

## 재해석 기법에 의한 충격 하중을 받는 쉘 구조물의 동적 응답 해석에 관한 연구\*

배 동 명

부산수산대학교 선박공학과

(1993년 5월 2일 접수)

## A Study on the Dynamic Response Analysis of Shell Structure with Impulsive Load by Reanalysis Technique

Dong - Myung BAE

Dept. of Naval Architecture, National Fisheries Univ. of Pusan

(Received May 2, 1993)

The proposed method in this paper, termed the substructural reanalysis technique, utilizes the computational merits of the component mode synthesis technique and of reanalysis technique for the design sensitivities of the dynamic characteristics of sub-structurally combined structure. It is shown that the dynamic characteristics of the entire structure can be obtained by synthesizing the substructural eigensolution and the characteristics of the eigensolution for the design variables of the modifiable substructure<sup>6), 9) ~ 24)</sup>.

In this paper, the characteristics of the eigenvalue problems obtained by this proposed method are compared to exact eigensolution in terms of accuracy and computational efficiency, and the advantage of this proposed method as compared to the direct application of the whole structure and experimental results is demonstrated through examples of numerical calculation for the dynamic characteristics(natural frequencies and mode shapes) of a flexible vibration of thin cylindrical shell with branch shell under 2-end fixed positions, boundary condition.

Thin cylindrical shell of overall length 1280mm, external diameter 360mm, thickness 3mm with branch shell is made of mild steel.

The load condition for dynamic response in this paper is impulsive load of which magnitude is 10kgf, which have short duration of 0.1 sec. and time interval applied to calculate,  $\Delta T$  is  $1.0 \times 10^{-4}$  seconds.

\* 이 논문은 1991년도 교육부지원 한국학술진흥재단의 자유공모(지방대학육성)과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.

## 1. 서 론

오늘날 해양 및 해저자원의 개발과 비축, 우주 및 항공산업에 대한 관심의 증대로 해양구조물과 해저 탐사용 수중장비, 항공우주장비, 원자로 등 여러분야에 쉘 구조와 쉘 형 부재의 활용이 급증하게 됨에 따라, 쉘 구조의 엄밀한 동적 거동 및 강도 해석이 주요 연구 과제로 등장하게 되었다<sup>1)~8)</sup>.

해석 모델이 복잡하고 커지면 전-후처리(pre-post process)의 작업량과 계산량을 줄이기 위해서 적정 크기의 몇개 부분 구조로 나누고, 각 부분구조에 대한 고유 진동 응답과 전달 함수등을 구하고 이를 각 부분 구조의 결합점에서 경계 조건을 만족하도록 하여 전체 구조물의 동특성을 결정하는 모우드 합성법을 사용해 오고 있다.<sup>9)~19)</sup> 또, 복합구조물의 동적응답 해석을 위한 최근의 동향으로 수치해석과 전달함수를 이용한 실험적 모우드 해석법의 양 분야에 걸친 모우드 해석법이 시도되고 있다<sup>20)</sup>.

본 논문에서는 각 부분 구조물에 대한 실험 및 수치 모우드 해석결과로부터 전체 결과를 얻기 위한 모우드 합성법을 발전서켜 system parameter로 돌아가, 해석한 각 부분 구조의 동특성치가 구조물의 부분설계 변경에 따른 각 부분 구조의 모우드 변수를 다시 해석하는 프로세스를 적용한다<sup>21)~24)</sup>.

본 논문의 유효성을 보이기 위해서, 양단지지조건을 갖는 직각 방향의 branch shell붙이 원통형 쉘 구조물을 계산예로 하여 고유진동 응답을 포함한 충격 하중을 받는 경우의 거동에 대한 동적응답을 검토하고<sup>5)</sup>. 3차원 유한요소 모우드 해석에 의한 해석 결과와 이론해석 구조와 같은 모델을 연장으로 제작하여, FFT 분석기와 Hammering Test를 이용해서 구한 전달 함수로부터 각 모우드 변수를 수치 모우드로 curve fit하여 해석한 결과와 비교하여 검증한다<sup>23)</sup>.

또, 이의 검증을 위해 1차원 보모델을 2개의 부분구조(Sub-I, Sub-II)로 나누어 해석하여, 본 연구의 방법에 따른 타당성을 보인다.

## 2. 이론해석

### 2.1 재해석 기법

유한 요소법에 의한 임의 구조의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$M_{ij} \ddot{X}_j + C_{ij} \dot{X}_j + K_{ij} X_j = F_i : i, j = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

여기서,  $M$ ,  $C$ ,  $K$  및  $F$ : 구조물의 질량, 감쇠, 강성행렬과 외력 벡터,  $n$ : 전체 구조물의 자유도

구조 감쇠를 무시하고 (1)식에서 고유 진동수 (eigen frequencies)와 정규 모우드 함수 (Normalized modal functions)를  $\omega$ ,  $\varphi$ 로 놓고, 구조 변위벡터  $X$ 는 다음의 일반화 좌표로 나타낼 수 있다.

$$X_j = \varphi_{jk} Z_k : j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, n_f \quad (2)$$

여기서,

$Z_k$ :  $k$ -th 모우드의 일반화 좌표

$n_f$ : 고려하는 모우드의 수

부가적인 구조물의 수정 성분을  $\delta M$ ,  $\delta C$  및  $\delta K$ 라 하면, 수정된 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$(M_{ij} + \delta M_{ij}) \ddot{X}_j + (C_{ij} + \delta C_{ij}) \dot{X}_j + (K_{ij} + \delta K_{ij}) X_j = F_i : i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

(2)식을 (3)식에 대입하고, 양변에  $\varphi^T$ 를 앞에 곱하면,

$$m_{lk} \ddot{Z}_k + c_{lk} \dot{Z}_k + k_{lk} Z_k = f_k : l, k = 1, 2, \dots, n_f \quad (4)$$

여기서,

$$m_{lk} = I_{kk} + \varphi_{il} \delta M_{ij} \varphi_{jk} : i, j = 1, 2, \dots, n$$

$$c_{lk} = 2\zeta \omega_l + \varphi_{il} \delta C_{ij} \varphi_{jk} \quad (\text{여기서, } \varphi_{il} C_{ij} \varphi_{jk} = 2\zeta \omega_l)$$

$$k_{lk} = \omega_l^2 + \varphi_{il} \delta K_{ij} \varphi_{jk}$$

$$\zeta_k = k - th \text{ 모우드 감쇠비}$$

$$f_k = \varphi^T f_i = \varphi_{ik} f_i$$

$$I_{kk} = \text{同一 행렬(indentity martix)}$$

(4)식에서 고유치  $\omega'$  와 모우드 함수  $\psi$ 를 구한

후에, 원래 구조물의 일반화 좌표  $Z$ 는 다음의 방정식을 이용하여 수정된 구조물에 대한  $Z'$ 로 변환할 수 있다.

$$Z_k = \psi_{kp} Z'_p \quad : k, p = 1, 2, \dots, n_f \quad (5)$$

(5)식을 (2)식에 대입하고, 수정된 구조물의 고유치  $\omega'$ 와 모우드 행렬  $\phi'$ 는 다음과 같이 구할 수 있다<sup>26)</sup>.

$$X_j = \varphi_{jk} \psi_{kp} Z'_p = \varphi'_{jp} Z'_p \quad (6)$$

여기서,  $j = 1, 2, \dots, n$  and  $k, p = 1, 2, \dots, n_f$

## 2.2 쉘의 정식화

### (1) 쉘의 운동방정식

본 연구에서는 Love의 얇은 쉘 이론에 대한 일차근사이론(First approximation)을 개선시킨 Sanders<sup>7)</sup>의 이론을 사용하여, 실린더의 중심을 원점으로 하는 원통좌표계(Fig. 1)를 사용하였으며,  $r, \theta, z$ 는 각각 반경, 원주 및 축방향의 좌표를 표시하고  $u, v, w$ 는 쉘의 중심에서 각 좌표에 대응하는 변위 성분이다. 여기서, 곡률 - 변위관계, 변형율 - 변위관계, 합응력 및 모멘트를 평형방정식에 대입하면, 변위, 재료상수 및 표면하중만이 포함되는 다음과 같은  $z, \theta, r$ 축에 대한 3개의 운동방정식이 얻어진다.

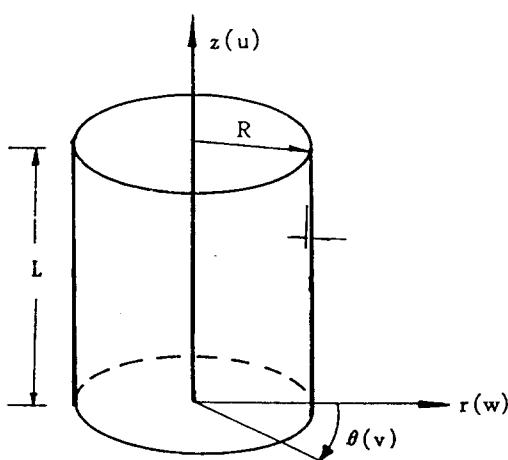


Fig. 1. Cylindrical shell and coordinates.

$$R^2 \frac{\partial u^2}{\partial z^2} + \left( \frac{1-v}{2} \right) \left( 1 + \frac{\alpha^2}{4} \right) \frac{\partial u^2}{\partial \theta^2} + \frac{R}{2} [1+v - \frac{3}{4}(1-v)\alpha^2] \frac{\partial v^2}{\partial \theta \partial z} + Rv \frac{\partial w}{\partial z} + R \frac{\alpha^2}{2} (1-v) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 w}{\partial z \partial \theta^2} &= -\frac{R^2}{K} q_z + \frac{R^2}{K} \rho_z h \ddot{w} \\ \frac{R}{2} [1+v - \frac{3}{4}(1-v)\alpha^2] \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \theta} + \frac{R^2(1-v)}{2} [1 + \frac{9}{4}\alpha^2] \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + (1+\alpha^2) \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial w}{\partial \theta} - \alpha^2 [\frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3} + R^2(\frac{3}{2} - \frac{v}{2})] \frac{\partial^3 w}{\partial z^2 \partial \theta} \\ &= -\frac{R^2}{K} q_\theta + \frac{R^2}{K} \rho_\theta h \ddot{v} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} Rv \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{9}{2}(1-v)\alpha^2 \frac{\partial^3 u}{\partial z \partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} - \alpha^2 [\frac{\partial^3 v}{\partial \theta^3} + R^2(\frac{3}{2} - \frac{v}{2})] \frac{\partial^3 v}{\partial \theta \partial z^2} + w + \alpha^2 \nabla^4 w \\ = \frac{R^2}{K} qr - \frac{R^2}{K} \rho_s h \ddot{w} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

$$\alpha^2 = \frac{1}{12} \left( \frac{h}{R} \right)^2 \quad (10)$$

$$\nabla^4 w = R^4 \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} + 2R^2 \frac{\partial^4 w}{\partial z^2 \partial \theta^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} \quad (11)$$

### (2) 쉘의 유한요소 정식화

#### (2-1) 쉘의 변위 가정 및 형상함수

쉘의 운동 방정식에서 표면하중  $q_z, q_\theta, q_r$ 이 다음과 같은 조화급수로 표현된다고 가정한다. 즉,

$$\begin{aligned} q_z &= \sum_m q_z^m(z, t) \cos m\theta \\ q_\theta &= \sum_m q_\theta^m(z, t) \sin m\theta \\ q_r &= \sum_m q_r^m(z, t) \cos m\theta \end{aligned} \quad (12)$$

쉘의 변위  $u, v, w$ 에 대한 조화해는 아래와 같이 놓을 수 있다.

$$u(\theta, z, t) = \sum_m U_m(z, t) \cos m\theta$$

$$v(\theta, z, t) = \sum_m V_m(z, t) \sin m\theta \quad (13)$$

$$w(\theta, z, t) = \sum_m W_m(z, t) \cos m\theta$$

또한 (13)식의  $U_m, V_m, W_m$ 은 다음과 같다.

$$U_m(z, t) = A_u \cos(n\pi z/L) \cdot \cos \omega t$$

$$V_m(z, t) = A_v \sin(n\pi z/L) \cdot \cos \omega t \quad (14)$$

$$W_m(z, t) = A_w \sin(n\pi z/L) \cdot \cos \omega t$$

여기서  $A_u, A_v, A_w$ 는 성분 진동의 진폭이며,  $m$ 과  $n$ 은 각각 원주방향 및 축 방향 절점 배열이고, 변수  $z, \theta, \omega$ 는 각각 축 및 각도 좌표, 원진동수를 의미하고,  $t$ 는 시간이다.

이렇게 되면 각 조화 하중에 대응하는 조화 쉘 변화가 존재하고 더우기  $m$ 번 째의 조화변위에는  $m$ 번째의 조화하중 함수만에 연관된다. 규정된 조화번호  $m$ 에 대해서 전형적인 쉘 요소의 변위함수 벡터  $\{u\}$ 는 일반화된 변위벡터  $\{U_m\}$  항으로 임의 점  $(z, \theta)$ 에서 다음과 같이 표현된다.

$$\{u_m\} = [\bar{\theta}] \{U_m\} \quad (15)$$

여기서,

$$\{u_m\}^T = [u_m, v_m, w_m] \quad (16)$$

$$\{U_m\}^T = [U_m(z, t), V_m(z, t), W_m(z, t)] \quad (17)$$

$$[\bar{\theta}] = \begin{bmatrix} \cos m\theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin m\theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos m\theta \end{bmatrix} \quad (18)$$

또,  $U_m, W_m$ 은  $\theta=0$ 에서 축 및 반경방향 변위이고  $V_m$ 은  $\theta=\pi/2$ 에서의 원주방향 변위이다.

$$\begin{aligned} \{U_m\} &= [p] \{A\} = [p] [H]^{-1} \{\delta_m\} \\ &= [N] \{\delta_m\} \end{aligned} \quad (19)$$

$$[N] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{z}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{z}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{3z^2}{L^3} + \frac{2z^3}{L^3} & z - \frac{2z^2}{L} + \frac{z^3}{L^2} \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{cccc} \frac{z}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{z}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3z^2}{L^2} - \frac{2z^3}{L^3} & \frac{-z^2}{L} + \frac{z^3}{L^2} \end{array} \right\} \quad (20)$$

### (2-2) 강성률 매트릭스 계산

형상함수 매트릭스  $[N]$ , 응력매트릭스  $[D]$ , 변형율매트릭스  $[B]$ , 변환 매트릭스  $[T_r]$ 로 부터 쉘의 변형에너지를 이용하여 강성률 매트릭스를 계산할 수 있다. 쉘의 내적 변형 에너지  $U(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} U(t) &= \frac{1}{2} \int_v \epsilon \sigma dv = \frac{1}{2} \int_v \epsilon^T [D] \{\epsilon\} dv \\ &= \frac{1}{2} \int_v \{\delta_m\}^T [B]^T [Tr]^T [D] [Tr] [B] \{\delta_m\} dv \\ &= \frac{1}{2} \{\delta_m\}^T \int_v [B]^T [Tr]^T [D] [Tr] [B] dv \{\delta_m\} \\ &= \frac{1}{2} \int_v \{\delta_m\}^T [K_e] \{\delta_m\} \end{aligned} \quad (21)$$

따라서, 요소강성을 매트릭스  $[K_m^e]$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [K_m^e] &= \int_v [B]^T [T_r]^T [D] [T_r] [B] dv \\ &= h \int_0^L \int_0^{2\pi} [B]^T [T_r]^T [D] [T_r] [B] R d\theta dz \\ &= \pi h R \int^L [B]^T [D] [B] dz \end{aligned} \quad (22)$$

### (2-3) 질량 매트릭스 계산

질량 매트릭스는 요소의 운동에너지식에서 구하는데 운동 에너지  $T(t)$ 는 다음으로 표현된다.

$$\begin{aligned} T(t) &= \int_v \{u\}^T \rho_s \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u\} dv \\ &= \int_v \rho_s \{\delta_m\}^T [\bar{\theta}] [N]^T \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\bar{\theta}] [N] \{\delta_m\} dv \\ &= \{\delta_m\}^T \int_v \rho_s [\bar{\theta}]^T [N]^T [N] [\bar{\theta}]^T dv \{\delta_m\} \\ &= \{\delta_m\}^T [M_e] \{\delta_m\} \end{aligned} \quad (23)$$

따라서, 요소 질량 매트릭스  $[M_m^e]$ 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}[M_m^e] &= \rho_s \int_v [\bar{\theta}]^T [N]^T [N] [\bar{\theta}]^T dv \\ &= \rho_s h \pi \int_0^L [N]^T [N] dv \end{aligned} \quad (24)$$

### 2.3 디지털 실험 장치를 이용한 모우드 해석

#### (1) 동적 구조 모델

동적 구조계의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \quad (25)$$

(25)식의 Laplace 변환은 다음과 같다.

$$B(s)X(s) = F(s) \quad (26)$$

$$\text{여기서, } B(s) = Ms^2 + Cs + K \quad (27)$$

전달 매트릭스  $H(s)$ 는 계 매트릭스  $B(s)$ 의 역 매트릭스로 표시되므로 (26)식으로부터  $H(s)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H(s) = B(s)^{-1} \quad (28)$$

$$\text{여기서, } X(s) = H(s)F(s) \quad (29)$$

전달 매트릭스의 각 요소는 전달함수이고  $n$ 차 원계에 대해서  $H(s)$ 는  $n \times n$  매트릭스이고 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H(s) = \begin{bmatrix} h_{11}(s) & \dots & h_{1n}(s) \\ \dots & h_{ij}(s) & \dots \\ h_{n1}(s) & \dots & h_{nn}(s) \end{bmatrix} \quad (30)$$

#### (2) 진동 모우드

전달 매트릭스는 모우드 진동수, 감쇠 및 모우드 벡터의 항으로 표시되고, 계 매트릭스  $B(s)$ 의 요소는 Laplace 변수( $s$ )의 2차함수이므로 전달 매트릭스  $H(s)$ 의  $ij$ 번째 요소는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$h_{ij}(s) = \frac{b_1 s^{2n-2} + b_2 s^{2n-1} + \dots + b_{2n-1}s + b_{2n-2}}{\det(B(s))} \quad (31)$$

$\det(B(s))$ 의 근들이 명백하다고 가정하면  $H(s)$ 는 부분분수의 형태로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H(s) = \sum_{k=1}^{2n} \frac{a_k}{s - p_k} \quad (32)$$

근  $p_k$ 는 전달함수의 극으로 되고 계가 임계 감쇠일 때 그 극은 공액 복소수에서 일어난다. 극에 대한 각 공액 복소수 쌍은 구조물에서 진동 모우드에 대응하고 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p_k = -\sigma_k + j\omega_k \quad p_k^* = -\sigma_k - j\omega_k \quad (33)$$

공진 진동수는 다음과 같이 주어진다.

$$\Omega_k = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} \quad (34)$$

그리고, 감쇠 계수 또는 임계 감쇠는 다음과 같이 주어진다.

$$\zeta_k = \sigma_k / \omega_k \quad (35)$$

$\zeta_k = 1$  일 때  $\text{mode}(k)$ 는 임계감쇠이고,  $\zeta_k < 1$  일 때  $\text{mode}(k)$ 는 부임계 감쇠이다.

모우드 벡터( $u_k$ )는 제차 방정식에 대한 해로서 정의된다.

$$B(p_k)u_k = 0 \quad (36)$$

위와 같은 방법으로 정의할 때 전달 매트릭스는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H(s) = \sum_{k=1}^{2n} \frac{A_k u_k u_k^T}{s - p_k} \quad (37)$$

$\text{mode}(k)$ 에 대한 모우드 유수 행렬  $A_k$ 는 모우드 벡터  $u_k$ 의 항으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a_k = A_k u_k u_k^T \quad (38)$$

한편, 전달 매트릭스는 ( $n$ )공액쌍의 합으로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H(s) = \sum_{k=1}^n \left[ \frac{u_k u_k^T}{s - p_k} + \frac{u_k^* u_k^{*T}}{s - p_k^*} \right] \quad (39)$$

전달 매트릭스의 항 행과 열은 구조물의 모든 변수들을 알기 위하여 측정되는 것에 다음 가정들이 필요하다.

- 가정 : a. 운동의 대칭 혹은 상호 특성은 명백하다.(즉,  $B$ 와  $H$ 매트릭스는 대칭)  
 b. 하나의 모우드는 계 전달 매트릭스에 대한 각 극위치에 존재한다.

극위치  $p_k$ 와 유수 매트릭스  $a_k$ 의 하나의 행과 열은 측정된 전달함수 데이터의 하나의 열로부터 알 수 있다. 모우드 벡터는 일반적으로 복소수 값으로 되고, 모우드 벡터가 실수로 될 때 모우드는 등가이다.

single mode( $k$ )에 대한 전달 매트릭스는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H_k(s) = \frac{a_k}{s-p_k} + \frac{a_k^*}{s-p_k^*} \quad (40)$$

$H_k(s)$ 의 성분은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$h(s) = \frac{r_k}{2i(s-p_k)} - \frac{r_k^*}{2i(s-p_k^*)} \quad (41)$$

Table 1. Particulars of the cylindrical shell with branch shell

(a) Main cylindrical shell(Sub-I)

	Model for numerical analysis	Model for experiment
Length	1280. mm	1268.5 mm
Radius	180. mm	180. mm
Thickness	3. mm	3. mm
Material	mild steel	mild steel
Young Modulus	$2.1 \times 10^4 \text{kg/mm}^2$	$2.1 \times 10^4 \text{kg/mm}^2$
Density	$7.85 \text{g/cm}^3$	$7.85 \text{g/cm}^3$
Circumferential division	32	12
Length division	8	6

(b) Branch cylindrical shell(Sub-I/-I')

	Model for numerical analysis		Model for experiment
	(Sub-I)	(Sub-I')	
Length	300. mm	500. mm	297. mm
Radius	81.28 mm	81.28 mm	80. mm
Thickness	3. mm	3. mm	3.5 mm
Material	mild steel	mild steel	mild steel
Circum-ferential division	32	32	12
Length division	8	8	6

식(41)의 전달함수의 역 Laplace변환은 mode( $k$ )의 impulse 응답이다.

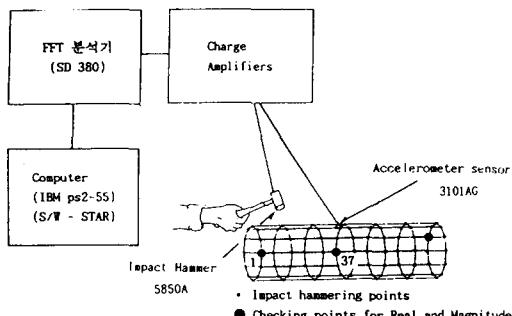
### (3) 실험 장치 및 방법

Fig. 5는 실험 장치와 원통 쉘구조물의 개략도이며, 또한 원통 쉘의 기하학적 특성과 물성치는 Table 1과 같다. 2-Ch. FFT Analyser와 모우드 해석 S/W STAR를 사용하여 전달함수를 측정할 때 충격 해머 가진법을 적용하였다. • 점은 원주 방향으로 12등분, 원통 길이 방향으로 6등분 한 분할 선의 교점을 의미하며 가진점(impacting point)을 나타낸다.

## 3. 해석 결과 및 고찰

### 3.1 1차원 보 모델

길이 10m인 균일한 단면을 가지는 외팔보를 각각 길이 5m인 2개의 부분구조(Sub-I, Sub-II)로 나누어 생각하고 전체 구조의 5차까지 고유



**Fig. 2.** Experimental apparatus for modal analysis and partition of test cylindrical shell.

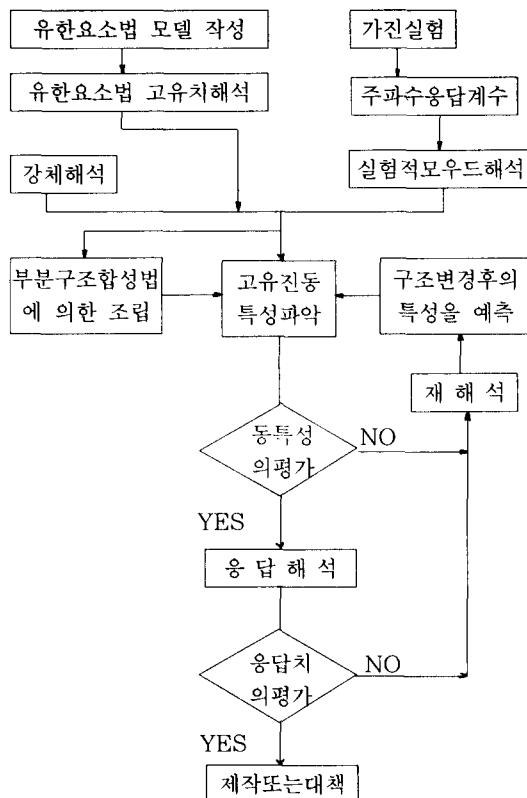
**Table 2. Comparison of calculated natural frequencies for 1-dimensional cantilever beam model with 10-elements between MSM and FEM**

method mode	M S M	F E M	Analytical solution
1st	1.641	1.64	1.655
2nd	10.25	10.12	10.372
3rd	28.65	28.00	29.041
4th	55.78	54.13	57.639
5th	89.95	88.11	94.066

진동수를 계산하였으며, 또 전체 구조를 일체의 보로 모델링하고, FEM에 의한 계산결과를 Table. 2에 보인다. 대체로 이들 두 계산결과는 잘 맞고 있음을 알 수 있다.

### 3.2 3차원 셀 모델

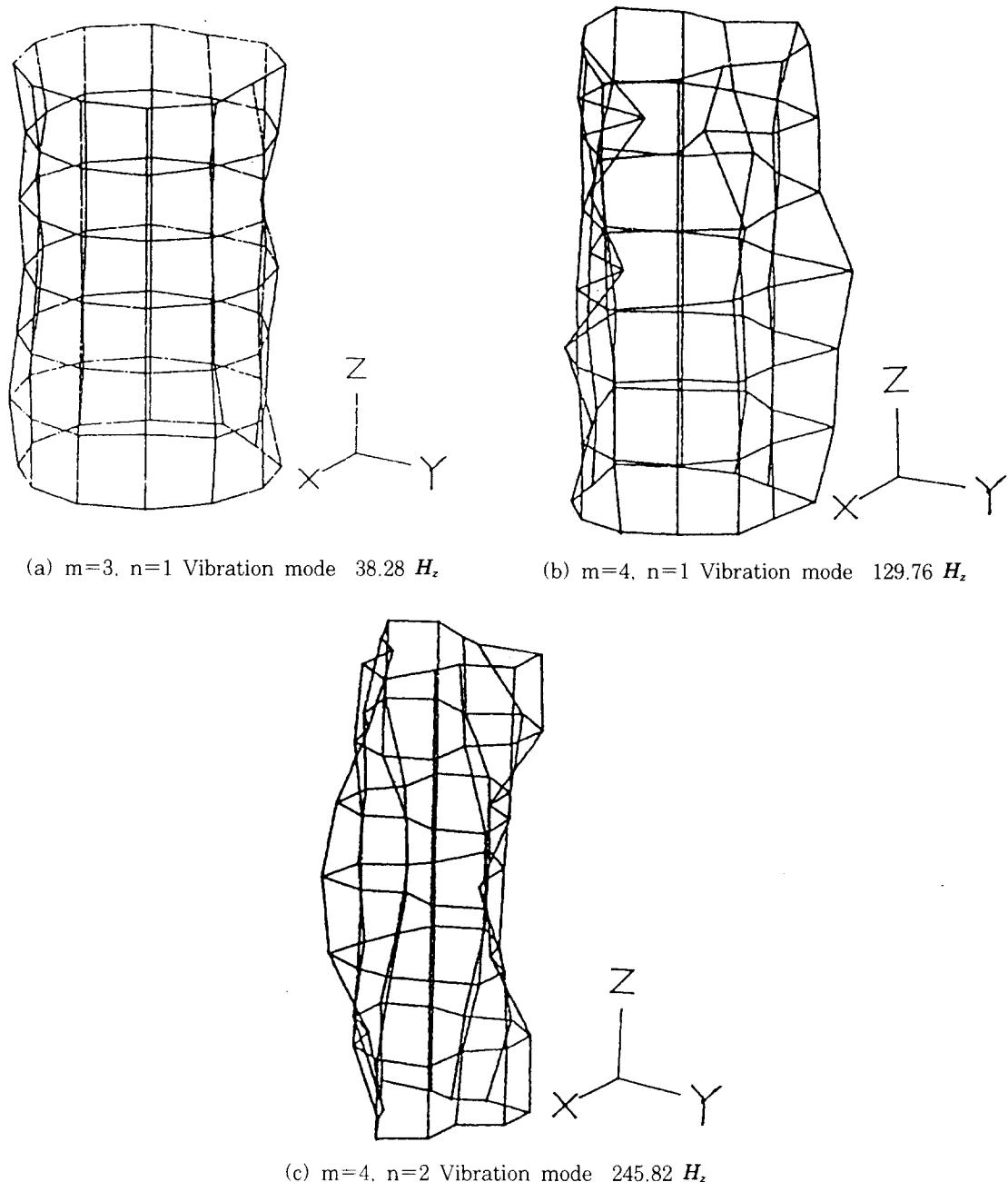
3차원 셀 구조물의 각부분 구조들의 유한요소 해석 결과와 진동 모우드 시험결과를 비교하여 유한요소 해석의 수렴성을 검토하고 각 부분구조의 유한요소모델을 이용하여 인터페이스된 전체계의 유한 요소 모델을 결정한다. 이때 접합부에 대해서는 부분구조가 강 결합된 것으로 가정한 재해석의 초기 모델값으로 이용한다. 각 부분구조계의 유한요소 해석 결과와 실험에서 구한 결과와의 차이는 접합부 모델링의 오차로 생각할 수 있고, 이러한 오차는 재해석을 통하여 접합부 요소를 조정하여, 해결할 수 있다. 이와 같은 재해석 기법의



**Fig. 3.** Schematic flow chart of the substructural reanalysis technique.

개요를 Fig. 3에 나타낸다.

본 논문에서 이용한 실험 3차원 셀 모델의 치수는 Table 1과 같고, 셀의 길이 방향으로 6등분, 원주 방향으로 12등분하여 84절점의 가진점을 설정하였다. Fig. 2에서와 같이 할 절점에 응답 센서를 부착하고, 84개 절점에 걸쳐 임팩트 해머링 (impact hammering)하여 응답을 측정하여, 실험 모우드 해석한 결과를 Fig. 4에 보인다. 3차원 유한요소 모우드 해석에 의한 해석 결과와 이론 해석 구조와 같은 모델을 연강(軟鋼)으로 제작하여, FFT분석기와 hammering test를 이용하여 구한 전달함수로 부터 각 모우드변수를 수치 모우드로 curve fit하여 해석한 결과와 비교해 보면 3경우의 응답은 대체로 맞고 있으나 나머지 경우는 실험을 위한 구속조건의 상이성으로 인한 것으로 예측된다. 또, 이들 실험 모우드 해석의 진동수



**Fig. 4.** Distortion modes and natural frequencies of thin cylindrical shell by experimental modal analysis.

에 대한 전달함수의 Real 부분과 크기를 실험 모델의 1.37 절점에서의 응답을 Fig. 5-8에 보인다.

3차원 쉘 구조물의 모우드 해석 결과, 고유 진동수(Table 3)와 모우드(Sub-I branch shell, Fig. 11/Sub-I', modified branch

Table 3. Natural frequencies of each cylindrical Shell

(Unit : Hz)

Mode m-n	branch shell (sub- I )	modified branch shell (Sub- I ' )	main shell (Sub - II )	main shell with branch (Sub - I + II )	main shell with modified branch (Sub- I ' + II )	main shell with modified branch (Sub - I '+ II )
2-1 (1st)	610.27	367.06	10.60	10.75	9.02	9.18
2-1 (2nd)	612.55	371.38	33.57	32.35	28.36	29.48
3-1 (3rd)	900.23	563.63	35.45	33.26	29.22	30.82
3-1 (4th)	908.83	565.08	61.02	58.99	43.71	45.43
End1(5th)	1281.3	852.14	63.46	61.87	59.78	61.79
End2(6th)	1281.3	860.66	101.81	105.43	101.34	104.62
4-1 (7th)	1637.5	1061.9	123.91	126.49	102.71	105.15
4-1 (8th)	1638.3	1066.9	170.37	136.34	117.65	122.71
3-2 (9th)	1676.5	1108.9	170.95	171.45	163.50	171.44
3-2(10th)	1676.7	1128.4	197.71	197.38	179.46	184.08
4-2(11th)	1978.8	1548.2	238.11	204.08	184.88	190.56
4-2(12th)	1982.4	1594.2	239.55	238.45	190.72	201.15

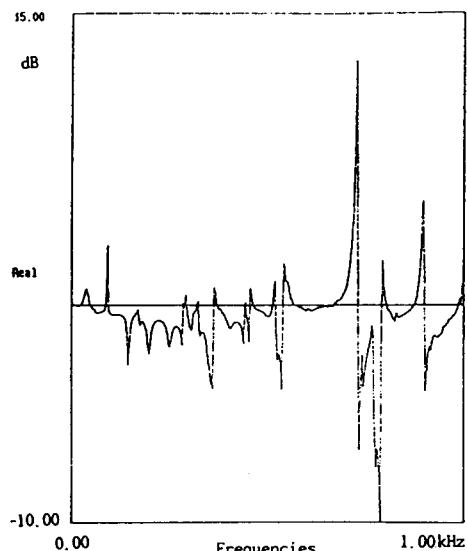


Fig. 5. Real of transfer function at 1 point.

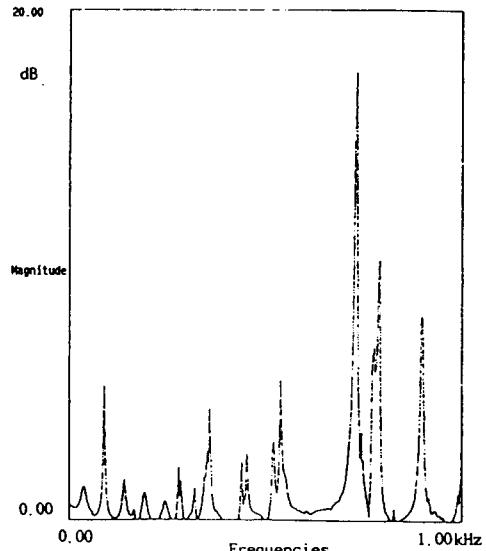


Fig. 6. Magnitude of transfer function at 1 point.

shell, Fig. 12/Sub - II , main shell, Fig. 13/Sub - I + II , main shell with branch, Fig. 14/Sub - I ' + II . main shell with modified branch, Fig. 15)를 나타낸다. 우선 3차원 웰의 모우드해석 결과와 A. Ergin 등<sup>8)</sup>(Fig. 16)의 해석 결과와 비교해 보면 진동 모우드가 잘 맞

고 있음을 알 수 있다.

부분 구조(Sub - I branch shell)의 길이만 변경 시켜 (Sub - I ' modified branch shell) (Table 1 - (b) 참조) 본 연구에서 제안한 방법에 의하여 계산한 결과와 Full모델을 범용 3차원 유한요소 해석 패키지(ANSYS)로 계산한 결과를

재해석 기법에 의한 충격 하중을 받는 셀 구조물의 동적 응답 해석에 관한 연구

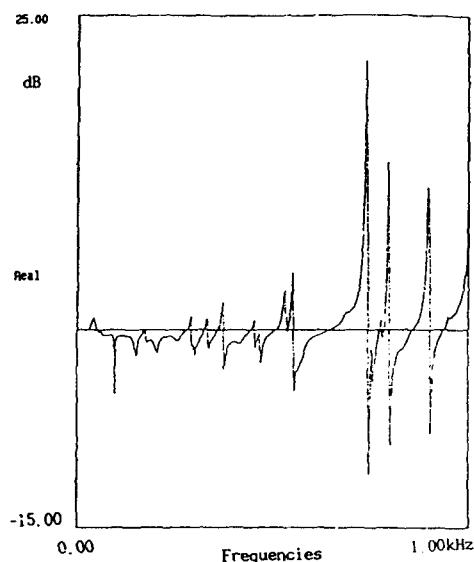


Fig. 7. Real of transfer function at 37 point.

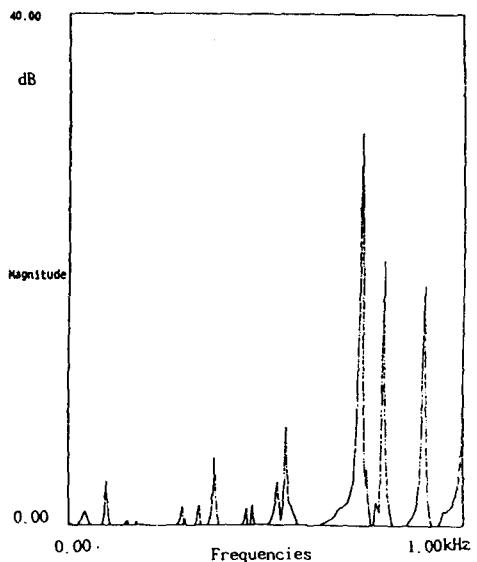
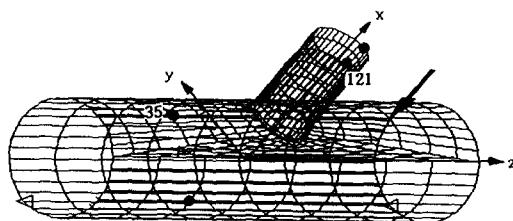


Fig. 8. Magnitude of transfer function at 37 point.



- Main shell(Sub-II)
    - Circumferential Div. : 32
    - Length div. : 8
  - Branch shell(Sub-I)
    - Circumferential Div. : 32
    - Length div. : 8
  - Transition Div. : 8
  - Response point for time history of dis.
    - (Main shell Node No. 22, .35 branch shell Node No. 55, No.121)
    - ↓ Impact loading point
- Fig. 9. Impact loading point and response point for time history of displacement finite element mesh division of cylindrical shell with branch shell.

Table 3에서 비교해 보면 대체로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

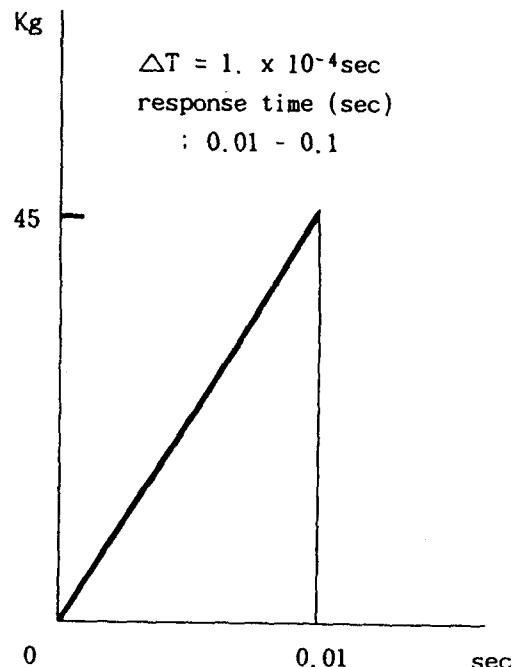
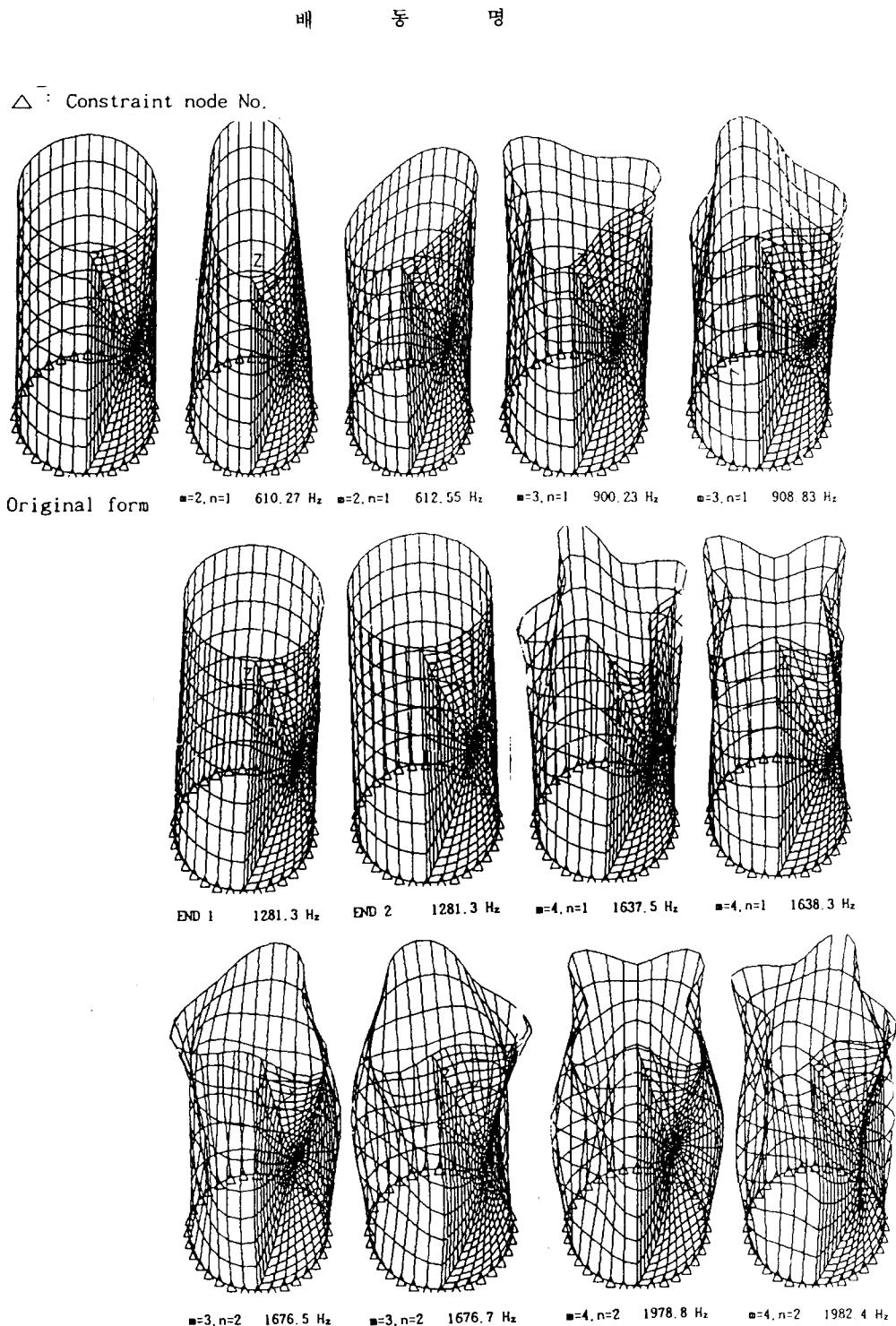
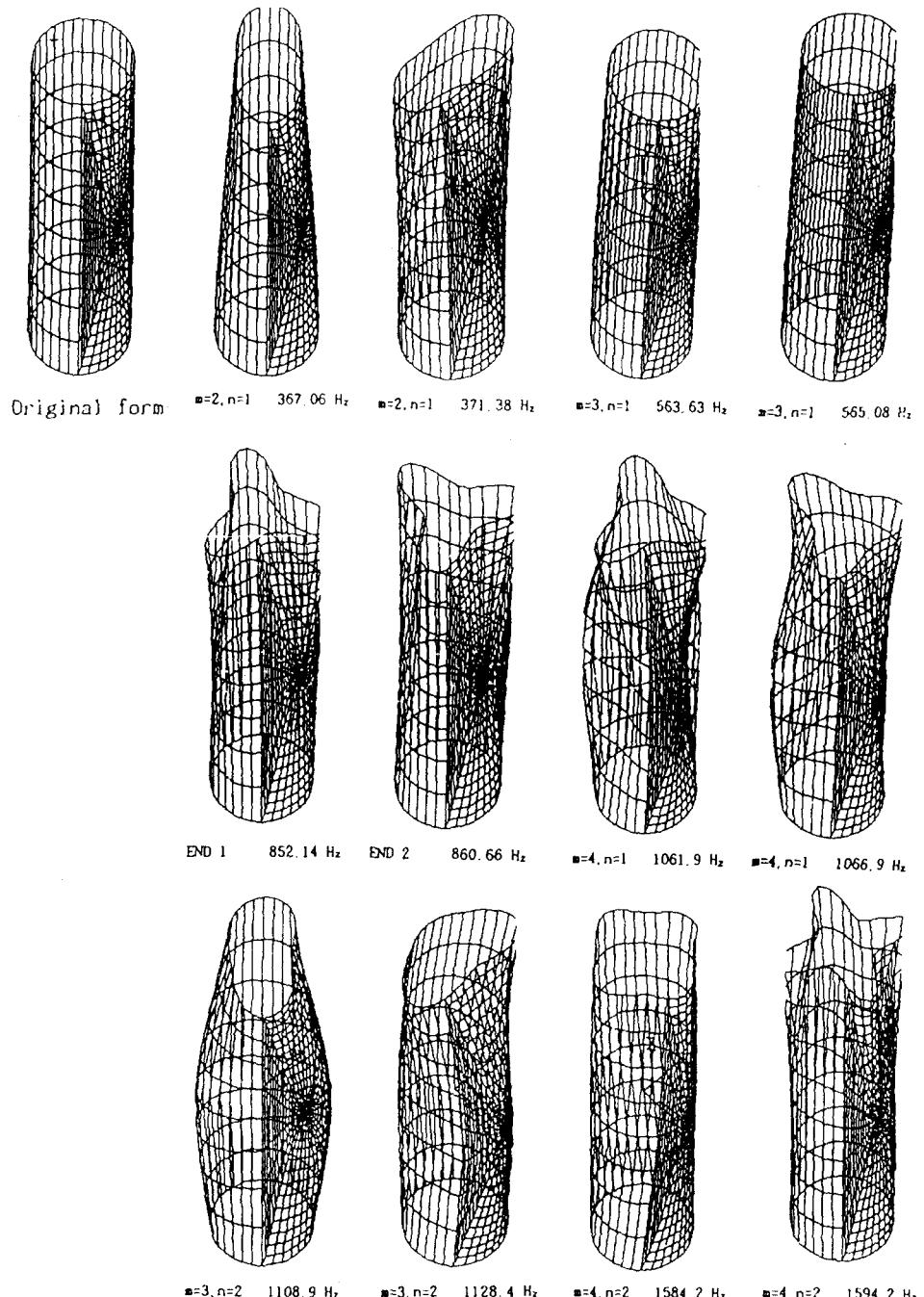


Fig. 10. Impulsive ramp function.

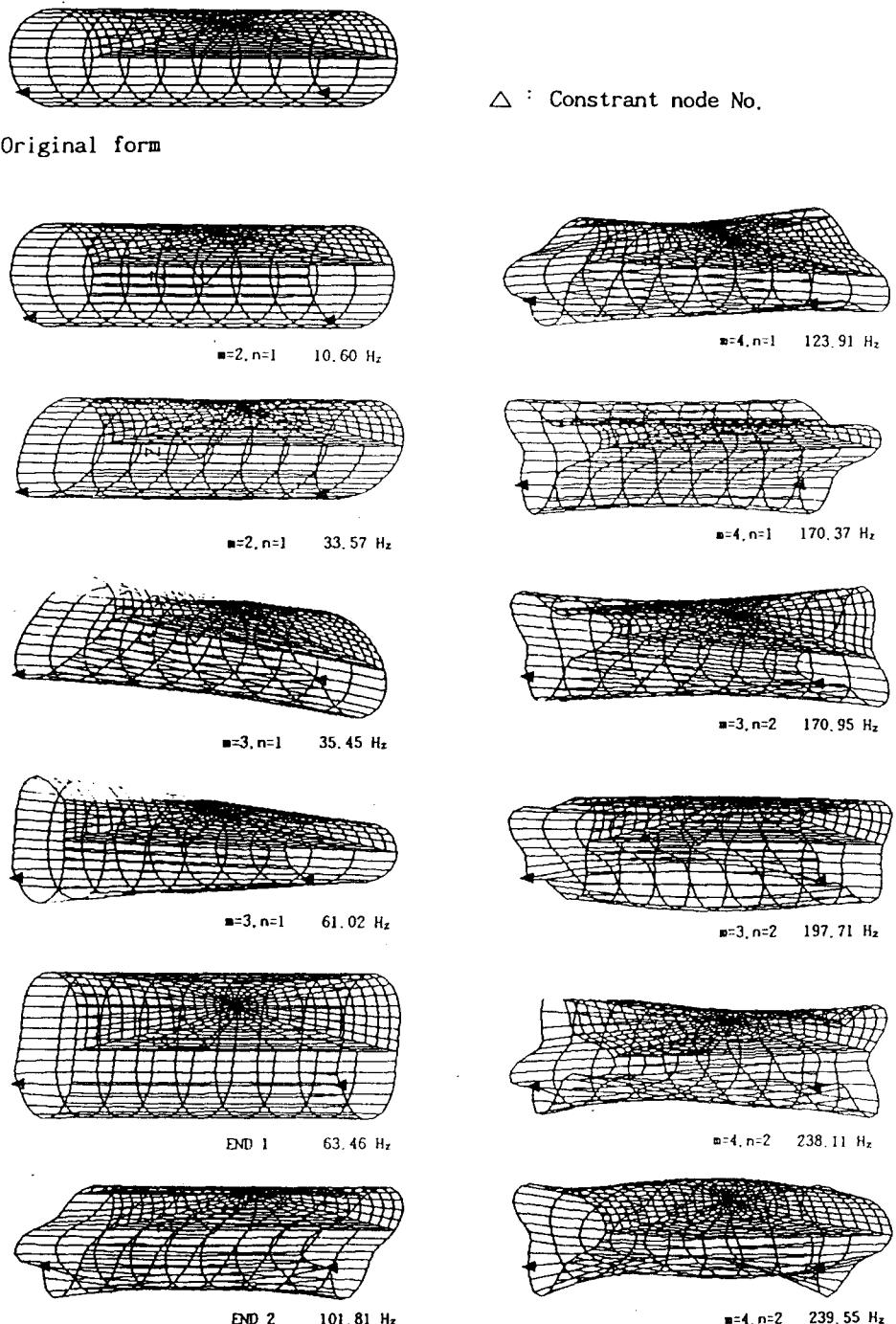
또, 모우드 중첩법에 의해서 강제 진동 응답을 검토하기 위하여 Fig. 9와 같이 165 절점에,



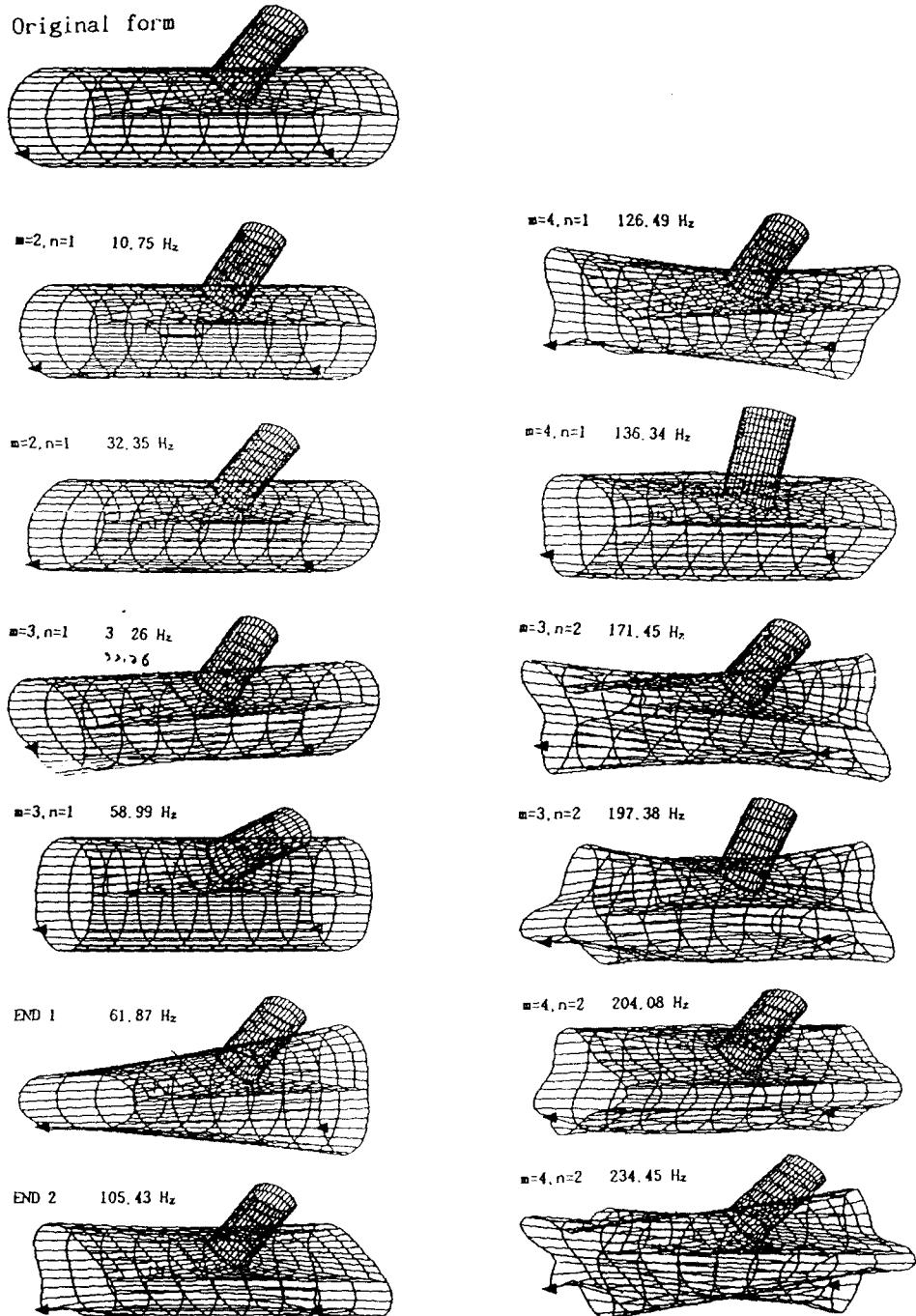
**Fig. 11.** Distortion mode shapes and natural frequencies of branch cylindrical shell using 8-noded quadrilateral shell elements.(Sub I, Length=300mm, Radius=81.28mm)  
where, m and n define the nodal arrangements around the circumference and along cylindrical shell, respectively.



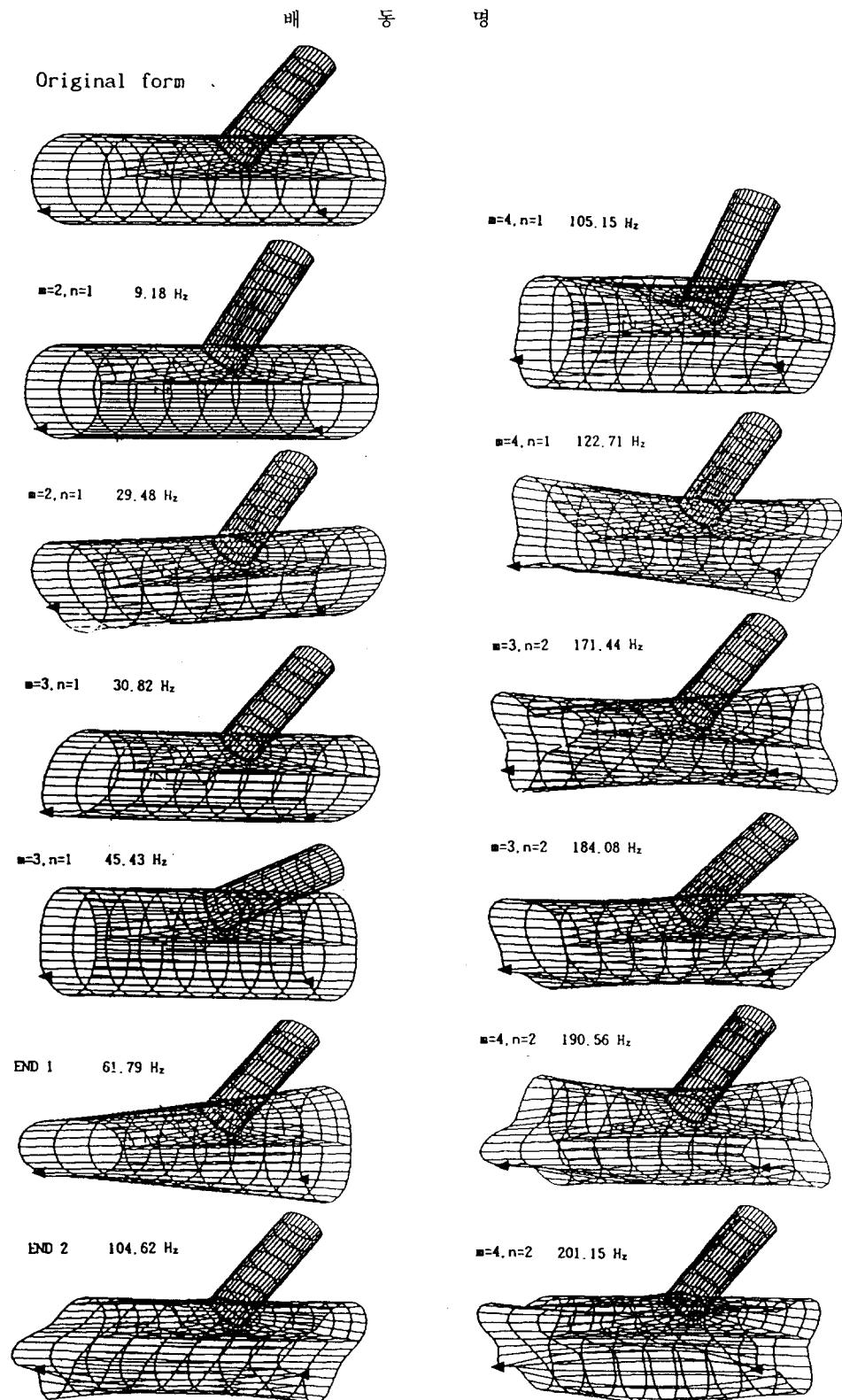
**Fig. 12.** Distortion mode shapes and natural frequencies of branch cylindrical shell using 8-noded quadrilateral shell elements. (Sub - 1', Length = 500mm, Radius = 81.28mm).



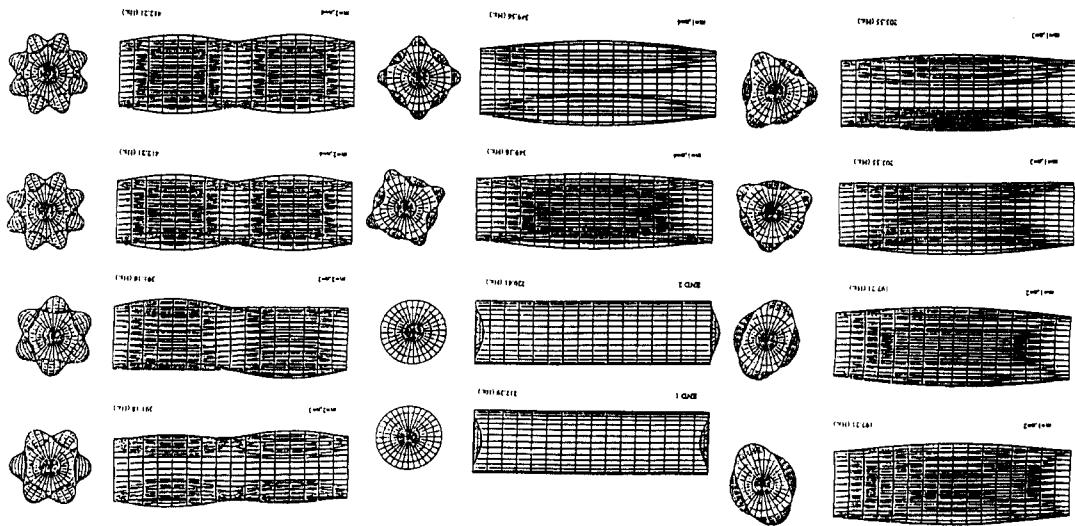
**Fig. 13.** Distortion mode shapes and natural frequencies of main cylindrical shell using 8-noded quadrilateral shell elements.(Sub - II , Length=1280mm , Radius=180mm).



**Fig. 14.** Distortion mode shapes and natural frequencies of main and branch cylindrical shell using 8-noded quadrilateral shell elements by modal synthesis method.(Sub I + II).



**Fig. 15.** Distortion mode shapes and natural frequencies of main and branch cylindrical shell using 8-noded quadrilateral shell elements by this proposed method.(Sub I '+ II ).



**Fig. 16.** Distortion and natural frequencies of thin cylindrical shell in vacuo using 8-node quadrilateral shell elements<sup>8)</sup> where, m and n define the nodal arrangements around the circumference and along the cylindrical shell, repectively.

**Table 4. Max. value of nomalized displacement for time at max**

Node Number	Displacement Component	Maximum Value	Time at Maximum	S
35	1	1.7432E-01	2.0000E-02	
35	2	3.7841E-05	3.8000E-02	
35	3	1.0397E-01	2.0000E-02	
35	4	8.7042E-04	1.9000E-02	
35	5	7.2071E-01	2.0000E-02	

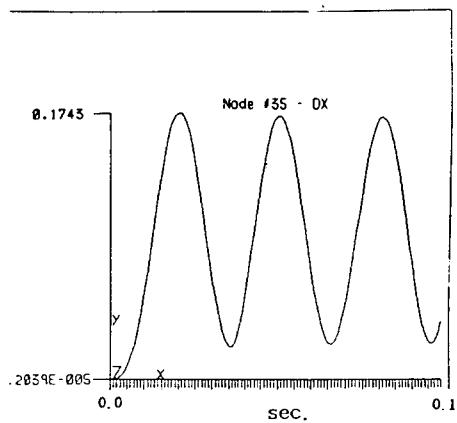
**Table 5. Max. absolute value of displacement from each time steps**

	x-dir. (normalized)	y-dir. (normalized)	z-dir. (normalized)	x-rot. (deg.)	y-rot. (deg.)	z-rot. (deg.)
Node No.	192	199	153	189	189	189
Maxima	6.09E-1	2.63E-1	2.51E-1	2.39E0	2.31E0	4.21E0
Time sec.	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02

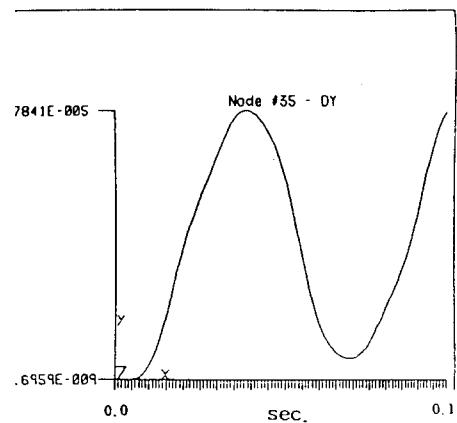
Fig. 10과 같은 impulsive ramp함수의 하중을 0.01초 동안 가하고, 계산의 time step은  $1 \times 10^{-4}$ 초로 하여 35,121절점에서 0.01 – 0.1사이의 변위와 회전 변위 응답의 time history를 Fig. 17 – 28에 보인다. 한편, 35절점에서 강제 진동 응답의 극대치를 Table 4,5에 보인다.

#### 4. 결 론

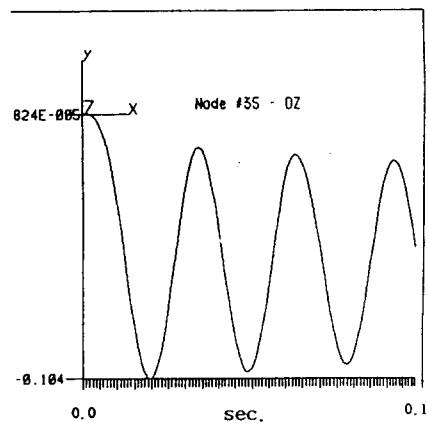
구조물을 모델링하여 해석한 각 부분 구조의 동특성치가 구조물의 부분 설계 변경에 따른 공진 주파수의 물리량을 변경할때, 각 부분 구조의 모우드 변수를 다시 해석하는 재해석 기법을 정식화 하였으며, branch 쉘을 갖는 3차원 원통 쉘 구조물의 고유 진동 응답 해석의 결과는 범용 FEM



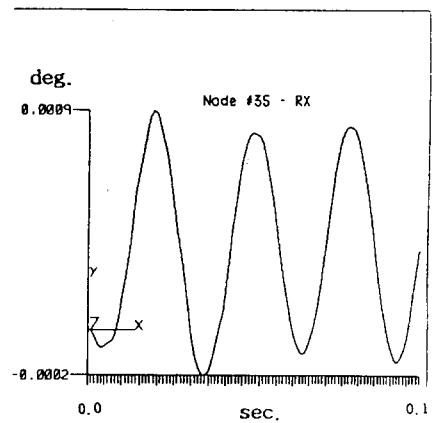
**Fig. 17.** Normalized displacement time history for x-axis at node #35.



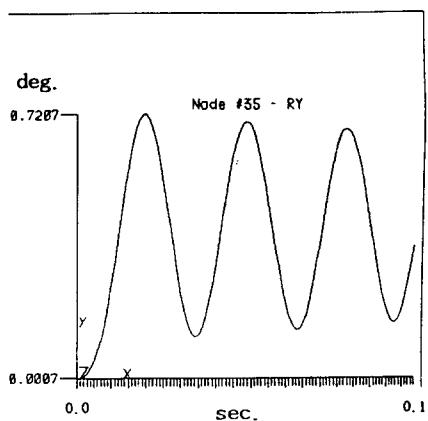
**Fig. 18.** Normalized displacement time history for y-axis at node #35.



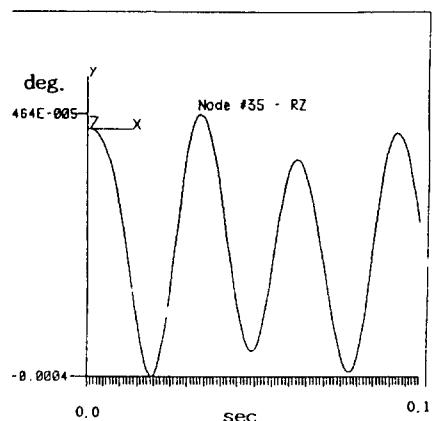
**Fig. 19.** Normalized displacement time history for z-axis at node #35.



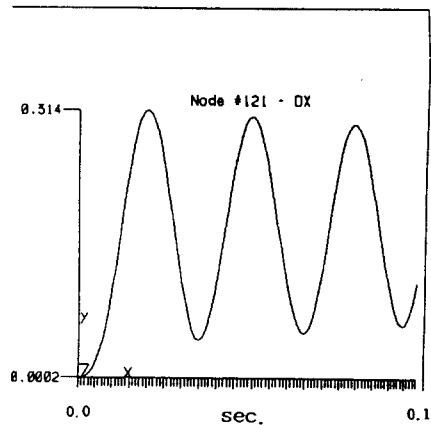
**Fig. 20.** Time history of rotational displacement for x-axis at node #35.



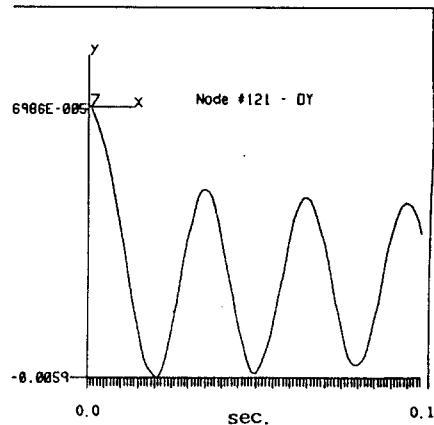
**Fig. 21.** Time history of rotational displacement for y-axis at node #35.



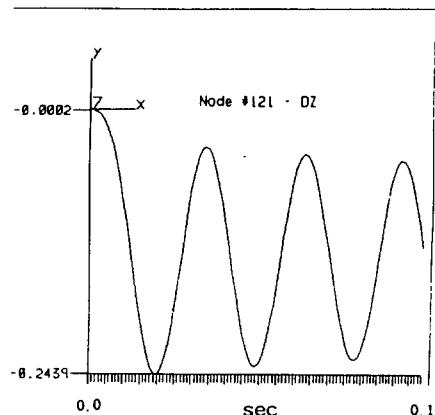
**Fig. 22.** Time history of rotational displacement for z-axis at node #35.



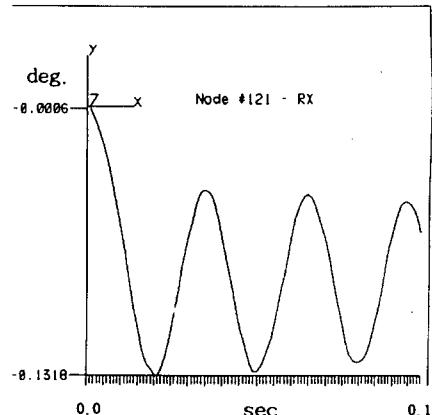
**Fig. 23.** Normalized displacement time history for x-axis at node #121.



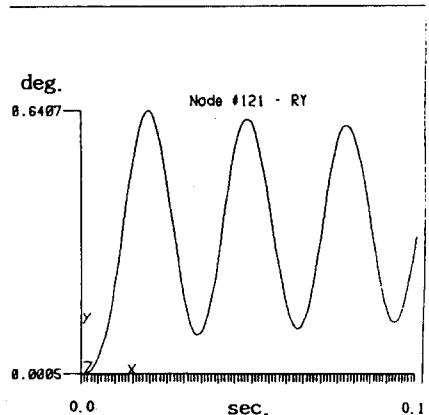
**Fig. 24.** Normalized displacement time history for y-axis at node #121.



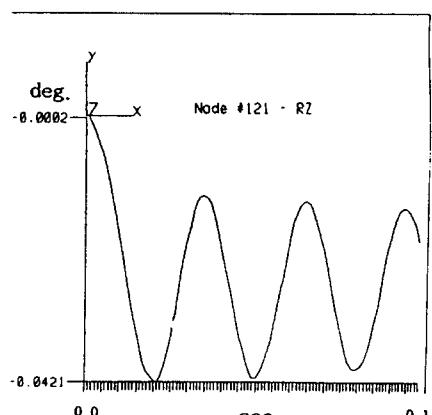
**Fig. 25.** Normalized displacement time history for z-axis at node #121.



**Fig. 26.** Time history of rotational displacement for x-axis at node #121.



**Fig. 27.** Time history of rotational displacement for y-axis at node #121.



**Fig. 28.** Time history of rotational displacement for z-axis at node #121.

## 배 동 명

패키지(ANSYS)에 의한 모우드·해석 결과와 대체로 잘 맞고 있음을 알 수 있으며, 각 부분 구조의 모우드 해석 결과의 타당성은 문헌과의 비교에서도 대체로 그 모우드의 특성이 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 또, 한 절점에서 충격하중을 받을 때의 응답특성을 검토해 보았다.

따라서, 대규모의 복잡한 구조물의 고유 진동응답 및 동적 응답 특성 해석을 위해서 본 연구에서 제안한 기법을 널리 활용할 수 있을 것으로 사료된다.

## 참고문헌

- 1) Timoshenko, S.P. and Woinowsky-Krieger, S.(1969) : Theory of Plates and Shells. McGRAW-HILL Inc.
- 2) Leissa, A.W.,(1973) Vibration of Shells. NASA.
- 3) Baker, E.H., Kovalesky, L. and Rish, F.L.,(1972) : Structural Analysis of Shell. Mc-Hill, Inc.
- 4) Johnson, D.E. and Greif, R.,(1966) : Dynamic Response of a Cylindrical Shell : Two Numerical Methods. AIAA Jour. Vol. 4, No. 3.
- 5) Kito, F.(1957) : On Vibration of thin Cylindrical Shell immersed in water and subjected to an action of Static and Impulsive Pressure. part. Theoretical Consideration. 일본조선협회춘계강연회 강연. 147 - 153.
- 6) Chung, K.T., Kim, Y.B. and Hang, H. S.(1991) : Hydroelastic Vibration Analysis of Structures in Contact with Fluid. KR-Rept., Vol. 17 No. 10077, 1 - 8.
- 7) Sander, J.V.(1959) : An improved first-approximation Theory for thin Shell. NASA, TR-R-24.
- 8) Ergin, A., Price, W.G., Randall, R. and Temarel, P.(1992) : Dynamic Characteristics of a Submerged, Flexible Cylinder Vibration in Finite Water Depths. Jour. of Ship Research, Vol. 36, No. 2, 154 - 167.
- 9) Hurty, W.C.(1960) : Vibration of Structural Systems by Component Mode Synthesis. Proc. ASCE Vol. 86, EM4.
- 10) Hurty, W.C.(1965) : Dynamic Analysis of Structural Systems using Component Modes. AIAA Journal, Vol. 3, No. 4, 678 - 685.
- 11) Klostermann, A.L. and Lemon, J.R. (1969) : Building Block Approach to Structural Dynamic. ASEM.
- 12) Gladwell, G.M.L.(1964) : Blanch Mode Analysis of Vibrating Systems. Jour. of Sound and Vib., Vol. 1, 41 - 59.
- 13) Benfield, W.A. and Hruda, R.F.(1971) : Vibration Analysis of Structures by Component Mode Substitution. AIAA Jour., Vol. 9, No. 7, 1255 - 1261.
- 14) Hale, A.L. and Meirovitch L.(1980) : A General Substructure Synthesis Method for the Dynamic Simulation of Complex Structure. Jour. of Sound of Vib., Vol. 69 No. 2, 209 - 326.
- 15) Pappas, M.,(1981) : Improved Method for Large Scale Structural Synthesis. AIAA Jour. Vol. 19, No. 9, 1277 - 1233.
- 16) Craig, jr. R.R.(1981) : Structural Dynamics/an Introduction to Computer Methods. John Wiley & Sons, Inc., N.Y., Ch. 19.
- 17) Craig, jr. R.R.(1987) : A Review of Time-Domain and Frequency Domain Component-Mode Synthesis Methods Inter. Jour. of Analytical and Exper-

- mental Modal Analysis. Vol. 2, 59 – 72.
- 18) Bathe, K.J. and Wilson, L.(1982) : Finite Element Procedures in Engineering Analysis. Prentice – Hall, Inc.
- 19) 배동명(1982) : 모우드 合成法에 依한 船體와 上部構造物의 連成振動에 관한 研究. 부산대 학교, 공학박사 학위논문, 2.
- 20) Bajan, R.L., Feng, C.C. and Jaszlics, I. J.(1969) : Vibration Analisis of Complex Structural System by Modal Substitution. Shock and Vib. Bulletin, No. 39, Part 3, 99 – 105.
- 21) Adelmann, H.M. and Haftka, R.T. (1985) : Sensitivity Analysis of Discrete Structural Systems. AIAA Jour. Vol. 24, No. 5, 823 – 832.
- 22) Heo, J.H. and Ehmann, K.F.(1991) : A Method for Substructural Sensitivity Synthesis ASME Jour. of Vib. and Acoustics, Vol. 113, 201 – 208, April.
- 23) Rechardson, M.(1990) : Modal Analysis using Digital Test System, Practical Aspects of Modal Analysis, Ref. Materials, Structural Measurement Sys. 43 – 64.
- 24) Nelson, IRR.B.(1976) : Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives. AIAA Jour., Vol. 14, No 9, 1201 – 1205.