

힘평형법을 이용한 V-形다이 평면변형 자유형 단조공정의 초기변형 해석

이진희*, 김병민**

The Incipient Deformation Analysis for Plane Strain Open-Die Forging Processes with V-Shaped Dies Using the Force Balance Method

J. H. Lee*, B. M. Kim**

ABSTRACT

Force balance method is employed to predict forging information such as forging load, tool pressure and normal stress at the surface of tangential velocity discontinuity. The incipient stages of deformation for the plane strain forging of rectangular billets in V-shaped dies of different semi-angles are analysed. To construct an approximate model for the analysis of deformation by the force balance method in the incipient deformation stages, slip-line field is used. When the deformation mode by slip-line method is the same as that by force balance method, the slip-line method and the force balance method give identical solutions. The effects of die angle, coefficient of friction, billet geometries and deformation characteristics are also investigated. In order to verify the validity of force balance analysis, the rigid-plastic finite element simulation for the various forging parameters are performed and find to be in good agreement.

Key Words : Force balance method (힘평형법), Open-die forging(자유형단조), Slip-line field(미끄럼선장), Deformation model(변형모델), Free body diagram(자유물체도), Rigid-plastic finite element method(강-소성 유한요소법)

1. 서 론

중요한 금속성형 공정 중의 하나인 단조공정은 상부 금형의 형상에 따라 자유형(open-die) 또는 밀폐형단조(closed-die forging)로 분류된다. 이중 자유형 단조공정은 소재의 유동이 금형에 의해 구속되지 않으므로, 주로 압축하여 간단한 형상으로 성형하는 것이다. 따라

서 자유형 단조공정은 성형할 단조부품의 체적이 클 때는 필수적인 공정으로써, 최종 단조공정의 한 단계 또는 여러 단계 이전의 예비성형을 위한 공정으로써 이용된다.

이는 최근 급속한 발전을 보이고 있는 항공기, 자동차 및 기계부품 산업 등에 필수적인 공정으로써 제품을 단기간에 생산하기 위한 공정의 개선, 새로운 가공법의

* 부산대학교 대학원

** 정회원, 부산대학교 기계기술연구소(기계설계공학과)

개발 및 이를 뒷받침하기 위한 해석 방법에 대한 연구가 필요하지만, 주로 중소기업체에서 생산하고 있는 실정으므로 대부분 시행착오에 의존, 공정의 개발에 시간과 비용이 많이 소요된다. 따라서 금속성형에 있어서 많은 부분을 차지하는 평면변형문제에 대한 근사해를 간단하고 신속하게 구할 수 있는 힘의 평형해석법에 대한 연구가 많이 이루어지고 있다^(1~10).

1960년에 Westwood와 Wallace⁽¹⁾는 하중에 대한 상계해를 제공하는 힘의 평형해석법을 소개하였다. 이들은 평면변형문제를 해석하기 위해 공구와 가공물의 접촉 면상에 루름마찰력을 가정하여 몇몇 성형공정에 대한 상계하중을 계산하였다. 또한 완전 윤활된 平底다이와 소재가 접촉하는 경우, 동일한 변형영역을 가진 동적가속속도장으로 부터 구한 상계해와 힘의 평형해석법 사이에 동일성이 존재함을 발견하였다. 그 후 Wallace^(2~3) 등은 일종의 힘의 평형해석법인 전단평면이론(shear plane theory)을 이용하여, 열간 및 냉간압연공정 등의 해석을 행하였다. 1978년에는 Johnson과 Mamalis⁽⁴⁾ 등이 힘의 평형관점에서 간략하게 도시된 힘의 평면도해법(force plane diagram)을 사용하여 미끄럼선장으로 둘러 쌓인 변형영역내의 어떤 평면 상에 작용하는 힘을 간단하게 결정하였다. 이들은 미끄럼선장과 관련하여 한 개의 삼각형을 이용한 관재인발, 측면압출 등을 해석하였다. 이러한 힘의 평면도해법은 1979년에 Böer와 Malherbe⁽⁵⁾에 의해 평면변형 조건하에서 탄성, 탄소성 및 소성적으로 응력을 받고 있는 두꺼운 벽을 가진 실린더의 해석에 적용되었다. 1985년 Johnson, Isobe와 Mamalis⁽⁶⁾는 다이아몬드형 다이를 통한 밀폐형단조의 성형하중을 단순히 힘의 평형을 고려한 힘다각형(force polygon)법으로 예측하였다. 1986년 Avitzur와 Choi⁽⁷⁾ 등은 관재인발, 마찰모델 등의 평면변형 금속성형 문제를 힘평형법(force balance method : FBM)으로 해석하여 인발하중 및 공구에 작용하는 수직하중 등을 구하였으며, 그 후 동적가속속도장을 이용한 상계해와 힘의 평형해석법에 의한 해의 비교는 Choi^(8~9) 등에 의하여 평면변형 문제인 관재압연, 평면변형 압입, 관재단조 등의 금속성형공정에 많이 적용되었다. 1988년에 이르러 Kim⁽¹⁰⁾은 평면변형 문제에서 속도 불연속 모델이 같을 때 상계법으로 구한해와 힘평형법으로 구한해의 동일성을 해석적으로 증명하였다.

본 논문에서는 평면변형 문제인 V-形다이에 의한 사각빌렛 자유형 단조공정의 초기변형을 힘평형법으로 해

석하였다. 다이각, 다이와 소재사이의 마찰 및 소재형상 등이 소재의 변형에 미치는 영향과 성형하중 등을 계산하였다. 또한 본 해석의 타당성을 강-소성 유한요소 해석을 통하여 검증한 결과, 좋은 일치율을 보였다.

2. 힘평형 해석

힘평형법은 평면변형을 하는 금속성형문제의 해석법으로써 재료의 변형영역을 실제의 변형형상과 유사한 강성영역으로 구성, 각 강성영역의 속도불연속면상에는 수직응력과 항복전단응력이 작용한다고 가정하여 강성영역에 대한 힘 또는 모멘트의 평형방정식을 구성 후, 이들 방정식의 해를 구하므로써, 각 경계면상에 작용하는 수직응력, 금형과 소재의 접촉면상에 작용하는 국부적 압력분포 및 성형하중 등의 정보를 어려운 소성이론의 고려 없이 간단하고 신속하고 구할 수 있는 효과적인 해석방법이다. 본 연구에서 행한 해석 대상은 그림 1에서 보는 바와 같이 V-形금형을 통한 사각 빌렛의 평면변형 단조공정⁽¹¹⁾이다. 금형과 소재가 접촉하기 시작하는 초기의 변형과정을 힘평형법으로 해석하였으며, 해석 대상이 대칭으로 1/4만 고려하였다.

그림 1에서 보듯이 단조공정의 초기 변형은 다이와 빌렛이 접촉하는 부분의 마찰로 인해 국부적 별짐이 발생하며, 빌렛의 유동은 다이반각 α 방향으로 빌렛의

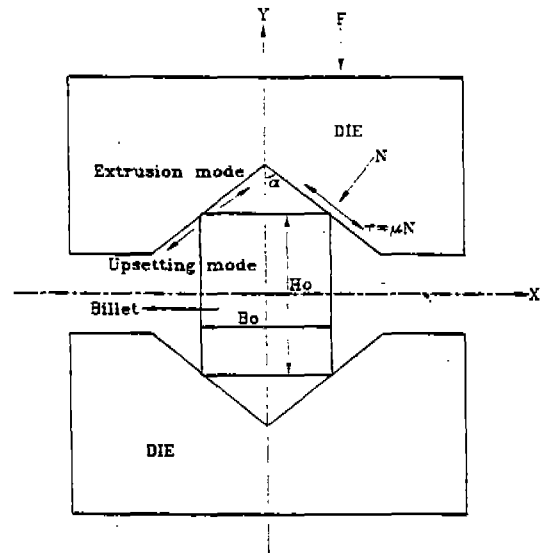
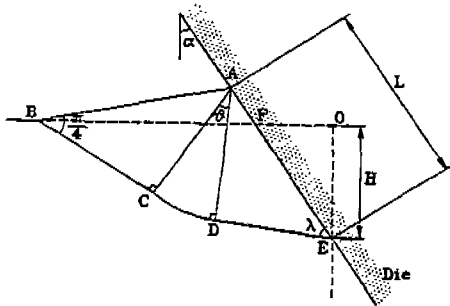


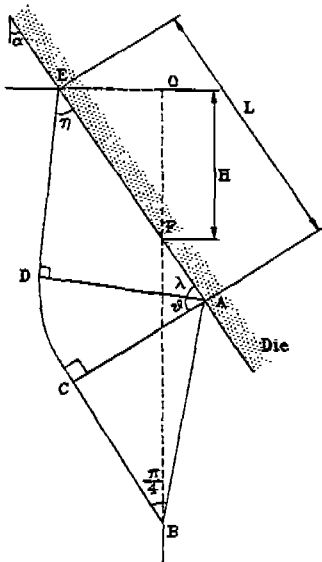
Fig. 1 Schematic diagram of the open-die forging

유동이 발생하는 압출형태 또는 반대방향으로 유동이 발생하는 업셋팅형태로 나누어 생각할 수 있다. 이를 힘평형법으로 해석하기 위하여 그림 2에 나타나 있는 미끄럼선장(11)을 근사 변형모델(deformation model)로 이용하였다.

그림 2에 보이는 초기의 변형형태를 더욱 세분화 하



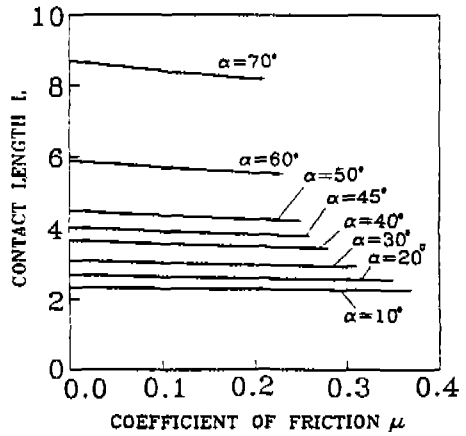
(a) Extrusion mode



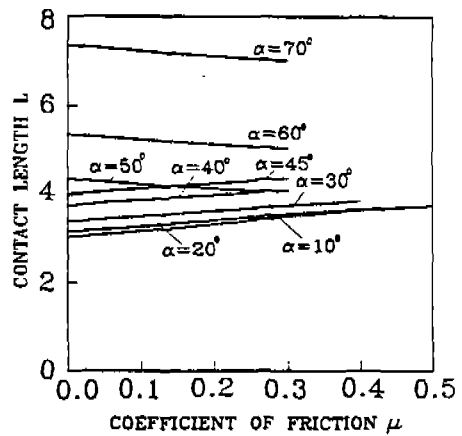
(b) Upsetting mode

Fig.2 Suggested slip-line fields for the incipient modes of deformation

기 위하여, 체적일정 및 기하학적 조건을 이용한 미끄럼선장 해석으로 마찰계수 μ 에 따른 다이와 빌렛의 접촉길이 L 의 변화를 여러가지 다이반각 α 에 대하여 조사하여 그림 3에 나타내었다.



(a) Extrusion mode



(b) Upsetting mode

Fig.3 Variation of contact length with coefficient of friction for various values of die semi-angle

그림 3(a), (b)에서 보듯이 압출형태는 다이반각 α 에 무관하게 마찰계수 μ 의 증가에 따라 접촉길이 L 이 함께 감소하지만, 업셋팅형태는 다이반각이 $\alpha \leq 45^\circ$ 와 $\alpha > 45^\circ$ 일 때로 나누어지며, 마찰계수 μ 의 증가에 따라 접촉길이 L 이 증가 또는 감소한다. 이는 초기 압출형태의 경우는 다이반각 α 에 무관하게 다이와 빌렛사이의 마찰이 증가함에 따라 다이가 각 방향으로의 소재 유동을 지연시키며, 초기 업셋팅 형태의 경우는 다이반각 α 가 45° 이하일 때는 다이와 빌렛사이의 마찰이 증가함에 따라 다이가 반대방향으로의 소재 유동을 용이하게 하지만, 다이반각 α 가 45° 를 초과 할 때는 마찰의 증가가

다이가 반대방향으로의 유동을 지연시킴을 알 수 있다.
 따라서 초기 변형과정은 (1) 초기 압출형태, (2) 초기
 업셋팅형태 ($\alpha \leq 45^\circ$), (3) 초기 업셋팅형태 ($\alpha > 45^\circ$)의 3
 가지로 나눌 수 있다.

2.1 초기 압출형태

그림 4(a)는 초기 압출형태에 대한 근사변형모델이
 며, 그림 4(b)는 힐평형 해석을 위해 속도불연속면을
 따라 분리한 강성영역의 자유물체도이다.

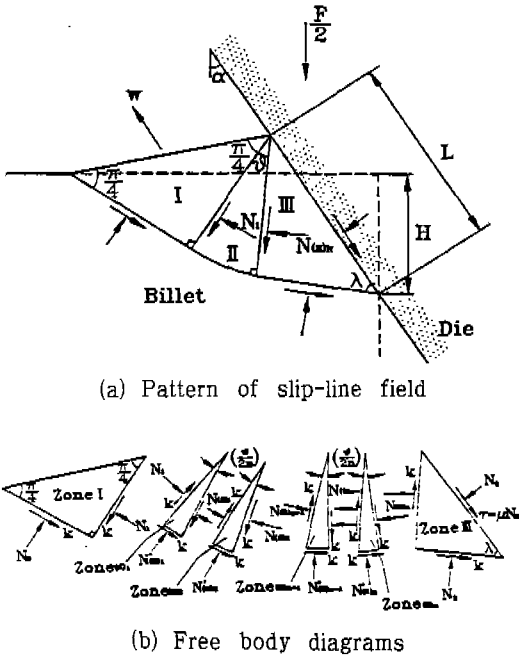


Fig. 4 Extrusion mode of incipient deformation

그림 4(b)에서 보듯이 그림 4(a)의 변형모델과 일치
 시키기 위해 부재끝부분(영역 II)을 충분히 잘게 나누
 었다. N은 속도불연속면에 작용하는 수직응력, k는 항
 복전단응력이며, 다이와 빌렛사이의 접촉면에서의 전단
 응력은 $\tau = \mu N$ 으로 가정했다. 힐평형법의 적용을 위하여
 분리한 강성영역 I, (II)₁, (II)₂, (II)₃, ..., (II)_n,
 III에 대한 힐평형방정식을 행렬식으로 나타내면 다음과
 같다.

$$[A] \cdot \{N\} = \{B\} \dots \dots \dots (1)$$

여기서 [A], {N} 및 {B}는 각각 계수행렬(coefficient
 matrix), 변수벡터(variable vector) 및 상수벡터

(constant · vector)이며 아래와 같다.

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & \tan \lambda & 0 & 0 & \mu - \tan \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 + \mu \cdot \tan \lambda & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & (\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha) \cdot L & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\{N\}^T = \{ N_0 \ N_1 \ N_{(II)1} \ N'_{(II)1} \ N_{(II)2} \ \dots \ N_{(II)n} \ N'_{(II)n} \ N_2 \ N_3 \ F/2 \}$$

$$\{B\}^T = k \cdot \{ 0 \ 2 \ -4 \tan(\theta/2n) \ 0 \ -4 \tan(\theta/2n) \ \dots \ -4 \tan(\theta/2n) \ 0 \ -1 \ \tan \lambda \ 0 \} \dots \dots \dots (2-a)$$

위의 행렬식을 풀어서 구한 단위길이당 단조하중은 다음
 과 같다.

$$\frac{F}{2} = k \cdot \frac{(1 + 4 \cdot n \cdot \tan(\theta/2n)) \cdot \tan \lambda + 1}{\tan \lambda - \mu} \cdot (\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha) \cdot L \dots \dots \dots (2-b)$$

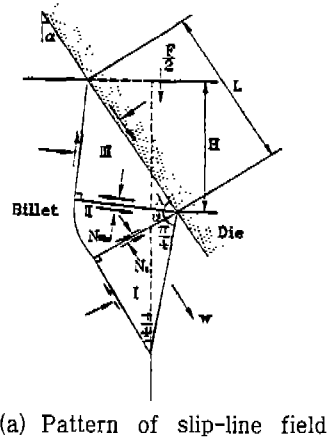


Fig. 5 Upsetting mode of incipient deformation ($\alpha \leq 45^\circ$)

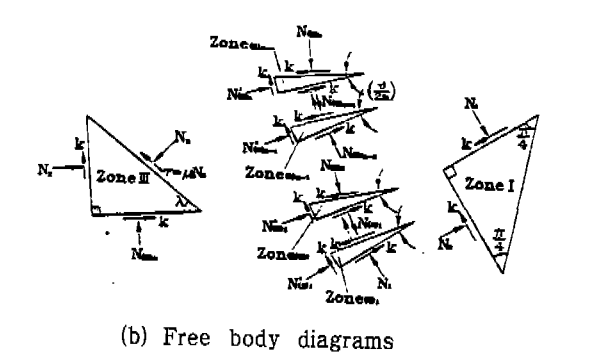


Fig. 5 Upsetting mode of incipient deformation ($\alpha \leq 45^\circ$)

2.2 초기 업셋팅형태 ($\alpha \leq 45^\circ$)

그림 5(a)는 다이반각 α 가 45° 이하인 초기 업셋팅형태에 대한 근사변형모델이며, 그림 5(b)는 힘평형 해석을 위해 속도불연속면을 따라 분리한 강성영역의 자유물체도이다.

이에 대한 힘평형방정식을 식(1)과 같이 나타내면 다음과 같다.

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & -(1+\mu \cdot \tan\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \tan\alpha - \mu & -\tan\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & (\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha) \cdot L & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(N)^T = (N_0 \ N_1 \ N_{(1)1} \ N'_{(1)1} \ N_{(1)2} \ N'_{(1)2} \ \dots \ N_{(1)n} \ N'_{(1)n} \ N_2 \ N_3 \ F/2)$$

$$(B)^T = k \cdot (0 \ 2 \ -4\tan(\theta/2n) \ 0 \ -4\tan(\theta/2n) \ \dots \ -4\tan(\theta/2n) \ 0 \ -\tan\alpha \ 1 \ 0) \dots \dots \dots (3-a)$$

위의 행렬식을 풀어서 구한 단위깊이당 단조하중은 다음과 같다.

$$\frac{F}{2} = k \cdot \frac{1 + 4 \cdot n \cdot \tan(\theta/2n) + \tan\alpha}{1 + \mu \cdot \tan\alpha} \cdot (\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha) \cdot L \dots (3-b)$$

2.3 초기 업셋팅형태 ($\alpha > 45^\circ$)

그림 6(a)는 다이반각 α 가 45° 초과인 초기 업셋팅형태에 대한 근사변형모델이며, 그림 6(b)는 힘평형 해석을 위해 속도불연속면을 따라 분리한 강성영역의 자유물체도이다.

그림 6(b)에서는 τ 의 방향이 그림 5(b)의 방향과 반대인 이유는 그림 3(b)에서 알 수 있듯이, 다이와 빌렛 사이의 마찰의 증가가 다이가 반대방향으로의 유동을 지연시키기 때문이다.

이에 대한 힘평형방정식을 식(1)과 같이 나타내면 다음과 같다.

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \mu \cdot \tan\alpha - 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -(\mu + \tan\alpha) & \tan\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & (\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha) \cdot L & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(N)^T = (N_0 \ N_1 \ N_{(1)1} \ N'_{(1)1} \ N_{(1)2} \ N'_{(1)2} \ \dots \ N_{(1)n} \ N'_{(1)n} \ N_2 \ N_3 \ F/2)$$

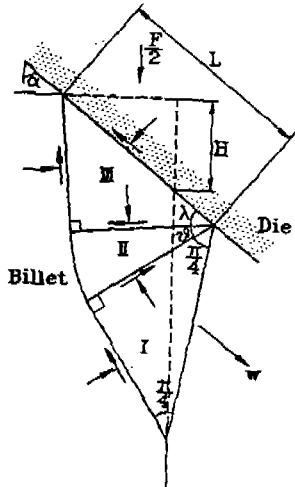
$$(B)^T = k \cdot (0 \ 2 \ -4\tan(\theta/2n) \ 0 \ -4\tan(\theta/2n) \ \dots \ -4\tan(\theta/2n) \ 0 \ -\tan\alpha \ -1 \ 0) \dots \dots \dots (4-a)$$

위의 행렬식을 풀어서 구한 단위깊이당 단조하중은 다음과 같다.

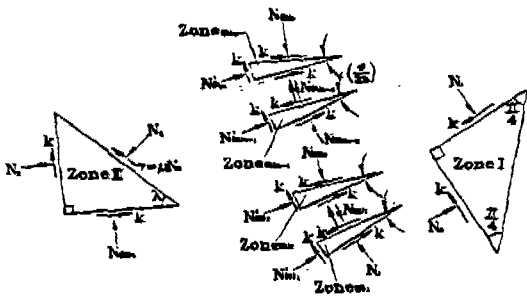
$$\frac{F}{2} = k \cdot \frac{1 + 4 \cdot n \cdot \tan(\theta/2n) + \tan\alpha}{1 - \mu \cdot \tan\alpha} \cdot (\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha) \cdot L \dots (4-b)$$

그림 7(a)는 식(2-b), 그림 7(b)는 식(3-b)과 (4-b)에 대한 단위깊이당 단조하중을 나타낸 것이다.

그림 7(a)의 $\tau = k$ 선은 전단응력 τ 가 항복전단응력 k 에 도달한 선이며, 마찰계수 μ 가 증가해도 단조하중은



(a) Pattern of slip-line field

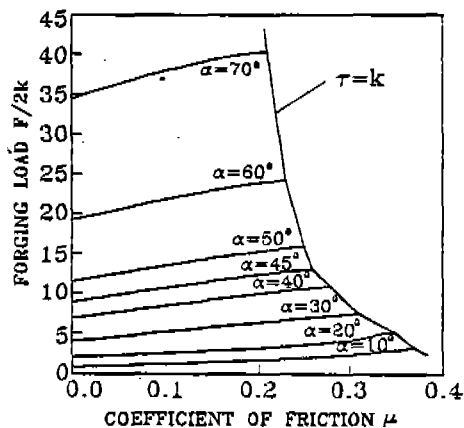


(b) Free body diagrams

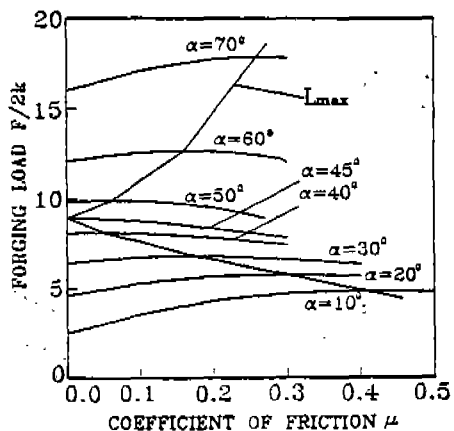
Fig.6 Upsetting mode of incipient deformation ($\alpha > 45^\circ$)

더 이상 증가하지 않는다. 그림 7(b)는 L_{max} 선 이후의 단조하중 값이 마찰계수 μ 가 증가함에 따라 감소함을 보여준다. L_{max} 선은 그림 2(b) DE선의 경사도가 양 (그림 5 참조) 또는 음(그림 6 참조) 방향으로 증가하여 수직이 되는 경우이며, 이 이후의 변형은 마찰계수 μ 가 증가하여도 이 때의 변형모델을 그대로 사용할 수 있음을 의미한다.

또한 소재의 변형은 단조하중이 낮은 경우에 먼저 발생하므로 그림 7(a), (b)에서 단조 하중을 비교해 보면, 다이반각 α 가 30° 미만일 때는 마찰계수 μ 의



(a) Extrusion mode



(b) Upsetting mode

Fig.7 Variation of forging load with coefficient of friction for various values of die semi-angle

크기와 무관하게 초기 압출형태가 먼저 발생하며 다이반각 α 가 45° 이상일 때는 초기 업셋팅형태가 먼저 발생함을 알 수 있다. 다이반각 α 가 $30^\circ \leq \alpha < 45^\circ$ 일 때의 초기 변형형태는 마찰계수 μ 에 의존하며, 마찰계수 μ 의 값이 작을 때 압출형태가 우세하다는 것을 알 수 있다.

그림 8은 다이반각 α 가 30° 일 때, 마찰계수 μ 에 따른 단위깊이당 단조하중을 나타낸 한 예이며 마찰계수 μ_1 과 μ_2 의 값은 각각 0.17과 0.24이다. 이는 Mamalis (11) 등의 결과와 거의 일치하였다.

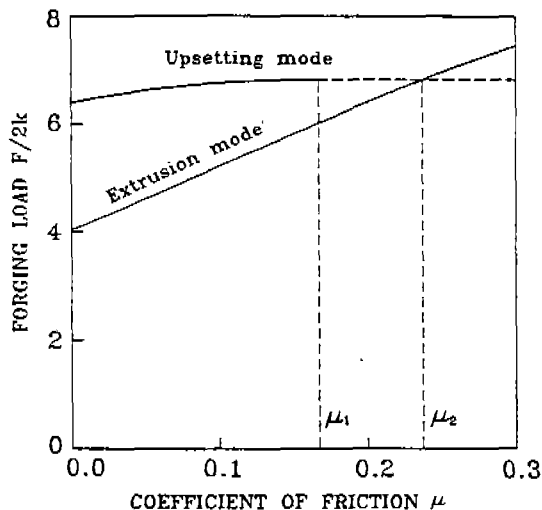


Fig.8 Variation of forging load with coefficient of friction for $\alpha=30^\circ$

마찰계수 μ_1 은 업셋팅형태일 경우, 즉 앞에서 언급한 DE선이 수직인 경우이며, 이 이후의 단조하중은 점선으로 나타내었고 하중의 변화가 없으므로 마찰계수 μ_1 일 때의 변형모델을 그대로 사용할 수 있다. 마찰계수 값이 μ_2 이상이 되어야 업셋팅형태가 먼저 발생한다.

식(2-b)의 단조하중식에서 $\lambda=45^\circ$ 의 경우, 즉 다이와 빌렛사이의 마찰계수 μ 가 0이고 n 을 무한대로 가정했을 때, 췌기형편치압입의 미끄럼선장해와 동일하며, 다이반각 α 가 극한적으로 $\pi/2$ 가 되면 반무한체에 대한 平底편치의 압입에 대한 미끄럼선장해와도 일치한다. 따라서 동일한 변형모델을 사용할 경우, 미끄럼선장으로 구한해와 힘평형법으로 구한해가 일치함을 알 수 있다.

3. 유한요소 시뮬레이션

앞에서 힘평형법으로 구한 초기 변형해석의 타당성을

조사하기 위하여, 금속성형공정의 시뮬레이션에 효과적으로 사용되고 있는 방법중의 하나인 강-소성 유한요소법을 이용하였다. 이에 대한 이론과 수식은 많은 문헌(12~13)에 소개되어 있으므로 구체적인 수식은 생략하고, 최종 변분식만 나타내면 아래와 같다.

$$\int_V \bar{\sigma}_0 \bar{\epsilon} dV + K \int_V \dot{\epsilon}_v \bar{\epsilon} dV - \int_{S_r} F_i \bar{u}_i dS = 0 \quad (5)$$

여기서 $\bar{\sigma} = \sqrt{3/2} (\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})^{1/2}$, $\bar{\epsilon} = \sqrt{2/3} (\dot{\epsilon}'_{ij} \dot{\epsilon}'_{ij})^{1/2}$,

K는 벌칙상수, $\dot{\epsilon}_v$ 는 $\dot{\epsilon}$ 체적 변형을 속도, σ'_{ij} 는 편차 응력, $\dot{\epsilon}'_{ij}$ 는 변형을 속도, F_i 는 표면외력 이며, u_i 는 속도성분이다.

식(5)는 유한요소법의 기본적인 절차에 따라서 유한요소화 된다. 경계부분에서의 마찰을 고려하기 위하여 다음식을 사용하였다.

$$F = -mk \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{|v_r|}{a} \right) \frac{v_r}{|v_r|} \quad (6)$$

여기서 v_r 은 상대속도, a는 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ 정도의 아주 작은 상수이며 m 은 마찰상수, k는 전단 항복응력이다.

식(5)는 미지값이 절점속도인 비선형방정식이 된다. 이에 대한 해를 찾기 위하여, 초기 속도장의 발생은 직접반복법을 이용하였고, 그 이후의 해는 뉴턴-랩슨법을 이용하였다.

시뮬레이션의 결과는 다이와 소재 사이의 마찰, 단조속도와 소재특성과 같은 단조변수들에 의존하므로, 본 시뮬레이션에서는 다음의 계산조건을 사용하였다.

- 다이와 소재사이의 마찰계수: $\mu = 0.1, 0.25$
- 단조속도: 0.2
- 소재: 유효응력-변형률관계가 $\bar{\sigma}/Y_0 = (1 + \bar{\epsilon}/0.319)^{0.34}$ 인 순수알루미늄

여기서 Y_0 는 초기항복강도이며, 106.86 MN/m^2 의 값을 가진다.

횡평형 해석과 비교하기 위하여 대표적인 다이반각 α , 마찰계수 μ 및 소재의 높이 대 폭 비(Ho/Bo)에서 시뮬레이션하였으며, 시뮬레이션 조건과 초기 격자시스템이 표 1에 나타나 있다.

그림 9는 표 1에 따라서 시뮬레이션한 결과이며, 다이행정이 동일할 때의 상태를 나타낸 것이다. 그림의 왼쪽 부분은 변형된 소재의 속도분포이고 오른쪽 부분은 변형된 격자이다.

그림 9로부터 소재의 높이 대 폭 비의 변화가 초기

변형형태를 결정하지는 않으며, 속도분포와 격자변형형상으로 부터 다이반각 α 가 45° 이상일 때는 비교적 낮은 마찰계수($\mu=0.1$)에서도 업셋팅형태가 발생함을 알 수 있다. 마찰계수를 변화시켜도 동일한 결과를 얻는다. 다이반각 α 가 45° 미만인 경우는 그림 8의 결과와 비교하기 위하여, 다이반각 α 가 30° , 마찰계수 μ 가 0.1 및 0.25 두가지 조건에서 시뮬레이션하였다. 마찰계수

Table 1 Simulation conditions and initial mesh systems

Die Semi-angle (α)	μ	Ho/Bo	Mesh system	
			No. of elements	No. of nodes
30°	0.1	0.5	Ho/Bo = 0.5 77	60
		1.0	Ho/Bo = 1.0 81	64
		2.0	Ho/Bo = 2.0 77	60
	0.25	0.5	Ho/Bo = 0.5 77	60
		1.0	Ho/Bo = 1.0 81	64
		2.0	Ho/Bo = 2.0 77	60
45°	0.1	0.5	Ho/Bo = 0.5 77	60
		1.0	Ho/Bo = 1.0 81	64
		2.0	Ho/Bo = 2.0 77	60
60°	0.1	0.5	Ho/Bo = 0.5 77	60
		1.0	Ho/Bo = 1.0 81	64
		2.0	Ho/Bo = 2.0 77	60

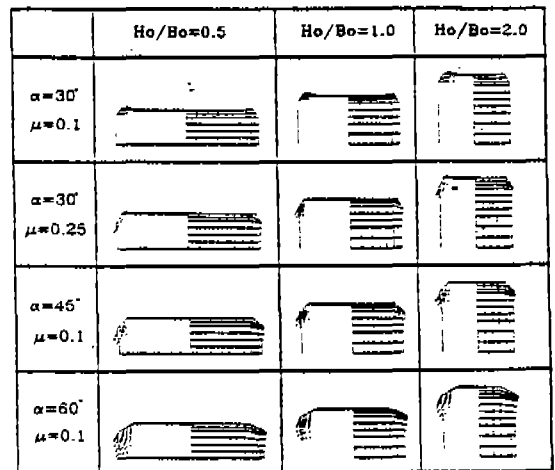


Fig.9 Velocity distribution and deformed mesh by FEM simulation for the various die semi-angles and coefficients of friction

μ 가 0.1인 경우는 초기 압출형태를 나타내며, 마찰계수 μ 가 0.25인 경우는 그림 8의 결과에서 보듯이 업셋팅형태보다 압출형태가 하중이 약간 크므로 업셋팅형태가 지배적이나 약간의 압출형태를 나타냄을 그림 9에서 알 수 있다. 또한 그림 9로부터 다이반각과 마찰계수가 증가함에 따라 변형이 심해짐을 알 수 있다.

그림 10은 초기 변형형태의 $H_0/B_0=1$ 경우, 유한요소법과 힘평형으로 구한 단조하중을 다이행정에 대하여 나타낸 것이며, 여기서의 단조하중은 단위깊이당 하중을 초기항복응력으로 나눈 값이다. 다이반각과 마찰계수가 증가함에 따라 단조하중이 증가하며, 두 해석법에 의하여 구한 단조하중이 거의 유사함을 알 수 있다. 따라서 유한요소 시뮬레이션 결과와의 비교로부터 힘평형법으로 구한 해가 타당함을 알 수 있다.

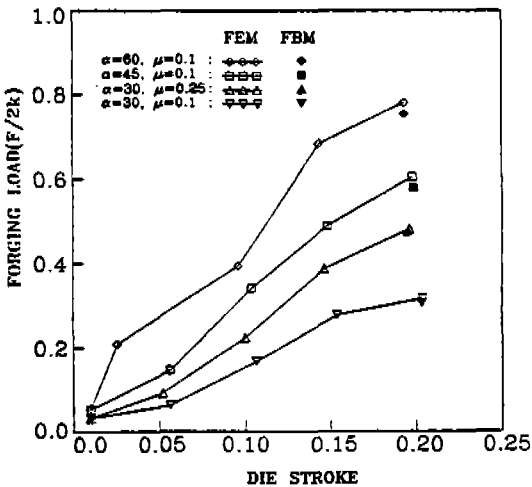


Fig. 10 Forging load vs. die strokes for the various die-semi and coefficients of friction

4. 결 론

평면변형문제인 V-形 다이에 의한 사각발렛 자유형 단조공정의 초기변형을 힘평형법으로 해석한 결과 다음의 결론을 얻었다.

1. V-形 다이로 사각발렛을 자유형단조할 때, 소재의 초기 변형형태는 압출형태와 업셋팅형태로 나눌 수 있으며, 이는 다이각 및 다이와 소재사이의 마찰동에 의하여 결정된다. 각각의 변형형태에 대해서 힘

평형 해석을 하였으며, 해석을 통해 구해진 힘평형 방정식으로부터 각 속도불연속면과 다이와 소재의 접촉면상에 작용하는 수직응력 및 단조하중 등을 구하였다. 또한 변형모델이 동일할 경우, 미끄럼선장법으로 구한 해와 본 방법으로 구한 해가 일치함을 보였다.

2. 힘평형법으로 구한 초기 변형해석의 타당성을 보이기 위하여 강-소성 유한요소 시뮬레이션을 행하였다. 시뮬레이션으로 구한 변형된 소재의 속도분포, 격자변형 및 단조하중으로부터 본 해석의 타당성을 보였다.
3. 힘평형법을 사용할 경우, 해석대상에 대한 근사변형 모델이 주어지면 복잡한 소성이론의 고려 없이도 자유물체의 힘평형방정식을 구성, 신속하게 평면변형문제에 대한 속도불연속면과 다이와 소재의 접촉면상에 작용하는 수직응력 및 단조하중 등의 근사해를 구할 수 있다.

참고문헌

1. D. Westwood and J. F. Wallace, "Upper-Bound Value for the Loads on a Rigid-Plastic Body in Plane-Strain", J. of Mech. Eng. Sci., 2(3), 178(1960)
2. J. W. Green and J. F. Wallace, "Estimation of Load and Torque in the Hot Rolling Process", J. of Mech. Eng. Sci. 4(2), 136(1962)
3. J. W. Green, L. G. M. Sparling and J. F. Wallace, "Shear Plane Theories of Hot and Cold Flat Rolling", J. of Mech. Eng. Sci., 6(3), 219(1964)
4. W. Johnson and A. G. Mamalis, "Some Force Plane Diagrams for Plane Strain Slip-Line Fields", Int. J. of Mech. Sci., 20, 47(1978)
5. C. Böer and M. C. de Malherbe, "A Note on Force Plane Diagrams for Elastic and Elastic-Plasticity Stressed Thick-Walled Cylinders", Int. J. of Mech. Sci., 21, 23 (1979)
6. A. G. Mamalis, K. Isobe and W. Johnson, "Force Polygons for the Plane Strain

- Forging of Rectangular Billets with Diamond-Shaped Dies", *Annals of the CIRP*, 34(1), 231(1985)
7. B. Avitzur and J. C. Choi, "Compatibility of the Upper-Bound Approach and the Balance of Forces for the Treatment of Metal-Forming Processes", *J. of Mech. Working Technology*, 13, 141(1986)
 8. J. C. Choi and J. M. Kim, "Comparative Analysis of Upper-Bound Approach and Force Balance Method", *Trans of KSME*, 10(3), 407(1986)
 9. J. C. Choi, and B. M. Kim, "Upper Bound Solutions for Several Metal-Forming Processes", *Proceeding of NAMRC(XIV)*, 406 (1986)
 10. J. M. Kim, "Study on the Force Balance Method and Its Applications", Ph.D. Thesis, Pusan National University, Korea(1988)
 11. A. G. Mamalis, K. Isobe and W. Johnson, "Closed-Die Forging of Rectangular Billets with diamond-Shaped Dies", *Annals of the CIRP*, 30(1), 147(1981)
 12. O. C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method", McGraw-Hill, New York(1977)
 13. S. Kobayashi, S. I. Oh and T. Altan, "Metal Forming and the Finite-Element Method", Oxford Univ. Press(1989)