

노크이론 확립을 위한 말단가스 온도 및 압력 경과이력

A Study on the Development of Temperature and Pressure at the End-gas Zone during the Combustion Period to Establish the Knock Theory

이 성 열*, 오 영 일**
S. Y. Lee, Y. E. Oh

ABSTRACT

Present-day there are two of theories which have considerable scientific support to explain the knock phenomenon in S.I. engine, the detonation theory and the autoignition theory.

But they still have some problems to explain effects of knock parameters, i.e., compression ratio, spark timing, mixture quality, engine speed, ect, on knocking process in S.I. engine.

Accordingly, it is essential to find out which is more adequate theory of two and to develop the method of analyzing knock phenomenon, that is the aim of this paper. The Authors develop the method of predicting transient temperature and pressure at the end-gas zone during the combustion period and analyze knocking process by this method based on the knock theories.

The calculated values based on the autoignition theory show reasonably correct relations between knock parameters and knock process but there is no evidence of knock occurred by detonation theory through the calculation according to the all parameters.

The authors find out that the autoignition theory is more adequate than detonation theory to analyze knocking process in S.I. engine.

주요기술용어 : Autoignition theory(자발화 이론) Detonation theory(폭발이론) Knock parameter(노크 인자) Spark timing(점화시기) Mixture quality(혼합기질)

1. 서 론

기술된 기관에서의 노크발생은 말단가스가 대단히 빠른 속도로 타서 고압부를 형성하기 때문이다라는 견해가 보편적으로 받아들여지고

있으며, 이러한 관점에서 현재까지 제안된 노크 이론들은 말단가스가 어떠한 과정에 의하여 노크를 발생시킬 수 있을 정도로 빠르게 연소하게 되는가를 설명하는 데 집중하고 있다.¹⁻⁶⁾

이들 이론들 중에 비교적 타당성이 있는 이

* 정회원, 성균관대학교 기계공학과

** 정회원, 대림전문대학 기계과

론으로서 폭발이론(detonation theory)과 자발화이론(autoignition theory)이 있다.

폭발이론은 연소실 내에 정상화염(spark ignited flame)이 전파하는 동안 정상화염 전면에 충격파가 발생되어 이 충격파가 초음속으로 잔류 미연가스를 점화시키거나, 혹은 정상화염 자체가 detonation 속도로 가속되어 잔류 미연가스를 열점화한다는 이론이다.

자발화이론은 정상화염이 전파하는 동안 밀단가스가 화염전파 및 피스톤 운동에 의하여 고온 고압 상태로 압축됨으로써 밀단가스가 자발화하여 노크가 일어난다는 이론이다.

그러나 이들 두 이론도 노크와 노크변수와의 관계를 설명하는 데 다소 의문점을 갖고 있다.

폭발이론은 기구 자체의 의문점이 있으며⁷⁾, 연료의 구조, 연료의 크기 및 반노크제와 노크와의 관계 설명에서 자발화이론에 비하여 약하다.

자발화이론은 노크와 노크변수 사이의 관계를 정성적으로는 잘 설명하고 있으나, 정량적으로는 다소 의문점이 있다. 즉, 실제 노킹 사이클에서 점화로부터 노크가 발생되는 시기까지의 기간과 미연가스가 자발화하는 데 경과되어야 하는 점화지연기간을 측정된 연소실 내 압력 및 온도로부터 구한 값 사이에 상당한 차이를 보이고 있다.^{7,8)}

따라서 아직 어느 이론이 옳은가에 대한 확신이 없으며, 노크에 관한 연구가 좀 더 체계적으로 진행되기 위해서는 이들 두 이론에 관한 좀 더 상세한 검토가 필요하겠다.

이와 같은 검토를 위해서는 연소기간 중 연소실 내 국부 압력, 온도 및 농도 경과를 예측할 수 있는 수단이 마련되어, 각 노크변수에 따라 노크가 발생되는 원인이 폭발이론에서 주장하는 바와 같이 연소기간 중 화염 전면에 압력파가 충격파로 발전되거나 때문인지 혹은, 자발화이론에서 주장하는 바와 같이 화염 전면에서 국부적으로 미연가스가 점화지연기간이 경과되어 열폭발이 일어나기 때문인지를 확인할 수 있어야 할 것이다.

그런데 실제 기관의 연소기간 중 연소실 내

국부 압력, 온도 및 농도 경과를 순간 순간 측정하는 것은 거의 불가능하다.

따라서 저자는 가솔린기관의 연소기간 중 미연가스 부의 국부적 온도, 압력 및 각 성분의 농도를 순간 순간 예측할 수 있는 이론을 개발하고, 이 이론을 토대로 하여 폭발이론과 자발화이론 중 어느 이론이 가솔린 기관의 노크해석에 타당한 가를 검토하는 데 본 논문의 연구 목적을 둔다.

2. 연소실 내의 국부압력 및 온도

S.I. 기관에서의 연소과정은 혼합기가 점화된 후 화염대가 이웃한 미연가스를 점화하여 새로운 화염대가 형성되고 이 화염대는 다시 이웃한 미연가스를 점화하는 일련의 화염대 이동과정으로 생각할 수 있다.

화염대에서의 연소는 폭발적이므로 화염대 반응층은 주위보다 에너지 밀도가 매우 높다. 따라서 화염대로부터 주위로 압력파가 전파되면서, 주위가스에서의 음속의 속도로 화염대는 주위와 압력평형을 이룬다.

이와 같은 압력 평형과정을 화염대로부터 전파된 압력파 위치 r 와 시간 t 에 따라 압력파 사이의 가스압력 P_t 로 나타내면 Fig.I와 같다.

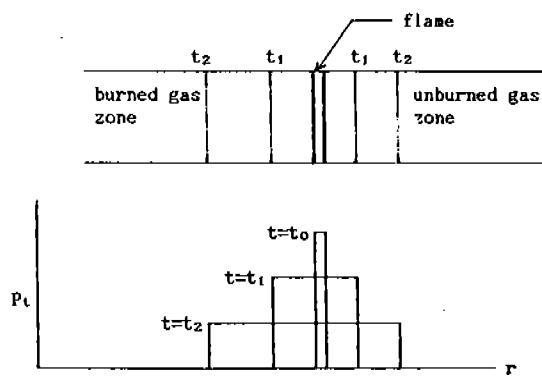


Fig.I Curves of transient pressure, P_t vs. pressure wave travel distance, r shortly after thermal explosion of reaction zone in flame

Fig.I에서의 평형압력 p_i 를 압력파 위치 r 과 시간 t 에 따라 구할 수 있다면, 연소과정 중 미연가스부의 국부적 압력 및 온도 경과를 순간 순간 예측할 수 있을 것이다.

화염대가 연소한 후 전파된 압력파를 경계로 하는 계 내의 평형압력을 압력파 위치에 따라 구하는 방법은 다음과 같다.

어떤 계 내의 압력 P 를 통계 열역학적으로 표현하면 (1)식과 같으며, (1)식 우변의 Partition function Z 는 (2)식과 같이 표현된다.

$$P = N K T (\partial \ln Z / \partial V)_{T=c} \quad (1)$$

$$Z = \left[\int_1^{\infty} \exp \{ - (n^2 - 1) \right. \\ \left. h^2 / 8m L^2 K T \} dm \right]^3 \quad (2)$$

P : 압력

K : Boltzmann 상수

V : 계의 체적

m : 입자의 질량

g : Planck 상수

N : 입자수

T : 온도

n : 양자수

L : 정육면체 계의 한변의 길이

(1)식과 (2)식을 연립하여 정리하면 계의 압력을 (3)식과 같이 표현된다.

$$P = 2/3 (\sum_i N_i \varepsilon_i') / V \quad (3)$$

N_i : 계 내에 병진운동 에너지 준위가 ε_i' 인 입자수

Fig.I에서 $t=t_i$ 일 때, 기연 가스총과 미연 가스총으로 각각 전파된 압력파를 경계로 한 계의 압력 P_u 은 (3)식으로 부터 (4)식과 같이 표현할 수 있다.

$$P_u = 2/3 (\sum_i N_i \varepsilon_i') / V_{wave} \quad (4)$$

V_{wave} : 압력파를 경계로 한 계의 체적

그리고 압력이 평형되는 과정이 가역단열과정이라면, (4)식 우변의 $\sum N_i \varepsilon_i'$ 항은 (5)식과 같이 표현할 수 있다.

$$\sum_i N_i \varepsilon_i' = (\sum_i N_i \varepsilon_i')_f + (\sum_i N_i \varepsilon_i')_u \\ + (\sum_i N_i \varepsilon_i')_v \quad (5)$$

(5)식 우변에서 첨자 f 는 화염대 내의 상태를 나타내며, 첨자 b, u 는 각각 화염대에서 연소가 시작되기 직전의 기연 가스총과 미연 가스총의 상태를 나타낸다.

(5)식 우변의 각 항은 다음과 같이 각각 표현된다.

$$(\sum_i N_i \varepsilon_i')_f = N_f \bar{\varepsilon}_f' = N_A \bar{n}_f V_f \bar{\varepsilon}_f' \quad (6)$$

$$(\sum_i N_i \varepsilon_i')_b = N_b \bar{\varepsilon}_b' = N_A \bar{n}_b V_b \bar{\varepsilon}_b' \quad (7)$$

$$(\sum_i N_i \varepsilon_i')_u = N_u \bar{\varepsilon}_u' = N_A \bar{n}_u V_u \bar{\varepsilon}_u' \quad (8)$$

N_A : Avogadro 수

\bar{n} : 분자 밀도

(6)~(8)식에서의 첨자는 (5)식에서의 첨자와 같으며,

$$N = \sum_i N_i$$

$$\varepsilon_i' = 1/N (\sum_i N_i \varepsilon_i')$$

이다.

따라서 (4)~(8)식으로부터 임의시간 t 에서의 압력파를 경계로 한 계 내의 평형 압력 P_t 는 (9)식과 같이 표현된다.

$$P_t = 2/3 N_A (\bar{n}_f V_f \bar{\varepsilon}_f' + \bar{n}_b V_b \bar{\varepsilon}_b' + \bar{n}_u V_u \bar{\varepsilon}_u') \\ / V_{wave} \quad (9)$$

(9)식에서 V_b, V_u 는 각각 시간 t 에서 압력파가 기연 가스부 및 미연 가스부로 전파한 체적을 나타내며, V_u 는 화염대의 체적을 나타낸다.

(9)식을 미연가스쪽으로 전파되는 압력파의 위치 r_u 의 변화에 따른 P_t 의 변화를 dP_t/dr_u 로 타나내면 (10)식과 같다.

$$\frac{dP_t}{dr_u} = \frac{1}{V_{\text{univ}}} \left\{ \left(\frac{2}{3} N_A \bar{n}_b \bar{\epsilon}_b' - P_t \right) A_{ub} \frac{a_b}{a_u} + \left(\frac{2}{3} N_A \bar{n}_u \bar{\epsilon}_u' - P_t \right) A_{uu} \right\} \quad (10)$$

a : 음속

A_{**} : 압력파의 표면적

따라서 (10)식과 압력파의 위치 변화에 관한 식 (11)식, 완전가스에 관한 상태방정식(12)식 및 가역단열 변화에서의 과정식(13)식을 연립하면, 화염대로 부터 전파된 압력파를 경계로 하는 계내의 압력, 온도 및 혼합기 밀도를 압력파 위치에 따라 구할 수 있기 때문에

$$dr_u = \sqrt{K R T} dt \quad (11)$$

$$P V = n \bar{R} T \quad (12)$$

$$T P^{\frac{1-k}{k}} = \text{const.} \quad (13)$$

at $t=t_0$: $V_{\text{univ}}=V_b, V_u=0, V_u'=0$

t_0 : 화염대가 정적 단열 연소한 직후 시간

화염대로 부터 말단가스 영역까지의 화염전파 거리를 알면 압력파가 말단가스에 도달될 때의 말단가스 압력, 온도 및 혼합기 각 성분의 농도를 구할 수 있다.

그런데, 실제 기관에서의 연소과정은 Fig.I과 같이 정해진 영역의 화염대가 연소하는 것으로 연소가 종료되는 것이 아니라, 연속적으로 화염이 전파되어 가기 때문에 화염전파 과정 중 순간

순간 (10)~(13)식을 만족하는 염밀해를 구하는 것이 매우 어렵다.

따라서 다음과 같은 가정을 두고

- (1) 연소실 내 혼합기는 i 개의 등 질량 요소로 구성되어 있다.
- (2) 각 요소의 연소과정은 정적 단열 과정이다.
- (3) i 번째 요소가 정적단열 연소한 후 팽창하는 기간은 i 번째 요소가 연소하는 기간과 같으며, 이 기간이 지나면 $i+1$ 번째 요소가 연소를 한다.
- (4) 화염면과 압력파는 평행한다.
- (5) 연소실 공간 내 입자들의 병진운동에너지 (translational kinetic energy), 진동에너지 (vibrational energy), 회전에너지 (rotational energy)는 매 순간 에너지 동배 (equi-partition)가 이루어 진다.
- (6) 화염면의 층류연소면적 (laminar burning area)과 구상화염면적 (spherical flame front area)의 비는 주연소기간 중 일정하다.
- (7) 연소실 벽면에서 반사된 압력파의 강도는 음파 (sound wave)로 감소한다.

각 요소가 순차적으로 연소하면서 전파되는 압력파들 각 층 사이의 가스 압력을 압력파 위치 $r_{j,k}$ 에 관한 식으로 표현하기 위하여 (10)~(11)식을 다시 정리하면, (14)~(17)식과 같이 표현된다.

$$P(r_{j,k}) = P(r_{j-1,k}) + \frac{1}{(V_{\text{univ}})_{j,k}} \left[\left\{ \left(\frac{2}{3} N_A \bar{n}_b \bar{\epsilon}_b' \right)_{j-1,k} \right. \right.$$

$$\left. \left. - P(r_{j-1,k}) \right\} \bar{A}_{j,k}^b \left(\frac{a_{j-1,k}^b}{a_{j-1,k}^u} \right) + \left\{ \left(\frac{2}{3} N_A \bar{n}_u \bar{\epsilon}_u' \right) \right. \right]$$

$$\left. \left. - P(r_{j-1,k}) \right\} \bar{A}_{j,k}^u \right] (r_{j,k} - r_{j-1,k}) \quad (14)$$

$$r_{j,k} = r_{j-1,k} + a_{j-1,k}^u \Delta t_j \quad (15)$$

(14) 및 (15)식에서 Δt_j 및 $(V_{\text{univ}})_{j,k}$ 은 (16)과

(17)식으로 부터 구한다.

$$\Delta t_j = \Delta m_j / (\rho_{j-1, j-1}^u \cdot \bar{A}_{j, k}^f \cdot ff \cdot S_j) \quad (16)$$

$$at \ r_{j, k} = \text{wall}; a_{j, k}^f = 0, a_{j, k}^u = 0$$

$j \geq k$

j : 요소 번호, 1, 2, 3, ……

k : 압력파 번호, 1, 2, 3, ……, j

단, 요소번호가 압력파의 번호보다 1이 작은 경우는 그 요소번호의 요소가 정적단열 연소한 직 후 상태를 나타낸다.

Δt_j : j 번째 요소의 연소기간

Δm_j : 요소 질량

$\rho_{j-1, j-1}^u$: j 번째 요소가 연소하기 직전의 $r_{j-1, j-1}$ 위치의 압력파 후류의 미연가스 밀도

S_j : j 번째 요소의 총류 연소 속도

ff : 난류 화염계수

$\delta_{j, k}$: Kronecker Delta

3. 계산방법

(14)~(17)식으로 부터 연소실 내 국부 온도, 압력 및 혼합기 각 성분의 농도를 화염전파에 따라 순간 순간 구하여 노크 발생이 연소과정 중 미연가스의 자발화에 의한 것인지 혹은, 화염이 초음속의 속도로 가속되어 노크가 발생하는지를 검토하는 방법은 다음과 같다.

첫번째 요소가 연소되는 기간 Δt_1 을 (16)식으로 부터 구하여, (15)식에 대입하면 이 기간 중 전파된 압력파의 위치 $r_{1, 1}$ 가 구하여 지며, $r_{1, 1}$ 과 (14)식 및 (17)식으로 부터 압력파 상, 하류의 혼합기 압력이 결정된다.

압력파 상, 하류의 온도는 단열과정식 (13)식으로 부터 구한다.

이와 같이 압력파 상, 하류 혼합기의 압력, 온도가 결정되면 상태 방정식으로 부터 혼합가스

각 성분의 농도를 구할 수 있다.

이상과 같은 계산을 각 요소에 따라 순차적으로 실행하면 연소기간 중 연소실 내 국부 압력, 온도 및 농도를 순간 순간 구할 수 있다.

이상의 계산과정 중 각 요소의 연소진행에 따라 화염 전면에 압력파가 충격파로 발전되는지 혹은, 화염 전면에서 국부적으로 미연가스가 점화지연기간이 경과되어 열폭발이 일어남으로서 노크가 일어나게 되는지를 검토한다.

자발화이론에 대한 검토에서 말단가스의 점화지연기간은 ROGENER⁹, DOUAUD, EYZAT¹⁰ 등이 구한 실험식을 사용한다.

(14)~(17)식의 계산과정 중 각 요소가 연소한 후 연소생성물들에 대하여 고려하여야 할 화학평형식은 다음과 같이 반응총의 온도 및 압력에 주된 영향을 주는 반응식만을 고려한다.



4. 계산결과 및 고찰

계산에 사용한 연료는 프로판이며, 점화 플러그로부터 화염이 전파되어 도달되는 연소실 벽까지의 최대 화염전파거리(flame travel distance)는 50mm이고 당량비(equivalence ratio, ϕ)는 1, 압축초 압력 P_i 는 100KPa, 압축초 온도 T_i 는 295K로 하였으며, 피스톤은 주어진 압축비 ε 까지 혼합기를 가역단열 압축한 후 연소기간 중 정지하고 있는 것으로 한다.

Fig.1은 말단가스 영역의 압력경과를 저자가 앞 절에서 제안한 (14)식~(17)식으로 부터 구한 결과이다.

Fig.1의 압력경과 곡선상의 * 표시는 말단가스 영역의 압력이 연소실 내 평균압력보다 높게되는 시기를 나타낸 것이다.

즉, 말단가스 영역은 연소 후반에 압력변화기

를 통하여 측정되는 연소실 내의 평균압력보다 더 높은 압력에 노출되고 있으며, 따라서 말단 가스의 점화지연기간은 연소 후반에 급격하게 짧아질 것이다.

이와 같은 결과는 자발화 이론을 근거로 하여 노크와 노크변수와의 관계를 정량적으로 설명하는 데 문제가 되는 혼합기의 점화지연기간과 실제기관에서 말단가스가 미연상태에서 노킹 연소영역(knocking combustion regime)으로 발전되는데 소요되는 기간 사이의 차이를 설명할

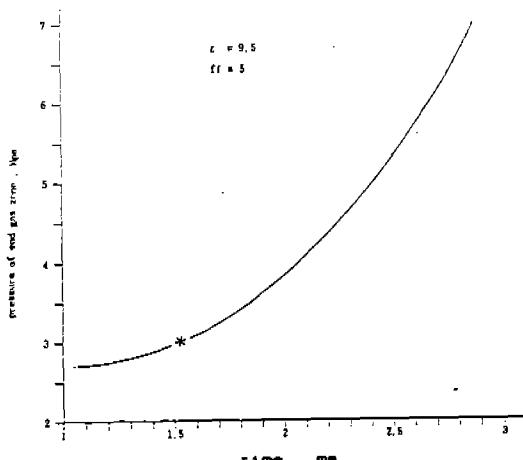


Fig. 1 Pressure of end-gas zone during the combustion period

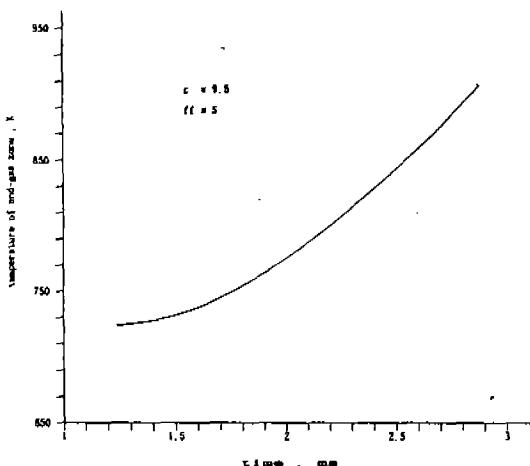


Fig. 2 Temperature of end-gas zone during the combustion period

수 있는 중요한 근거가 될 수 있을 것으로 생각 한다.

Fig.2는 말단가스 영역의 온도 결과를 계산한 결과이다.

말단가스 영역의 온도 상승 속도로 점화 후 약 1.6초 이후부터는 매우 커지고 있음을 알 수 있다.

Fig.3은 노크강도 및 노크지속기간(노킹 사이클에서의 압력진동기간)에 직접적인 영향을 주는 말단가스 질량비(정상화염이 전파되기 전에 자발화하게 되는 미연가스 질량의 전 혼합기질량에 대한 비)를 자발화이론을 근거로 하고, 저자가 제안한 (14)~(17)식을 기초로 하여 압축비에 따라 계산한 결과이다.

Fig.3에서 보여주듯이 말단가스 질량은 압축비 증가에 따라 거의 직선적으로 증가함을 알 수 있다.

이와 같은 결과는 실제기관에서의 압축비에 따른 노크강도의 경향과 잘 일치한다.

Fig.4는 난류화염계수에 따라 말단가스 질량비를 계산한 결과이다.

Fig.4에서 보여주듯이 난류화염계수가 증가할 수록 말단가스 질량은 감소한다. 따라서 연소속도가 클수록 노크가 억제될 것으로 예측된다.

이와 같은 결과도 가솔린기관에서 기관의 운전속도가 증가하면 혼합기의 난류연소속도가

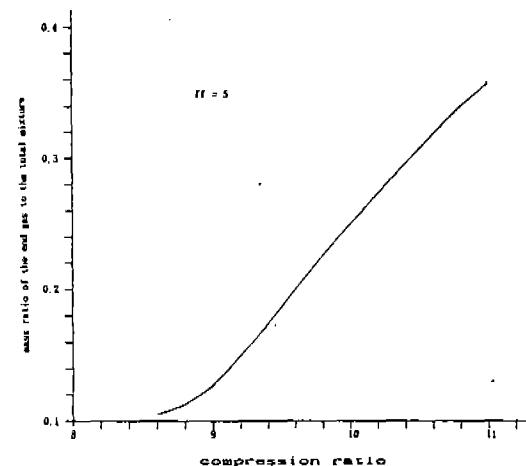


Fig. 3 Mass ratio of the end gas to the total mixture charged vs. compression ratio

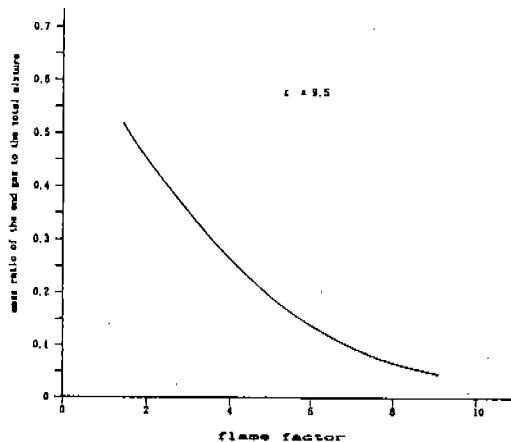


Fig.4 Mass ratio of the end gas to the total mixture charged vs. flame factor

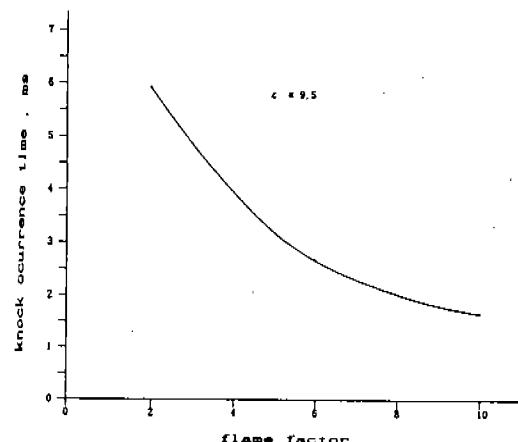


Fig.6 Knock occurrence time vs. flame factor at the knocking cycle

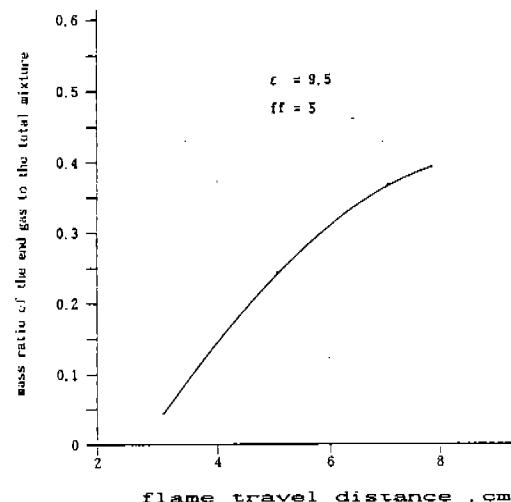


Fig.5 Mass ratio of the end gas to the total mixture charged vs. flame travel distance

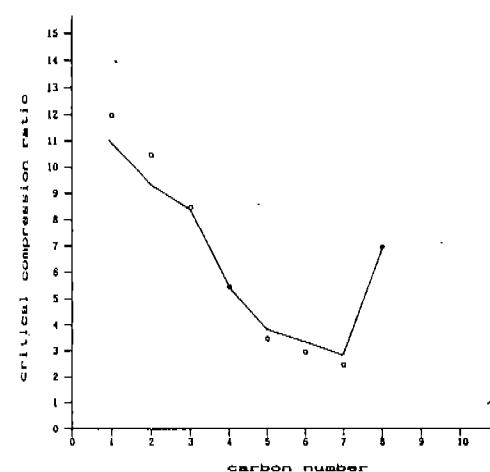


Fig.7 Experimental and numerical value of critical compression ratio vs. carbon number of fuel

증가하여 노크가 억제된다는 시설과 잘 일치하고 있다.

Fig.5는 연소실의 화염전파 거리에 따라 말단 가스 질량비를 계산한 결과이다.

화염전파 거리가 길수록 말단가스 질량은 증가하고 있다. 따라서 화염전파 거리가 짧을수록 노크가 억제될 것으로 예측할 수 있다.

이와 같은 결과도 실제기관에서의 경향과 잘

일치하고 있다.

Fig.6은 난류화염계수에 따라 자발화하는 말단가스질량이 혼합가스 전 질량에 대하여 10% 이상이 되는 시간을 계산한 결과이다.

Fig.6에서 보여주듯이 연소속도가 빨수록 말단가스에서의 자발화가 일찍 일어남을 알 수 있다. 즉 연소속도가 증가할수록 노크가 일찍 일어날 것으로 예측된다.

이와 같은 결과도 실제기관에서의 연소속도 증가에 따른 노크 발생시기의 경향과 잘 일치하고 있다.¹¹⁾

Fig.7은 자발화이론을 근거로 하고, 저자가 제한한 (14)~(17)식을 기초로 하여 파라핀계 연료의 임계압축비(critical compression ratio)를 연료 분자의 탄소 원자수에 따라 계산한 결과이다.

Fig.7에서 ○표시는 Lovell이 측정한 실험치¹²⁾이며, 실선은 저자들이 계산한 결과이다.

계산치가 실험치와 상당히 일치하고 있음을 알 수 있다.

이상의 모든 계산과정에서 압력파들의 거동과 화염속도를 연소기간 중 순간 순간 검토한 결과 폭발이론에서 주장하는 바와 같은 연소기간 중 충격파의 발생이나, 화염속도 자체가 초음속 속도로의 발전은 없었다.

5. 결 론

노크에 관한 연구가 좀 더 체계적으로 진행되기 위해서는 노크이론의 확립이 절실히 요구된다.

현재 노크를 설명하는 이론들 중에 비교적 타당성이 있는 이론은 폭발이론과 자발화이론이다. 그러나 아직 어느 이론이 옳은가에 대한 확신이 없다.

따라서 이 두 이론에 대한 상세한 검토가 필요하며, 이와 같은 검토를 위해서는 연소실 내의 국부온도, 압력 및 혼합기 농도경과를 예측할 수 있는 이론이 필요하다.

이와 같은 관점에서 저자는 연소 진행에 따른 연소실 내 국부 압력, 온도 및 혼합가스 각 성분의 농도 경과를 예측할 수 있는 이론을 개발하였으며, 이 이론을 기초로 하고 자발화이론을 근거로 하여 계산된 결과가 노크와 노크변수와의 관계를 잘 설명하고 있음을 확인할 수 있었다.

또한, 모든 계산과정에서 압력파들의 거동과 화염속도를 연소기간 중 순간 순간 검토한 결과 폭발이론에서 주장하는 바와 같은 연소기간 중 충격파의 발생이나, 화염속도 자체가 초음속 속

도로의 발전은 없었다.

따라서 자발화이론이 가솔린기관에서의 노크 현상을 해석하는 데 타당한 이론인 것으로 판단할 수 있다.

참 고 문 헌

1. E. S. Oran, T. R. Young, Ect ; "A Study of Detonation Structure : The Formation of Un-reacted Gas Pockets", 19th symp.(int.) On Combustion pp.573-582, 1982.
2. S. Curry : "Effect of Antiknocks on Flame Propagation in a spark ignition Engine", 9th symp.(int.) On Combustion, pp. 1056-1068, 1963.
3. R. Maly and G. Ziegler ; "Thermalcombustion Modeling-Theoretical and Experimental Investigation of the Knocking Process", Sae Paper No.820759, 1982.
4. Nakagawa Y., Takagi Y., Ect. : "Laser Shadowgraphic Analysis of Knocking In S.I. Engine", SAE Paper 845001, 1984.
5. Kirsch L. J. and Quinn C. P. ; "A Fundamentally Based Model of Knock in the Gasoline Engine", 16th Symp.(int.) On combustion, pp. 233-242, 1975.
6. L. J. Kirsch and S. L. Hirst : "The Application of a Hydrocarbon Autoignition Model in Simulating Knock and Other Engine Combustion Phenomena", Combustion Modeling in Reciprocating Engines, pp.193-229, 1980
7. 이성열, 오영일 : "Spark Knock에 관한 연구 방향", 한국 자동차공학회지 13권 1호, pp.3-8, 1991.
8. I. Glassman : Combustion, Academic Press, 1987.
9. Lewis Von Elbe : Combustion, Flames and Explosions of Gases, Academic Press, 1961.
10. Douaud, A. M., And Eyzat, P : "Four-Octane Number Method for Predicting the Anti-Knock Behavior of Fuels and Engines", SAE

- Paper 780080, 1978.
11. 전광민 : “점화 연소기관 농킹 현상의 특성”,
한국 자동차공학회 학술강연초록집, pp.15-
23, 1989.
 12. Lovell, W.G. : “Knocking Characteristics of
Hydrocarbons,” Ind. Engng. Chem., Vol.40,
pp.2388-2438, 1948.