

## System Identification을 이용한 공작기계구조물의 모델화에 관한 연구

하 병 한\*, 노 승 훈\*\*, 정 선 환\*\*, 김 교 형\*\*\*

### Modeling for M/C Tools Structure Using System Identification

Byung-Hahn Hah\*, Seung-Hoon Ro\*\*, Seon-Hwan Cheong\*\*, Kyo-Hyung Kim\*\*\*

#### ABSTRACT

The vibrations of the main spindle of the M/C tools are most important in the consideration of the dynamic performance of the M/C tools. In order to resolve and predict the dynamic behaviour of the main spindle it is necessary to have the mathematical model of the system. The system identification is the procedure to provide us with the mathematical model of the system of which we want to know the dynamic characteristics. This study illustrates the procedure of the system identification of the main spindle of the M/C tools to predict the dynamic behaviour of the machine and further to have the basis for the design of M/C tools.

**Key Words** : System Identification (시스템동정), Modal Matrix (모달메트릭스), Mode Shape (진동형)

#### 1. 서 론

오늘날 공작기계는 생산성 향상을 위하여 고속화하는 방향으로 발전하여 간다. 고속운전의 경우에는 저속운전 시 보다 월등히 큰 진동으로 인하여 가공물의 정밀도와 공작기계 및 공구의 수명에 대단히 나쁜 영향을 미치게 되므로 진동현상에 대한 철저한 고려가 있어야 한다. (1) (2) (3) (4)

진동현상의 제어를 위하여 공작기계 각부위에 대한 회전중심 고려방법, 공작기계의 기초를 크게 하는 방법, 방진구 설치방법등 수동적인 방법이 일반적으로 사

용되고 있으나 만족한 제어가 되고 있지않다. 따라서 최근에는 만족한 진동제어를 위한 능동적 방법이 다수 제안되고 있는데 그중에 작동상황을 감지하여 진동을 최대한 줄일 수 있는 절삭조건을 찾아갈수 있도록 하는 적응제어방법과 설계단계에서 부터 공작기계 구조물의 진동양상을 예측하여 진동억제를 위한 파라미터들을 결정하는 System Identification 방법등이 있다. (5) (6) (7) (8)

System Identification이란 공작기계 구조물에 대한 수학적 모델을 구한 후 그 모델의 진동양상을 구하고, 그 결과를 분석하여 공작기계 구조물의 진동을 예측해서, 공작기계 구조물과 수학적 모델의 상호관계를 규명

\* 금오공과대학교 생산기계공학과

\*\* 금오공과대학교 생산기계공학과 (정회원)

\*\*\* 영남대학교 공과대학 기계공학과 (정회원)

하여 설계단계에서 부터 진동을 최대로 줄일수 있는 공작기계의 설계파라미터를 결정하는 능동적 진동제어 방법중의 하나다.

본 연구에서는 System Identification의 기초로서 공작기계 구조물과 실험데이터로 부터 구한 수학적 모델이 실제 시스템의 수학적 모델로서 타당성이 있는지 검증해 보고자 한다.

## 2. 시스템의 수학적 모델

공작기계 구조는 다자유도 시스템이지만 수학적 모델을 구하는 방법을 2자유도계를 중심으로 소개하면 다음과 같다.

Fig. 2-1에 보인 2자유도 시스템의 운동방정식은 식(2-1)과 같다.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1+c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1+k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2-1)$$

식(2-1)의 운동방정식은 한 질량의 운동이 계의 다른 질량의 운동에 영향을 미치므로 각각의 운동방정식에 좌표축이 연성(coupled)되어 있으며, 감쇠를 비례감쇠계(system with proportional damping)로 가정하면 식(2-1)을 비연성(uncoupled)된 주좌표계로 표시할때는 1자유도계의 식과 같이 나타낼수 있다.

$$\{ X \} = [ U ] \{ P \} \quad (2-2)$$

식(2-2)에서 [U]는 진동형 매트릭스(modal matrix)이고 {P}는 주좌표계(principal coordinate)이다.

식(2-1)에서  $F_1(t)$ 를 아래와 같이 가정한다.

$$F_1(t) = F_1 e^{j\omega t} \quad (2-3)$$

식(2-2)와 식(2-3)을 식(2-1)에 대입시키고 각항에  $[U]^T$ 를 곱하여 정리하면

$$M_{P1} \dot{P}_1 + C_{P1} \dot{P}_1 + K_{P1} P_1 = F_1 e^{j\omega t} \quad (2-4)$$

$$M_{P2} \dot{P}_2 + C_{P2} \dot{P}_2 + K_{P2} P_2 = F_1 e^{j\omega t} \quad (2-5)$$

로 된다.

식(2-4)와 식(2-5)는 1자유도 시스템의 표현 식과 같다. 식(2-4)의 전달함수를  $G_{P1}(j\omega)$ 라고 하고 식(2-

5)의 전달함수를  $G_{P2}(j\omega)$ 라고 하면, 식(2-2)에서  $\{X\} = [U]\{P\}$ 이므로 Fig. 2-1에 도시된 2자유도 시스템의 전달함수  $G_{P1}(j\omega)$ ,  $G_{P2}(j\omega)$ 는 각각 아래와 같이 된다.

$$G_1(j\omega) = \frac{X_1(j\omega)}{F_1(j\omega)} = G_{P1}(j\omega) + G_{P2}(j\omega) \quad (2-6)$$

$$G_2(j\omega) = \frac{X_2(j\omega)}{F_1(j\omega)} = u_1 G_{P1}(j\omega) + u_2 G_{P2}(j\omega) \quad (2-7)$$

식(2-6)과 식(2-7)을 실수부분과 허수부분으로 나누어 보면 식(2-8)과 식(2-9)와 같다.

$$\text{Re} [G_1] = \text{Re} [G_{P1}] + \text{Re} [G_{P2}] \quad (2-8)$$

$$\text{Im} [G_1] = \text{Im} [G_{P1}] + \text{Im} [G_{P2}]$$

$$\text{Re} [G_2] = u_1 \text{Re} [G_{P1}] + u_2 \text{Re} [G_{P2}] \quad (2-9)$$

$$\text{Im} [G_2] = u_1 \text{Im} [G_{P1}] + u_2 \text{Im} [G_{P2}]$$

식(2-8)과 식(2-9)는 전달함수  $G_{P1}(j\omega)$ ,  $G_{P2}(j\omega)$ 에 대한 각각의 실수부분과 허수부분을 나타내며, 그래프로 도시하면 Fig. 2-2 및 Fig. 2-3과 같다.

따라서 시스템에 대한 주파수 응답함수로부터 해석하려는 시스템에 대한 2자유도의 수학적 모델을 얻으려면, 시스템의 질량, 감쇠능, 강성 매트릭스 및 진동형 매트릭스를 위의 식(2-1)에서 식(2-9)까지 이용하여 결정함으로써 2자유도 시스템의 수학적인 모델이 완성된다.

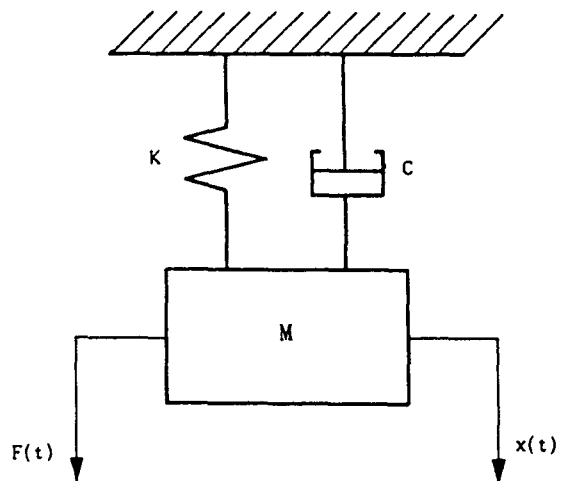


Fig. 2-1 Two degree of freedom system

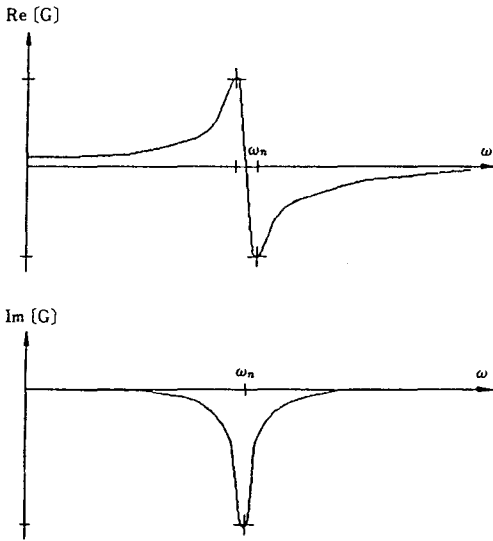


Fig.2-2 Real and imaginary part of frequency response function for  $G_1(j\omega)$

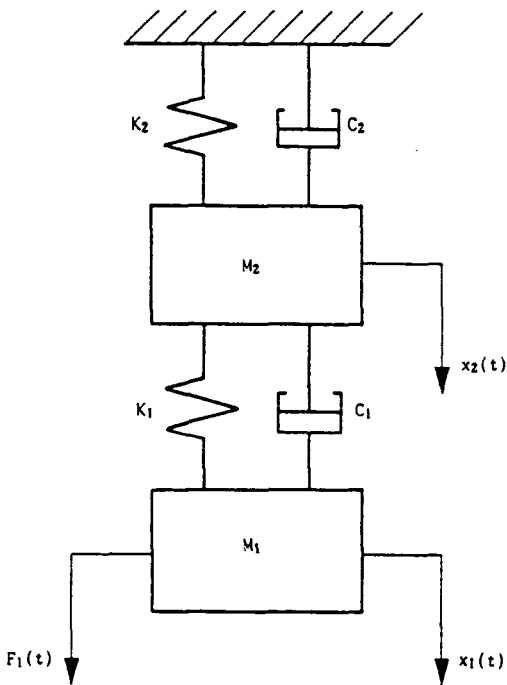


Fig. 2-3 Real and imaginary part of frequency response function for  $G_2(j\omega)$

### 3. 실험 및 고찰

#### 3-1. 실험장치

공작기계의 공작물에 대한 주파수 응답함수를 얻기 위하여, 본 연구에서는 선반의 척에 고정된 가공물을 선택하였다.

실험장치의 개요도는 Fig. 3-1에 나타내었고, 사용된 실험장비는 아래와 같다.

구분	기구명	종류	회사명
1	Lathe	5.5Kw 500mm	OKUMA
2	FFT Analyzer	AD-3525	AND
3	Impulse Hammer	5800M1 S/N 252	AND
4	Power Unit	4105M8	AND
5	Sensor Power Supply	AD-1452	AND
6	Accelerometer	Piezo type	AND

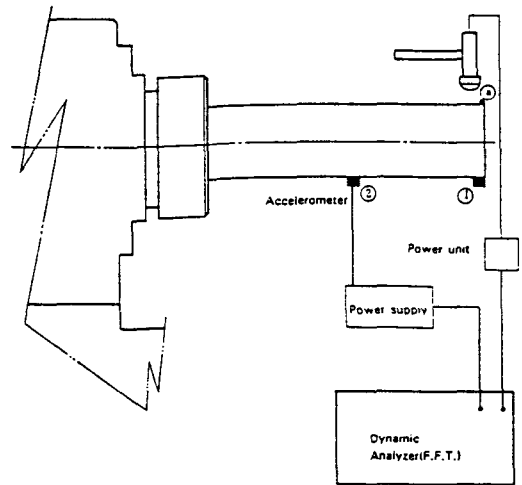


Fig.3-1 The equipment set up for frequency response measurement

#### 3-2. 실험방법

Fig. 3-1과 같이 임펄스 해머로 공작물의 ③ 부분에 충격을 가하고 가속도계의 출력을 F.F.T Analyzer로 받아 공작물의 전달함수를 얻는다. (1) (9)

또한 공작물에 대한 진동형(mode shape)을 얻기

의하여 가속도계의 설치위치를 ①과 ②의 위치로 바꾸어 가면서 여러곳을 측정한다.

3-3. 실험결과 및 고찰

Fig. 3-1의 공작물에 대하여 여러곳에서 측정한 주파수 응답함수의 그래프는 Fig. 3-2와 같다.

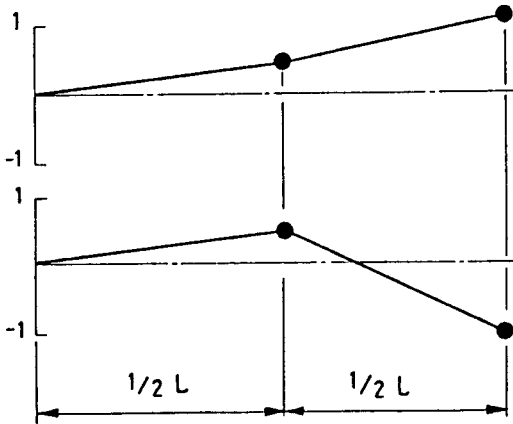


Fig. 3-2 Measured FRF on ① and ②

Fig. 3-2를 분석해 보면 Fig. 3-1과 같은 공작물에는 여러개의 고유진동수와 진동형이 존재함을 알수 있으며, 공작기계의 주축회전속도를 고려할때 첫번째 진동형과 두번째 진동형만이 공작기계에 영향을 주게됨을 알수 있다. 따라서 본실험의 결과는 2자유도로 해석할 수 있다.

또 공작물의 첫번째 고유진동수의 진동형(first mode)과 두번째 고유진동수의 진동형(second mode)에 대한 진동양상(mode shapes)은 Fig. 3-3과 같다.

4. 수학적 모델의 Identification

Fig. 3-2 및 Fig. 3-3으로 부터 수학적 모델을 구하면 Fig. 4-1과 같게 되는데 Fig. 3-1과 같은 구조물에서는 굽힘을 고려하여 횡진동(lateral vibration system) 모델을 설정하였다.

Fig. 4-1에 대한 수학적 모델의 타당성을 검증하기 위해, 실험의 결과인 Fig. 3-2와 Fig. 3-3으로 부터  $[M_q]$ ,  $[C_q]$ ,  $[K_q]$ ,  $[U]$ 를 구한후 식(4-1)에 대입하여  $[M_x]$ ,  $[C_x]$ ,  $[K_x]$ 를 계산하면 Table 4-1과 같다.

$$\begin{aligned}
 [M_x] &= [U]^{-T} [M_q] [U]^{-1} \\
 [C_x] &= [U]^{-T} [C_q] [U]^{-1} \quad (4-1) \\
 [K_x] &= [U]^{-T} [K_q] [U]^{-1}
 \end{aligned}$$

Fig. 4-1의 수학적 모델에 질량, 댐퍼, 스프링등의 파라미터 값들을 바꾸어 가며 계산해 보았더니 다음과 같은 값에서 Table 4-2와 같은 결과가 나왔다.

$M_1=13.5$	$M_2=24.$	(Kg)
$C_1=1200$	$C_2=1600$	(N*sec/m)
$K_1=6080 * 10^3$	$K_2=5580 * 10^3$	(N/m)
$K_0=470 * 10^3$		(N/m)

Table 4-1과 Table 4-2를 비교하여 보면 그 값이 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 Fig. 3-1과 같은 공작물에 대하여 System Identification 기법으로 Fig. 4-1과 같이 설정된 수학적 모델은 타당성이 있음을 알수 있다.

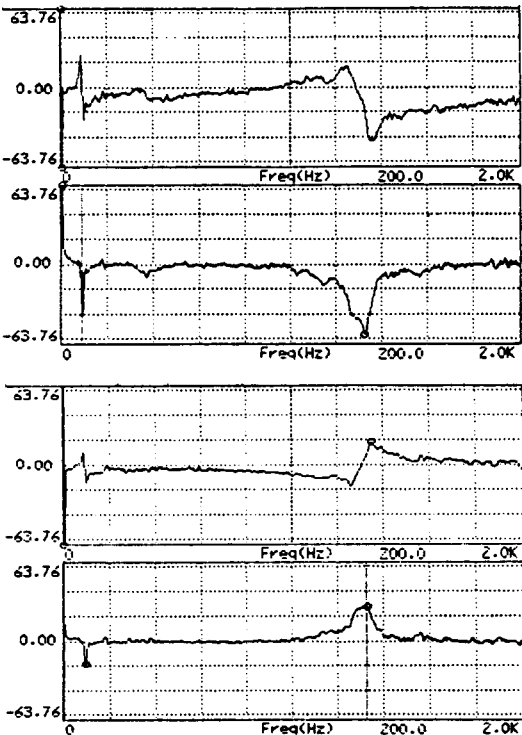


Fig. 3-3 Mode shapes and natural frequencies of the structure

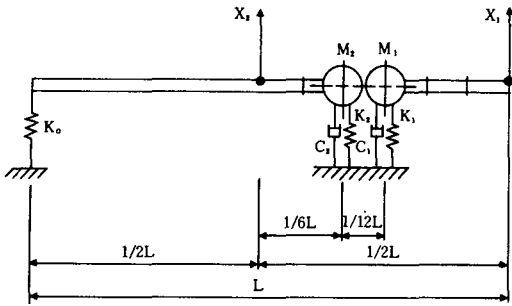


Fig. 4-1 Mathematical model of two degree of freedom system

Table 4-1. Local matrices for the measured FRFs

$M_x =$	6.153	8.925	
	8.925	13.043	
$C_x =$	478.757	656.793	
	656.793	1020.792	
$K_x =$	2609.969	1823.187	*10 <sup>3</sup>
	1823.187	5845.913	

Table 4-2. Local matrices for the mathematical model

$M_x =$	6.098	9.294	
	9.294	14.263	
$C_x =$	477.778	656.556	
	655.556	1011.111	
$K_x =$	2605.	1825.	*10 <sup>3</sup>
	1825.	5845.	

### 5. 결 론

본 연구에서는 공작기계 설계시 반드시 고려되어야 하는 진동제어 문제를 System Identification 방법으로 해결하고자 할때 System Identification 방법으로 구한 수학적 모델의 타당성에 대하여 연구하였으며, 그 결과는 다음과 같다.

첫째, 공작기계의 주축 회전속도를 고려해 볼때 공작기계의 구조물에 대한 수학적 모델은 2자유도 시스템으로 해석할 수 있음을 알게 되었다.

둘째, 실제 시스템의 구조와 실험으로 구한 주파수 응답함수로 부터 수학적 모델을 구하고, 그 타당성을 검증한 결과 타당성이 있음을 확인하였다.

셋째, System Identification 방법을 활용하면 공작기계 설계시 수학적 모델을 바탕으로 진동의 양상을 미리 예측할 수 있으므로, 설계단계에서 부터 안정된 구조물을 설계할 수 있음을 알게 되었다.

### 참고문헌

1. Ro, S., "Structural Dynamics of M/C Tools" Lecture note, K.I.T, 1990.
2. Teng, Y. B., "Simulation of the Impulse Response for Nonlinear Systems", Master's Thesis, University of Florida, 1986.
3. Kevin Scott Smith, "Chatter, Forced Vibrations, and Accuracy in High Speed Milling", Master's Thesis, University of Florida, 1985.
4. Kevin Scott Smith, "Automatic Selection of the Optimum Spindle Speed in High Speed Milling", Ph. D. Dissertation, University of Florida, 1987.
5. Tse, F., Morse, I., and Hinkle, R., "Mechanical Vibrations Theory and Applications", Allyn and Bacon, Inc., Boston, 1978.
6. Tobias, "Machine-Tool Vibration", John Wiley and Sons, Inc., New York, 1965.
7. Koenigsberger, F. and Tlustý, J., "Machine Tool Structures", Pergamon Press, Oxford, 1970.
8. Roy R. Craig, Jr., "Structural Dynamics". John Wiley and Sons, Inc., New York, 1981.
9. Robert Livingston IV, "Measurement of the Impulse Response of Nonlinear Systems". Master's Thesis, University of Florida, 1986.