

시스템의 안정성을 고려한 퍼지제어기의 설계법과 DC 서보모터 속도제어에의 응용

오길성* · 강근택**

*한국해기연구원 · **부산수산대학교

(1993년 10월 7일 접수)

Design of Fuzzy Controller Considering Stability and Application to DC Motor Velocity Control

Gil-Seung OH*, Geun-Taek KANG**

*Korea Marine Training and Research Institute

**National Fisheries University of Pusan

(Received October 7, 1993)

This paper presents a design method of fuzzy controller based on TSK fuzzy model. By using the proposed method, we can design fuzzy controller mathematically, which guarantees the stability of fuzzy system. We derived a theorem related to the stability of fuzzy system. In that theorem, we show that the fuzzy system has the same stable state transition matrix as we desire. The validity of the proposed method is shown through an experiment of DC motor velocity control.

1. 서론

최근에 와서는 학습능력을 갖는 신경회로망이나, 시스템의 수학적 모델링이 어려운 경우에 그 강건성이 입증되고 있는 퍼지제어 방식을 많이 적용하고 있다. 퍼지제어 방식의 경우 Y. F. Li와 C. C. Lau¹⁾가 서보 시스템에 적용한 것을 시작으로 이에 대한 많은 논문들이 발표되고 있으나, 이 방식들은 E. H. Mamdani²⁾가 제어한 형태의 퍼지 집합과 추론형식을 그대로 사용하고 있으며, 이것을 메모리에 Lookup Table 형태로 저장하여 제어하는 방식을 주로 사용하고 있다. 이런

방법들은 퍼지제어 규칙을 전문가의 지식이나 경험, 운전자의 조작방식 등으로부터 구해야 함으로 그 구성이 어렵다. 한편, 고정된 제어 규칙들은 작동환경의 변화에 적응하기 어렵다는 점에 착안하여 퍼지 집합의 모양과 파라미터를 자동으로 조정하여 제어하는 자동조정 방식이 있으나 이 방법 역시 퍼지집합의 수와 그로 인한 규칙의 수를 줄이기는 어렵기 때문에 추론시간 및 계산시간의 문제는 여전히 남아있다.

본 논문에서는 기존의 방법에 비해 그 규칙의 수가 훨씬 적고 결론부를 선형식으로 표현함으로써 추론시간을 줄일 수 있으며, 입·출력 데이터

만으로 퍼지 모델을 인식하므로 퍼지 제어규칙의 구성이 쉬운 TSK(Takagi, Sugeno, Kang)형 추론법³⁾을 사용하여 퍼지제어기를 설계하는 방법을 제안한다. TSK형 추론법을 사용하는 퍼지제어기의 설계에 대해서는 현재 크게 두가지 형태가 제안되고 있다. 한 방법으로는 Lyapunov함수를 이용하여 전체시스템의 안정성을 고려한 퍼지제어기를 설계하는 방법⁴⁾이다. 이 방법은 전체시스템의 안정성은 보장하나 Lyapunov함수를 만족하는 제어입력을 찾는 일반적인 방법이 없이 실제 사용하기에 많은 어려움이 있다. 또한 방법은 퍼지제어기의 추론 방법을 퍼지모델의 경우와 다른 방법으로 하여 원하는 출력을 얻도록 하는 방법⁵⁾으로 퍼지제어기 구성은 용이하나, 전체시스템의 안정성에 대해서는 보장이 없다. 본 연구에서는 두번째 방법을 개선하여 전체시스템의 안정성도 보장하면서, 설계가 용이한 퍼지제어기 설계법을 제안한다. 또한 본 논문에서는 제안한 퍼지제어기를 DC모터의 속도제어에 응용하여 그 유효성을 검증한다.

2. 퍼지 제어기

2.1 Mamdani형의 퍼지 제어기²⁾

통상 퍼지제어기로 알려져 있는 형태는 Mamdani가 제안한 것으로 다음과 같은 규칙들로 구성된다.

$$\text{If } e \text{ is NB and } \Delta e \text{ is PB then } u \text{ is NS} \quad (1)$$

위의 퍼지 규칙에서 e 는 오차, Δe 는 오차의 변화분 u 는 제어입력을 나타내며, NB, PB, NS등은 Negative Big, Positive Big, Negative Small 등을 나타내는 퍼지 집합들이다. 위 형태의 퍼지 규칙들로 부터 제어입력 u 를 구하는 퍼지 추론 방법으로 Mamdani는 Min-Max-중심법을 제안하였으며, 그 외에도 대수적-가산-중심법 등이 있다. 위의 퍼지제어기 규칙은 PD 제어기의 형태를 하고 있으며, 대수적-가산-중심법으로 퍼지추론을 할 경우, 선형PD제어기도 실현 가능한

비선형PD제어기 형태가 된다. 즉 다음과 같이 퍼지제어기를 구성할 경우 선형PD제어기가 실현된다.

$$\begin{aligned} &\text{If } e \text{ is NB}_1 \text{ and } \Delta e \text{ is NB}_2 \text{ then } u \text{ is } U_1 \\ &\text{If } e \text{ is NB}_2 \text{ and } \Delta e \text{ is PB}_2 \text{ then } u \text{ is } U_2 \\ &\text{If } e \text{ is PB}_1 \text{ and } \Delta e \text{ is NB}_2 \text{ then } u \text{ is } U_3 \\ &\text{If } e \text{ is PB}_1 \text{ and } \Delta e \text{ is PB}_2 \text{ then } u \text{ is } U_4 \quad (2) \end{aligned}$$

위와 같은 퍼지 제어기는 우선 알기 쉽고, 구성하기가 쉬우며, 규칙을 구성하기에 따라 여러 비선형 형태를 나타낼 수 있는 장점이 있다. 그러나, 시스템이 조금만 복잡하여도 규칙의 수가 매우 많아진다. 가령 가장 간단한 선형 PID 제어기를 실현하기 위해서도 2³개의 퍼지규칙이 필요하다. 또한, 대수적-가산-중심법의 추론 방법이 복잡하며 많은 계산시간을 요구한다. 그리고, 위와 같은 제어기를 시스템의 안정성을 만족시키면서 설계하여 주는 방법이 없으며 대개의 경우 시행착오의 방법에 의존하며, 설계된 제어기를 조정하는데에도 많은 어려움이 있다.

2.2 제어된 퍼지 제어기

본 연구에서는 적은 수의 규칙으로도 복잡한 비선형 시스템을 잘 표현해내는 TSK형 퍼지 추론법을 이용하여, 전체 제어시스템의 안정성을 보장하는 퍼지제어기를 구성할 것을 제어한다. TSK형 퍼지 추론법은 Takagi와 Sugeno³⁾가 제안한 것이며, 다음과 같은 퍼지규칙들로 구성된다.

$$\begin{aligned} L^i : &\text{If } z_1 \text{ is } P_1^i, z_2 \text{ is } P_2^i, \dots, z_m \text{ is } P_m^i \\ &\text{then } x^i(k+1) = a_1^i x(k) + \dots + a_n^i x(k - \\ &n+1) + b^i u(k) \quad (3) \end{aligned}$$

여기서 L^i 는 i 번째 퍼지 규칙, z_j 는 전체부 입력 변수, P_j^i 는 퍼지집합, $x^i(k+1)$ 는 i 번째 규칙의 출력, a_j^i 는 결론부 파라메타, $u(k)$ 는 제어입력이다.

식(3)과 같은 퍼지규칙 n 개로 한개의 퍼지모델이 구성되었을 때, 그 퍼지모델로 부터 출력 $x(k+1)$ 를 추론하는 방법은 다음과 같다.

$$x(k+1) = \left(\sum_{i=1}^n W^i x^i(k+1) \right) / \sum_{i=1}^n W^i \quad (4)$$

$$W^i = \prod_{j=1}^m A_j^i(x_j^o) \quad (5)$$

여기서 $A_j^i(z_j)$ 는 z_j 에서 퍼지집합 A_j^i 의 멤버십 함수이며, W^i 는 i 번째 규칙 전제부의 적합도이다. 위와 같은 퍼지 규칙들로 시스템을 표현하는 것은 입력 공간을 퍼지 분할하여 각 퍼지 부분 공간을 선형 입출력 관계식으로 표현한 형태이며, 전제부의 적합도 W^i 는 입력이 i 번째 퍼지 부분 공간에 포함되는 정도를 나타낸다. 위의 형태의 TSK형 퍼지모델은 표현 능력이 매우 뛰어나 복잡한 비선형 시스템의 모델링에 많이 사용되고 있으며, 시스템의 입출력 데이터만을 이용하여 위의 퍼지모델을 인식하는 방법은 Sugeno와 강에 의해 발표되어 있다^{7,8)}.

제어시스템의 안정성을 보장하는 퍼지제어기의 설계방법은 다음과 같다. 먼저 퍼지규칙(3)의 결론부를 행렬 형식으로 표현하면 퍼지규칙(3)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L^i : & \text{If } z_1 \text{ is } P_1^i, z_2 \text{ is } P_2^i, \dots, z_m \text{ is } P_m^i \\ & \text{then } X^i(k+1) = A^i X(k) + B^i u(k) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $X(k) = (x(k) \dots x(k-n+1))^T$, $B^i = (b^i \ 0 \dots 0)^T$, $C^i = (a_0^i \ 0 \dots 0)^T$ 이며, A^i 는 phase variable canonical form 행렬이다.

시스템의 퍼지모델이 식(6)과 같은 퍼지규칙들로 구성되었을때, 그 퍼지모델로부터 설계되는 퍼지제어기가 퍼지모델의 퍼지규칙과 같은 수의 퍼지규칙들로 구성되며 그 퍼지규칙의 전제부는 퍼지모델의 전제부와 같다고 하자. 그러면 그 퍼지제어기의 퍼지규칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C^i : & \text{If } z_1 \text{ is } P_1^i, z_2 \text{ is } P_2^i, \dots, z_m \text{ is } P_m^i \\ & \text{then } u^i(k) = G^i X(k) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, $G^i \in R^{n+1}$ 는 상태 피드백 이득이다. 위의 형태로 퍼지제어기를 구성할 때 상태피드백 이득 G^i 를 정하는 방법과, 제어입력 $u(k)$ 를 퍼지제

어기로부터 추론하는 방법은 전체시스템의 안정성을 보장하도록 정해진다. 즉 퍼지제어기의 추론 방법은 퍼지모델의 추론방법인 식(4)와는 다른 형태를 하게 된다. 상태피드백이득 G^i 와 퍼지제어기 추론 방법은 다음 정리에서 주어진다.

정리 : 원하는 전체 제어 시스템이 다음과 같은 안정된 시스템이라 하자.

$$X(k+1) = \phi^0 X(k) \quad (8)$$

여기서 ϕ^0 는 안정된 상태전이 행렬이며 구조가 식(6)의 A^i 와 같다고 하자

상태피드백 이득 G^i 는 다음을 만족한다고 하자.

$$\phi^0 = A^i + B^i G^i \quad (9)$$

ϕ^0 와 A^i 의 구조가 같으므로, 식(6)의 결론부의 선형시스템이 가제어 시스템인 경우, 식(9)를 만족하는 G^i 는 구할 수 있다.

퍼지제어기로부터 제어입력 $u^i(k)$ 를 다음과 같이 추론한다고 하자.

$$u^o(k) = \left(\sum_{i=0}^m W^i b^i u^i(k) \right) / \sum_{i=0}^m W^i b^i \quad (10)$$

그러면 위의 입력 $u^o(k)$ 에 의해 제어되는 퍼지 시스템(6)은 원하는 안정된 시스템(8)이 된다.

증명 : 식(10)을 만족하는 $u^o(k)$ 를 제어입력으로 한 경우 퍼지모델(6)으로부터 $X(k+1)$ 이 다음과 같이 추론된다.

$$\begin{aligned} X(k+1) &= \left(\sum_{i=0}^m W^i X^i(k+1) \right) / \sum_{i=0}^m W^i \\ & \quad \text{(식(4)의 추론법에 의해)} \\ &= \left(\sum_{i=0}^m W^i (A^i X(k) + B^i u^o(k)) \right) / \sum_{i=0}^m W^i \\ &= \left(\sum_{i=0}^m W^i A^i X(k) + \sum_{i=0}^m W^i B^i u^o(k) \right) / \sum_{i=0}^m W^i \\ &= \left(\sum_{i=0}^m W^i A^i X(k) + \sum_{i=0}^m W^i B^i u^i(k) \right) / \sum_{i=0}^m W^i \\ & \quad \text{(식(10)에 의해)} \end{aligned}$$

$$= \left(\sum_{i=0}^m W^i (A^i + B^i G^i) X(k) \right) / \sum_{i=0}^m W^i$$

(식(7)의 결론부에 의해)

$$= \Phi^0 X(k) \quad (\text{식(9)에 의해})$$

위의 정리에 의해, 시스템의 퍼지모델의 결론부의 각 선형시스템이 가제어시스템인 경우, 전체 제어시스템이 원하는 안정된 시스템이 될 수 있는 퍼지제어기를 설계가능하다.

3. DC 모터의 속도제어에의 응용

위에서 제안한 퍼지제어기의 설계법을 DC 모터의 속도제어에 응용하여 그 실효성을 검증하였다.

3.1 실험장치의 구성

제어 대상으로 한 DC 모터는 24W이며, 전기자 전압으로 속도를 제어하고, 모터의 회전속도는 모터에 연결된 엔코우더로 측정한다.

본 논문에서는 DC 모터를 구동하기 위해 펄스 폭 변조(PWM)를 이용하여 DC 모터의 속도를 제어하였고, DC 모터의 속도를 검출하기 위해서는 회전축에 연결된 엔코더로부터 발생하는 펄스를 카운터하여 속도를 검출한다. 본 실험에서 사용된 엔코더는 1회전당 500펄스를 발생하며 회전 방향에 따라 90도의 위상차이를 갖는 A상과 B상의 2펄스를 발생한다. 전체제어시스템을 그림 1에 보인다.

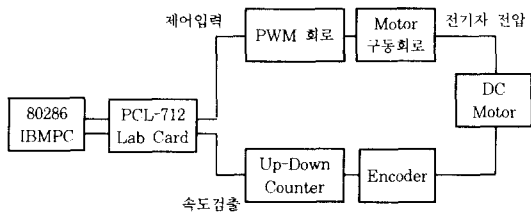


Fig. 1. Block diagram of overall system

3.2 DC 모터의 퍼지 PID 제어지

DC 모터의 모델 작성에 필요한 데이터를 얻기 위하여 의사 난수를 제어 입력으로 하였으며 샘플

주기는 0.2초로 하였다.

DC 모터의 선형모델은 식(11)과 같다.

$$y(k+1) = -0.0033 - 0.807y(k) + 0.413y(k-1) - 0.064u(k) \quad (11)$$

입, 출력 데이터를 이용하여 인식(identification)한 DC 모터의 퍼지모델은 그림 2와 같다.

식(11)로부터 설계된 DC 모터의 선형 제어기

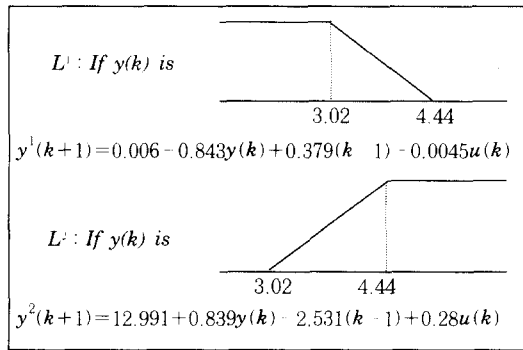


Fig. 2. Fuzzy model of DC motor.

는 식(12)과 같다.

$$u(k) = u(k-1) - 0.668e(k) + 0.995e(k-1) - 0.303e(k-2) \quad (12)$$

그림 2로부터 설계된 퍼지제어기는 그림 3과 같다.

식(12)의 선형제어기와 그림 3의 퍼지제어기를

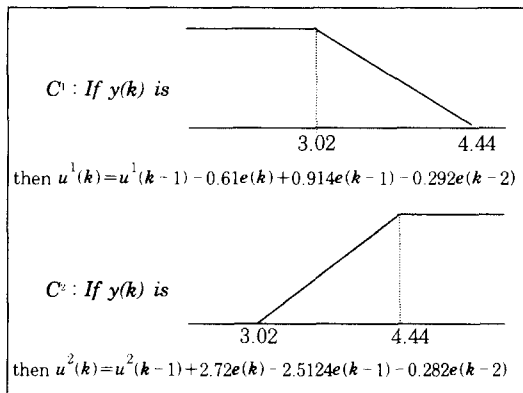


Fig. 3. Fuzzy controller for DC motor.

설계할 때, 원하는 시스템의 상태천이행렬은 고유치를 0.5, 0.3+j0.3, 0.3-j0.3로하여 다음과 같이 하였다.

$$\phi^0 = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.09 & -0.29 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.3 실험결과

본 논문에서는 다음 3가지 상황에서, 선형 제

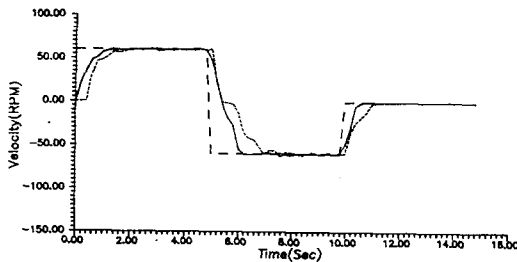


Fig. 4. Results of experiment 1.(Dashed line : Desired velocities, Solid line : Fuzzy Control, Dot line : Linear Control)

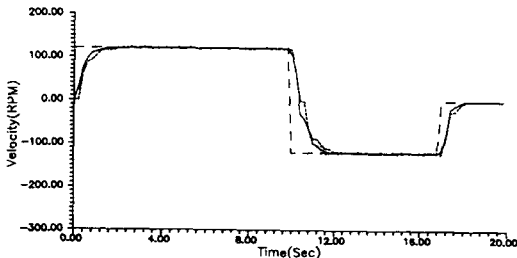


Fig. 5. Results of experiment 2.(Dashed line : Desired velocities, Solid line : Fuzzy Control, Dot line : Linear Control)

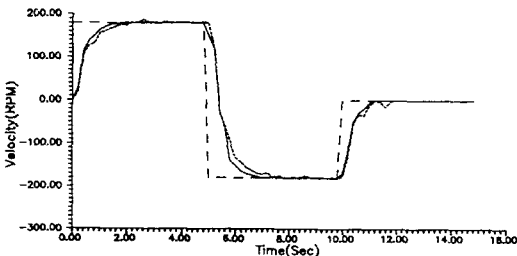


Fig. 6. Results of experiment 3.(Dashed line : Desired velocities, Solid line : Fuzzy Control, Dot line : Linear Control)

어기와 퍼지 제어기로 모터의 속도제어 실험한 결과를 그림 4- 그림 6에서 보인다.

4. 결 론

본 연구에서는 시스템의 안정성을 고려하면서 퍼지모델로 부터 퍼지제어기를 설계하는 방법을 제안하였다. 현재까지 사용되고 있는 퍼지제어기는 시스템의 안정성을 전혀 고려하지 않고 있으며, 시행착오적인 방법에 의해 퍼지제어기를 구성하고 있다. 본 연구에서 제안된 방법은 전체 시스템이 원하는 안정된 시스템의 상태천이행렬을 구현할 수 있도록 하여 시스템의 안정성을 충분히 고려하며, 손쉽게 퍼지제어기를 설계할 수 있도록 한다. 또한, 본 연구에서 사용하는 TSK형 퍼지모델은 적은 수의 퍼지규칙들로 복잡한 비선형 시스템을 잘 표현하므로, 그로부터 설계되는 퍼지제어기도 복잡한 비선형 시스템의 제어에 적합하리라 본다. 그리고, 제안한 방법은 DC모터 속도제어에 응용한 결과 그 유효성이 있음을 확인 하였다.

참고문헌

- 1) Y. F. Li and C. C. Lau(1989) : Development of Fuzzy Algorithms for servo Systems. IEEE Control System Magazine, 65-71.
- 2) E. H. Mamdani(1976) : Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant. Proc. IEEE, 121(12), 1585-1588.
- 3) T. Takagi and M. Sugeno(1985) : fuzzy Identification of Systems and its Application to Modelling and Control. IEEE Trans. System, Man and Cybernetics, 15, 115-132.
- 4) K. Tanaka and M. Sugeno(1992) : Stability analysis and Design of Fuzzy Control Systems. Fuzzy Sets and Systems, 45, 135-156.

- 5) M. Sugeno and G. T. Kang(1986) : Fuzzy Modelling and Control of Multilayer Incinerator. Fuzzy Sets and Systems, 18, 326 - 346.
- 6) 강근택, 김영택(1990) : 퍼지제어기를 이용한 DC 서보모터의 속도제어. 한국어업기술학회지, 26(1), 76 - 80.
- 7) M. Sugeno and G. T. Kang(1988) : Structure Identification of Fuzzy Model. Fuzzy Sets and Systems, 28, 51 - 33.
- 8) G. T. Kang and M. Sugeno(1987) : ファジイモデリング. 일본 계측자동제어학회논문집(23), 650 - 652.