, 이재원⁽⁵⁾은 유연한 조작기의 진동 제어와 끝점 제어를 위하여 구동부의 각속도와 끝점 위치를 동시에 피드백함으로써 안전성을 향상시켰고, LQG/LTR 방법이 기존의 제어 방법에 비하여 조직적인 제어 기법임을 보였다.

본 연구에서는, 먼저 유연한 조작기의 동특성을 모델링한 후, 모델링에 기초한 제어를 이용하여 조작기의 탄성으로 인한 진동과 모터의 허브 위치를 동시에 제어하고자 한다.

2. 모델링

유연한 조작기는 Fig. 1과 같이 길이 L의 외팔보로 이상화하여 해석할 수 있다. 여기에서는 다음과 같은 조건들을 만족한다고 가정한다.

- 1) 변형량이 길이에 비해서 대단히 작다. 따라서, 길이 방향의 변형은 무시할 수 있다.
- 2) 회전관성과 전단 변형을 무시한 베르누이-오일러 빔 모델을 사용하였다.



Fig. 1 Geometry of flexible manipulator model.

Lagrange 방정식을 이용하여 운동방정식을 유도하기 위한 운동에너지 (KE)와 위치에너지 (PE)는 각각 다음과 같다.

$$2KE = I_H \dot{\theta}^2 + \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial t} + x \dot{\theta} \right)^2 \rho dx \quad (1)$$

$$2PE = \int_0^L EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2)$$

여기서 EI는 보의 휨 강성, I_H 는 구동부의 관성모멘트를 나타내고 $\theta(t)$ 는 시간 t에서의 구동부 각도이며 ρ 는 보의 단위길이당 질량(Kg/m)을 나타낸다. 그리고 보의 임의점 P에서의 변형 $w(x,t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) q_i(t) \quad (3)$$

이때, x 는 구동축으로부터의 거리, t 는 시간, $w(x,t)$ 는 직선 ox 로부터의 휨을 각각 나타낸다. 여기서 $\phi_i(x)$ 는 진동모드를 나타내는 함수이다. 진동 모드함수는 양단 지지형태에 따라 여러 가지가(1, 2, 7) 있으나 이 연구에서는 감속기가 있는 모터를 사용하였으므로 고정-자유 지지(clamped-free) 경계 조건을 이용 하였다. 따라서, 외팔보의 모드함수(6, 7)는

$$\begin{aligned} \phi_i(x) = & L \{ \cosh \beta_i x - \cos \beta_i x \\ & - \left(\frac{\cosh \lambda_i + \cos \lambda_i}{\sinh \lambda_i + \sin \lambda_i} \right) (\sinh \beta_i x \\ & - \sin \beta_i x) \} \end{aligned} \quad (4)$$

이다.

여기서, λ_i 는 $\beta_i L$ 이며

$$1 + \cosh(\lambda_i) \cos(\lambda_i) = 0 \quad (5)$$

을 만족하는 값이다.

각 모드는 다음의 직교성을 만족한다.

$$\int_0^L \phi_i(x) \phi_j(x) \rho dx = m L^2 \delta_{ij} \quad (6)$$

$$\int_0^L x \phi_i(x) \rho dx = \frac{2mL^2}{\lambda_i^2} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \int_0^L EI \frac{d^2 \phi_i(x)}{dx^2} \frac{d^2 \phi_j(x)}{dx^2} \\ = m L^2 \omega_i^2 \delta_{ij} \end{aligned} \quad (8)$$

이때, δ_{ij} 는 Kronecker's delta 함수이며, 보의 주파수인 ω_i 와 λ_i 와의 관계식은 식(9)와 같이 나타난다.

$$\omega_i^2 = \frac{EI}{\rho L^4} \lambda_i^4 \quad (9)$$

Lagrange 방정식을 풀면 식(10), (11)과 같이되고,

$$I_T \ddot{\theta} + 2mL^2 \sum_{i=1}^n \ddot{q}_i = T$$

$$\ddot{q}_j + \omega_j^2 q_j + \frac{2}{\lambda_j^2} \ddot{\theta} = 0$$

$$(j=1, 2, 3, \dots, n) \quad (11)$$

여기서, T는 구동 모터에 의한 토크이다.

또는 식(12)와 같이 행렬의 형태로 나타낼 수 있다.

$$M_c \ddot{q} + K_c q = Q \tag{12}$$

여기서,

$$M_c = \begin{bmatrix} I_T & \frac{2mL^2}{\lambda_1^2} & \frac{2mL^2}{\lambda_2^2} & \dots & \frac{2mL^2}{\lambda_n^2} \\ \frac{2}{\lambda_1^2} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{2}{\lambda_2^2} & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & & \ddots & \\ \frac{2}{\lambda_n^2} & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \omega_1^2 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \omega_2^2 & 0 & \dots \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

$$Q = [T \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$$

식(12)는 다시 식(13)의 상태방정식으로 변환되어질 수가 있다.

$$\dot{x} = Ax + BT \tag{13}$$

여기서, x 는 상태벡터이고, A 는 시스템행렬, B 는 입력행렬이며 다음과 같이 표시된다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -M_c^{-1} K_c \\ I & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} M_c^{-1} [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x = [\theta \ \dot{q}_1 \ \dots \ \dot{q}_n \ \theta \ q_1 \ \dots \ q_n]^T$$

출력방정식은 다음과 같다.

$$Y = Cx \tag{14}$$

여기서,

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \phi_0(L) & \phi_1(L) \\ 0 & \dots & 0 & \frac{d\phi_0}{dx}(0) & \frac{d\phi_1}{dx}(0) \\ 0 & \dots & 0 & \frac{\delta}{2} \frac{d^2\phi_0}{dx^2}(0) & \frac{\delta}{2} \frac{d^2\phi_1}{dx^2}(0) \\ & & & \dots & \phi_n(L) \\ & & & & \dots & \frac{d\phi_n}{dx}(0) \\ & & & & & \dots & \frac{\delta}{2} \frac{d^2\phi_n}{dx^2}(0) \end{bmatrix}$$

이때, δ 는 보의 두께를 나타내며 C 의 각 열은 각각 보의 끝점 위치, 구동부 각도 및 스트레인을 측정하는 벡터이다.

3. 실험모델

유연한 보의 기하학적 형상과 질량등은 Table 1과 같다.

Table 1. Geometric and mass properties of the elastic arm.

beam length (L)	1.0 m
beam thickness (δ)	0.003 m
beam width (t)	0.020 m
mass per unit length of beam (ρ)	0.154 kg/m
arm moment of inertia (I_H)	0.0513 kg · m ²
hub moment of inertia (I_B)	52.5 kg · m ²

Table 1 위의 계수를 이용한 이론적 주파수와 실험적 주파수는 Table 2에서 보는 바와 같이 거의 일치하고 있다.

Table 2. Dynamic model data.

mode	ω_i (Hz)		$\phi_i(L)$	$\frac{d\phi_i(0)}{dx}$	$\frac{d^2\phi_i(0)}{dx^2}$
	Experimental	Theoretical			
0	0.	0.	1.	1.	0.
1	2.294	2.295	2.	0.	24.7463
2	14.834	14.383	-2.	0.	1033.94
3	42.222	40.273	2.	0.	8376.45

상태 방정식(13)과 출력 방정식(14)는 Table 2의 값들을 사용하였다.

이 상태방정식의 차수는 무한대이므로 제어하는데 많은 어려움이 따른다. 따라서 유한한 차수의 근사모델이 필요하다. 모델의 차수를 축소 시킬 때에는 축소된 모델이 본래의 시스템을 잘 표현할 수 있어야 한다. 이 시스템에서는 3차 이상의 모드는 시스템의 특성에 큰 영향을 미치지 않으므로 상태 벡터를 강제모드($\theta(t)$)와 두개의 저주파수 성분($q_1(t)$, $q_2(t)$), 그리고 이들의 시간에 대한 미분 성분을 포함하는 6차 시스템으로 하였다.

상태 방정식으로부터 모터의 회전량에 대한 보의 끝점 위치의 전달함수 $y_t(s)/\theta(s)$ 와 모터 회전량에 대한 스트레인의 전달함수 $\epsilon(s)/\theta(s)$ 를 식(15) 및 식(16)과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{y_t(s)}{\theta(s)} = \frac{0.0439(s^2 - 45.89^2)(s^2 - 139.82^2)}{(s^2 + 14.42^2)(s^2 + 93.2^2)} \quad (15)$$

$$\frac{\epsilon(s)}{\theta(s)} = \frac{0.0119s^2(s^2 + 66.91^2)}{(s^2 + 14.42^2)(s^2 + 93.2^2)} \quad (16)$$

본 실험에서는 위치 제어용 DC 서보 앰프와 DC 서보 모터를 구동기로 사용하였으며 실험으로 구한 전달함수는 식(17)과 같다.

$$\frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{100}{s(s + 100)} \quad (17)$$

4. 실험장치

유연한 조작기를 구동하기 위한 폐회로(closed-loop) 제어 시스템의 구성도는 Fig.2와 같다. 이 시스템의 신호 흐름 순서는 먼저 컴퓨터에서 나온 디지털 위치 설정치가 펄스 발생기에 의해 서보앰프로 입력되어 모터가 구동하게 되고, 모터의 위치는 Up/Down 변환회로와 16 Bit 카운터를 통하여 DI 포트에 입력된다. 또한 외팔보에 부착된 스트레인 게이지에 의해 측정된 변형량은 차단 주파수(cut-off frequency)가 100Hz인 로우-패스 필터를 거쳐 제어되지 않는 고차모드의 신호가 제거된 후 A/D 컨버터를 통하여 입력된다. 이들의 값을 입력받은 컴퓨터는 소프트웨어로 짜여진 제어 알고리즘

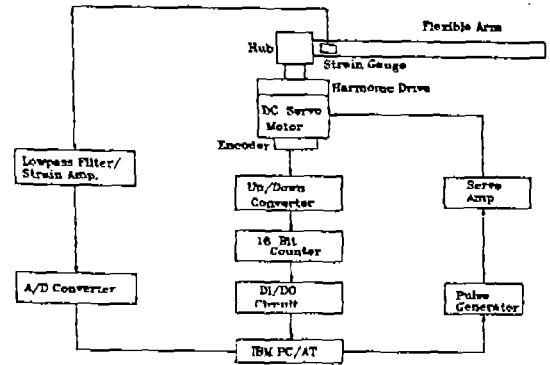


Fig.2 Layout of flexible manipulator control system.

에 의해 보상치를 계산하여 구동값을 출력함으로써 요구한 위치를 제어하게 된다. 여기서 사용된 장비들의 사양은 Table 3과 같다.

Table 3. Specification of experimental apparatus.

Item	Specification	Model
Computer	32 Bit, AT Bus Type.	i80486DX-33
DC Servo Motor	20.3 W Harmonic Drive, Encoder.	Samick, RH-14-6002
DS Servo Amp.	Digital I/O	Samick, HS-350-2
Encoder	500 Pulse/Rev.	
Strain Gauge	120Ω, factor 2.1	KYOWA, KFW-5-C1-111100
Strain Amp.	Low-pass filter	KYOWA, DPM-613B
A/D converter	12bit, HANDO 30KHz, HADC574Z	PCL-812

유연한 조작기에서 제어하고자 하는 2차 진동 모드의 주파수는 14.834 Hz이므로 Nyquist의 정리(8)에 의하여 최소한 2배(30 Hz) 이상의 주파수로 샘플링(sampling)하여야 한다. 따라서 이 실험에서는 샘플링 시간을 0.01 sec, 즉 100 Hz로 하였으므로 2차 진동모드의 약 6.7배가 되므로 Nyquist의 정리를 만족한다.

5. 제어기 설계 및 실험

5.1 허브 각도(Hub Angle)의 위치제어

허브각도 위치제어 시스템의 블록 선도는 Fig. 3과 같고, 전달함수 $\theta(s)/U(s)$ 는 식(17)과 같다.

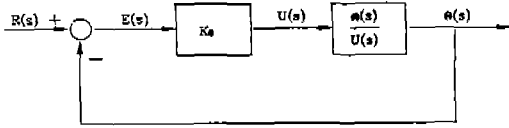


Fig. 3 Block diagram of hub angle control system.

Fig. 3의 블록선도에서의 K_θ 에 대한 근계적은 Fig. 4와 같다.

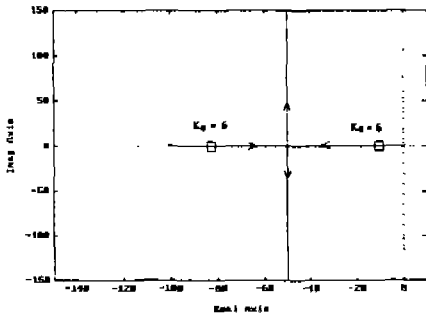


Fig. 4 Root locus of hub angle control system.

이 근계적에서 알 수 있는 바와 같이 이 시스템은 어떠한 K_θ 에 대해서도 안정한 시스템이다. Fig. 5와 같이 허브각도가 정상상태의 오차에서 $\pm 5\%$ 내에 들기 시작한 시간, 즉 정착시간(Settling Time) t_s 가 0.5초가 되도록 K_θ 값을 6으로 결정하였다. 허브 각도의 계단응답은 바람직하지만, 스트레인 측정치에서 보는 바와 같이 보의 진동이 심하다. Fig. 6은 K_θ 를 6으로 했을 때의 실험결과로서 시뮬레이션과 잘 일치함을 볼 수 있다.

5.2 유연한 보의 진동제어

진동제어 시스템에 대한 블록 선도는 Fig. 7과 같고 전달함수 $\varepsilon(s)/U(s)$ 는 식(18)과 같다.

$$\frac{\varepsilon(s)}{U(s)} = \frac{1.185 s^2 (s^2 + 66.91^2)}{s (s + 100) (s^2 + 14.42^2) (s^2 + 93.20^2)} \quad (18)$$

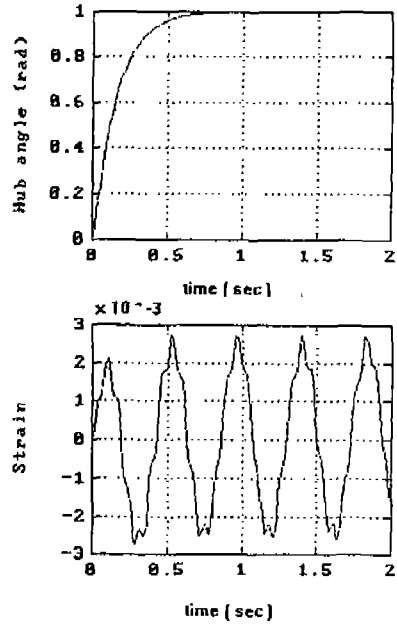


Fig. 5 Simulated step response of hub angle control system, $K_\theta=6$.

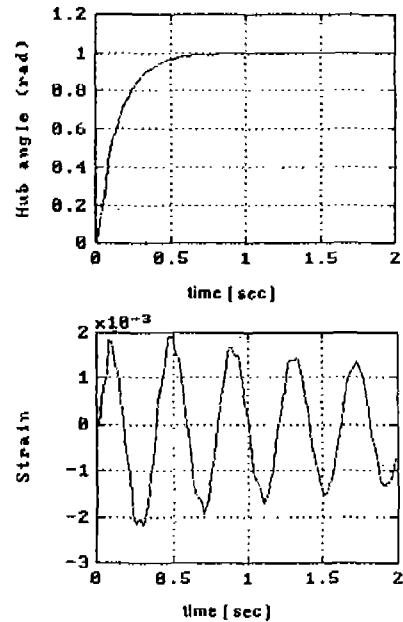


Fig. 6 Experimental step response of hub angle control system, $K_\theta=6$.

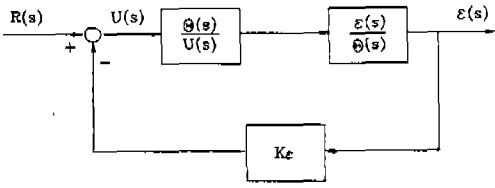


Fig.7 Block diagram of beam vibration control system.

K_{ϵ} 에 대한 근계적은 Fig.8과 같으며 감쇠계수가 0.7의 값을 갖도록 K_{ϵ} 의 값을 3000으로 결정하였다.

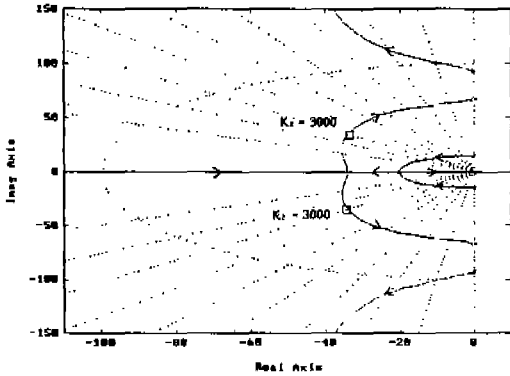


Fig.8 Root locus of beam vibration control system.

허브 각도의 위치제어와 유연한 보의 진동제어를 동시에 행하기 위하여 Fig.9의 블록 선도에서 K_{θ} 는 6, K_{ϵ} 는 3000으로 하면 Fig.10과 Fig.11에서 보는 바와 같이 시뮬레이션 결과와 실험결과가 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 하지만, 스트레인을 추가적으로 피드백 함으로서 보의 진동은 제어할 수 있으나, 그 결과 허브의 계단 응답에 오버슈트가 발생하게 된다.

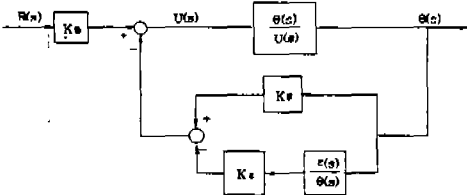


Fig.9 Block diagram of flexible manipulator with strain & hub angle feedback system.

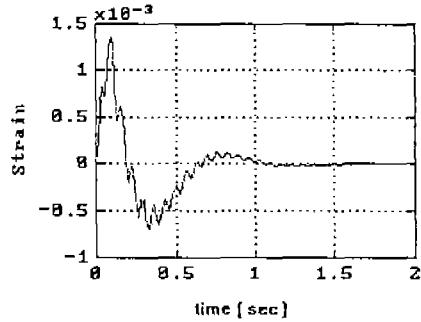
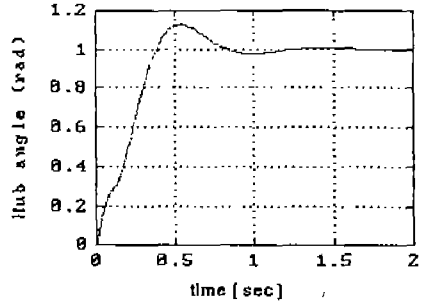


Fig.10 Simulated step response with strain & hub angle feedback.

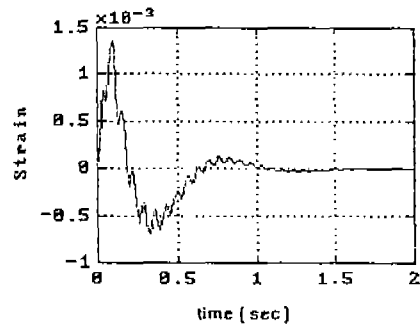
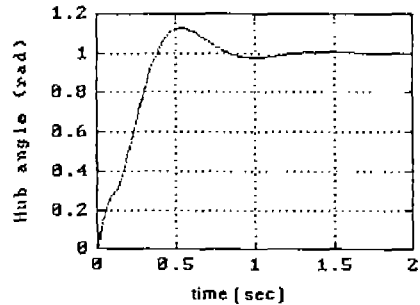


Fig.11 Experimental step response with strain & hub angle feedback.

5.3 사이클로이드함수의 응답 (Cycloidal Function Response)

유연한 조작기의 제어에 있어서 허브의 응답에 오버슈트가 발생하는 현상을 없애기 위하여 사이클로이드 함수 ((Cycloidal Function) 를 궤적 발생기로 사용하였다.

사이클로이드 함수는 식 (19) 로 주어진다.

$$\theta(t) = \theta(0) + \frac{\Delta}{2\pi} [\omega t - \sin \omega t] \quad 0 \leq t \leq T$$

$$= \theta(T) \quad t > T \quad (19)$$

여기서, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $\Delta = \theta(T) - \theta(0)$ 이다.

허브의 초기 각속도 $\theta(0)$ 와 최종 각속도 $\theta(T)$ 를 0으로 하고 시간 간격 T초와 초기각도 $\theta(0)$, 최종각도 $\theta(T)$ 가 주어지면 사이클로이드 함수를 정의할 수 있다.

Fig. 12는 식 (19) 의 궤적 발생기를 사용하여 허브의 위치제어와 보의 진동제어를 동시에 수행하였을 때의 실험결과이다. 이때 T=0.3 sec로 하였다. Fig. 11의 실험결과와 비교해 보았을 때 허브의 계단 응답에서 거의 같은 정착시간을 가지면서 오버슈트가 거의 없어지고 보의 진동도 줄어들었다.

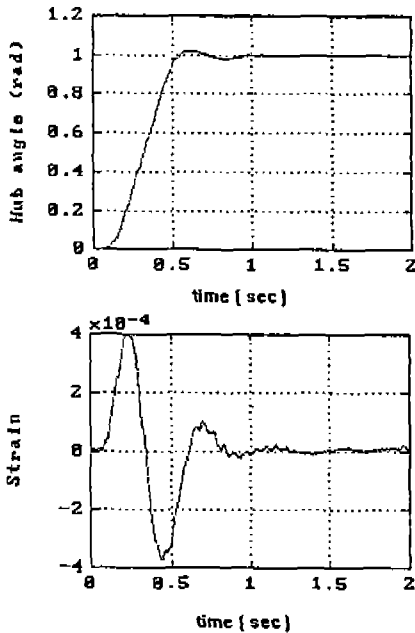


Fig.12 Experimental cycloidal function response with strain & hub angle feedback.

6. 결 론

유연한 조작기를 모델링함에 있어서 고정 - 자유 지지 경계 조건을 이용한 모델을 이용하였다. 이때 2차 진동 모드까지 고려한 6차 시스템으로 모델을 축소하여도 시뮬레이션 결과와 실제 실험결과가 잘 일치 하였다.

제어에 있어서, 허브의 각도와 스트레인을 동시에 피드백 함으로서 보의 진동을 없애면서 허브의 계단 응답에서 오버슈트가 발생하였다. 하지만 입력으로 계단함수 대신 사이클로이드 함수를 사용함으로써 응답 속도에 영향을 주지 않으면서 오버슈트와 보의 진동을 줄일 수 있었다.

참고문헌

1. W. J. Book, O. Maizza-Neto and D. E. Whitney, 1975, "Feedback control of Two Beam, Two Joint System with Distributed Flexibility", Trans. of ASME, J. of Dynamics Systems, Measurement, and Control, pp.421 ~431.
2. E. Schmitz, 1985, "Experiments on the End-Point Position control of a Very Flexible One-Link Manipulator", Ph. D. Thesis, Stanford.
3. 하영균, 김승호, 이상조, 박영필, 1987, "유연한 단일링크 로봇 조작기의 최적 귀환 제어", 대한기계학회 논문집 11권 6호, pp.923~934.
4. 송봉기, 최종호, 1991, "유연한 단일축 로봇트 팔의 위치 제어", 전기학회 논문집 40권 2호, pp.200~206.
5. 이재원, 주해호, 1992, "유연한 조작기의 끝점 위치 제어", 대한기계학회 논문집 16권 7호, pp.1307~1313.
6. L. Meirovitch, 1967, "Analytical Methods In Vibrations", Macmillan.
7. R. Frser, 1991, "Perturbation Techniques for Flexible Manipulators", Kluwer Academic Publishers.
8. F. Franklin, 1990, "Digital Control of Dynamic System, 2ed", Addison Wesley.