

# Min-Max형 동적 반응 최적화 문제의 직접 처리기법

## A Direct Treatment of Min-Max Dynamic Response Optimization Problems

박 홍 수\* 김 중 관\* 최 동 훈\*\*  
H. S. Park, J. K. Kim, D. H. Choi

### ABSTRACT

A direct treatment of the min-max type objective function of the dynamic response optimization problem is proposed. Previously, the min-max type objective function was transformed to an artificial design variable and an additional point-wise state variable constraint function was imposed, which increased the complexity of the optimization problem. Especially, the design sensitivity analysis for the augmented Lagrangian functional with the suggested treatment is established by using the adjoint variable method and a computer program to implement the proposed algorithm is developed. The optimization results of the proposed treatment are obtained for three typical problems and compared with those of the previous treatment. It is concluded that the suggested treatment is much more efficient in the computational effort than the previous treatment with giving the similar optimal solutions.

주요기술용어 : Dynamic Response Optimization(동적반응 최적화), Min-Max Objective(Min-Max형 목적 함수), Sensitivity Analysis(설계민감도해석), Multiplier Methods(Multiplier방법)

### 1. 서 론

정적 최적설계 문제와는 달리 동적 시스템의 과도 응답을 고려하여야 하는 가장 일반적인 최적설계 문제는 목적함수 및 구속조건이 설계 변수와 상태변수 및 시간의 음함수(implicit function)로 나타나는데, 이러한 함수의 처리 방법과 설계 민감도 해석은 비교적 까다롭다. 이 중 시간 종속적인 구속조건을 처리하는 기법으로는, 임의의 설계 시간 구간을 많은 절점으로 나눈 후

각 시간 절점에서의 조건을 독립적인 구속조건으로 취급하는 방법<sup>1,2,3)</sup>과 1979년 Arora와 Haug가 제안한 등가 범함수로 변환하는 방법<sup>4)</sup>, 1984년 Hsieh와 Arora가 제안한 각각의 국부 최대점에서의 구속조건으로 변환하여 처리하는 worst-case treatment 기법<sup>5)</sup>, 1985년 Hsieh와 Arora가 제안한 국부최대점을 포함하는 sub-domain에서의 적분형태로 변환하는 sub-domain treatment 기법<sup>6)</sup>, 국부최대점 근처의 시간 절점에서의 구속조건으로 변환하여 처리하는 bracket

\* 한양대학교 대학원 기계설계학과

\*\* 정회원, 한양대학교 기계설계학과

treatment 기법이 있는데, 이들은 최적화 기법 중 직접 방법(direct method)을 겨냥한 기법들이다. 그리고, 1989년 Paeng과 Arora는 변환 방법(transformation method)중의 하나인 multiplier 방법을 이용함으로써 설계 시간 구간에 걸쳐 모든 시간 종속적인 구속조건을 합하여 가함수로 처리하는 방법을 제시하였다.<sup>7)</sup>

이러한 함수에 대한 설계 민감도 해석 방법에는 직접 미분(direct differentiation)방법과 보조 변수(adjoint variable)방법이 있는데, 직접 미분 방법은 많은 기억용량을 필요로 하지는 않지만 설계변수의 수만큼 상태 방정식을 풀어야 하는 반면에, 보조 변수 방법은 많은 기억용량을 필요로 하지만 한번의 상태 방정식만을 풀면 되는 장점을 가지고 있다.

목적함수 중 min-max형의 목적함수를 처리하는 기존의 방법은 이 목적함수를 인위 설계변수로 치환하고 여기에 목적함수에 관한 구속조건을 부가하여 처리하는 것이나, 이러한 방법은 항상 active한 구속조건을 추가시키며 설계변수가 하나 늘어나는 현상을 유발시키므로 최적화 문제의 복잡도를 높이는 단점을 갖고 있다.

이와 같은 단점을 제거함으로써 효율을 향상시키기 위하여 본 논문에서는 목적함수의 처리 방법으로 기존의 변환 처리 방법 대신 min-max 형태의 목적함수를 직접 처리하는 기법을 제안하며, 이를 위한 설계 민감도 해석법을 보조 변수 방법을 사용하여 정립하고자 한다. 또한 시간 종속적인 구속조건의 처리 방법으로 1989년 Paeng과 Arora가 제안한 multiplier 방법을 적용한 개념을 사용한 최적화 프로그램을 개발한 후, 대표적인 예제들에 적용하여 목적함수의 변환 처리(transformation treatment) 기법과 직접 처리(direct treatment) 기법을 비교함으로써 본 논문에서 제안한 직접 처리 기법의 유효성을 보이고자 한다.

## 2. Min-max형 동적 반응 최적화 문제

### 2.1 최적화 문제 정의

지배 방정식이 미분 방정식으로 구성되는 동

적 시스템의 과도 응답에 관한 최적설계 문제 중 목적함수가 최대 동적 반응으로 설정된 경우에 있어서의 일반적인 수학적 모델을 기술하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize } \psi_0(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t) = \max_{t \in [0, T]} f_0(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t), \quad (1)$$

subject to the state equation of the system

$$P(\mathbf{b})\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f}(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

$$\mathbf{z}(0) = \mathbf{z}^0,$$

and the constraints

$$\psi_i(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t) \leq 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad i = 1; m \quad (3)$$

$$b_k^l \leq b_k \leq b_k^U, \quad k = 1, n \quad (4)$$

여기서,  $\mathbf{b}$ 는 설계변수벡터,  $\mathbf{z}$ 는 상태변수벡터,  $\dot{\mathbf{z}}$ 는 상태변수의 시간 변화율벡터,  $P(\mathbf{b})$ 는 설계변수의 함수인 관계 행렬,  $\mathbf{f}(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t)$ 는 외력벡터,  $\mathbf{z}^0$ 는 상태변수의 초기 조건벡터,  $T$ 는 설계 시간 영역,  $\psi_0(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t)$ 는 최대 동적 반응으로 설정된 목적함수,  $\psi_i(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t)$ 는 시간 종속적인 구속조건,  $b_k^l, b_k^U$ 는 설계변수의 하한치 및 상한치이다. 또한 식 (2)는 2계 미분 방정식의 형태로 표현되는 동적 시스템의 운동 방정식을 1계 미분 방정식으로 변환한 것이다.

위와 같은 형태의 최적설계 문제에서 식 (1)의 목적함수 및 식 (3)의 시간 종속적인 구속조건의 처리 방법과 설계 민감도 해석이 동적 최적설계 수행의 관건이 된다.

### 2.2 목적함수의 처리 방법

목적함수가 식 (1)과 같이 설계 시간 구간  $[0, T]$ 에서의 최대 동적 반응으로 설정된 경우에, 기존의 연구에서는 인위 설계변수  $b_{n+1}$ 을 도입하여 식 (5)와 같이 목적함수를 설계변수만의 함수로 정의하고 식 (6)과 같은 시간 종속적인 구속조건을 부가적으로 식 (3)에 첨가하여 처리하였다.

$$\psi_0 = b_{n+1} \quad (5)$$

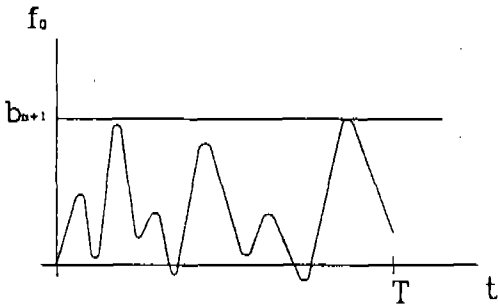


Fig.1 Graphical description of the transformation treatment

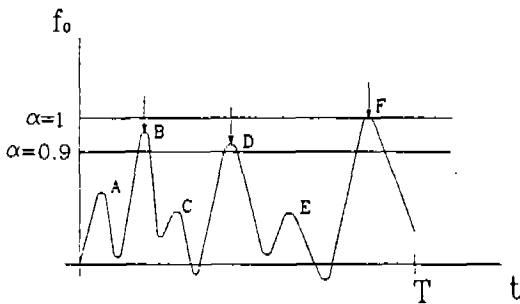


Fig.2 Graphical description of the direct treatment

$$f_0(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t) - b_{n+1} \leq 0, \quad 0 \leq t \leq T \quad (6)$$

이러한 방법은 Fig.1에서 보는 바와 같이 인위 설계변수  $b_{n+1}$ 을 의미하는 하나의 선을 설정하고 이 선을 최소화하면서 식 (6)의 목적함수에 관한 구속조건이 이 선을 넘어서지 않도록 한다는 개념이다.

그러나, 이러한 방법은 설계변수와 구속조건의 수를 각각 하나씩 증가시키므로 문제를 더 복잡하게 만든다는 점외에도, 새로이 추가된 구속조건은 항상 active하기 때문에 이를 만족시키기 위하여 더 많은 반복 횟수가 요구되는 단점이 있다.

그러므로 본 논문에서는 Fig.2에서 보는 바와 같이 목적함수의 국부최대값들(A, B, C, D, E, F)을 이 중 가장 큰 값(F)으로 나눈 값을 지수로 설정하고,  $\alpha$ 이상의 지수를 갖는 국부최대점에서의 목적함수를 동시에 최소화한다는 개념<sup>5)</sup>을

도입하였다. 즉  $\alpha=0$ 이면 모든 국부최대점(A, B, C, D, E, F)이 고려되며,  $\alpha=1$ 이면 단지 국부최대점 중 가장 큰 값(F)만 고려되며, Fig.2에서 처럼  $\alpha=0.9$ 이면 국부최대점들 중 단지 B, D, F만이 고려된다는 것을 의미한다.

### 2.3 가함수의 구성

시간 종속적인 구속조건의 처리 기법으로는 1장에서 언급한 바와 같이 여러 가지 기법들이 존재하지만, 본 연구에서는 모든 구속조건을 하나의 범함수로 변환하는 multiplier 방법 중 Imai가 제안한 방법<sup>8)</sup>을 사용하여 시간 종속적인 구속조건을 처리하였다.<sup>7)</sup> 그러므로, 2-2절에서 제안한 min-max형 목적함수의 직접 처리 기법을 사용할 경우 가함수의 구성은 식 (7)과 같다.

$$A(\mathbf{b}, \mathbf{z}, \theta, \mathbf{r}) = \max f_0(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t) + \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{i=1}^m r_i \{ [\psi_i(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t) + B_i(t)]^{+2} - \theta_i(t)^2 \} dt \quad (7)$$

여기서,  $A(\mathbf{b}, \mathbf{z}, \theta, \mathbf{r})$ 는 가함수,  $r_i$ 는 벌칙 계수,  $\theta_i(t) = \mu_i(t)/r_i$ ,  $\mu_i(t)$ 는  $i$ 번째 구속조건에 관한 라그랑지 승수 함수,  $[\cdot]^+ = \text{maximum}[\cdot, 0]$ 로 정의한다.

이 방법은, 최적화 기법 중 직접 방법(direct method)이 계산 시간이 많이 소요되는 설계 민감도 해석을 각각의 구속조건 함수에 대하여 일일이 따로 하여야 하는데 비하여, 단지 가함수 하나에 대하여만 설계 민감도 해석을 필요로 하므로 효율적이다. 특히 각 구속조건에 대한 라그랑지 승수값이 시간 종속적이므로 최적화 이론 및 실행상 어려움이 없다는 장점을 갖는다.

### 3. 설계 민감도 해석

설계 민감도는 해석 방법에는 1장에서 언급한 바와 같이 두가지 방법이 존재하지만 본 논문에서는 그 중 효율적인 보조 변수 방법을 사용하여 식 (7)의 가함수에 대한 설계 민감도 해석을 수행하였다. 2-2절에서 제안한 바와 같은 목적

함수의 모든 국부최대점 중  $\alpha$ 값 이상을 갖는 국부최대점들을 고려하여 목적함수를 다시 표현하면 식 (8)과 같다.

$$\psi_0(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t) = \sum_{j=1}^k \int_0^T f_0(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t) \delta(t-t^j) dt \quad (8)$$

여기서는  $p$ 는 목적함수의 국부최대점 중  $\alpha$ 값 이상을 갖는 국부최대점의 갯수이며,  $t^j$ 는  $\alpha$ 값 이상을 갖는 국부최대점 중  $j$ 번째 국부최대점에서의 시간 절점이다. 또한,  $\delta(t-t^j)$ 는 Dirac delta 함수이다. 그러므로 식 (8)의 가함수는

$$\begin{aligned} A(\mathbf{b}, \mathbf{z}, \theta, r) &= \sum_{j=1}^k \int_0^T f_0(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t) \delta(t-t^j) dt \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{i=1}^m r_i \{[\psi_i(\mathbf{b}, \mathbf{z}, t) + B_i(t)]^2 \\ &- \theta_i(t)^2\} dt \end{aligned} \quad (9)$$

와 같이 구성된다. 이를 설계변수에 대하여 전미분하면 식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dA}{d\mathbf{b}} &= \sum_{j=1}^k \int_0^T \left( \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{b}} + \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{z}} \frac{d\mathbf{z}}{d\mathbf{b}} \right) \delta(t-t^j) dt \\ \int_0^T \sum_{i=1}^m r_i [\psi_i + \theta_i]^2 &+ \left\{ \frac{\partial \psi_i}{\partial \mathbf{b}} + \frac{\partial \psi_i}{\partial \mathbf{z}} \frac{d\mathbf{z}}{d\mathbf{b}} \right\} dt \end{aligned} \quad (10)$$

또한, 상태 방정식인 식 (2)에 대하여 설계변수에 대한 전미분을 취하면 식 (11)과 같이 표현된다.

$$P \frac{d\mathbf{z}}{d\mathbf{b}} - \frac{\partial f}{\partial \mathbf{z}} \frac{d\mathbf{z}}{d\mathbf{b}} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{b}} - \frac{\partial(P\dot{\mathbf{z}})}{\partial \mathbf{b}} \quad (11)$$

이제, 임의의 보조 변수 벡터  $\lambda(t)$ 를 도입하여 식 (11)의 양변에 곱한 후, 이를 전 설계 시간 구간에서 시간에 대하여 적분하면 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned} \int_0^T \lambda^T \left( P \frac{d\mathbf{z}}{d\mathbf{b}} - \frac{\partial f}{\partial \mathbf{z}} \frac{d\mathbf{z}}{d\mathbf{b}} \right) dt \\ = \int_0^T \lambda^T \left[ \frac{\partial f}{\partial \mathbf{b}} - \frac{\partial(P\dot{\mathbf{z}})}{\partial \mathbf{b}} \right] dt \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, 상첨자  $T$ 는 전치(transpose)를 의미한다. 식 (12)의 좌변의 첫항을 부분 적분하면 식 (13)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \lambda^T P \frac{d\mathbf{z}}{d\mathbf{b}} \Big|_0^T - \int_0^T \left[ \lambda^T P + \lambda^T \frac{\partial f}{\partial \mathbf{z}} \right] \frac{d\mathbf{z}}{d\mathbf{b}} dt \\ = \int_0^T \lambda^T \left[ \frac{\partial f}{\partial \mathbf{b}} - \frac{\partial(P\dot{\mathbf{z}})}{\partial \mathbf{b}} \right] dt \end{aligned} \quad (13)$$

그런데,  $d\mathbf{z}(0) = \mathbf{0}$ 이므로,  $\lambda(T) = \mathbf{0}$ 이라고 정의함으로써 식 (13)의 첫 항을 소거할 수 있다. 이제 보조 변수 벡터  $\lambda(t)$ 를 식 (14)와 같이 말기 조건이 주어진 연립 미분 방정식을 만족하는 해로 정의하기로 한다.

$$\begin{aligned} P^T \dot{\lambda} + \left[ -\frac{\partial f}{\partial \mathbf{z}} \right]^T \lambda &= \sum_{i=1}^m r_i [\psi_i + \theta_i]^2 + \left\{ \frac{\partial \psi_i}{\partial \mathbf{z}} \right\}^T \\ &+ \sum_{j=1}^k \left\{ \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{z}} \right\}^T \delta(t-t^j) \\ \lambda(T) &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (14)$$

이제, 식 (10), 식 (13) 그리고 식 (14)를 결합하면 식 (15)와 같은 가함수의 설계 민감도를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dA}{d\mathbf{b}} &= \sum_{j=1}^k \left[ \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{b}} \right]_{t^j} \\ &+ \int_0^T \left\{ \sum_{i=1}^m r_i [\psi_i + \theta_i]^2 + \frac{\partial \psi_i}{\partial \mathbf{b}} \right. \\ &\left. - \lambda^T \left[ \frac{\partial f}{\partial \mathbf{b}} - \frac{\partial(P\dot{\mathbf{z}})}{\partial \mathbf{b}} \right] \right\} dt \end{aligned} \quad (15)$$

그러므로, 최적화 기법으로 multiplier 방법을 사용한 동적 반응 최적설계에서 요구되는 가함수  $A(\hat{b}, z, \theta, r)$ 에 대한 설계 민감도 해석은 adjoint equation인 식 (14)의 연립 미분 방정식을 풀어서 보조 변수인  $\lambda(t)$ 를 각 시간 절점에서 구하고 이를 식 (15)에 대입함으로써 구할 수 있다.

한다. 이로 부터 구하여진 설계 민감도를 이용하여 가함수를 최소화하는 최적해를 구한 후 수렴여부를 판정한다. 수렴조건을 만족시키지 못할 경우에는 라그랑지 승수값과 벌칙계수값을 개선하여 새로운 가함수를 구성한 후 전술한 과정을 반복한다.

#### 4. 최적화 알고리즘

#### 4.2 알고리즘 실행시 고려사항

##### 4.1 Multiplier 방법을 적용한 알고리즘

Fig.3의 알고리즘을 실제로 적용할 때, 각 단계에서 고려하여야 할 사항은 다음과 같다. 사용된 전산기 기종은 IBM RISC/6000 320H이다.

Multiplier 방법을 적용한 동적 시스템을 위한 최적화 알고리즘의 개략적인 흐름도는 Fig.3과 같이 나타낼 수 있다.

- $\theta_i(t)$ 의 초기값은 0으로 취하였다.
- $\theta_i(t)$ 의 개선규칙(update rule)은 식 (16)과 같다.

$$\theta_i(t) = \theta_i(t) + \max[\psi_i(\hat{b}, z, t), -\theta_i(t)] \quad (16)$$

Fig.3에서 볼 수 있는 바와 같이 초기의 설계 변수 및 라그랑지 승수와 벌칙계수가 설정되면 이에 따른 가함수를 구성한다. 이제 주어진 시스템의 운동 방정식을 해석하여 상태변수를 구하고, 이를 사용하여 설계 민감도 해석을 수행

- 각 구속 조건에 대한 scaling factor는 식 (17)과 같이 설정한다.<sup>9)</sup>

$$c_i = \frac{|\psi_0(\hat{b} + \Delta\hat{b}) - \psi_0(\hat{b})|}{|\psi_i(\hat{b} + \Delta\hat{b}) - \psi_i(\hat{b})|} \quad (17)$$

- 벌칙 계수의 초기치는 1로 취하였다.
- 벌칙 계수값을 증가시키기 위한 승수  $\beta$ 는 일반적으로 2에서 10사이의 값으로 선정되며 일반적으로 비선형성이 심한 최적화 문제일수록 작은 값을 취한다.
- Unconstrained minimization 기법으로는 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 방법을 사용하였다.
- 가함수의 구성시 벌칙함수가 적분 형태로 나타나는데, 이를 풀기 위하여 Romberg integration을 사용하였다. 이 경우 시간 절점 이외에서의 상태변수값이 필요하기 때문에 내삽법이 필요하게 된다. 내삽법으로는 not-a-knot condition을 사용한 cubic spline 내삽법을 적용하였다.
- 식 (14)의 adjoint equation을 풀 경우, 시간 절점이외의 구속조건과 라그랑지 승수값을 필요로 하기 때문에 내삽법이 사용된다.

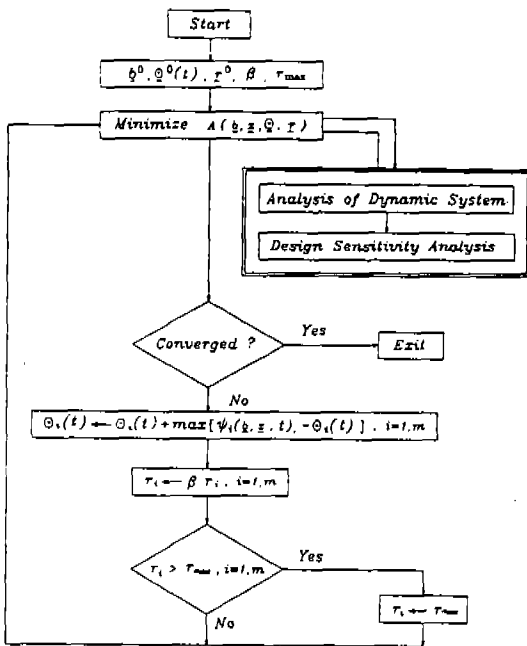


Fig.3 Algorithm of a method of multiplier for the dynamic response optimization

- 설계변수의 상·하한치에 대한 구속조건은 선탐색(line search)에서 처리하였다.
- 상대 방정식을 풀기 위하여 주어진 절대 오차는  $10^{-7}$ , 상대 오차는  $5 \times 10^{-7}$ 으로 설정하였으며, adjoint equation을 풀기 위하여 주어진 절대 오차는  $10^{-6}$  그리고 상대 오차는  $5 \times 10^{-6}$ 으로 설정하였다.

5. 예제를 통한 검증

제안된 방법의 결과를 고찰하고 이 결과를 원래의 목적함수를 인위 설계변수로 치환하는 방법에 의한 결과와 비교하기 위하여 다음 3가지 대표적인 예제에 이를 적용하였다.

<예제 1> 1자유도 비선형 충격 완충기<sup>4)</sup>

이 시스템은 Fig.4에서 보는 바와 같이 질량과 비선형 특성을 갖는 스프링 및 댐퍼로 구성되어 있으며, 스프링과 댐퍼 상수를 설계변수로 취하였다. 이 장치가 시간  $t=0$ 에서 장애물에 초기 속도  $v_0$ 로 부딪힐 때, 질량의 최대 가속도를 최소화하는 스프링과 댐퍼 상수를 결정하는 문제이다. 설계변수의 초기치는  $[0.5, 0.5]$ 이고, 설계 시간 구간  $T=6$ 초, 시간 절점수는 1200개로 하였다. 또한, 벌칙 계수를 증가시키기 위한 승수  $\beta$ 는 3으로 설정하였으며,  $\alpha=1$ 을 사용하였다. 실행 결과 표 1에서 보는 바와 같이 거의 유사한 최적해를 얻기 위하여 설계 민감도 계산 횟수는 약 81%, 함수 계산 횟수는 약 46% 감소하였으며 CPU 시간은 약 85% 정도 감소하였다.

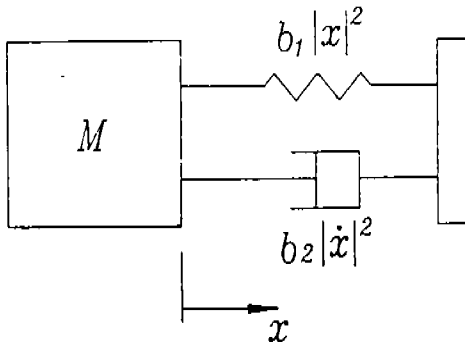


Fig.4 Single degree of freedom nonlinear impact absorber

Table 1. Comparison of the results of test problem 1

|               | 변환처리   | 직접처리   |
|---------------|--------|--------|
| b1            | 0.5932 | 0.5921 |
| b2            | 0.6010 | 0.6013 |
| b3            | 0.5935 |        |
| 목적함수값         | 0.5935 | 0.6013 |
| 설계민감도계산횟수     | 36     | 7      |
| 함수계산횟수        | 150    | 81     |
| CPU time(sec) | 837    | 123    |

<예제 2> 2자유도 선형 진동 절연기<sup>4)</sup>

Fig.5에서 도시한 바와 같이 주질량에 가진 주파수가 주어졌을 때, 두 개의 steady state 구속조건과 두 질량사이의 상대 변위에 관한 구속조건을 만족시키면서 주질량의 최대변위를 최소화하는 스프링 상수와 댐퍼 상수를 결정하고자 한다. 설계변수로는 댐퍼질량과 주질량의 고유진동수의 비( $b_1$ )와 댐핑비( $b_2$ )로 설정하였으며, 설계변수의 초기치는  $[1.6, 0.02]$ 이고 제한치는 각각  $[10^{-4}, 2.0], [10^{-6}, 0.1678]$ 이다. 설계 시간 구간  $T=2$ 초, 시간 절점수는 1000개로 하였다. 또한, 벌칙 계수를 증가시키기 위한 승수  $\beta$ 는 10으로 설정하였으며,  $\alpha=0.95$ 를 사용하였다. 실행 결과 표 2에서 보는 바와 같이 거의 유사한 최적해를 얻기 위하여 설계 민감도 계산 횟수는 약 67%, 함수 계산 횟수는 약 68% 감소하였으며 CPU 시간은 약 89%정도 감소하였다.

Table 2. Comparison of the results of test problem 2

|               | 변환처리   | 직접처리   |
|---------------|--------|--------|
| b1            | 0.3470 | 0.3597 |
| b2            | 0.0165 | 0.0184 |
| b3            | 2.3422 |        |
| 목적함수값         | 2.3422 | 2.3754 |
| 설계민감도계산횟수     | 39     | 13     |
| 함수계산횟수        | 147    | 47     |
| CPU time(sec) | 2415   | 269    |

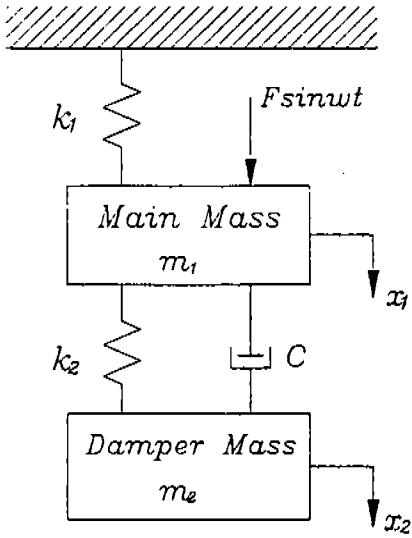


Fig. 5 Two degree of freedom dynamic absorber

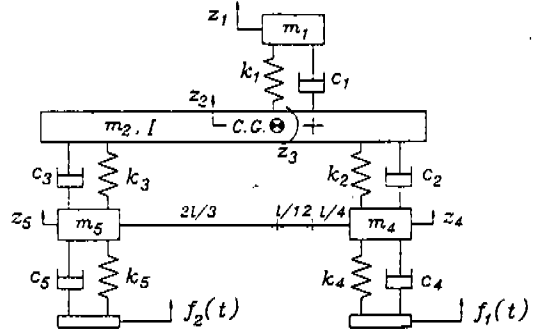


Fig. 6 Five degree of freedom vehicle model

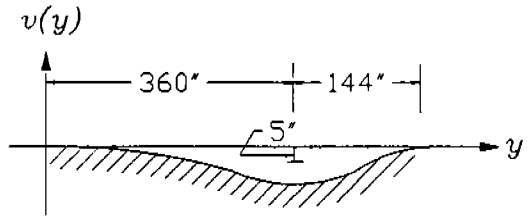


Fig. 7 Road surface profile

Table 3. Comparison of the results of test problem 3

|               | 변환처리   | 직접처리   |
|---------------|--------|--------|
| b1            | 50.00  | 50.00  |
| b2            | 221.54 | 200.11 |
| b3            | 276.01 | 277.93 |
| b4            | 49.94  | 50.00  |
| b5            | 76.26  | 76.87  |
| b6            | 80.00  | 80.00  |
| b7            | 255.51 |        |
| 목적 함수 값       | 255.51 | 255.13 |
| 설계 민감도 계산 횟수  | 55     | 22     |
| 함수 계산 횟수      | 211    | 83     |
| CPU time(sec) | 4705   | 1275   |

$c_1, c_2, c_3]$ 를 결정하고자 한다. 설계변수의 초기치는  $[100, 300, 300, 10, 25, 25]$ 이고, 설계변수에 대한 상·하한치는  $[500, 1000, 1000, 50, 80, 80]$ ,  $[50, 200, 200, 2, 5, 5]$ 이다. 설계 시간 구간  $T=2.5$  초, 시간 절점수는 1000개로 하였다. 또한, 벌칙 계수를 증가시키기 위한 승수  $\beta$ 는 10으로 설정하였으며,  $\alpha=1$ 을 사용하였다. 실험 결과 표 3에서 보는 바와 같이 거의 유사한 최적해를 얻기 위하여 설계 민감도 계산 횟수는 약 60%, 함수 계산 횟수는 약 61% 감소하였으며 또한 CPU 시간은 약 73% 감소하였다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 동적 반응 최적화 문제에서 설계변수와 상태변수 및 시간의 함수로 나타나는 min-max 형태의 목적함수를 처리하는데 있어서, 인위 설계변수를 도입하여 목적함수를 설계변수만의 함수로 변환하며 인위 설계변수에 대한 시간 종속적인 구속조건을 부가하는 기존의 방법 대신, 원래의 목적함수를 직접 처리하는 기법을 제안하였다. 특히 min-max형 동적 반응

### <예제 3> 5자유도 차량 현가 장치<sup>4)</sup>

Fig.6에서 보는 바와 같은 차량 모델이 Fig.7에 주어진 도로를 450 in/sec의 속도로 통과할 때, 시스템의 상태 방정식과 차체와 운전석, 차체와 전륜 및 후륜, 입력 도로면과 전륜 및 후륜간의 상대 변위에 대한 구속조건들과 설계변수에 대한 제한 조건을 만족하면서 운전석의 최대 가속도를 최소화시킬 수 있는 설계변수  $[k_1, k_2, k_3,$

최적화 문제를 위한 보조 변수(adjoint variable) 방법을 사용한 설계 민감도 해석법을 정립하였으며, 제안된 기법을 실행할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 제안된 기법을 3가지 대표적인 예제에 적용하여 그 결과를 기존의 방법을 사용한 결과와 비교하였다. 비교 결과, 목적함수를 변환하여 처리하는 기법보다 직접 처리하는 기법이 수렴이 도달하기까지의 함수 계산량 및 계산 시간이 크게 감소함을 보임으로써 제안된 직접 처리 기법의 유효성을 입증하였다.

## 후 기

본 연구는 국방 과학 연구소의 기초 연구비 지원(과제번호 ADD-90-5-09)에 의한 결과로 지원에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

1. Sevin, E. and Pilkey, W. D., 1971, Optimum Shock and Vibration Isolation, Monograph No. 6, The Shock and Vibration Information Center, Nara Research, U. S. Department of Defense, Washington, D. C.
2. Wilmert, K. D. and Fox, R. L., 1972, "Optimum Design-of a Linear Multi-Degree of Freedom Isolation System", ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 94, pp.456-471.
3. Afimiwala, K. A. and Mayne, R. W., 1974, "Optimal Design of an Impact absorber", ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 96, pp.124-130.
4. Haug, E. J. and Arora, J. S., 1979, "Applied Optimal Design", Wiley-Interscience, New York.
5. Hsieh, C. C. and Arora, J. S., 1984, "Design Sensitivity Analysis and Optimization of Dynamic Response", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 43, pp.195-219.
6. Hsieh, C. C. and Arora, J.S., 1985, "A Hybrid Formulation for Treatment of Point-Wise State Variable Constraints in Dynamic Response Optimization", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 48, pp.171-189.
7. Paeng, J. K. and Arora, J. S., 1989, "Dynamic Response Optimization of Mechanical Systems with Multiplier Methods", Vol. 111, pp.73-80.
8. Imai, K., Configuration Optimization of Trusses by the Multiplier Method, Ph. D. Thesis, University of California, Los Angeles, 1978.
9. Vanderplaats, G. N., 1984, "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design", McGraw-Hill.