

自動收斂성을 갖는 半導體 有限要素 解析 프로그램 開發

Development of a self-convergent finite element code for semiconductor analysis

최 경\*  
(Choi Kyung)

요 약

有限要素法을 이용하여 반도체 해석을 하는 경우 국부적인 overshoot, 진동 및 解의 발산등의 문제점등이 발생하기 쉽다. 이는 支配方程式의 특성에 좌우되는 경우가 많은 데 특히 반도체 전류연속 방정식을 처리하는 데는 그 해석이 매우 불안정하다.

본 연구에서는 유한요소법을 반도체 해석에 적용하는 경우 해의 발산원인을 적용 방정식의 數值的 安定度 검사에 의하여 도출하였으며 이 요인이 요소상수 m의 값에 좌우됨을 밝혔다. 또한 요소상수가 후치조작에 의해서만 계산될 수 있는 단점을 보완하기 위하여 적응요소법을 도입하여 프로그램으로 구현함으로써 임의의 초기 요소망과 초기치에 대해서도 자동적으로 해의 수렴을 얻을 수 있는 적응해석 프로그램을 개발하였다.

본 프로그램의 효용성을 검증하기 위하여 GaAs MESFET 모델을 선정하여 계산하였고 산출 결과를 검토해 본 결과 임의의 초기치에 대해서도 強忍한 收斂성을 얻을 수 있었으며 요소 분할이 필요한 부위에만 집중됨으로써 비교적 적은 수의 요소만으로도 해를 얻을 수 있음을 확인하였다.

Abstract

During the finite element analysis of semiconductor devices, the solution often be diverged due to the numerical instability of discretized equations. To overcome this problems, a noble finite element code which guarantees a successful convergence is developed. The factor of divergence in the current continuity equation of semiconductor governing equations is derived by stability test. It is known that the factor of divergence is the element constant m by the test. And an adaptive mesh refine scheme is proposed to eliminate the divergence properties during calculation.

A test analysis of GaAs MESFET model reveals that the proposed scheme has robust self-convergence property and the refined elements are well concentrated at proper area.

1. 서 론

반도체 내의 특성을 數值的으로 해석하기 위

해서는 非線型성이 강한 3組의 편미분방정식을 연립해서 풀어야 하므로 그 해를 얻기가 매우 까다롭다. 有限要素法(Finite Element Method)은 기존의 有限差分法(Finite Difference Method)에 비하여 경계치의 처리 및 場 變數의 연속성에 있어서 해석기능이 우수하지만 반도체 문제를 해석하는 경우에는 다른 기법과 마

\*: 강원대학교 공과대학 전자공학과  
接受日字: 1992年 11月 18日

찬가지로 국부적인 overshoot, 진동 및 해의 발산 등의 문제점등이 발생하기 쉽다. 이는 지배방정식의 특성에 좌우되는 경우가 많은데 특히 반도체 전류연속 방정식을 처리하는 데는 그 해석이 매우 불안정하다.

수치해석의 목적은 최소의 유한개 절점을 이용하여 전체 계의 解를 근사화 시키는데 있다. 이때, 要素 및 節點의 선정은 해석결과에 매우 큰 영향을 주게 되며 요소분할 분포가 잘못되면 해는 전혀 수렴을 하지않게 될 수 있다. 그러나 해석 변수가 급격히 변화하는 영역의 요소분할을 정확히 해주는 것은 매우 어려운 일이며 데이터 입력상에도 어려움이 따른다. 그러므로 수치해석에서 요소 분할의 중요성은 가장 현실적인 문제가 되고 있다. 임의로 주어지는 경계조건 및 형상에 대하여 항상 3개의 편미분 방정식에 대한 최소, 최적의 절점 및 요소 분포를 구하는 것은 불가능 한 일이다.

이러한 요소분할의 어려움을 해결하기 위하여 최근에 와서 適應要素分割 및 自動要素分割 방법들이 많이 제시되고 있다. 자동요소분할법은 계산 전에 주로 해석대상의 물질상태를 이용하여 적절하게 요소를 분할해 주는 방법으로 전치 조작(antioriori processing) 방법이라고 할 수 있으며, 적응 요소 분할 방법은 계산 도중에 mesh 절점의 위치를 이동시키거나 계산된 수치를 이용하여 요소를 재분할 함으로써 최적의 요소망을 찾아가는 후치 조작(posteriori processing) 방법이다.

반도체 수치 해석 방법에도 이러한 自動 및 適應 요소분할법에 대한 연구가 많이 진행되고 있다. 즉, R. GUERRIERI<sup>(1)</sup> 등은 1차원 Poisson's eq. 을 푸는 경우 주어진 절점에 대하여 절점의 최적위치를 찾아 절점을 이동시키으로써 비교적 적은 절점 수로 해의 수렴성 및 정확성을 향상시켰으며 PISCES-II<sup>(2)</sup> 등에서는 Doping profile에 따라서 초기 mesh를 분할하고 계산 중에 특정 변수를 추정된 뒤 사용자가 필요할 때 다시 재분할하는 방법을 사용하였으며 S. P. EDWARD<sup>(3)</sup> 등은 Poisson 방정식에서 전하의 분포에 따라 적응요소분할을 하고 전류의 exponential error norm을 설정하여 요소를 재분할하였다. 그러나 아직 요소 세분의 근거가 명확하지 않다는 점이 있다.

본 연구에서는 유한요소법을 반도체 해석에 적용하는 경우 解의 발산원인을 적용 방정식의 수치적 안정도 검사에 의하여 도출하였으며 이 요인이 요소상수 m의 값에 좌우됨을 밝혔다. 또한 요소상수가 후치조작에 의해서만 계산될 수 있는 단점을 보완하기 위하여 적응요소법을 도입하여 프로그램으로 구현함으로써 해석기법

의 강한 수렴성을 확보할 수 있도록 하였다. 본 프로그램의 효용성을 검증하기 위하여 MESFET 모델을 선정하여 계산하였고 산출 결과를 검토하였다.

## 2. 支配方程式 및 有限要素 方程式

반도체 해석에 필요한 지배방정식은 Poisson 방정식과 전자, 정공 전류연속방정식 및 전류관계식으로 5개가 된다. 이때 전류관계식은 전류연속방정식에 포함하여 해석할 수 있으므로 반도체해석에 필요한 방정식은 3개가 된다. 반도체 해석시 해석변수는 여러가지로 선정할 수 있으나 전위 및 준 페르미 포텐셜  $\Phi, \phi_n, \phi_p$  변수의 경우가 세 변수의 변화값이  $10^{-2}$ - $10^2$  정도로 서로 근접한 영역이며 변화폭이 비교적 심하지 않으므로 수치해석에 적당하다. 이 경우 반도체 지배방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla \Phi) = -q (n_i \exp [\frac{q}{kT} (\phi_p - \Phi)] - n_i \exp [\frac{q}{kT} (\Phi - \phi_n)] + N_D - N_A) \quad (1)$$

$$q \frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \cdot q (\mu_n n \nabla \phi_n) + q (G - R)_n \quad (2)$$

$$q \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla \cdot q (\mu_p p \nabla \phi_p) + q (G - R)_p \quad (3)$$

각 기호의 정의는 표 2와 같다.

위의 반도체 지배방정식을 유한요소법으로 해석하기 위해서는 이산화 방정식을 유도하여야 한다. 요소내 변수의 근사를 위하여 적절한 형상함수를 이용하여 다음과 같이 변수를 표현한다.

$$\Phi \approx \sum_{i=1}^n \psi_i(x, y) \Phi_i \quad (4)$$

n : 요소 절점수

$\psi$  : 형상함수 (Shape function)

$\Phi_i$  : i번 절점에서의 변수 값

이산화 방정식을 유도하기 위하여 Galerkin 법<sup>(4)</sup>을 이용하여 이산화 하면 각 방정식에 대하여 다음과 같은 유한요소 해석방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{j=1}^N \left\{ \int \nabla \psi_i \cdot \epsilon \nabla \psi_j \Phi_j \, d\tau - q \int \psi_i f_i \, d\tau \right\} = 0 \quad (5)$$

$$f = (n_i \exp [\frac{q}{kT} (\varphi_p - \varphi)] - n_i \exp [\frac{q}{kT} (\varphi - \varphi_n)] + N_D - N_A) \sum_{j=1}^N \{ \int \nabla \psi_i \cdot a_n \nabla \psi_j \varphi_{nj} d r - \int \psi_i H_{pi} d r \} = 0 \quad (6)$$

$$a_n(\varphi_n) = \mu_n n_i \exp [\frac{q}{kT} (\varphi - \varphi_n)]$$

$$H_n = \frac{\partial n}{\partial t} - (G_n - R_n)$$

$$\sum_{j=1}^N \{ q \int \nabla \psi_i \cdot a_p \nabla \psi_j \varphi_{pj} d r - \int \psi_i H_{pi} d r \} = 0 \quad (7)$$

$$a_p(\varphi_p) = \mu_p n_i \exp [\frac{q}{kT} (\varphi_p - \varphi)]$$

$$H_p = - \frac{\partial p}{\partial t} + (G_p - R_p)$$

for all  $i=1, 2, \dots, N$ ,  $N$ : total node number  
domain  $d r$ : whole area

### 3. 安定性 檢査 및 收斂性 解析

Galerkin법을 이용하여 유도된 이산화 방정식은 계수에 변수가 포함되어 있어 비선형 방정식이 되므로 선형화하여 계산하여야 한다. 전체 변수의 해석은 해석의 계수를 줄이기 위하여 Gummel algorithm을 이용한다. 이 경우 식 5)의 Poisson 방정식은 비교적 단조수렴을 하므로 해석이 용이하나 전류연속방정식은 발산하는 경우가 많다. 전류연속방정식의 유한요소 해석시의 안정도를 검사하고 이에 따른 요소분할의 필요조건을 구하기 위해 다음과 같이 간략화한 수식을 이용하여 특성을 검토한다.

식 6)을 다음과 같은 근사기법을 사용하여 선형화한다. 변수  $\varphi_n$ 의 미소변위량을  $\delta \varphi_n$ 라 놓으면 유한요소 근사식에 의하여 식 8), 9)와 같이 된다.

$$\varphi_n = \varphi_{n0} + \delta \varphi_n \quad (8)$$

$$\delta \varphi_n = \sum \delta \varphi_{ni} \psi_i(x, y) \quad (9)$$

윗 식을 6)식에 적용 하여 선형화하면 다음과 같다.

$$\sum_{j=1}^N \int \{ \nabla \psi_i \cdot a_n \nabla \psi_j \delta \varphi_{nj} + \frac{\partial a_n}{\partial \varphi_n} \delta \varphi_n \nabla \varphi_{no} \cdot \nabla \psi_i - \psi_i \frac{\partial H_n}{\partial \varphi_n} \delta \varphi_{nj} \} d r = \sum_{j=1}^N \int \{ \nabla \psi_i \cdot a_n \nabla \psi_j \varphi_{nj} - \psi_i H_{pi} \} d r \quad (10)$$

식 10)을 carrier generation (G)과 recombination (R)이 없는 steady-state 상태에서 homogeneous Neumann 조건을 인가하여, 1차원 영역에서 해석하면 다음과 같다. 형상함수는 반도체 해석의 경우에 전계 계산 및 각 파라미터 산출의 정확성을 높이기 위하여 2차함수를 사용한다.

$$R_i = \int_{d1}^{d2} [ \frac{d \psi_i}{d x} \cdot \frac{d \psi_j}{d x} \varphi_{nj} + M \frac{d \psi_i}{d x} \psi_j \delta \varphi_{nj} ] d x = 0 \quad (11)$$

$i = 1, \dots, N, N$ : total node number

$$M = \frac{\partial a_n}{\partial \varphi_n} \cdot \frac{d \varphi_n}{d x} / a_n = - \frac{q}{kT} \sum \frac{d \psi_j}{d x} \varphi_{noj}$$

$j = 1, \dots, \ell, \ell$ : 요소내 절점수

위 방정식의 해석구간  $[d1, d2]$ 를 길이  $h$ 인 균등요소로 이산화하고 식 12)와 같은 2차 형상함수를 사용하여 Galerkin법을 적용한다.

$$\psi_1 = \frac{1}{2} \xi (\xi - 1), \quad \psi_2 = 1 - \xi^2, \quad \psi_3 = -\frac{1}{2} \xi (\xi + 1) \quad (12)$$

$$\xi: [-1, 1], \quad d\xi/dx = 2/h,$$

$h$ : 요소의 길이

여기서 전 영역의 잔차  $R$ 는 각 요소의 잔차  $R_e$ 의 선형합으로 나타나므로 1개 요소  $e$ 에서의 요소잔차방정식을 구하고 이 요소행렬식을 조립하여 전체 계의 행렬방정식을 형성한다.

즉,

$$R_i^e = \int_{x1}^{x2} [ \frac{d \psi_i^e}{d x} \cdot \frac{d \psi_j^e}{d x} \varphi_{nj}^e + M \frac{d \psi_i^e}{d x} \psi_j^e \delta \varphi_{nj}^e ] d x \quad (13)$$

이며, 이때 요소  $e$ 의 요소행렬식  $K_e$ 는 다음과 같다.

$$K_e = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} = \frac{1}{3h} \begin{bmatrix} 7 \\ -8 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -8 & 1 \\ 16 & -8 \\ -8 & 7 \end{bmatrix} - \frac{M}{6} \begin{bmatrix} -3 & -4 & 1 \\ 4 & 0 & -4 \\ -1 & 4 & 3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

이 요소행렬식을 조합하여 계 행렬 방정식을 형성하고 계수항인 M값을 각 요소에서 동일한 값이라 가정하면 계 행렬 방정식에서 요소의 양 끝점에 해당하는 i번째 행과 요소의 중점에 해당하는 i+1 번째 행의 방정식은 다음과 같다.

$$(1 - m) \delta \varphi_{n,i+2} + (-8 + 4m) \delta \varphi_{n,i+1} + 14 \delta \varphi_{n,i} + (-8 - 4m) \delta \varphi_{n,i-1} + (1 + m) \delta \varphi_{n,i-2} = 0 \quad (15)$$

$$(-8 + 4m) \delta \varphi_{n,k+1} + 16 \varphi_{n,k} + (-8 - 4m) \delta \varphi_{n,k-1} = 0 \quad (16)$$

$$, k = i + 1$$

여기서

$$m = \left( -\frac{Mh}{2} \right) \text{ 이다.}$$

$\delta \varphi_{n,k} = A r^k$  라 가정하고 먼저 식 16)을 풀면 해는 다음과 같다.

$$\delta \varphi_{n,k} = \alpha_1 + \beta_1 \left[ \frac{-2 - m}{-2 + m} \right]^k \quad (17)$$

이 식에서부터 m의 절대값이 2이상이면  $\delta \varphi_{n,k}$ 의 값이 요소번호의 증감에 따라 진동하게 됨을 알 수 있다. 이 진동은 반복계산을 통해 해의 발산을 일으키게 된다.

식 15)의 해는 식 16)을 대입하여 풀면

$$\delta \varphi_{n,i} = \alpha_2 + \beta_2 \left[ \frac{m + 3m + 3}{m - 3m + 3} \right]^i \quad (18)$$

가 되어 m값의 변화에 따른 진동현상은 없음을 알 수 있다.

$$\text{이상의 결과에서 } |m| = \left| \frac{Mh}{2} \right| = \frac{q}{2kT}$$

$$\left| \frac{d\varphi_n}{dx} \right| h \text{의 값은 해석시}$$

2가 넘지 않아야 반복계산시 해의 발산이 없음

自動收斂性을 갖는 半導體 有限要素 解析 프로그램 開發

을 알 수 있다. 2 차원장의 해석인 경우에는  $\phi_n$ 의 미분항이 경사(gradient)로 바뀌면 된다

#### 4. 適應技法 및 解析 프로그램

반도체 문제를 Gummel Algorithm에 따라 해석하는 경우 식 5)의 Poisson 방정식은 비교적 단조수렴을 하므로 해석이 용이하나 전류연속 방정식은 발산하는 경우가 많다. 이는 전질의 안정화 인수 m의 값이 과도하게 커진 경우이므로 이 영역에 대하여 m의 값이 안정영역에 들어가도록 요소세분을 해 주어야 한다. 그러나 m의 값은 해석 변수의 함수이므로 해를 정확히 알기전에는 최적의 요소망을 구성해 주기가 불가능하다. 그러므로 반복계산중에 적절한 요소분할을 수행하도록 적응요소분할법을 적용하는 것이 필요하다. 적응요소 분할법은 과도한 발산이 일어나는 요소에 대하여 그 정도에 따라 2, 3, 혹은 4개의 요소로 세분하는 방법이며 본 프로그램에서는 요소 안정화 인수 m의 값이 안정화 영역에 들어갈 때까지 반복 분할을 수행한다. 분할 방법은 이분법(bisection method)를 사용하여 요소의 질이 저하되지 않도록 하였다. 이분법의 분할방법이 그림 1.에 나타나 있다. 이분법에 의해 한 요소가 분할되면 인접한 요소도 따라서 분할해 주어야 하는데 그 예가 그림 2.에 나타나 있다.

전체 프로그램 흐름도는 그림 3과 같다. 초기해를 가진 초기 요소망을 입력시키면 먼저 Poisson방정식을 푼다. 반복해의 미소변위가 주어진 허용오차 이내로 수렴하면 수렴된 전위  $\Phi$ 를 이용하여 전류연속방정식 (6), (7)을 푼다. 이 때 해가 발산하면 m값이 안정화 값을 만족하지 않은 것이므로 이분법에 의한 적응요소분할을 거쳐 다시 해를 계산한다. 단, 새로 형성된 절점의 전위  $\Phi$ 의 값은 부정확하므로 Poisson 방정식 부터 다시 풀게된다. 전체 계가 수렴되었으면 이 解는 주어진 bias에서의 산출해가 된다. 주어진 조건에서의 원하는 해를 구했으면 새로운 bias에 대해서도 계산을 하게 되며 동일 전극에 대한 해석일 때는 현재 계산된 요소망을 초기요소로 설정하도록 한다.

수치해석을 원활히 수행하기 위해서는 해석방정식의 각 물리량을 적절한 인수로 Normalization을 해 주어야 하는데 이 Normalization factor값을 표 1에 표현하였다. 본 프로그램은 IBM-PC에서 개발하였고 PC용으로 사용할 수 있도록 하였다.

전 프로그램은 1개의 Main 프로그램으로 구성되어 크게 변수에 따라 3 부분으로 구분된다.

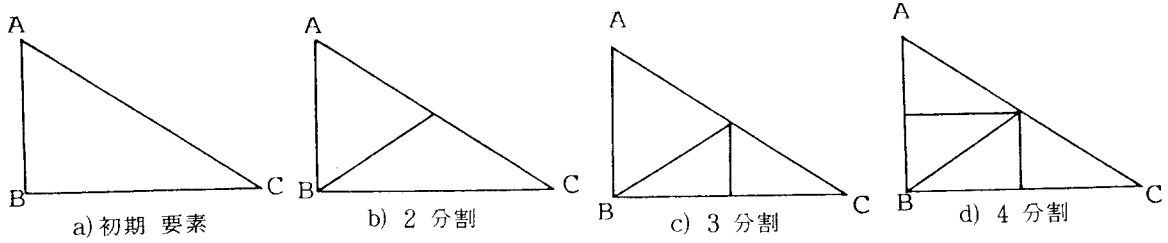


그림 1 요소 이분법  
Fig. 1 Element bisection method.

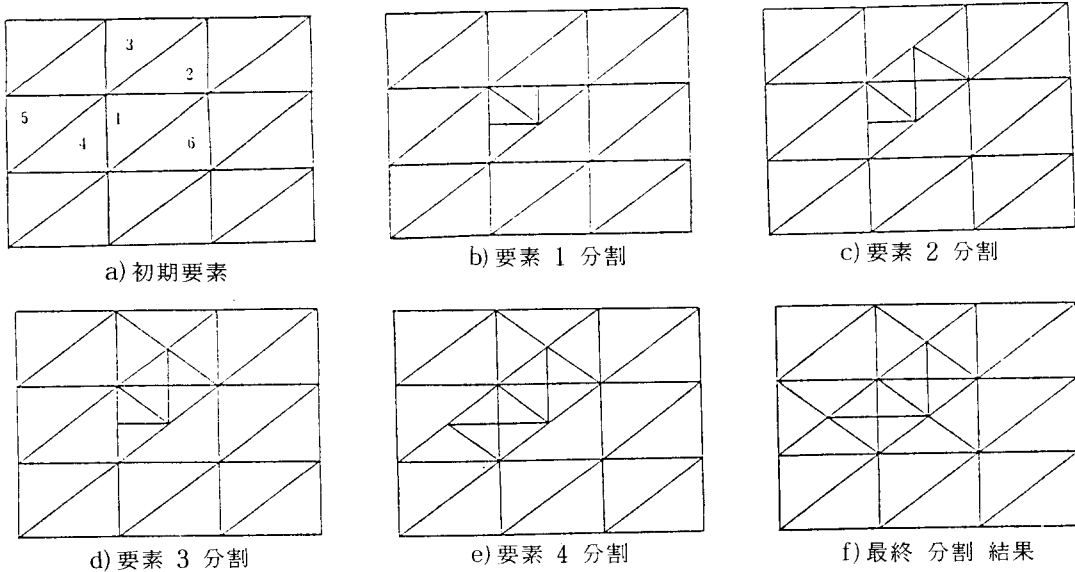


그림 2 인접요소에 대한 이분법 적용과정  
Fig. 2 A procedure of bisection scheme to the adjoin elements.

즉, Poisson 방정식에 의한 전위 계산 부분과 전류 연속방정식에 의한 준 페르미 포텐셜  $\phi_n$  과  $\phi_p$  를 계산하는 부분으로 나뉘어 진다. Main은 주로 해의 발산 여부를 판정하도록 되어 있으며 대부분의 계산과 요소분할은 Subroutine을 통하여 이루어 진다. 각 계산 부분에 사용되는 Subroutine의 이름을 그림 3에 표시 하였다. RDDATA는 초기 데이터를 읽어들이는 부분으로 요소 및 절점의 입력과 각 파라미터의 입력을 화일로 부터 읽어들이는 부분이다. SETINT는 적분을 위한 Gaussian Quadrature 값 및 수치 해석 파라미터의 설정을 행한다. FORMKF는 각 요소의 요소방정식을 계산하고 이를 조립하여 계행렬을 만드는 부분으로 주어 진 파라미터에 따라 1인 경우는 Poisson방정식을, 2,3인 경우는 전자 및 정공의 전류연속방정식을 다루게 된다. BDCON은 Dirichlet Boundary Condition을 삽입하는 부분으로 Implicit 방법을 사용한

다. GAUSIE는 해의 Solver로서 주어지는 Factor에 따라 S. O. R. (Successive Over Relaxation), S. U. R. (Successive Under Relaxation) 방법으로 동작한다. CALER4는 전자에 대한 요소상수값을 계산하는 부분이며 CALER5는 정공에 대한 요소상수값을 계산하는 부분이다. 이 계산결과를 이용하여 GEPOIE와 GEPOIV에서 각각 요소변을 새로 생성될 절점과 선분을 만들어 AFFINE에서 요소를 2, 3, 4개로 세분한다. UPDATE는 수렴된 해를 화일에 새로 기록하는 일을 하며 UPGRADE는 여러 bias를 계산하는 경우 다음 bias를 계산할 준비를 하며 이경우 전 단계의 계산 결과를 초기요소 및 초기치의 기준으로 잡는다. 이외에 등전위를 그림으로 표현하는 DRWEQU, 3차원 그래프 표현을 그리는 DRW3D, mesh를 그림으로 보여주는 DRWMESH 등의 Subroutine이 포함되어 필요한 곳에서 그래프를 볼 수 있도록 구성되어 있다.

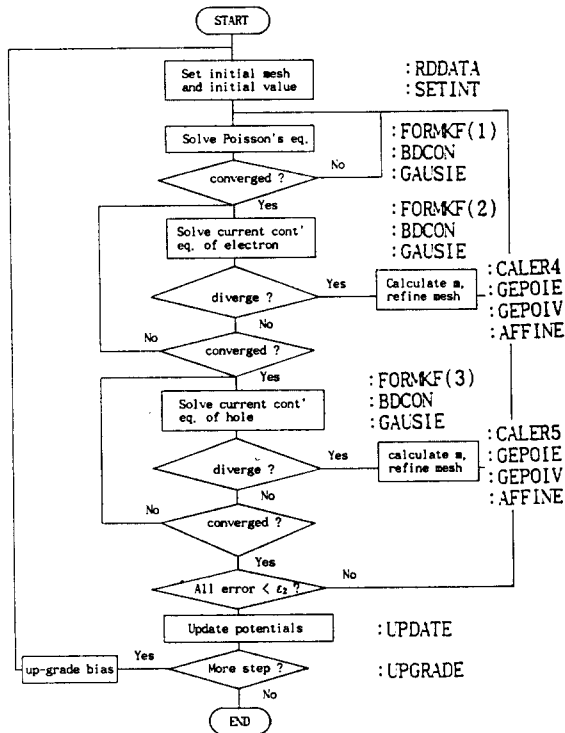


그림 3 프로그램 흐름도  
Fig. 3 Program Flowchart of Adaptive Scheme

5. 事例 研究

가. 모델 선정 및 초기 수렴성 고찰

본 프로그램을 그림 4.와 같은 GaAs MESFET 모델에 적용하였다. Source 와 Drain이 Gate와 한면에 있으나 계산상의 효율을 고려하여 이 전극이 충분히 멀리 떨어져 있다고 가정하여 가상 접촉자를 S'와 D'에 설정하여 활동 영역만을 해석하였다. 이 모델에 대한 초기 요소망은 그림 5-a)와 같으며 형상함수는 2차함수이다. 이 요소망에서  $V_G=0, V_D=0.1(V)$ 인 경우에 비교적 근사한 초기해를 주어 해를 구해 본 결과 계산도중에  $\phi_n$ 값의 진동현상이 발생하여 해가 발산하였다. 그러므로 요소분할 임계치  $m$ 값이 큰 요소에 대하여 적응 요소분할을 적용하여 그림 5-b)와 같은 요소에서 안정된 해를 얻었다. 이때 a-b-c-d 부분의  $m$ 값을 보면 그림 6.과 같다. 이 결과에서  $m$ 값의 변화가 해석의 안정화에 기여하며 해가 수렴된 경우  $m$ 의 값이 2가 넘는 것이 없는 것을 볼때 이 기준이 비균일 요소에 대해서도 해의 수렴에 필수 조건임을 확인하였다.

나. 초기해 설정에 따른 자동수렴 특성

해의 진동에 대한 임계 조건  $m$ 은 해석 변수  $\phi_n$ 의 함수 이므로 초기해의 설정에 따라 적응

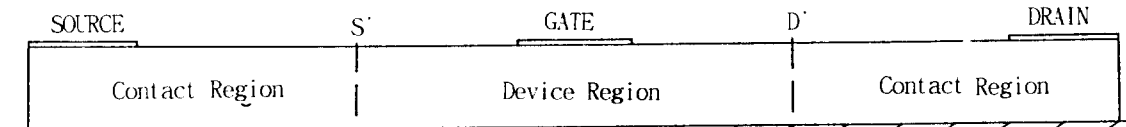


그림 4 GaAs MESFET 해석 모델  
Fig. 4 GaAs MESFET Model

$n_i = 1.8E6 \text{ cm}^{-3}$        $V_{bi} = -0.2 \text{ V}$   
 $\mu_n = 5000 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$       S'-D' 거리 : 1  $\mu\text{m}$   
 $T = 300 \text{ }^\circ\text{K}$       Channel height: 0.15  $\mu\text{m}$   
 $N_d = 1.0E16 \text{ cm}^{-3}$       Gate 길이 : 0.26  $\mu\text{m}$

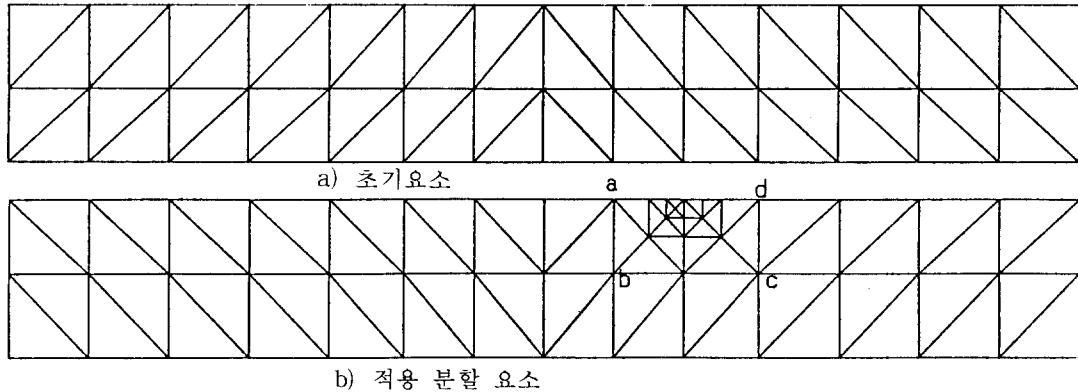


그림 5 초기요소 및 적응 분할 요소망  
Fig. 5 The initial mesh and adaptive refined mesh.

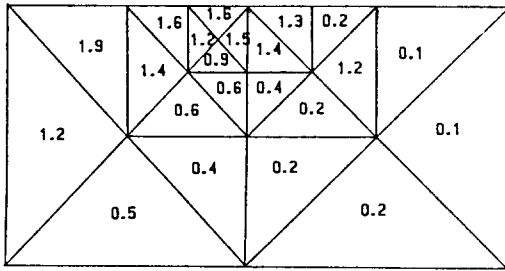
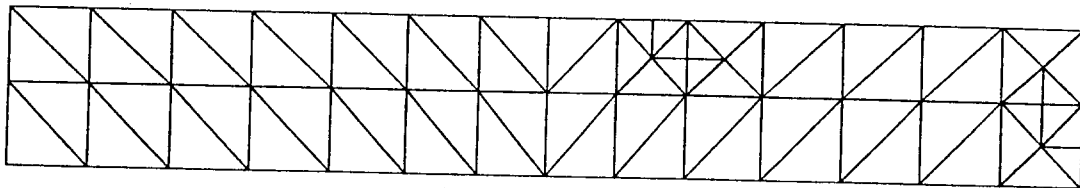
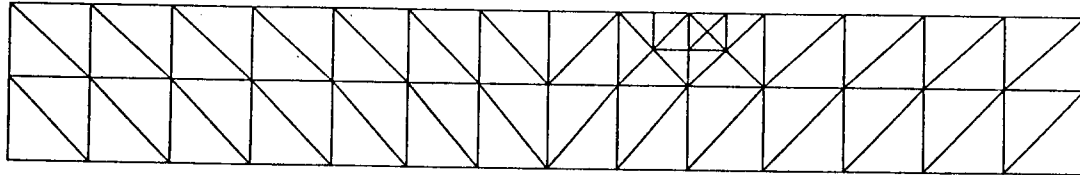


그림 6 영역 a-b-c-d 내 요소의 m값  
Fig. 6 The adaptively refined elements and its m values.

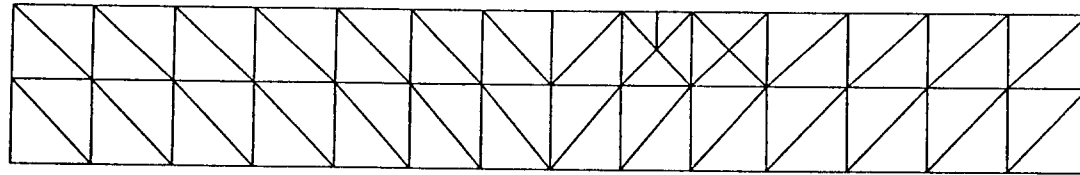
분할의 기준도 달라지게 된다. 초기해가 나쁜 경우라 하여도 적절한 적응분할로서 해의 수렴성은 확보할 수 있지만 이때 필요없는 요소분할로 인하여 계의 차수가 높아져 계산시간을 낭비하게 되므로 계산효율이 떨어지게 된다. 그러므로 초기해의 설정이 적응요소분할을 적용한 경우에도 매우 중요하다고 할 수 있다. 그러나 모든 모델에 대하여 최적의 초기해를 쉽게 찾을 수는 없으므로 가능한 몇가지 경우에 대하여 적응 분할법의 분할 추이를 알아보았다.



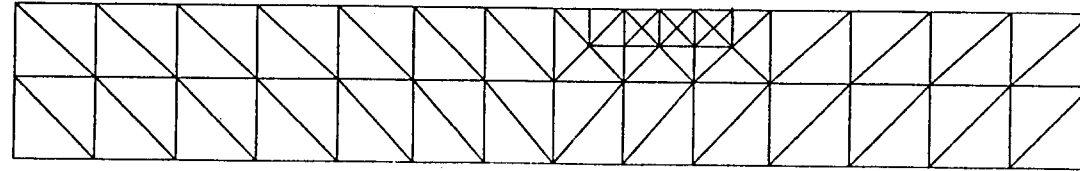
a) 電極部 bias 上昇 1



b) 電極部 bias 上昇 2



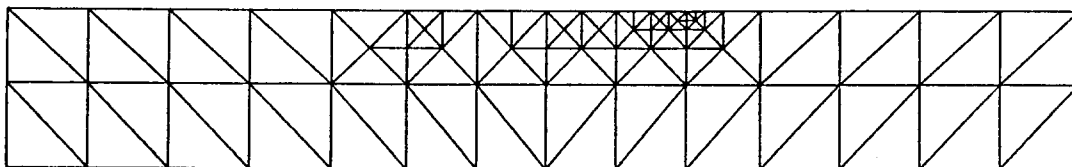
c) Laplacian 分布에 의한 上昇



d) 比例 上昇

그림 7 초기해 설정방법에 따른 적응요소 분할 추이

Fig. 7 The adaptive meshes according to the various initial solutions.



a)  $V_0 = 0.05 \text{ V}$  인 경우

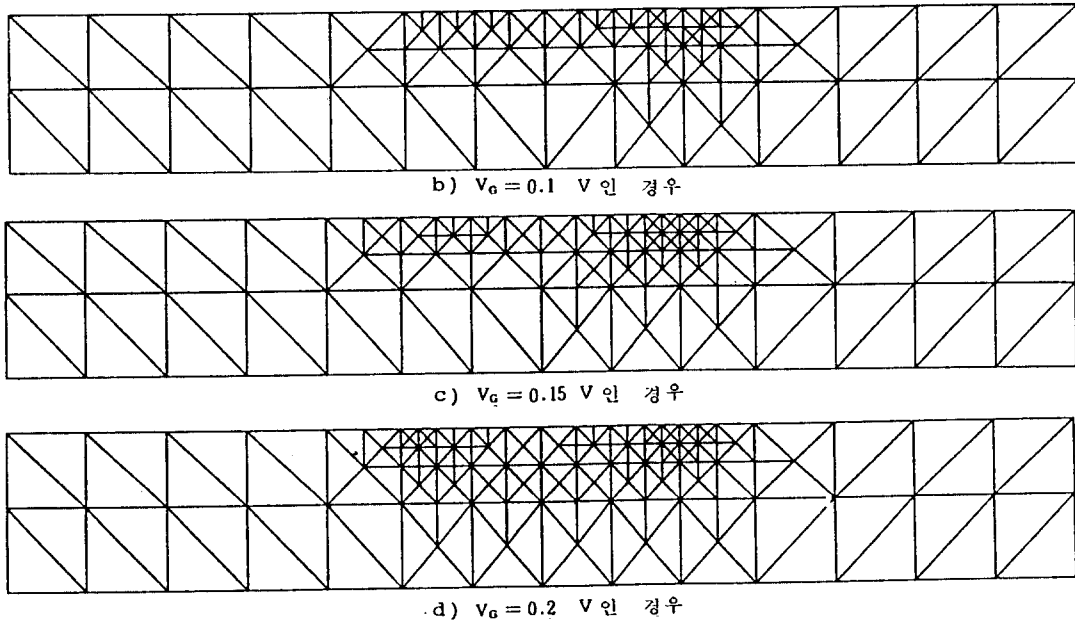


그림 8 bias 상승에 따른 적응요소분할 추이  
 Fig. 8 The adaptive mesh according to bias elevation.

그림 7에 여러가지 초기해에 대한 분할결과가 나타나 있다. 그림 7-a)는 보통 많이 사용되는 경우로서 정상 상태(Thermal equilibrium)에서 Bias가 걸린 전극부분의 변수값만 상승시킨 경우이다. 이때는 초기에 전극(Drain) 부위의  $\nabla(\Phi - \phi_n)$  값이 매우 크게 되므로 전극 부위가 먼저 분할되었던 것을 알 수 있으며 계산이 진행됨에 따라 gate부근의 요소가 다시 분할되는 것을 볼 수 있다. 이때  $m$ 의 값은 전 단계의  $\phi_n$ 의 값에만 의하여 산출되므로 gate 부근은 전절에 비하여 비교적 적게 분할된 것을 알 수 있다. 이러한 방법을 사용한 경우는 계산 종료후에 필요없이 분할된 요소를 소거시키는 것이 필요하다. 그림 7-b)는 a)와 같은 방법을 사용하되 전위값이 수렴된 후에 초기해에 대한  $\Phi, \phi_n$ 의 변화량을  $\Phi, \phi_n$ 에 추가시켜 새로운 bias의 초기 해로 설정한 경우이다. 이 경우는 전극 부위의 불필요한 분할이 완화됨을 알 수 있지만 한꺼번에 높은 전위로 올라가는 경우에는 a)의 경우와 마찬가지로 결과 나타났다. 그림 7-c)는 전극의 bias를 올릴때 우선 각각의 경계 조건을 그대로 갖는 상태에서 Laplace 방정식만을 풀어서 그 분포도를  $\Phi$ 와  $\phi_n$ 에 추가하여 bias 상승에 따른 초기해로 준 경우이다. 이 경우 비교적 분할 영역을 제대로 찾아가고 있으나 Laplacian의 해가 공간적으로 평활(smooth)하게 분포하므로 한꺼번에 높은

전위로 올라가는 경우 전 영역에 대하여 넓은 요소 분할이 일어날 수가 있다. 그림 7-d)는 초기 요소망에서 발산이 없는 정도의 미소변위량 만큼의 bias전위를 올려 계산하고 이의 변화량을 비례적으로 연산하여 초기해로 준 경우이다. 이 경우가 비교적 요소 분할이 필요 부위에 잘 집중됨을 알 수 있으며 계산상 효율도 좋았다. 이상의 경우에서 적응요소분할의 추이는 초기해의 설정에 깊은 관계가 있음을 알 수 있었다.

다. 전류-전압 곡선

소자의 전류특성을 계산하기 위하여 Drain 및

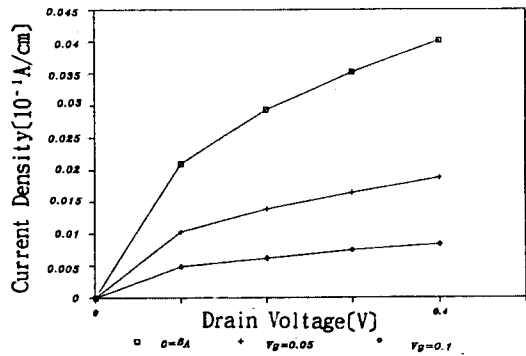
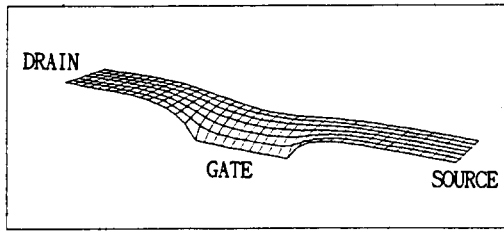


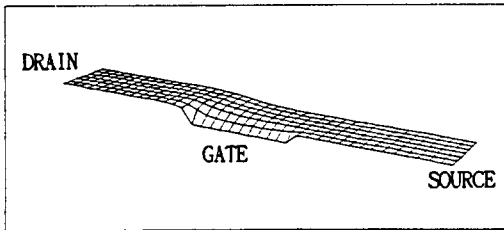
그림 9 전류-전압 특성 곡선  
 Fig. 9 Current-Voltage characteristic curves.



Gate에 bias를 걸어 임의의 단면에서 전류를 계산하였다. Bias  $V_D = 0.1V$  인 경우의 요소분할 예가 그림 8에 나타나 있다. bias가 올라감에 따라 요소 분할은 더욱 심화 되었으나 필요 영역에만 집중되기 때문에 전체 요소수 및 미지수 양에서는 많은 이득이 있다. Drain과 Gate에 bias를 변화시켜 얻은 전류-전압 곡선이 그림 9에 나타나 있다. 그림 10에 본 프로그램에서 얻은 전위 및 준페르미 포텐셜에 대한 분포도가 나타나 있다.



a) 전위 분포도 ( $V_G = 0.1V$   $V_D = 0.1V$ )



b) 준페르미포텐셜 분포도 ( $V_G = 0.1V$   $V_D = 0.1V$ )

Fig. 10 The magnitude distributions of electrical potential and quasi-Fermi potential.

### 6. 결 론

본 연구에서는 반도체 문제의 유한요소해석에서 전류연속방식의 안정성을 고찰함으로써 반도체소자 해석시 해의 수렴에 필요한 요소 크기의 收斂臨界値를 도출하였으며 이를 적응요소분할법으로 구현하여 임의의 초기 요소망과 초기치에 대해서도 자동적으로 해의 수렴을 얻을 수 있는 적응해석 프로그램을 개발하였다. 事例研究로서 GaAs MESFET 모델을 해석해 본 결과 임의의 초기치에 대해서도 강인한 수렴성을 얻을 수 있었으며 요소 분할이 필요한 부위에만 집중됨으로써 비교적 적은 수의 요소만으로도 해를 얻을 수 있음을 확인하였다. 그러므로 본 프로그램은 반도체 수치해석에 매우 유용할 것이라 사료된다.

표 1 표준화 인자  
Table 1 Normalization factor table

명 칭	Symbol	Normalization Factor
좌표(position coordinate)	x, y	$L_d = (\epsilon V_i / q n_i)^{1/2}$
시간좌표(time coordinate)	t	$L_d^2$
전위(electric potential)	$\phi$	$V_i = qT/q$
준페르미포텐셜(quasi-Fermi potential)	$\phi_n, \phi_p$	$V_i$
캐리어 밀도(carrier density)	n, p	$n_i$
donor, acceptor 밀도	$N_D, N_A$	$n_i$
전류밀도(current density)	J, J_n, J_p	$-q n_i / L_d$
생성도, 재결합도(generation, recombination rate)	G, R	$n_i / L_d^2$
확산상수(diffusion constant)	$D_n, D_p$	1
이동도(mobilities)	$\mu_n, \mu_p$	$1/V_i$

표 2 기호 정의  
Table 2 Definition of symbols.

기호	정 의	단위
$\phi$	정전장 전위 (electric potential)	Volt
$\phi_n, \phi_p$	준 페르미 포텐셜 (quasi-Fermi potential)	Volt
n, p	캐리어 농도 전자, 정공 (carrier density)	$cm^{-3}$
$N_D$	도유니 밀도 (donor density)	$cm^{-3}$
$N_A$	억셉터 밀도 (acceptor density)	$cm^{-3}$
G, R	생성, 결합 계수 (generation, recombination rate)	$cm^2 sec^{-1}$
q	전하값 (magnitude of electric charge)	C
$\epsilon$	반도체 유전율 (semiconductor permittivity)	F/cm
$\mu_n, \mu_p$	이동도 (mobility)	$cm^2 sec^{-1} V^{-1}$

※본 연구는 학술진흥재단 연구비로서 수행된 것을 알리며 아울러 동 재단에 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

1. R. Guerrier and M. Rudan, "Optimization of the Finite-Element Solution of the Semiconductor-Device Poisson Equation", IEEE ED, Vol. 30, No. 9, Sep. 1983 pp 1097-1103
2. C. S. Rafferty, M. R. Pinto, R. W. Dutton, "Iterative Methods in Semiconductor Device Simulation", IDDD CAD, Vol. 4, No. 4, Oct. 1985 pp. 462-471
3. S. P. Edwards, K. De Meyer, Ph. De Wilde, "Adaptive meshing applied to a two-dimensional device simulator", in Fundamental Research on the Numerical Modelling of Semiconductor Devices and Processes, J. J. Miller (ed.), Dublin, Boole Press, 1987
4. A. J. Davies, The Finite Element Method : A First Approach, Clarendon Press, 1980.
5. M. C. Rivara, "Algorithms for refining tri-

angular grids suitable for adaptive and multi-grid techniques.", I. J. N. M. E., V. 20, No. 4, pp 745-756, 1984.

6. K. Yamaguchi, S. Asai, H. Kodera, "Two-dimensional numerical analysis of stability criteria of GaAs FET's.", IEEE Trans Electron Devices, V. 23, No. 12, pp 1283-1289 Dec. 1976

7. P. R. H. Riemenschneider, K. L. Wang, "A Finite Element Program for Modeling Transient Phenomena in GaAs MESFET's.", IEEE Trans, Electron Devices, V. 30, No. 9, SEP. 1983

8. S. E. Laux, R. J. Lomax, "Numerical investigation of Mesh Size Convergence Rate of the Finite Element Method in MESFET Simulation.", Solid State Electronics, V. 24, PP 485-493, 1981

9. T. Arnorg, "Mesh refinement strategies and applications to device simulation.", in NASECODE V, J. J. Miller (Eds.), Dublin, Boole Press, pp 124-129, 1987

10. 崔 旻, "有限要素法에 의한 半導體 素子 解析의 安定化에 관한 研究" 産業技術研究 제 9집, 江原大學校 産業技術研究所, pp. 109-117, 1989.

11. J. G. Shaw, MANIFEST User's Guide, Version 1.8, Manitoba Univ, Manitoba,

著者紹介



최 경

1958년 4월 30일생, 1981년 서울대학교 공과대학 전기공학과 졸업. 1983년 서울대학교 대학원 석사. 1988년 서울대학교 대학원 박사. 현재 강원대학교 공과대학 전자공학과 조교수