

설계 자료 추출을 위한 확률 시뮬레이션

김선진 · 이따가끼 히로시*

부산수산대학교

*일본 요코하마국립대학

(1993년 5월 10일 접수)

Probabilistic Simulation for Extraction of Reliability Design Data

Seon - Jin KIM, Hiroshi Itagaki*

National Fisheries University of Pusan

*Yokohama National University, Japan

(Received May 10, 1993)

This paper deals with the effect of spatial distribution of material properties on its statistical characteristics and numerical estimation method of reliability of fatigue sensitive structures with respect to the fatigue crack growth. A method is proposed to determine experimentally the probability distribution functions of material parameters of Paris law, $da/dN=C(\Delta K/K_0)^m$, using stress intensity factor controlled fatigue tests. The result with a high tensile strength steel shows that the distribution of the parameter m is approximately normal and that of $1/C$, is a 3-parameter Weibull. The main result obtained are: (1) The theoretical autocorrelation of the resistance, $1/C$, to fatigue crack growth are almost same for different lengths. (2) The variance decreases with the increasing a averaging length. When spatial correlation length is very small, the variance decreases significantly were the averaging length. (3) The probability distribution of load cycles or the number for a crack to reach a certain length can be estimated using these functions by simulation of non-Gaussian(expecially Weibull) Stochastic Process.

1. 서 론

피로파괴에 관한 기계 구조물의 신뢰성 설계, 신뢰성 평가 등을 행하기 위해서는 재료의 피로 특성의 확률분포에 대한 충분한 정보가 필요하

다. 일반적으로 그와 같은 정보를 수집하기 위해서는 아주 많은 실험이 필요한 것은 말할 것도 없다. 피로 균열 전파수명의 확률특성, 또는 균열전파에 대한 재료특성의 확률론적 취급에 관한 실험적, 이론적 연구는 활발히 행하여지고 있다^{1)~5)}.

피로균열 전파수명의 확률분포 등의 재료특성을 실험적으로 추정하는 것은 피로시험을 다수 반복할 필요가 있기 때문에 많은 실험시간과 노력이 필요하다. 또 피로균열 전파수명의 예측을 확률·통계적으로 논하기 위해서는 그것에 응한 량의 데이터가 필요한 것은 말할 것도 없고 경제적인 면에서 생각해도 현실적 실용적이라고 할 수 없다. 이러한 결점을 보완한 방법으로는 한정된 데이터를 이용해서 공학자의 경험적 판단을 가미한 bayesian 통계 approach가 있지만⁶⁾ 이 방법에서 추정된 수명의 분포특성을 이용한 설계에서는 필연적으로 불확실성 요인을 포함하고 있기 때문에 안전계수를 크게 취하지 않으면 안되는 결점이 있다. 이론적으로 신뢰성 이론을 이용해서 미리 신뢰도 함수의 수학적 모델 등을 설정해 논하는 것이 가능하지만 현실적으로는 모델 등의 상이에 대해 결론이 다르게 될 가능성이 있는 것이다. 또 확률적 특성에 불명한 점이 많고 피로균열 전파의 확률적 특성에 관해서 몇가지 가정을 하지 않을 수 없다. 실험적으로 수명을 추정하는 것도 이론적으로 시뮬레이션방법에 의한 것도 문제는 있고 피로균열 전파수명의 확률분포를 보다 빠르게 또한 경제적으로 추정하기 위해서는 실험과 시뮬레이션의 양방법에 의해서 추정할 필요성이 있다고 생각된다.

이따가기 등⁷⁾은 피로균열 전파수명의 확률분포를 소수의 실험에 의한 시뮬레이션으로 구하는 방법을 제안하고 있다. 이 방법은 균열길이의 측정 정도에 의해서 균열상의 데이터 간격이 정해지므로 대상으로 하는 피로균열 길이에 응한 정도가 필요한 것은 말할 것도 없다. 따라서 피로균열 전파의 시뮬레이션에서 수명예측을 행하는 경우에는 실험에서 얻은 전파율에 관한 파라미터는 어떤 유한구간에서의 평균전파율에서 얻은 평균적 값의 확률분포함수이고 자기상관함수 인것에 유의해서 결과를 해석하지 않으면 안된다. 시뮬레이션은 실험결과에서 얻은 재료의 통계적 특성에 기초를 하고 있기 때문에 재료의 공간적 분포를 고찰하는 것은 가장 중요한 사항의 하나라 생각되어진

다. 피로균열 전파수명의 변동은 대단히 많은 인자가 관여하고 있지만 본래 재질이 불균일, 피로균열전파 그 자체가 확률적 현상이라는 것에 기인한다고 하는 것이 많다. 따라서 피로균열 전파저항의 공간적 불규칙성의 영향을 검토하는 것과 균열길이 및 균열전파수명의 피로균열전파저항의 공간적 불규칙성에 의해서 어떻게 분포하는가 하는 연구는 실용적 신뢰성 평가 방법 및 신뢰성 설계를 위해서도 중요하다고 생각된다.

이러한 관점에서, 본 연구에서는 피로균열 전파율의 변동요인이라 생각되는 재료의 공간적 변동을 확률과정으로서 취급해서, 재료의 공간적 변동과 피로시험에 대한 균열전파율을 측정할 때의 균열의 계측간격과의 관계에 대해 고찰하고, 피로파괴의 신뢰성 설계에 있어서 중요한 설계자료인 피로균열 전파수명의 확률분포 추정에 대해서 검토한다.

2. 피로균열전파의 확률적 모델

피로균열전파율 $\frac{da}{dN}$ 을 나타내는 식으로는, 현재 가장 널리 사용되는 것이 Paris-Erdogan의 식이다⁸⁾.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (1)$$

여기에 a 는 균열 길이, N 는 하중(응력)반복수, K 는 응력확대계수이고, C , m 은 재료상수로 정의한다. $\frac{da}{dN}$ 의 통계적 변동을 고려할 때에는 C 또는 m , C 와 m 의 양자를 확률변수로써 취급하고 있다^{10),11)}. C 와 m 를 재료의 불균일성에 의한 확률변수로 한 경우 (1)식에 의해서 실험적으로 C , m 의 확률특성을 구하면, m 의 값의 변화하는 것에 의해서 C 의 차원이 변화해 통계적 취급의 의미가 불명료하게 된다. 이것을 피하기 위해서는 (1)식에 ΔK 와 동일단위를 갖는 K_0 로 되는 파라메타를 가해⁸⁾서 다음 식으로 변환하지 않으면 안된다.

$$\frac{da}{dN} = C\left(\frac{\Delta K}{K_0}\right)^m \quad (2)$$

또, 실험 데이터에 나타나는 C 와 m 과의 변동을 구별해서 해석하기 위해서는 다음과 같은 가정도 필요하다⁸⁾. 즉 (1) m 는 시험편마다 다르지만 시험편 내에서는 일정한 m_i 를 갖는다. 또, (2) C 는 시험편내의 균열선단의 위치 x 에 대한 값의 $C(x)$ 로, x 에 대해서 촘촘하게 변동하지만 시험편내에서의 평균치는 시험편에 의하지 않고 일정으로 한다. 더욱, Ortiz등⁴⁾이 논하고 있듯이 $C(x)$ 의 대신에 $C(x)$ 의 역수를 취해, 그것을 피로균열전파성장에 대한 재료의 저항이라 생각하는 것이 재료강도로서의 특성을 잘 표현하는 것이라 생각되어진다. 따라서 이하에서는 균열성장모델에 있어서 $C(x)$ 의 대신에 차식의 $Z(x)$ 를 이용하는 것으로 한다.

$$Z(x) = \left(\frac{\Delta K}{K_0}\right)^{m_i} \frac{dN}{da} \quad (3)$$

(3)식에서 알 수 있듯이, ΔK 를 일정으로 해서 실험을 행하면 피로균열전파의 저항계수 $Z(x)$ 와 실험적으로 얻은 $\frac{da}{dN}$ 의 통계적 특성은 등가로 된다. 따라서 확률과정 $Z(x)$ 의 특성은 피로균열전파율의 역수 $\frac{da}{dN}$ 를 조사하면 명확히 알 수 있다. 단 이미 논한 바와 같이 실험적으로 얻은 전파율은 유한구간 Δa 에서의 평균치이므로, (3)식을 이용해서 얻어지는 $Z(x)$ 로 평균치로 되고 평균치의 통계적 변동을 관찰하고 있는 것이 된다. 일반적으로, 확률변수 그것의 변동에 비하여 평균치의 변동은 적게 된다. 이하에서는 이러한 미소구간에서의 평균화가 실험적으로 추정되는 자기상관함수 또는 확률분포함수에 어떻게 영향을 미치는가를 고찰하고 또 피로설계의 자료추출을 위한 확률시뮬레이션에 대하여 검토한다.

3. 전파저항계수 $Z(x)$ 의 자기상관함수에서의 이론적 고찰

3.1 $Z(x)$ 의 실험치와 이론치

전술한 이유에 의해 피로균열전파에 있어서 ΔK 를 일정으로 하고 어떤 유한구간 Δa 마다

$\frac{da}{dN}$ 를 측정했다고 한다면, 균열선단부근의 균열전파경로에 면한 어떤 미소거리 Δa 에서의 피로균열전파저항 $\left(\frac{da}{dN}\right)_{\Delta a}$ 는 다음과 같이 표현된다. (1차원적으로 고찰한다.)

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{\Delta a} = \frac{1}{\Delta a} \int_x^{x+\delta} \frac{dN}{da} da \quad (4)$$

지금, 실험에서 측정된 $\Delta a = \delta$ 의 평균적 균열전파저항계수를 $Z_\delta(x)$ 라 놓으면

$$Z_\delta(x) = \frac{1}{\delta} \int_x^{x+\delta} Z(x) dx \quad (5)$$

로 된다. 여기서 $Z(x)$ 를 $\Delta \delta$ 마다의 평균치가 아니고 연속한 함수라고 가정하고 이것을 균열전파저항계수의 이론치라 한다. 이러한 모식도를 Fig. 1에 나타내고 있다. Z_δ 의 평균치는 Z 의 평균치와 일치하는 것을 쉽게 알 수 있다. 즉 (5)식의 양변에 기대치를 취하면

$$\begin{aligned} E[Z_\delta(x)] &= E\left[\frac{1}{\delta} \int_x^{x+\delta} Z(x) dx\right] \\ &= \frac{1}{\delta} \int_x^{x+\delta} E[Z(x)] dx = E[Z(x)] \end{aligned} \quad (6)$$

이다. 여기에 $E[Z_\delta(x)]$ 는 기대치를 취한 것을 나타낸다. 이하 $Z'(x) = Z(x) - E[Z(x)]$ 및 $Z'_\delta(x) = Z_\delta(x) - E[Z_\delta(x)]$ 를 취급하기로 한다. Z'_δ 의 분산은 반드시 Z' 의 분산과 동일하지 않은 것은 명확하고 이것은 Z' 의 공간적 분포에 의한다.

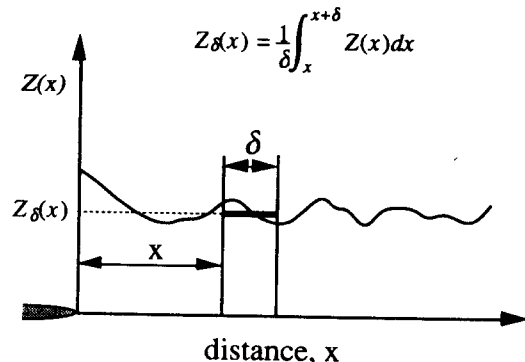


Fig. 1. Local average of material resistance.

3.2 평균화된 실험치의 자기상관함수

Z' 가 정상확률과정이고, 그 상관함수

$$R_{z'z'}(\zeta) = E[Z'(x)Z'(x+\zeta)] \quad (7)$$

가 주어져 있다고 하면, Z'_δ 의 자기상관함수를 구하면 다음 식으로 된다.

$$R_{\delta\delta}(\zeta) = E[Z'_\delta(x)Z'_\delta(x+\zeta)] = E\left[\frac{1}{\delta} \int_x^{x+\delta} [Z'(x)]dx \frac{1}{\delta} \int_{x+\zeta}^{x+\zeta+\delta} [Z'(x)]dx\right] \quad (8)$$

또 그 분산은 $R_{\delta\delta}(0)$ 의 경우이므로

$$\text{Var}[Z'_\delta] = R_{\delta\delta}(0) = \frac{1}{\delta^2} \int_x^{x+\delta} R_{z'z'}(\eta-\zeta) d\eta, \zeta=0 \quad (9)$$

이다.

$R_{z'z'}(\zeta)$ 가 주어지면 상식은 계산할 수 있고, 자기상관함수 및 분산에 미치는 계측관계 δ 의 영향을 검토할 수 있다.

3.3 자기상관함수 및 분산에 미치는 계측 간격(Δa)의 영향

(8), (9)식을 이용해서 계측간격 $\Delta a=0.4, 0.8, 1.2, 1.6\text{mm}$ 각각의 경우에 대한 통계적 특성을 조사한다. 이하 간단히 하기 위해 자기상관함수를 다음 식과 같은 지수함수로 한다.

$$R_{z'z'}(\zeta) = e^{-a_0 |\zeta|} \quad (10)$$

여기에 a_0 는 정수라 하면, 식(8)에서

$$R_{\delta\delta}(\zeta) = \frac{1}{\delta^2} \int_x^{x+\delta} d\zeta \int_{x+\zeta}^{x+\zeta+\delta} e^{-a_0 |\eta-\zeta|} d\eta$$

만약, $\eta > \zeta$ 라면

$$R_{\delta\delta}(\zeta) = \frac{1}{\delta^2} \int_x^{x+\delta} e^{-a_0 \zeta} d\zeta \int_{x+\zeta}^{x+\zeta+\delta} e^{-a_0 \eta} d\eta = \frac{1}{a_0^2 \delta^2} e^{-a_0 \zeta} [e^{-a_0 \zeta} + e^{-a_0 (\zeta+\delta)} - 2], \quad \zeta \geq \delta \quad (11)$$

로 된다.

또 (9)식에서

$$R_{\delta\delta}(0) = \frac{1}{\delta^2} \int_x^{x+\delta} d\zeta \int_{x+\zeta}^{x+\zeta+\delta} e^{-a_0 |\eta-\zeta|} d\eta = \frac{2}{a_0^2 \delta^2} \{a_0 \delta + e^{-a_0 \delta} - 1\}, \quad \zeta=0 \quad (12)$$

이다.

상관거리¹²⁾를 20, 5 및 1로써 $\delta=0.4, 0.8, 1.2, 1.6\text{mm}$ 에 대하여 자기상관함수를 플롯트한 것을 Fig. 2에 나타낸다. 이 그림에서 알 수 있듯이 δ 가 변화하여도 전체적인 경향에는 거의 차이가 없다. 또, $R_{\delta\delta}(0)$ 을 δ 에 대해서 플롯트 하면 Fig. 3과 같다. Fig. 3은 δ 가 크게 되면 될수록 $R_{\delta\delta}(0)$ 는 감소하고 있음을 나타내고 있다. 그 정도는 a_0 가 크면 클수록, 즉 상관거리(correlation length)가 작으면 작을수록 크게 된다. 이것은 재질이 급격히 변동하고 있을 때에는 미소구간에서의 평균치가 전체적 평균치에 접근하고, 국소적 평균치를 이용해서 통계적 변동을 취급하려면 변동을 적게 추정할 수 있다는 것을 의미한다. 즉 비교적 큰 δ 에서 계측한 데이터를 이용해서 짧은 균열 전파수명의 확률을 구하면 정상적으로는 Fig. 4와 같이 파괴확률을 적게 추정할 위험측의 추정이 된다. 따라서 비교적 짧은 파괴균열 전파의 경우에 시뮬레이션으로 균열의 성장을 추정할 경우에는 이상과 같은 해석이 필요함을 인식하지 않으면 안된다.

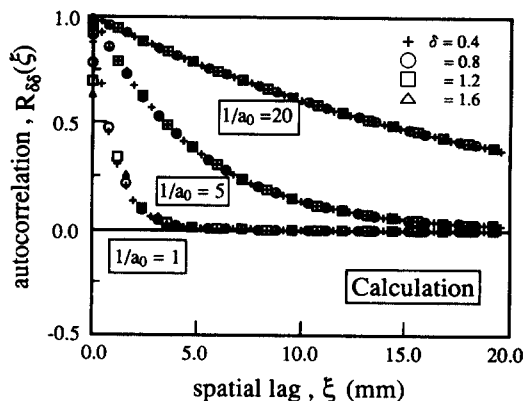


Fig. 2. Calculated autocorrelation functions.

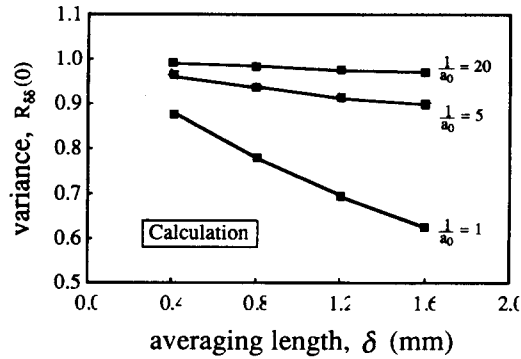


Fig. 3. Effect of the averaging length on the variance.

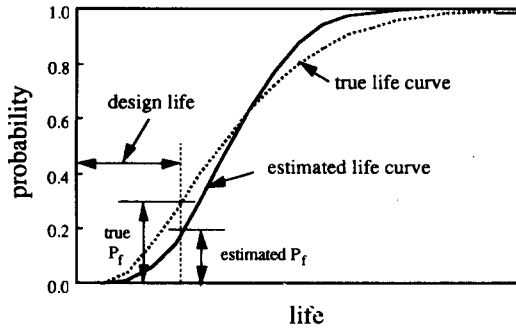


Fig. 4. The difference of the true probability of failure and the estimated one.

4. 전파수명의 확률분포의 추정

4.1 종래의 실험 데이터¹³⁾

공시재는 해양구조물용의 고장력강 BS 4360(GD50D)이고 그 화학성분 및 기계적 성질을 Table 1에 나타낸다. 시험편은 균열길이의 자동계측 편리를 생각해, 표준 CT시험편을 사용하고 있고 그 형상치수를 Fig. 5에 나타내었다. 실험은 마이크로 컴퓨터에 의해 ΔK 치 제어시험이고, 시험조건은 응력반복속도 2.0Hz, 응력비 0.1로 하였다. 제어한 ΔK 치는 21.7, 28.0, 34.1 및 43.4 $MPa\sqrt{m}$ 를 목표로해서 시험편 24매에 대해서 데이터가 있다. ΔK 치 일정 피로 실험에 의한 $a \sim N$ 곡선을 Fig. 6에 나타내었다. 또 Fig. 7, Fig. 8, Fig. 9와 같은 결과를 얻고 있다. 즉, Z

Table 1 Chemical composition(9wt.%) and mechanical properties

C	Si	Mn	P	S	Nb
.15	.40	1.32	.016	.004	.26
Yield point		Tensile		Elongation	
371MPa		522Mpa		30.0%	

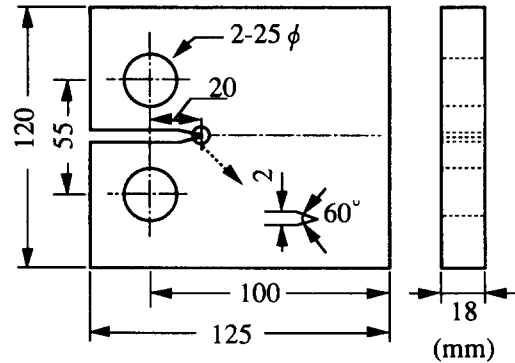


Fig. 5. Shape and dimension of specimen.

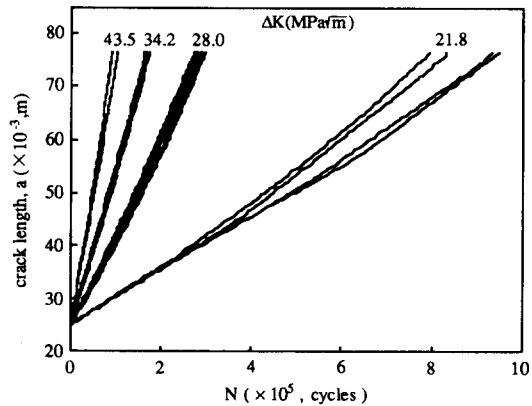


Fig. 6. $a \sim N$ curves.

(x), m , K 의 파라메타치의 통계적 특성값은 다음과 같다.

$$1) k_0 = 32.5 MPa \sqrt{m}$$

2) m 는 $N(\bar{m}, \sigma_m^2)$ 의 정규분포에 따른다.

$$F_N(m | \bar{m}, \sigma_m^2) = \int_{-\infty}^m \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_m} \exp$$

$$\left\{ -\frac{(m - \bar{m})^2}{2\sigma_m^2} \right\} dm \quad (13)$$

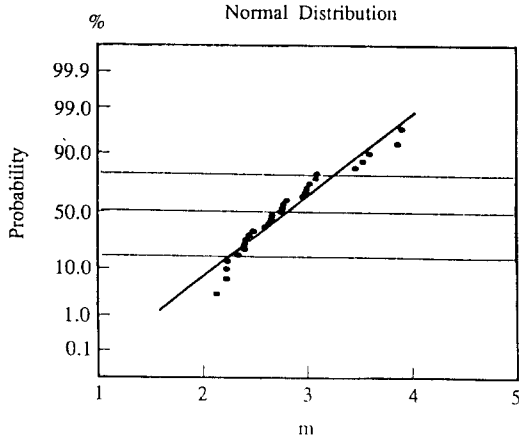


Fig. 7. Probability distribution of parameter m .

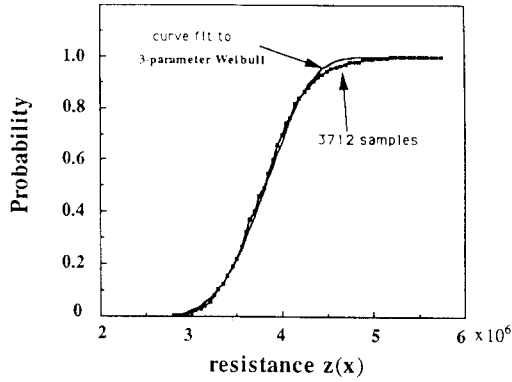


Fig. 8. Probability distribution of $Z(x)$.

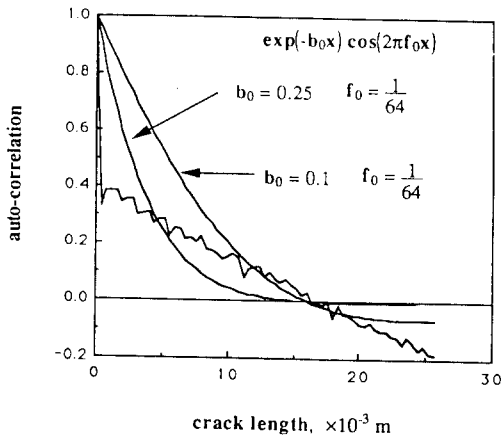


Fig. 9. Autocorrelation function of $Z(x)$.

$$\bar{m}=3.2, \sigma_m=0.32$$

3) $Z(x)$ 는 Weibull분포에 따른다.

$$F(z)=1-\exp\left\{-\left(\frac{z-r}{\beta-\gamma}\right)^\alpha\right\} \quad (14)$$

$$\alpha=4.2, \beta=3.96 \times 10^6, \gamma=2.34 \times 10^6$$

4) $z(x)$ 의 평균자기상관함수

$$R(z)=\exp(-b_0 z) \cos(2\pi f_0 z) \quad (15)$$

$$b_0=0.25 \quad f_0=\frac{1}{64}$$

4.2 $Z(x)$ 및 m_i 의 시뮬레이션

균열전파의 시뮬레이션에 선행해서 먼저 4.1절에 나타난 $Z(x)$, m_i 의 확률특성을 기초로해서 $Z(x)$ 및 m_i 의 시뮬레이션을 행하였다. $Z(x)$ 는 Weibull과정에 따르는 비정규확률과정이기 때문에 통상의 정규 확률과정을 전체로 한 시뮬레이션은 사용 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 Shimozuka등이 개발한 비정규확률과정의 시뮬레이션법^{14),15)}을 이용해서 (14), (15)식에 나타난 데이터에서 $Z(x)$ 를 시뮬레이트 한다. 이하, 본 시뮬레이션법을 간단히 논한다. Fig. 10에 전과저항 계수 $Z(x)$ 의 시뮬레이션의 알고리즘을 나타낸다. 먼저 실험에서 얻은 스펙트럼 $S(f)$ 에 기초해서 목표 스펙트럼 밀도함수 $S_r(f)$ 을 정한다. 적당한 스펙트럼 $S_G(f)$ 을 이용, 역 푸리에 변환에 의해서 정규확률 과정 $U(x)$ 를 발생한다. 그 정규분포에 따르는 불규칙 데이터 U 를 Weibull분포에 따르는 불규칙 데이터 Z 로 변환한다. 변환에 의해서 얻은 확률변수 Z 의 스펙트럼 $S_w(f)$ 는 목표 스펙트럼 $S_r(f)$ 와는 반드시 일치하지는 않는다. 목표 스펙트럼을 얻기 위하여 $S_G(f)$ 를 수정해서 동일한 방법을 반복할 필요가 있다. 이 때 $(k+1)$ 회째에 정규과정을 시뮬레이트 하는데 이용하는 스펙트럼 밀도 $S_G^{k+1}(f_i)$ ($i=1, 2, \dots, N$)을 다음식으로 정한다.

$$S_G^{k+1}(f_i)=\frac{S_G^k(f_i)}{S_w^k(f_i)}S_r(f_i) \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (16)$$

단, $S_G^k(f)$ 는 k 회재에 이용한 스펙트럼 밀도, $S_W^K(f)$ 는 k 회재에 발생한 Weibull분포에 따르는 확률변수 Z 에서 구한 스펙트럼 밀도이다. 수회반복하면 시물레이트한 Weibull분포에 따르는 확률과정의 스펙트럼은 거의 목표스펙트럼과 일치하는 것으로 된다.

더욱 실험에서 구한 $Z(x)$ 는 균열 선단위치 x 가 $0.4mm$ 진행하는 동안의 평균적인 균열저파저항이기 때문에 시물레이트도 $0.4mm$ 간격으로 하였다. 시물레이트한 一例를 Fig. 11에 나타낸다. m_i 는 $N(\bar{m}, \sigma_m^2)$ 에 따르는 정규난수를 이용하였다.

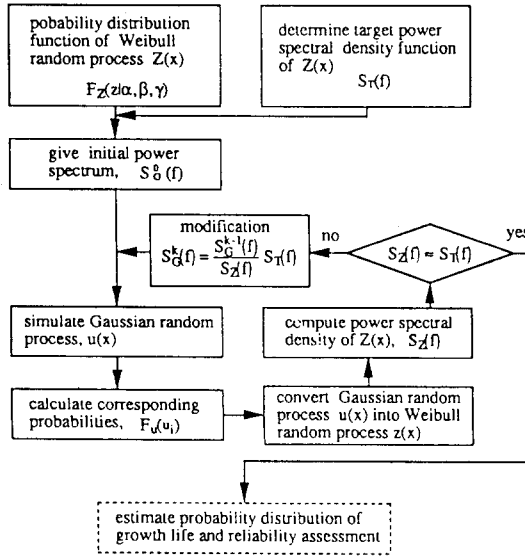


Fig. 10. Flow chart of $Z(x)$ simulation.

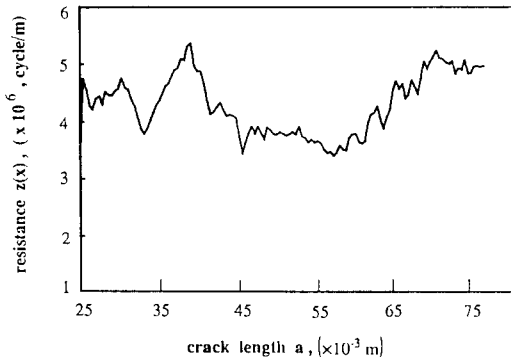


Fig. 11. Example of simulated $Z(x)$.

4.3 피로균열전파수명의 확률분포의 추정

임의의 균열길이 $a_i (i=1, 2, \dots, n)$ 에 달하는 반복수 N_i 는 시물레이트한 확률과정 m_i 와 $Z(x)$ 의 데이터로부터 (2)식에 의해서 일정하중하의 $a \sim N$ 관계를 계산할 수 있다. 즉,

$$N_i = \sum_{k=1}^l Z(a_k) \frac{\Delta a}{\left[\frac{\Delta K(a_k)}{K_0} \right]^{m_i}} \quad (17)$$

단, a_0 는 초기균열 길이로, a_1 은

$$a_1 = a_0 + \sum_{k=1}^l \Delta a \quad (18)$$

이다.

또, 균열길이가 a_k 에 달할 때에 응력확대계수 범위 $\Delta K(a_k)$ 는, 다음 식을 이용해서 계산하였다.

$$\Delta K = \frac{\Delta P}{B\sqrt{W}} \frac{2 + \frac{a}{W}}{\left[1 - \frac{a}{W} \right]^{3/2}} \left\{ 0.886 + 4.64 \left(\frac{a}{W} \right) - 13.32 \left(\frac{a}{W} \right)^2 + 14.72 \left(\frac{a}{W} \right)^3 - 5.6 \left(\frac{a}{W} \right)^4 \right\} \quad (19)$$

여기서, B 는 시험편 두께, W 는 시험편 폭이다.

최종균열길이 a_1 을 적당히 정해, 확률과정 m_i 와 $Z(x)$ 의 시물레이션을 반복, (17), (18)식에 의해서 N 과 a 를 계산해서, 피로균열전파수명분포의 추정정도에 의해서 필요한 수의 하중 제어하의 $a \sim N$ 곡선을 얻을 수 있다.

전파저항계수 $Z(x)$ 의 확률분포특성을 고려해서 3모수 Weibull분포 함수 $F_N(n | \alpha', \beta', \gamma')$ 를 전파수명 N 의 확률분포함수라 한다. 즉,

$$F_N(n | \alpha', \beta', \gamma') = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{n - \gamma'}{\beta' - \gamma'} \right)^{\alpha'} \right\} \quad (20)$$

이다. 단 α', β', γ' 는 각각 형상모수, 척도모수, 위치모수이다.

한편, 구조물의 사용기간 (n)중에 성장한 균열 길이 a 가 소정의 균열길이 a_1 보다 작을 확률을 구조물의 신뢰도 $R(n)$ 이라 한다. 즉, 신뢰도 $R(n)$ 는 다음식으로 표시된다.

$$R(n) = P_r[a < a_1] = P_r[K < n] = 1 - F_N(n) \quad (21)$$

(20)식을 (21)식에 대입하면 신뢰도는

$$R(n | \alpha', \beta', \gamma') = \exp \left\{ - \left(\frac{n - \gamma'}{\beta' - \gamma'} \right)^\alpha \right\} \quad (22)$$

이다. (22)식으로부터 구조물의 소정신뢰도 $R(n)$ 가 주어지면 그것에 대한 사용기간 n 가 얻어진다. 또, (22)식에서 알 수 있듯이 만약 γ' 가 존재하면 γ' 는 균열길이 a 에 도달하는 전파수명의 최소치 N_s 이므로

$$N_s = \gamma' \quad (23)$$

이다.

사용기간 n 이 이 값 이하이면 균열은 길이 a 에

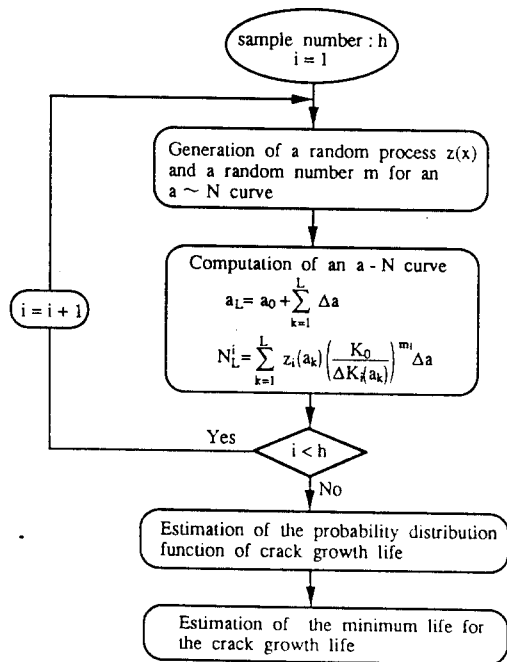


Fig. 12. Flow chart of estimation of the probability distribution function of crack growth life.

도달하지 않는다. 즉 $R(n) = 100\%$ 이다. N_s 를 최소수명이라고 한다. 이상의 시뮬레이션에 의한 전파수명분포의 추정을 위한 플로차트를 Fig. 12에 나타낸다.

4.4 균열전파의 시뮬레이션 결과와 고찰

4.2절의 방법으로 시뮬레이트한 m 와 $Z(x)$ 의 데이터로부터 초기균열길이 a_0 을 주고, (17), (18)식을 이용해서 a 와 N 의 관계를 구하면 $a \sim N$ 곡선이 얻어진다. 일례로 초기균열 길이 $a_0 = 30mm$, 소정의 균열길이 $a_1 = 60mm$, 하중진폭 $17.7KN$ 으로 한 하중제어하의 100회분의 시뮬레이션을 행해서 얻은 $a \sim N$ 곡선과 실험 데이터를 Fig. 13에 함께 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 시뮬레이션에서 얻은 $a \sim N$ 곡선은 실험결과와 일치하고 있다. 얻어진 100회분의 $a \sim N$ 곡선에서 소정균열길이가 각각 40, 50, 60mm에 달했을 때의 전파수명 $N(a)$ 를 구해 Weibull확률지상에 플롯트한 것을 Fig. 14에 나타낸다. 그림중의 실선은 직접탐색법¹⁸⁾을 이용하여 그린 분포함수이다. 피로균열전파에 대해서 구조물의 요구신뢰도 $R(n)$ 이 주어지면 추정된 피로균열전파수명의 분포함수를 이용해 몇가지의 계산치를 Table 2에 나타낸다. 또, 균열전파경로에 의한 장소에 있어서 전파저항계수 $Z(x)$ 가 최소치를 취했을 때의 전파수명을 N_0 라고 해 동일 표에 나타냈다. Table 2에서 알 수 있듯이 상술의 시뮬레이션에

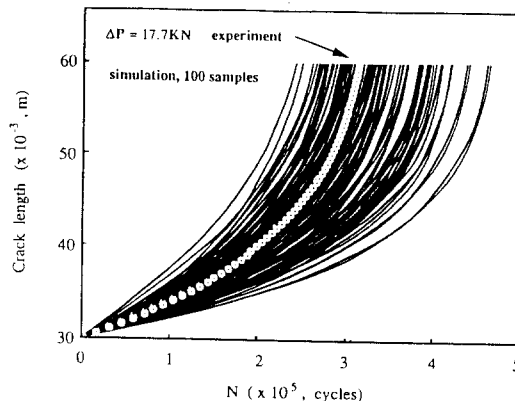


Fig. 13. $a \sim N$ curves by simulation.

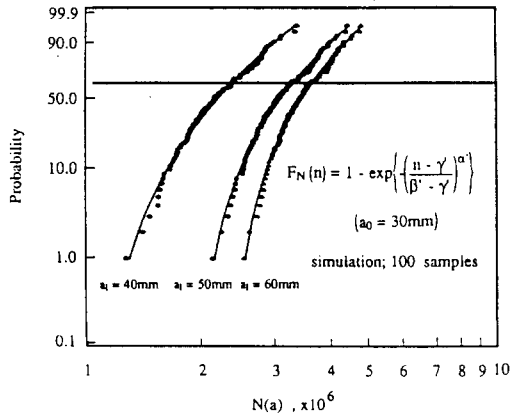


Fig. 14. Weibull distributions of crack growth life by simulation.

의해서 추정된 최소수명의 추치 γ' 와 N_0 의 치는 거의 일치하고 있다. 따라서 이와같이 시뮬레이션에 의한 피로균열전파수명의 확률분포를 추정하는 방법이 가능하리라 생각된다. 따라서 설계자료 추출을 위한 확률시뮬레이션이 가능하리라 생각되어진다. 이상의 예는 비교적 균열길이가 긴 수십 mm 정도의 예이므로 만약 비교적 짧은 전파수명을 추정할 경우에는 3절에서 행한 것과 같은 δ 의

영향을 고려한 해석이 필요하다.

5. 결 과

피로균열전파수명의 설계 데이터 추출의 목적으로 피로균열성장율의 변동요인이라 생각되는 재료의 공간적 변동과 피로시험에 대한 전파율을 측정할 때의 계측간격 δ 와 관계에 대해서 이론적으로 고찰하고, 또 해양구조물용강 BS4360의 실험결과에서 얻은 재료의 통계적 특성을 이용한 피로균열전파 수명의 데이터추출을 위한 확률시뮬레이션에 대하여 검토한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 피로균열전파저항계수를 확률과정으로써 취급하고 상관거리를 20, 5, 1의 각가에 대해서 이론적으로 구한 $Z_0(x)$ 의 자기상관함수는 δ 가 0.4, 0.8, 1.2 및 1.6mm로 변화하여도 전체적 경향에는 거의 변함이 없음을 알 수 있었다.
- (2) δ 가 크게 되면 $Z_0(x)$ 의 분산은 감소하였다. 그 정도는 상관거리가 작을수록 크게 되었다.

Table 2. Results of reliability calculation by simulation

crack length $a(mm)$	parameters of P.D.F for $N(a)$			probability (%)	growth life ($\times 10^5$)	minimum life	
	α'	β'	γ'			$N_s(\times 10^5)$	$N_0(\times 10^5)$
40	2.64	$(\times 10^5)$	$(\times 10^5)$	99.0	1.3	1.1	1.3
				99.5	1.2		
				99.9	1.2		
				99.99	1.1		
				99.999	1.1		
50	2.41	3.19	1.86	99.0	2.1	1.9	1.9
				99.5	2.0		
				99.9	1.9		
				99.99	1.9		
				99.999	1.9		
60	2.42	3.55	2.25	99.0	2.4	2.3	2.1
				99.5	2.4		
				99.9	2.3		
				99.99	2.3		
				99.999	2.3		

(3) 소수의 피로시험결과를 이용해 설계 자료로 중요한 피로균열전파 수명의 확률분포를 비정규 확률과정의 시뮬레이션에 의해서 추정 가능함을 알 수 있었다.

(4) 또한 최소수명의 추정도 가능함을 알 수 있었다.

참고문헌

- 1) Kozin, F and Bogdanoff, J. L.(1981) : A Critical Analysis of Some Probabilistic Models of Fatigue Crack Growth, Eng. Fracture Mechanics, 14, 59.
- 2) Lin, Y. K. and Yang, J. N.(1983) : On Statistical Moments of Fatigue Crack Propagation Eng. Fracture Mechanics, 18-2, 243.
- 3) Lin, Y. K. and Yang, J. N.(1985) : A Stochastic Theory of Fatigue Crack Propagation, AIAA Journal, 23-1, 117.
- 4) Ortiz, K and Kiremidjian, A. S.(1986) : Time Series Analysis of Fatigue Crack Growth Rate Data, Eng. Fracture Mechanics, 24-5, 657.
- 5) 板垣浩, 石塚鐵夫, 山本聰(1977) : 피로수명의 확률분포추정에 대해서, 일본조선학회 논문집, 141, 263.
- 6) 藤井進, 中川陸夫, 橋本和彦, 河村英敏(1979) : 시간절단 피로수명 시험 데이터의 베이즈 해석, 일본기계학회 논문집, 49-429, 1115.
- 7) 板垣浩, 石塚鐵夫, 黃培彥(1989) : 피로균열 전파의 시뮬레이션에 의한 신뢰성 평가, 일본조선학회 논문집, 165, 253.
- 8) 板垣浩, 石塚鐵夫, 金善振(1991) : 재질의 공간적 변동의 재료시험 결과에 미치는 영향에 관해서, 일본조선학회 논문집, 170, 665.
- 9) Paris, P. c. and Erdogan, F.(1956) : A Critical Analysis of Crack Growth Propagation, Trans. ASME. J. Basic eng. 85, 528.
- 10) Tanaka, S, Ichikaqa, M. and Akita, S.(1981) : Variability of m and C in the Fatigue Crack Propagation Law, Int. fract. 17, R121.
- 11) 市川昌弘, 中村武夫(1984) : 피로균열 전파 법칙 $da/dN=C(\Delta K)^m$ 에 대한 파라메타의 확률변수화 방법, 일본재료학회지, 34-378, 321.
- 12) Elishakoff, I.(1983) : Probabilistic Methods in the Theory of Structures, John Wiley & Sons, 294.
- 13) 板垣浩, 石塚鐵夫, 黃培彥(1990) : 피로균열 전파수명의 확률분포 추정에 관한 실험적 연구, 일본기계학회 논문집, 525, 1082.
- 14) Shinozuka, M.(1974) : Digital Simulation of Random Processes in Engineering Mechanics with the Aid of FFT Techniue, Stochastic Problems in Mechanics, Univ. of Waterloo Press, 277.
- 15) Yamazaki, F. and Shinozuka, M. (1962) : Digital Generation of Non-Gaussian Fields, Technical Report, Department of Civil Engineering Mechanics, Coulmbia University, 211.
- 16) 武藤三郎 外 2人(1977) : Fortran과 수치계산법, 培風館.