

사출성형 모사에 있어서 벽면 경계조건 처리를 위한 선단 유동장 생성기법과 spline 곡선을 이용한 선단 격자 재구성

정준호 · 윤재륜

한국과학기술원 정밀공학과
(1993년 4월 6일 접수)

Frontal Flow Field Construction for Wall Boundary Condition Treatment and Frontal Remeshing Using Spline Curve in Injection Molding Simulation

Jun Ho Jeong and Jae Ryoun Youn

Department of Precision Engineering & Mechatronics, KAIST
373-1, Kusong-dong, Yusong-gu, Taejon 305-701, Korea
(Received April 6, 1993)

요 약

최근 CAD/CAM의 발전과 더불어 사출성형공정은 여러 분야에 폭넓게 응용되고 있다. 사출성형공정은 크게 충전과정(filling stage), 냉각과정(cooling stage), 보압과정(packing stage)로 나누어 지는데, 이중 충전과정은 냉각과정과 보압과정에서 나타날 물리적인 현상과 최종 성형품의 기계적 성질에 중요한 영향을 끼치게 된다. 충전과정의 수치 해석 방법은 대표적으로 control volume method, branching flow method, transient moving boundary method로 구분된다. 본 연구에서는 격자의 형태를 양호하게 형성시키고 유동선단의 형태를 개선하기 위한 기법인 Spline 곡선을 이용한 선단 격자 재구성(frontal remeshing using spline curve)과, 수치해석에 소요되는 시간을 줄이기 위하여 벽면 경계조건 처리를 위한 선단 유동장 생성(frontal flow field construction for wall boundary condition treatment)기법을 개발하고 transient moving boundary method에 적용시켜 원형 평판과 인장 및 굽힘시편 그리고 두께가 변하는 사각 형상을 가진 캐비티에서의 충전과정을 수치해석하였다. 그 결과 압력 분포, 온도 분포, 속도장, 유동선단의 진전형태 등이 기존에 제출된 해석결과와 비교하여 볼 때 만족스러운 수치 해석 결과를 보였다.

Abstract—With recent development of CAD/CAM, injection molding is widely used for net shape manufacturing. Injection molding process consists of three major stages such as filling, cooling, and packing. Among them, filling stage has a large effect on physical behavior of the other stages and the quality of final products. There are mainly three methods such as control volume method, branching flow method, and transient moving boundary method in numerical simulation of filling stage. In this study, frontal remeshing using spline curve and frontal flow field construction for wall boundary condition treatment be proposed for implementation of the transient moving boundary method. The former method made shape of the mesh better and improved predicted melt front line and the latter method decreased computation time for numerical analysis. Injection molding of a circular plate, tensile and bending specimen, and a rectangular plate with variable gap thickness was

modelled by the proposed numerical simulation technique. As the result, pressure distribution, temperature profile, velocity vectors, and the melt front advancement were obtained and considered to be acceptable compared with reported experimental and numerical results.

Keywords: injection molding(사출성형), numerical analysis(수치해석)

1. 서 론

최근들어 점차 고분자수지(polymer resin)를 사용한 성형품이 급증하고 있는데 이 성형품 중 약 1/3 정도가 사출성형(injection molding) 공정에 의하여 생산되어지고 있다. 이 사출성형공정은 다른 여러 공정에 비하여 생산속도가 빠르고 마무리 가공이 거의 필요없기 때문에 매우 우수한 생산성을 보여주고 있을 뿐 아니라, 활용 범위 또한 광범위해 점차로 이 공정의 비중이 높아지고 있다. 또한 사출성형공정은 여러 분야에서 응용 발전되고 있는데, 대표적인 예로서 금속이나 세라믹(ceramic) 분말(powder)에 유기 결합체(organic binder)를 혼합하여 사출한 후 탈지 공정(debinding)과 소결 공정(sintering)을 거쳐 복잡한 형태의 금속 제품이나 세라믹 제품을 생산하는 분말사출성형(powder injection molding)을 들 수 있다.

위에서 언급했듯이 사출성형공정 기술은 여러 분야로 급속히 발전해 가고 있고, 현재 사출되고 있는 성형제품들이 점차로 고정밀도와 특수한 기계적 성질을 요구하고 있는 시점에서 과거와 같이 숙련공의 경험에만 의존하는 공정방법으로는 이제 한계에 다다르게 되었다. 그래서 대두되기 시작한 것이 급속히 진보하고 있는 컴퓨터를 이용한 수치해석 방법이다. 이 수치해석 방법은 많은 이론적인 내용과 과거의 경험적인 데이터들을 합리적으로 종합하여 실제 실험결과를 예측하게 해줌으로써 반복적 실험에 의한 경제적 손실을 최소화시키고 보다 개선된 설계 능력을 배양시켜 주는 장점이 있다. 사출성형공정의 수치해석은 일반적으로 크게 충전과정(filling stage), 압입과정(packing stage), 냉각과정(cooling stage)으로 나누어지고 단계적으로 수치해석을 한 후 데이터를 다음 단계로 넘겨주는 방식으로 이루어진다. 이 세 과정중 충전과정은 최종 성형품의 기계적 강도, 치수 정밀도, 분자배열방향(molecular orientation), 단섬유 복합재료내의 단섬유의 배열방향 등이 결정되는데 있어서 지배적인 역할을 할 뿐 아니라,

이 충전과정의 결과가 압입과정, 냉각과정을 해석하기 위한 초기 데이터로 이용된다. 또한, 최종 성형품의 품질에 영향을 주는 수축(shrinkage), 뒤틀림(distortion), 싱크마크(sink-mark), 웰드선(weld line), 잔류응력(residual stress) 등과 단섬유 복합재료의 경우 단섬유의 배열방향을 예측하기 위하여는 충전과정에서의 유동거동에 대한 정확한 해석이 필수적이라 할 수 있다. 충전과정의 수치 해석 방법은 대표적으로 control volume method[1], branching flow method[2], transient moving boundary method[3]로 구분된다. Control volume method와 branching flow method는 수치해석시간이 짧은 반면 수치 해석 결과가 상대적으로 부정확할 가능성이 있으며, transient moving boundary method는 만족스러운 수치 해석 결과를 얻을 수 있는 반면 복잡한 기하학적 형태에 대한 경계조건 처리가 어려운 단점이 있다.

본 연구에서는 spline 곡선을 이용한 선단 격자 재구성과 벽면 경계 처리를 위한 선단 유동장 생성 기법을 개발하고 transient moving boundary method에 적용시켜 유동선단에서의 유동특성을 보다 정확하고 신속하게 해석했다. spline 곡선을 이용한 격자 재구성 기법은 spline 곡선을 사용하여 실제에 보다 가까운 유동선단의 형태를 예측하고 이 예측된 유동선단을 이용하여 격자를 재구성하는 기법으로 격자의 형태를 보다 양호하게 재구성하여 안정적인 유동진전을 도모한다. 유동장 축소 기법은 캐비티 벽면에서의 경계조건 처리에 있어 이 경계조건 처리에 필요한 최소한의 유동장만을 새롭게 구성하는 기법으로 수치해석의 효율성을 극대화한다. 이 개발된 기법을 사용하여 원형 평판, 인장, 굽힘시편, 두께가 변하는 사각 형상을 가진 캐비티에서의 충전과정을 수치해석하고 압력 분포, 온도 분포, 속도 장, 유동선단의 진전형태 등을 기존에 보고된 해석결과와 비교하여 보았다.

2. 지배방정식

본 논문에서는 수지의 유동해석을 위한 지배방정식으로 GHS(Generalized Hele-Shaw) 모델을 사용했다[4]. 좌표계는 Fig. 1에 주어진 바와 같으며 지배방정식을 세우면 다음과 같다.

운동방정식 ;

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial U}{\partial z} \right) = \frac{\partial P}{\partial x} \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \frac{\partial P}{\partial y} \tag{2}$$

경계조건 ;

(1) $z=h$ 에서 $U=V=0$

(2) $z=0$ 에서 $\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\partial V}{\partial z} = 0$

연속방정식 ;

$$\frac{\partial(h\bar{U})}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{V})}{\partial y} = 0 \tag{3}$$

에너지방정식 ;

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} \right) = K \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \eta \dot{\gamma}^2 \tag{4}$$

여기서,

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2} \tag{5}$$

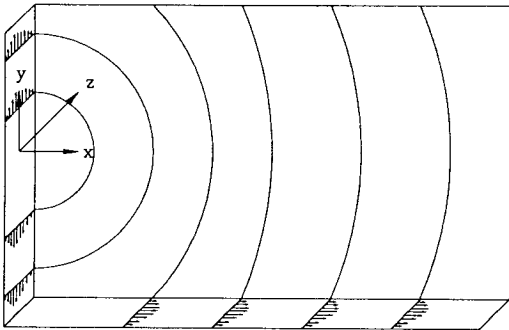


Fig. 1. Schematic presentation of flow in plane direction with the coordinate system employed.

경계조건 ;

(1) $z=h$ 에서 $T=T_w$

(2) $z=0$ 에서 $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$

(3) $t=0$ 또는 게이트 주위 경계에서 $T=T_e$

x, y 속도 성분과 전단속도는 (1), (2), (5)로부터 다음과 같이 된다.

$$U = \Lambda_x \int_z^h \frac{z_1}{\eta} dz_1 \tag{6}$$

$$V = \Lambda_y \int_z^h \frac{z_1}{\eta} dz_1 \tag{7}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\Lambda z}{\eta} \tag{8}$$

단, $\Lambda_x = -\frac{\partial P}{\partial x}, \Lambda_y = -\frac{\partial P}{\partial y},$

$$\Lambda = |\Delta P| = \sqrt{\Lambda_x^2 + \Lambda_y^2}$$

그리고 power law model로 가정하면 점도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\eta = m(T) \dot{\gamma}^{n-1}, m(T) = A \exp\left(\frac{T_a}{T}\right) = m_0 g(T),$$

$$g(T) = \exp\left(\frac{T_a}{T} - \frac{T_a}{T_0}\right) \tag{9}$$

여기서, T_0 는 용융된 고분자가 cavity로 진입할 때의 초기 온도이다. x, y 속도 성분을 (6), (7), (9) 식을 이용하여 다시 쓰면 아래와 같으며,

$$U = \frac{\Lambda_x}{\Lambda} \left(\frac{\Lambda}{m_0} \right)^{1/n} \int_z^h \left(\frac{z_1}{g(T)} \right)^{1/n} dz_1 \tag{10}$$

$$V = \frac{\Lambda_y}{\Lambda} \left(\frac{\Lambda}{m_0} \right)^{1/n} \int_z^h \left(\frac{z_1}{g(T)} \right)^{1/n} dz_1 \tag{11}$$

두께에 대한 평균 속도 성분은 (10), (11)식으로부터 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\bar{U} = -\frac{S}{h} \frac{\partial P}{\partial x}, \bar{V} = -\frac{S}{h} \frac{\partial P}{\partial y} \tag{12}$$

$$\text{단, } S = \int_0^h \frac{z^2}{\eta} dz = \frac{1}{\Lambda} \left(\frac{\Lambda}{m_0} \right)^{1/n} \&$$

$$\& = \int_0^h z_1 \left(\frac{z_1}{g(T)} \right) dz_1 \quad (13)$$

등온과정일 경우 평균속도 성분은 다시 다음과 같이 된다.

$$g(T) = 1.$$

$$S = \frac{1}{\Lambda} \left(\frac{\Lambda}{m_0} \right) \frac{h^{(2+1/n)}}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)} \quad (14)$$

$$\bar{U} = \frac{\Lambda_x}{\Lambda} \left(\frac{\Lambda}{m_0} \right) \frac{h^{(2+1/n)}}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)},$$

$$\bar{V} = \frac{\Lambda_y}{\Lambda} \left(\frac{\Lambda}{m_0} \right) \frac{h^{(2+1/n)}}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)} \quad (15)$$

결론적으로, (12), (13)식으로부터 압력만의 함수인 지배방정식이 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(S \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(S \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 0 \quad (16)$$

3. 유동장의 유한요소 수식화

지배방정식 (16)은 다음과 같이 다시 표현될 수 있다.

$$\nabla \cdot (S \nabla P) = 0 \quad (17)$$

식 (17)에 Galerkin-type procedure와 divergence 이론을 적용하여 weak form을 구하면 다음과 같다 [5].

$$\int_{\Omega} \bar{\mathbf{v}} \cdot (S \nabla P) d\Omega$$

$$= \oint_c \bar{P} S \frac{\partial P}{\partial n} ds - \int_{\Omega} \nabla \bar{\mathbf{P}} \cdot (S \nabla P) d\Omega = 0 \quad (18)$$

이때의 Fig. 2에 나타난 경계면에 대한 경계조건은 :

1. 유동선단(Cm(t₁), Cm(t₂))에서 P=0
2. Cavity 외부 경계면(Co) 또는 인서트(insert)

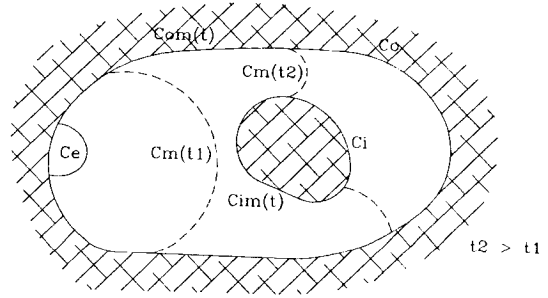


Fig. 2. Schematic presentation of boundaries in the cavity.

경계면(Ci)과 수지가 접하는 면(Com(t), Cim(t))에서 $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$

3. 수지가 캐비티 안으로 진입하는 경계면(Ce)을 따라 구한 유량 Q는 일정하다.

다음 단계로 압력 P에 대하여 형상함수를 이용하여 근사화시키면

$$P = \sum_{\beta=1}^N \Psi_{\beta} P_{\beta}, \quad \bar{P} = \sum_{\beta=1}^N \Psi_{\alpha} \bar{P}_{\alpha}$$

weak form은 다음과 같이 근사화된다.

$$\sum_{e=1}^E \bar{P}_{\alpha} \left[\int_{\Omega_e} (S \Psi_{\beta,x} \Psi_{\alpha,x} + S \Psi_{\beta,y} \Psi_{\alpha,y}) d\Omega \right] P_{\beta}$$

$$= \sum_{e=1}^E \bar{P}_{\alpha} \left[\oint_c \left(\Psi_{\alpha} S \frac{\partial P}{\partial n} \right) ds \right] \quad (19)$$

결론적으로,

$$K_{\alpha\beta} P_{\beta} = F_{\alpha}$$

$$K_{\alpha\beta} = \sum_{e=1}^E \left[\int_{\Omega_e} (S \Psi_{\beta,x} \Psi_{\alpha,x} + S \Psi_{\beta,y} \Psi_{\alpha,y}) d\Omega \right]$$

$$F_{\alpha} = \sum_{e=1}^E \left[\oint_c \left(\Psi_{\alpha} S \frac{\partial P}{\partial n} \right) ds \right] \quad (20)$$

식 (20)은 비선형 형태로서 해를 구하기 위하여 Appendix I에서 고찰된 substitution method를 사용했다.

4. 온도장의 유한차분 수식화

Fig. 3에 주어진 유한차분격자에 대하여 에너지

방정식 (4)을 유한 차분법을 사용하여 전개하면 다음과 같은 식이 된다[3, 6, 7].

$$\beta T_{ij-1k+1} - (1+2\beta)T_{ijk} + \beta T_{ij+1k+1} = -T_{ijk} + \Delta t_k \{XX\}_{ijk} - \frac{\Delta t_k}{\rho C_p} \{YY\}_{ijk} \quad (21)$$

여기서,

$$\beta = K \frac{\Delta t_k}{\rho C_p \Delta Z^2}$$

$$\{XX\}_{ijk} = \frac{1}{\sum_{e'} \hat{\theta}_i^{(e')}} \sum_e \hat{\theta}_i^{(e)} E_{ij,k}^{(e)}$$

$$E_{ij,k}^{(e)} = \frac{\&_{j,k}^{(e)}}{\lambda_k^{(e)}} \left(\frac{\Lambda_k^{(e)}}{m_0} \right)^{1/n} \left[\left(\frac{dT}{dx} \right)^{(e)} \Lambda_x^{(e)} - \left(\frac{dT}{dy} \right)^{(e)} \Lambda_y^{(e)} \right]$$

$$\&_{j,k} = \int_{z_j}^h \left(\frac{z_j}{g_{i,j,k}} \right)^{1/n} dz_1$$

$$\{YY\}_{ijk} = z_j \left(\frac{z_i}{m_0 g_{i,j,k}} \right)^{1/n}$$

$$\frac{1}{\sum_{e'} \theta_i^{(e')}} \sum_e \theta_i^{(e)} (\Lambda_k^{(e)})^{1+(1/n)}$$

$\hat{\theta}_i^{(e)}$ 는 upwind scheme이 적용된 것이다. 즉

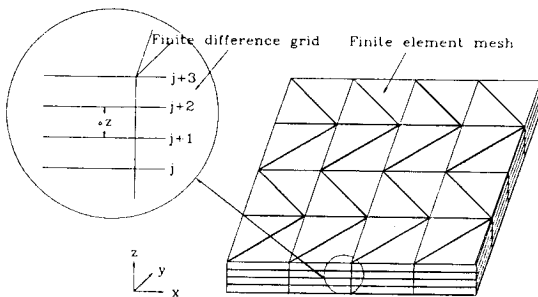


Fig. 3. Finite difference grid used for temperature computation.

$$\hat{\theta}_i^{(e)} = \begin{cases} \vec{V}_i \cdot \vec{I} > 0 \text{ 일 때, } \theta_i^{(e)} \\ \vec{V}_i \cdot \vec{I} < 0 \text{ 일 때, } 0 \end{cases}$$

5. 게이트에서의 경계조건 처리

게이트(gate)에서의 경계조건은 두가지로 적용할 수 있다. 첫째는 압력조건을 주는 방법, 둘째는 유량조건을 주는 방법이 있는데, 본 논문에서는 유량조건을 주는 방법을 사용했다. 즉, 게이트에서의 유량이 일정하게 유지된다는 조건으로 실제 사출조건과 일치하지는 않지만 압력조건 즉, 압력을 일정하게 주는 조건보다는 실제조건에 가깝다고 볼 수 있다.

그러나, 유량이 게이트에서 일정하다는 경계조건을 적용하기 위해서는 압력 경계조건을 이용하여 간접적으로 적용시켜야 하는 어려움이 따르게 된다. 즉, 게이트에서의 유량과 압력과의 관계를 이용하여 압력을 수정해 가면서 유량조건을 만족하도록 해주어야 한다. 게이트에서 흘러들어가는 유량은 다음과 같이 표현되어질 수 있다[8].

$$Q \propto b_{avg} f(\bar{U}, \bar{V}) L \quad (22)$$

여기서,

$$f(\bar{U}, \bar{V}) = \sqrt{\bar{U}^2 + \bar{V}^2} \quad (23)$$

앞의 수식으로부터 다음과 같은 관계가 나온다.

$$\Lambda \propto \frac{\nabla P}{L} \quad (24)$$

또한 ϕ_{avg}^* 를 다음과 같이 정의하면,

$$\phi_{avg}^* = -\frac{\alpha}{b_{avg}} \int_0^h \left(\frac{z_1}{g(T)} \right)^{1/n} dz_1, \quad \left(\alpha = \frac{2n+1}{n} \right) \quad (25)$$

식 (13)과 식 (25)에 의하여 다음과 같은 식이 유도된다.

$$S = \frac{1}{\Lambda} \left(\frac{\Lambda}{m_0} \right)^{1/n} \phi_{avg}^* \frac{b_{avg}^a}{\alpha} \quad (26)$$

그리고 식 (23)는 다음과 같이 다시 정리된다.

$$f(\bar{U}, \bar{V}) = \frac{S}{b_{avg}} \sqrt{\Lambda_x^2 + \Lambda_y^2} = \frac{S}{b_{avg}} \Lambda \quad (27)$$

식 (22)를 종합하여 정리하면 식 (28)이 된다.

$$Q \propto L \frac{n}{2n+1} b_{avg}^{2+1/n} \phi_{avg}^* \left(\frac{1}{m_0} \right)^{1/n} \left(\frac{\Delta P}{L} \right)^{1/n} \quad (28)$$

결론적으로, 식 (29)와 같이 비례적인 관계가 유도된다.

$$Q \propto \nabla P^{1/n} \quad (29)$$

이와같이 유도된 관계식을 이용하여 게이트 압력을 반복적으로 수정하여 가면서 유량 경계조건이 만족되게 한다.

6. 벽면 경계조건 처리를 위한 선단 유동장 생성 기법(Frontal flow construction for wall boundary condition treatment)

유동 해석이 Hele-Shaw 유동 모델에 의하여 이루어졌기 때문에 유동 선단에서의 no-slip 조건을 적용시킬 수 없고, 유동선단을 진전시킴에 있어서 매 시간 간격마다 선단의 위치를 예측하고 수정하는 방법(predictor-corrector-method)을 사용하기 때문에 유동선단이 캐비티의 내벽을 침범하는 경우가 생길 수 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 먼저 유동선단을 진전시키고 시간의 변화가 없는 가운데 캐비티 내벽에서의 경계조건을 만족하도록 유동선단을 수정하게 된다.

유동선단을 경계조건에 맞도록 수정하는 기법에는 boundary-pressure-reflection-method[9]와 iterative-reflection-method[10]가 있는데, 전자는 iteration 과정이 필요없는 효과적인 수정 기법인 반면, 실제 유동선단의 형태와는 차이를 보이며, 후자는 수정된 유동선단의 형태가 실제 유동선단의 형태에 상당히 근접한 반면, 유동장 전체에 대한 여러번의 반복 계산이 필요하기 때문에 iteration 수가 많거나 유동의 진전이 많이 이루어진 상태에서의 수정작업에 소요되는 시간이 길게 된다. 본 논문에서는 벽면 경계조건 처리를 위한 선단 유동장 구성 기법을 개발하여 유동선단을 신속하고 효율적으로 예측하고자 한다. 선단 유동장 구성 기법을 포함한 벽면 경계조건 처리에 대하여 단계적으로 설명하면 다음과 같다.

predictor-corrector-method에 의하여 벽면 경계조건 처리가 필요한 현재 시간 단계(t^n)에서의 유동선단과 선단 격자가 생성된다. 그 후, 벽면 경계조건 처리를 위한 새로운 유동장을 형성시키는데 이 유동장을 선단 유동장(frontal flow field)이라고 정의하였다. 즉, Fig. 4(a)에서 보여준 바와 같이 전 시간 단계(t^{n-1})에서 생성된 격자와 현재 시간 단계(t^n)에서 새롭게 생성된 격자만으로 유동장을 형성시키는 것이다. 이때 본래의 입구 절점(gate node)은 선단 유동장에서 제외되어 있으므로 선단 유동장에 속하면서 입구 절점에 가장 근거리에서 전 시간 단계(t^{n-2})의 유동선단 절점을 입구절점으로 고려하

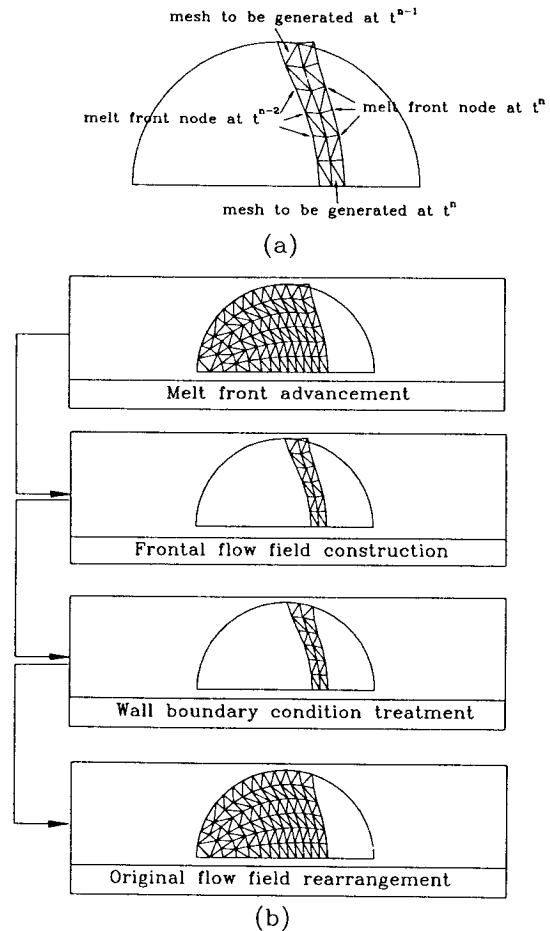


Fig. 4. Schematic presentation of (a) frontal flow field and (b) procedures for treatment of the boundary condition in melt front region by flow field adjustment.

며, 선단 유동장에서의 유동선단의 절점은 본래의 유동장의 유동선단 절점을 그대로 사용한다. 그리고 이 선단 유동장을 계산하는데 필요한 모든 데이터를 본래의 유동장에서 넘겨 받게 된다. 그 후 각각의 유동선단을 이웃하는 꼭지점(verfex) 절점으로 구성된 구획(segment)으로 나누고 각 구획단위로 nodal reflection[10]을 구한 다음 이것을 이용하여 유동선단을 수정하기 위한 속도장(\mathbf{V}_n)[10]을 구한다. 그리고 경계조건 처리 속도를 보다 안정적으로 가속화시키기 위하여 아래와 같이 dt' 를 구한다[Fig. 5].

$$dt' = \frac{\overline{AA'}}{|\overrightarrow{\mathbf{V}_n}|}$$

즉, 앞에서 구한 \mathbf{V}_n 와 dt' 의 곱인 $\mathbf{V}_n dt'$ 에 의하여 유동선단을 수정하게 되는데, 이 유동선단의 수정 작업은 $|\overline{AA'}|$ 가 수렴점에 도달할 때까지 반복되어 진다. 이와같이 유동선단이 수정된 후에 본래의 유동장으로 이 데이터를 넘겨주는 것을 마지막으로 선단 유동장 구성 기법에 의한 경계조건 처리의 모든 단계가 끝나게 된다[Fig. 4(b)]. 본 연구에서 제안한 선단 유동장 구성 기법은 유동선단의 수정작업에 필요한 최소한의 유동장을 새롭게 구성하므로써 수치해석시간을 상당히 단축할 수 있으며, $\overrightarrow{\mathbf{V}_n} dt'$ 에 의한 수정작업은 반복(iteration) 계산수를 극소화할

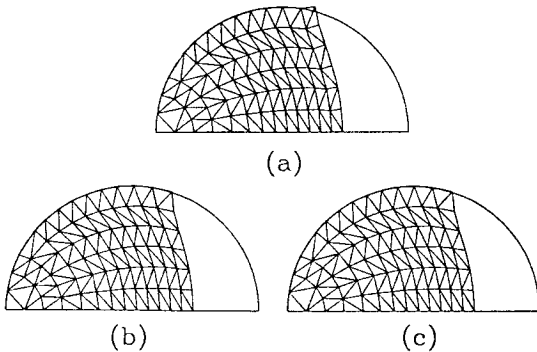


Fig. 5. Results of the wall boundary condition treatments by frontal flow field consideration and by complete flow field consideration (a) flow field before treatment of the boundary condition; (b) flow field after treatment of the boundary condition by frontal flow field; (c) flow field after treatment of the boundary condition by complete flow field.

수 있다. 실제로 선단 유동장만을 사용하여 해석한 결과와 전체유동장을 사용하여 경계면 침범 문제를 해석한 결과를 비교하여 보면, Fig. 5에서와 같이 그 결과가 거의 일치함을 알 수 있다. 따라서 선단 유동장에 의한 수정작업은 전체유동장에 의한 수정작업 결과에 매우 근사하여 이에 따른 오차는 무시할 수 있다. 단, 이러한 벽면 침범 부분의 처리에 의한 압력과 온도의 재분포가 t^{n-2} 시간 이전에 형성된 유동장의 압력분포, 온도분포에 영향을 미치게 되므로 현 시간 단계에서의 압력장과 온도장은 최종적으로 벽면 경계 처리가 끝난 후에 전체 유동장을 다시 계산하여 얻게 된다. 이 선단 유동장 생성 기법에 의한 수치해석시간의 단축은 유동 진전이 많이 일어나는 예제일수록 그리고 전체 유동장의 격자 수가 많은 예제일수록 크게 나타난다. 다시 말하여 전체 유동장의 총격자수와 선단 유동장 총격자수를 비교하여 보면 유동의 진전이 많이 일어나는 예제에 있어서는 이들의 차가 매우 크게 나타남으로 이에 따른 경계처리에 있어서의 수치해석시간의 단축효과는 매우 크다 할 수 있다.

nodal reflection과 상대속도장 \mathbf{V}_n 는 다음과 같이 구하였다[10]. 먼저, Fig. 6에 의하여 reflection vector는 다음과 같다.

$$\vec{U}_a = \frac{\overline{AA'}}{\Delta t} = \overline{U}_a \vec{i} + \overline{V}_a \vec{j} \tag{30}$$

$$\vec{U}_b = \frac{\overline{BB'}}{\Delta t} = \overline{U}_b \vec{i} + \overline{V}_b \vec{j} \tag{31}$$

이어서, Φ_1 와 Φ_2 를 다음과 같이 정의하면

$$\Phi_1 = m_0^{1/n} \frac{h\overline{U}}{\&}, \quad \& = \int_z^h \left(\frac{z_1}{g(T)} \right) dz_1 \tag{32}$$

$$\Phi_2 = m_0^{1/n} \frac{h\overline{V}}{\&} \tag{33}$$

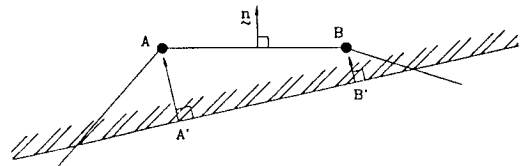


Fig. 6. Schematic expression of impinging shape at the mold wall.

식 (12), (13), (31), (32)를 정리하면,

$$\Lambda_x = -\frac{\Phi_1}{\Phi_2} \Lambda_y \quad (34)$$

$$\Lambda_y = \left(\frac{\Phi_1}{\frac{\Phi_1}{\Phi_2} \left(1 + \left(\frac{\Phi_1}{\Phi_2} \right)^{2L} \right)} \right)^{1/(1+2L)}, \quad L = \frac{1-n}{2n} \quad (35)$$

이 되고,

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial n} &= \left(S \frac{\partial P}{\partial x} e_x + S \frac{\partial P}{\partial y} e_y \right) \cdot \vec{n} \\ &= (-\Lambda_x e_x - \Lambda_y e_y) \cdot \vec{n} \end{aligned} \quad (36)$$

$$S \frac{\partial P}{\partial n} = \left(S \frac{\partial P}{\partial x} \right)_A h_A + \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)_B h_B \quad (37)$$

결론적으로 nodal reflection은 다음과 같이 된다.

$$F_A = \int_{S_A}^{S_B} \Psi_A S \frac{\partial P}{\partial n} ds, \quad F_B = \int_{S_A}^{S_B} \Psi_B S \frac{\partial P}{\partial n} ds \quad (38)$$

유동선단은 위에서 구한 nodal reflection을 지배 방정식에 적용한 후 계산하여 구한 속도 \vec{V}_o 와 zero reflecton[10]을 적용하여 구한 속도 \vec{V}_m 의 차를 가지고 \vec{V}_m 를 구하게 된다.

7. Spline 곡선을 이용한 선단 격자 재구성 (Frontal remeshing using spline curve)

시간에 따라 유동선단을 수정하여 감에 따라 격자의 형태가 불량해져 점차 해가 부정확해질 뿐 아니라 극단적으로는 유동선단의 전진이 더이상 어렵게 되는 경우가 생긴다. 격자의 재구성은 이러한 심각한 사태를 사전에 예방함과 동시에 좀더 정확한 유동선단을 형성시키는데 목적이 있다.

지금까지 주로 사용된 방법은 Birth/Death 방법으로 불량해진 메쉬에서 1개의 절점을 제거하고 다른 절점은 고정된 상태로 놓아두고 그것을 대신하여 적당한 위치에 새로운 절점 1개를 생성시키는 방법이다. 그러나 이 방법은 실제 유동선단의 형태를 고려하지 못했고 재구성 후에도 격자의 형태가 불균일해질 가능성이 있어 본 연구에서는 spline 곡선을 이용한 선단 격자 재구성 방법을 제안하였으며

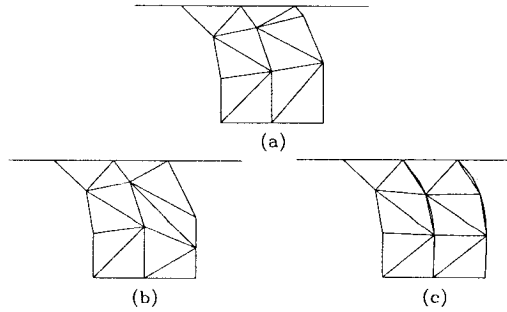


Fig. 7. Birth and death method versus remeshing method using spline curve; (a) Mesh configuration with irregular elements; (b) Mesh configuration after birth and death; (c) Mesh configuration after remeshing using spline curve.

그의 구체적인 방법은 다음과 같다.

우선, 유동선단의 모든 절점을 포함하는 spline 곡선을 형성시킨다. 그 다음 생성된 spline 곡선을 따라 선적분한 후 각각의 절점간 거리가 균등하도록 유동선단의 절점들을 재배열하는 방법으로서 이렇게 재배열된 절점을 가지고 격자를 재구성했을 경우, Fig.7처럼 각각의 격자 형태가 매우 균일할 뿐 아니라, 매끈한 곡선을 이루는 실제 유동선단의 형태를 고려할 수 있어 보다 안정적으로 유동선단이 진행 되도록 하였다.

8. 해석 결과 및 고찰

8.1. 절점 게이트를 가진 원형 캐비티 : (case I)

수치해석을 위한 수지는 폴리스티렌(Polystyrene)을 사용했는데 이 재료에 대한 물성치는 Table 1에 있는 수치를 이용했고, 캐비티의 형상은 직경이 4.44 cm, 두께의 절반 크기가 0.0794 cm인 원형 캐비티를 사용했는데, 형상이 대칭이기 때문에 전체 원형 형상을 해석하지 않고 절반만을 해석했다. 또한 입구에서의 유량조건 Q와 온도조건 T_e, T_w 는 각각 2.705 cm³/s와 528 K, 341 K이며, 초기 유동선단의 형상은 일반적으로 사용되는 원형을 사용했다.

위에서 언급한 데이터를 이용하여 Fig. 8의 전체 흐름도를 따라 수치해석한 결과를 Fig. 9와 Fig. 10에 나타내었다. Fig. 9(a)와 Fig. 9(b)은 시간에 따른 유동선단의 형태와 격자의 형상을 보여주고 있는데

Table 1. Physical properties of polystyrene and polypropylene selected for numerical simulation.

Material	Polystyrene	Polypropylene
Physical properties		
n	0.32	0.323
ρ (gm/cm ³)	1.05	0.77
C_p (erg/(gm ^o K))	1.84×10^7	3.06×10^7
k (erg/(sec cm ^o C))	1.25×10^4	1.51×10^4
Ta (k)	3825	1470
AA (gm/(cm sec)sec ^{-0.68})	80.1	5400

벽면 경계조건 처리를 위한 선단 유동장 생성 기법과 spline 곡선을 이용한 선단 격자 재구성으로 시간에 따라 매우 안정적으로 유동이 진행되고 있을 뿐 아니라, 격자 또한 매우 양호한 형상을 하고 있음을 볼 수 있다. Fig. 9(c)은 시간이 0.44초일 때의 압력 분포를 보여주고 있는데, 여기서 우리는 압력이 게이트에서부터 유동선단까지 직경 방향으로 거의 직선적으로 감소함을 볼 수 있다. Fig. 9(d)는 같은 시간에서의 z 방향으로의 평균속도를 나타내고 있고 Fig. 9(e)와 Fig. 9(f)는 같은 시간에서 각각 z/h가 0.6 과 0.8인 곳에서의 온도 분포를 보여주고 있다. 이 두 결과를 비교하면 보면 캐비티 벽면에 가까워질수록 캐비티 평면상의 평균절대온도가 떨어질 뿐 아니라, 게이트 근방에서의 온도 감소율이 더욱 커짐을 볼 수 있다. Fig. 10는 좌표(1, 0)에서의 시간에 따른 압력변화를 Wang[11] 등이 수치해석한 결과와 비교한 것인데, 두 해석결과가 상당히 흡사함을 볼 수 있다.

8.2. 런너와 게이트에 연결된 인장시편과 굽힘시편 형상의 캐비티 : (case II)

수지는 위에서와 같은 폴리스티렌을 사용했고 캐비티의 형상은 Fig. 11에 나타낸 것과 같다. 또한, 초기 유동선단의 형상은 원형을 사용했고, 초기에 각각의 캐비티에 짧은 시간 동안 같은 양의 수지가 사출됐다고 가정하여 초기 데이터로 사용했다. 그리고 스프루(sprue)는 런너의 중앙 절점에 위치시켰고, 유량조건은 5.60 cm³/s을 사용했고, 온도조건은 case I의 경우와 같다.

시간에 따라 유동선단이 전진하는 경향과 압력분포, 온도분포에 대한 수치해석 결과를 Fig. 12와 Fig.

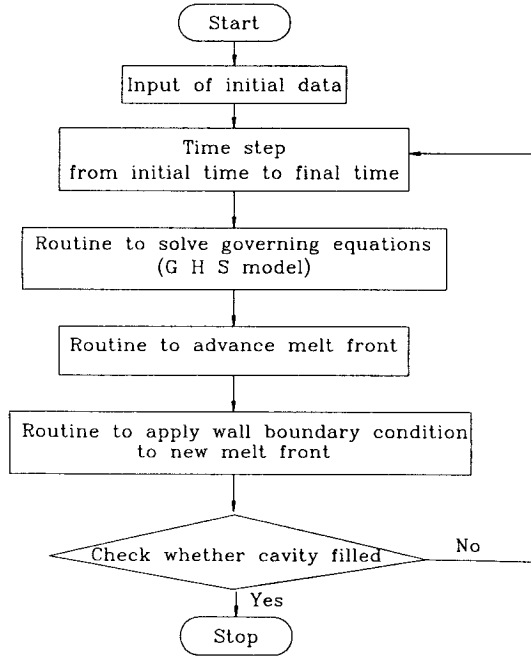


Fig. 8. Flowchart of the computer program coded for filling analysis.

13에서 나타냈다. Fig. 12(a)와 Fig. 12(b)는 굽힘시편 캐비티가 완충되었을 때의 유동선단 형태와 격자 형태를 보여주고 있는데 굽힘시편의 두께가 인장시편보다 더 두껍기 때문에 충전과정을 보면 수지가 굽힘시편 캐비티쪽으로 더 빨리 유입됨을 볼 수 있다. Fig. 12(c)부터 Fig. 12(e)까지는 시간이 0.775 초일 때의 압력분포와 온도분포이다. 압력분포를 보면, 굽힘시편이 충전되기 직전이기 때문에 굽힘시편 쪽으로도 압력 변화가 존재하고 있다. 온도분포를 보면, 같은 z/h 위치라 할지라도 두께 차이로 인하여 굽힘시편이 인장시편보다 절대온도가 높게 나타남을 볼 수 있다. 또한, Fig. 13(a)와 Fig. 13(b)은 전체 캐비티가 완충되기 직전의 유동선단의 형태와 격자 형태를 보여주고 있는데, 굽힘시편의 완충된 후 빠르게 인장시편이 충전되어 가는 과정을 잘 보여주고 있다. Fig. 13(c)부터 Fig. 13(e)까지는 시간이 1.110초일 때의 압력분포와 온도분포이다. 굽힘시편은 이미 완충이 된 상태이기 때문에 굽힘시편 쪽으로는 압력 변화가 거의 없고, 인장시편 쪽으로만 압력분포가 있음을 볼 수 있다. 온도분포에서는 두

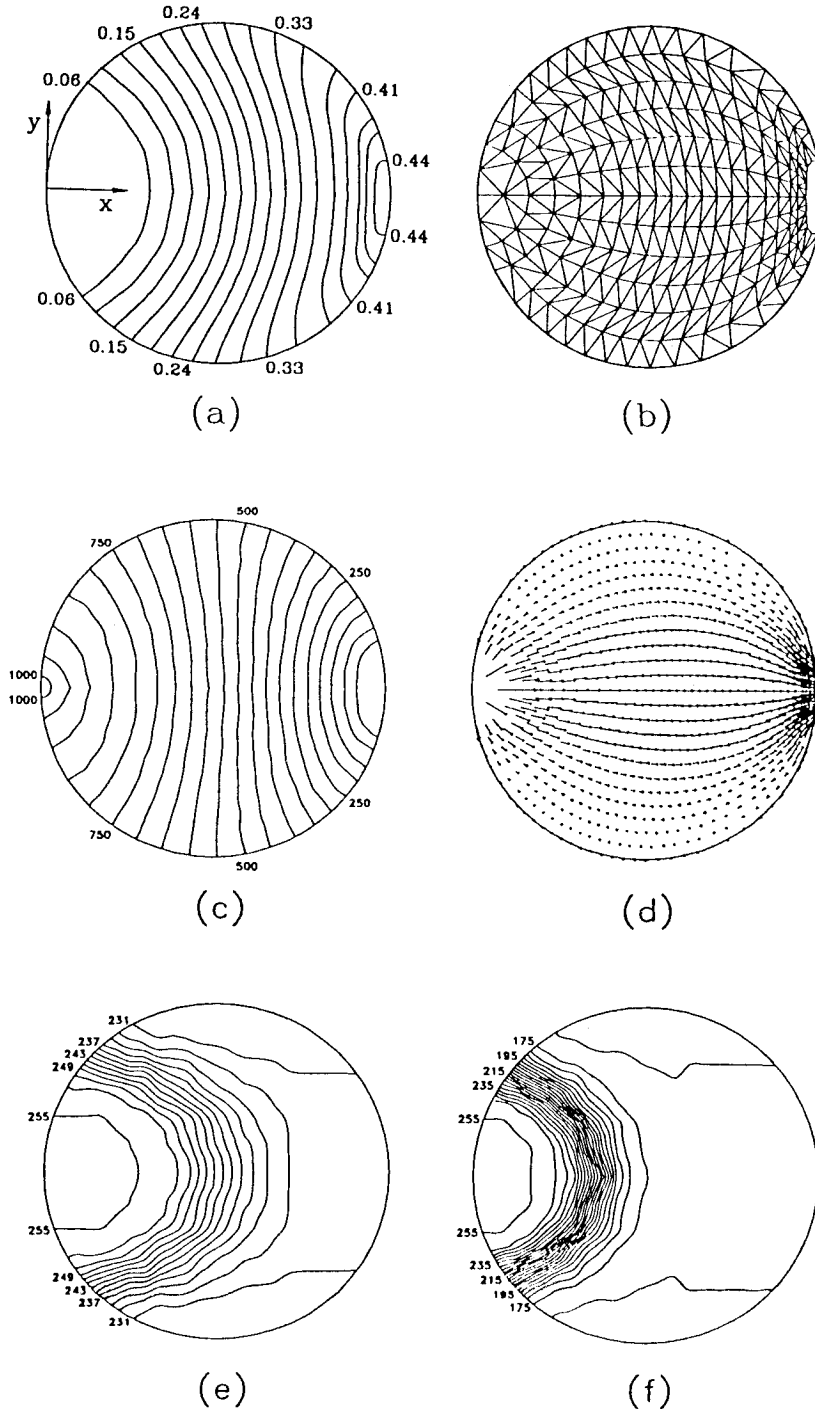


Fig. 9. (a) Melt front advancement predicted by using spline curve (time: 0.06, 0.09, 0.12, 0.15, 0.18, 0.21, 0.24, 0.27, 0.30, 0.33, 0.36, 0.39, 0.41, 0.425, 0.4325, 0.44 sec); (b) mesh configuration; (c) pressure contours (psi) (contour interval: 50 psi); (d) gapwise-averaged velocity vectors predicted for case I; (e) isotherms (°C) ($z/h=0.6$, contour interval: 2°C); (f) isotherms (°C) ($z/h=0.8$, contour interval: 4°C).

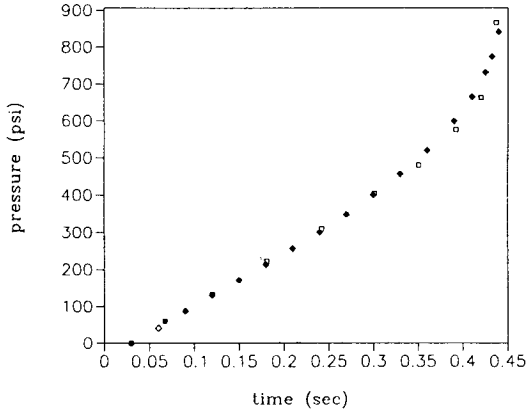


Fig. 10. Pressure variation (□) predicted by the current analysis compared with pressure (◆) predicted by Wang [11] at $x=1$, $y=0$.

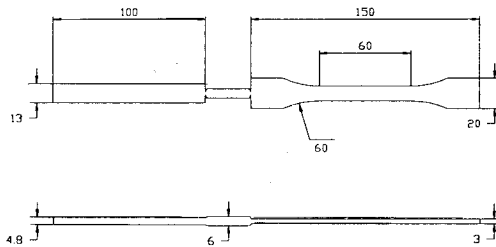


Fig. 11. Geometry of mold cavities for tensile and bending specimens (unit: cm).

계의 영향으로 굽힘시편 쪽이 상대적으로 온도변화가 적고 인장시편 쪽이 온도변화가 많이 나타나며, 온도분포를 각각의 시편별로 보면, 각각의 시편내에서 상대적으로 속도가 빠른 영역이 절대온도가 높게 나타나며, 속도가 떨어지는 영역이 온도가 상대적으로 낮게 나타남을 볼 수 있다.

8.3. 두께가 변하는 사각 형상의 캐비티 : (case III)

수지는 폴리프로필렌을 사용했고 캐비티의 형상과 수지의 데이터는 Fig. 14와 Table 1에 각각 나타났다. 유량조건은 $8.2 \text{ cm}^3/\text{s}$ 를 사용했고, 온도조건 T_0 , T_m 는 464 K, 300 K를 사용했다. 먼저 Fig. 15(a)는 수치해석에 의하여 예측된 시간에 따른 유동선단 진전 형태와 Hieber[8]에 의한 실험결과(굵은 선)를 비교한 것인데 예측된 유동선단과 실제 유동선단의

형태가 상당히 일치함을 볼 수 있다. Fig. 15(b)는 시간에 따라 안정되게 형성된 격자 형태를 보여주고 있으며, Fig. 16(a)는 두께를 따라 평균한 온도분포를 보여주고 있는데 이 결과를 보면 두께가 상대적으로 얇은 부분에서 수지의 유동이 지체됨에 따라 온도가 급속히 떨어짐을 볼 수 있다. Fig. 16(b)는 전체 캐비티가 완전히 충전되기 직전의 압력분포를 보여주고 있다. 그리고 Fig. 17은 위치가 $x=1.12 \text{ cm}$, $y=1.87 \text{ cm}$ 인 곳에서 시간에 따른 두께 방향으로의 온도분포인데 시간이 지남에 따라 두께의 중심선으로부터 캐비티 벽면까지의 온도변화를 잘 나타내고 있다. Fig. 18은 Fig. 14에 나타난 압력 transducer #1, #2, #3 위치에서 본 논문에서 수행한 수치해석 결과와 Hieber[8]에 의한 실험결과를 비교하여 표현한 것인데, 시간보상수치 즉, reservoir를 채우는데 소요될 예상시간은 0.4초를 사용하였다. 여기서 reservoir는 이 캐비티에서의 게이트인 왼쪽 끝변을 따라 압력이 균일하게 유지되게 한다. 계산결과를 보고된 측정결과와 비교하여 볼 때, 수치해석 결과와 실험결과가 비교적 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

9. 결 론

본 연구의 해석결과를 종합해 볼 때 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 사출성형시 유동의 모사를 위하여 유한요소법을 채택하였으며, transient moving boundary method를 사용하여 충전해석을 수행한 결과 만족할 만한 수치해석 결과를 얻었다.
2. 유동해석 결과인 시간에 따른 유동선단의 진행 형태, 압력분포, 온도분포를 통해 실제 사출 성형시 일어날 수 있는 물리적인 상황을 예측할 수 있었다.
3. 본 연구에서 제안한 벽면 경계조건 처리를 위한 선단 유동장 생성 기법과 spline 곡선을 이용한 선단 격자 재구성으로 수치해석시간을 감소시켰을 뿐만 아니라, 유동선단의 진전을 매우 안정적으로 이루어냈다.
4. 원형, 인장, 압축시편, 두께가 변하는 사각 형상 캐비티 등의 다양한 예제에 적용한 바, 유동선단의 형태가 실제 수지의 유동형태와 매우 흡사함을 보여주었고, 압입이나 냉각 과정에 사용할 기초 데이

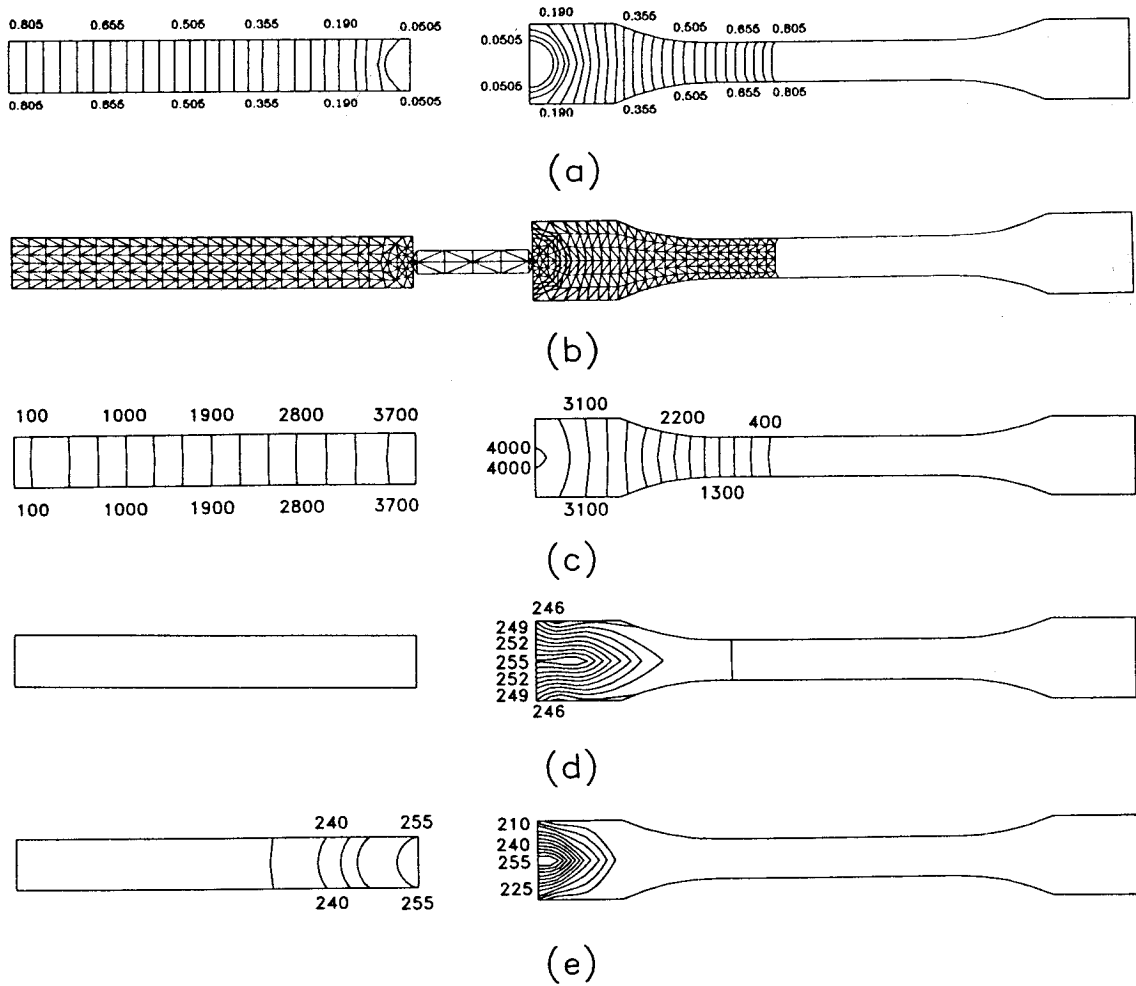


Fig. 12. (a) Melt front predicted by using the remeshing method with spline curve; (b) mesh configuration; (c) pressure contours (psi) (contour interval: 300 psi); (d) Isotherms ($^{\circ}\text{C}$) ($z/h=0.6$, contour interval: 1°C); (e) isotherms ($^{\circ}\text{C}$) (time: 0.775 sec, $z/h=0.8$, contour interval: 5°C) predicted for case II.

타로서 가능성을 보였다.

5. 본 논문에서는 transient moving boundary method를 사용했기 때문에 전반적으로 수치해석에 소요되는 시간이 길고, 내부에 insert가 존재하거나 게이트가 여러 개인 형상에서 형성되는 weld line의 경계처리에 있어 수작업이 아닌 자동처리를 하는데 있어 어려움이 따르게 된다.

6. 비교적 간단한 3차원 형상의 cavity에 있어서는 2차원에서의 mapping 과정을 거쳐 본 논문에서 제시한 기법을 사용하여 해석이 가능하나 복잡한 3차원 형상에 있어서는 2차원에서의 mapping이 용

이하지 않기 때문에 해석이 어려울 것으로 예상된다.

감 사

본 연구는 한국과학재단의 지원에 의하여 수행되었으며, 관계당국에 감사의 뜻을 전합니다.

부 록

Substitution method를 구체적으로 설명하면 다

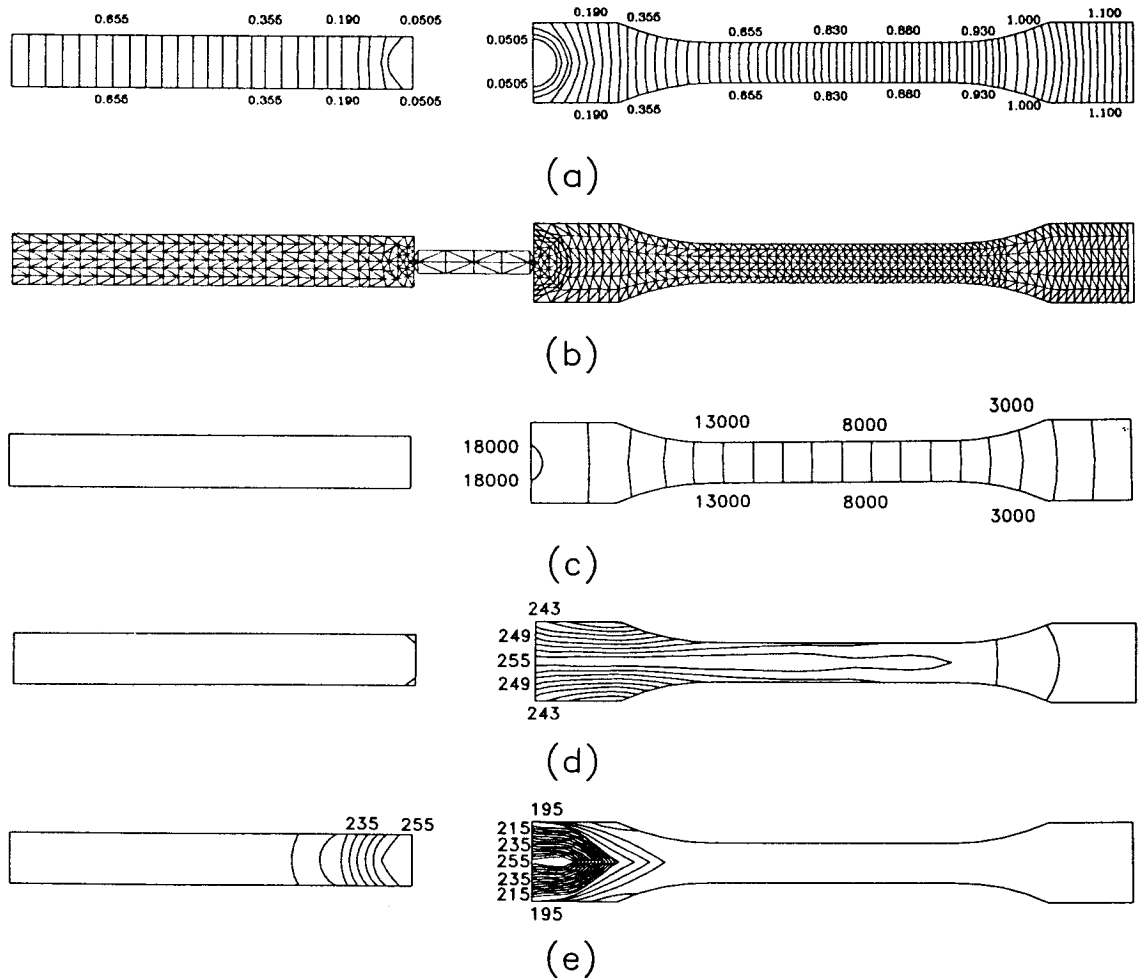


Fig. 13. (a) Melt front advancement predicted by using spline curve; (b) mesh configuration; (c) pressure contours (psi) (contour interval: 1000 psi); (d) isotherms (°C) ($z/h=0.6$, contour interval: 2°C); (e) isotherms (°C) ($z/h=0.8$, contour interval: 4°C) predicted for case II.

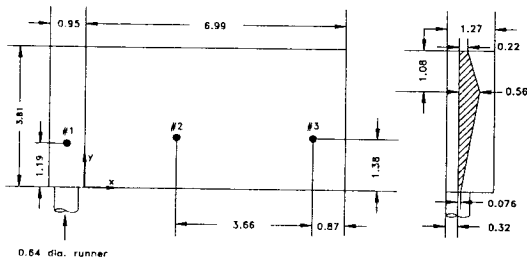
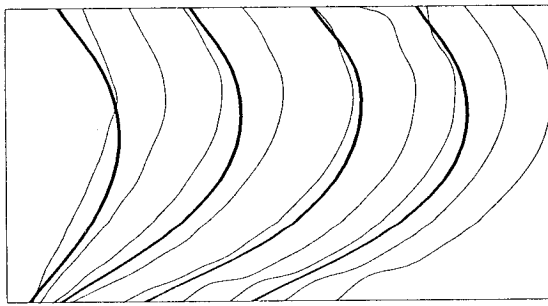


Fig. 14. Geometry of cavity (case III) including location of three flush-mounted pressure transducers (unit: cm).

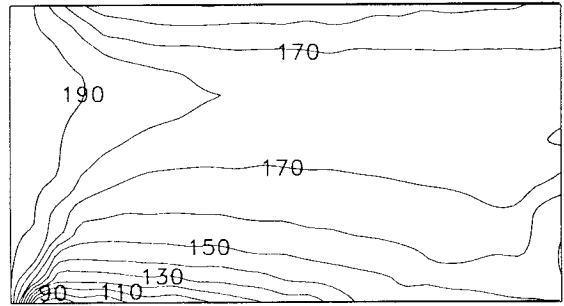
음과 같다[12].

이 방법의 기본적인 개념은 비선형방정식의 현단계 해인 U^i 를 대신하여 전단계 해인 U^{i-1} 로 stiffness matrix를 구하고 이와 force matrix를 계산하여 U^i 를 구하게 되는데, 이 과정을 반복함으로써 U^{i-1} 와 U^i 의 차가 수렴치에 도달하도록 하는 방법이다. 이 과정을 단계적으로 설명하면, 먼저, 잔류치 벡터인 R^i 를 식 (A)으로부터 구한다.

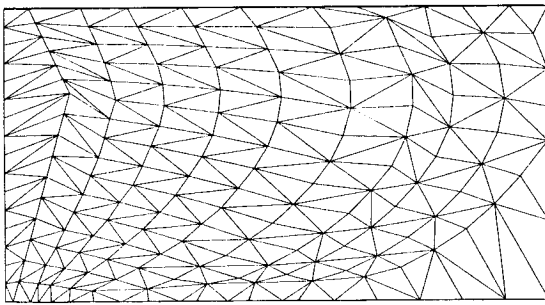
$$[R^i] = [R(U^{i-1})] = [F^i] - [K(U^{i-1})][U^{i-1}] \quad (A)$$



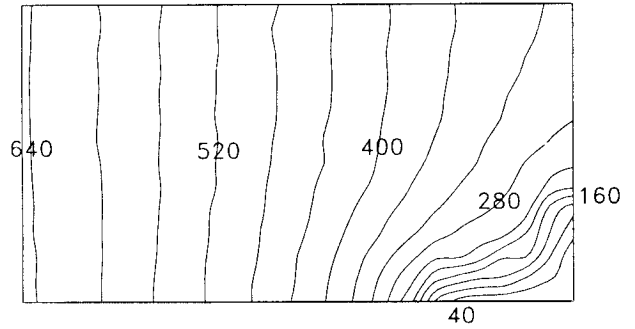
(a)



(a)



(b)



(b)

Fig. 15. (a) Comparison between melt fronts predicted by using spline curve (time: 0.093, 0.185, 0.280, 0.380, 0.490, 0.620, 0.740, 0.820, 0.920, 0.1010, 1.100 sec) and experimental short shorts (heavier lines) by Hiber [8]; (b) mesh configuration for case III.

Fig. 16. (a) Gapwise-averaged isotherms ($^{\circ}\text{C}$) (contour interval: 10°C); (b) pressure contours (psi) (contour interval: 40 psi); predicted for case II.

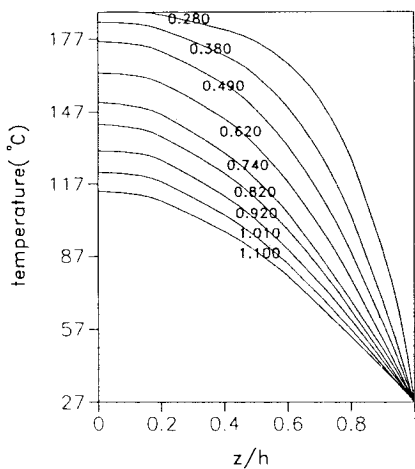


Fig. 17. Predicted gapwise profiles of temperature ($x=1.21\text{ cm}$, $y=1.87\text{ cm}$) as a function of time.

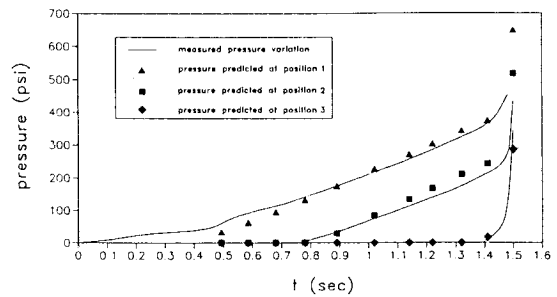


Fig. 18. Pressure variation predicted by the analysis at three different locations and the measure values at the same point.

이어서, U^{i-1} 와 U^i 의 차인 ΔU^i 를 식 (B)으로부터 구한다.

$$[K(U^{i-1})][\Delta U^i] = [R^i] \quad (\text{B})$$

마지막으로, 식 (C)을 이용하여 U^i 를 구하게 된다.

$$[U^i] = [U^{i-1}] + w[\Delta U^i] \quad (C)$$

여기서, w는 relaxation factor로 수렴이 안정으로 되도록 주어진다. 이 과정을 ΔU^i 가 수렴치에 도달할 때까지 반복하여 해를 구하게 된다.

기 호

- b_{avg} : 유효 평균 두께의 절반 크기
- C_p : 비열
- h : 두께 길이의 절반
- h_a, h_b : 내삽 함수
- k : 열전도도
- I : 격자 중심에서 절점에 이르는 위치 벡터
- L : 캐비티의 2차원 평면에서의 특성 길이
- n : power-law exponent
- P : 압력
- Q : 유량
- S : flow conductance
- T : 온도
- T_a : 점성계수 관련 상수
- T_e : 수지가 캐비티로 진입하는 경계면에서의 온도
- T_o : 초기 사출 온도
- T_w : 캐비티 벽면에서의 온도
- U, V : x, y 속도 성분
- \bar{U}, \bar{V} : x, y 평균속도 성분
- V_i : 절점에서의 속도 벡터
- x, y, z : Cartesian 좌표
- Δt : 시간 증분량
- Δz : z 방향 증분량
- $\dot{\gamma}$: 전단 변형율 속도
- η : 점도
- $\theta_i^{(e)}$: 격자내에서 절점 i를 포함하는 두변의 사이 각
- ρ : 밀도
- Ψ : 형상함수
- e : 격자 색인(element index)

하첨자

- i : 절점 색인(node index)
- j : z 방향으로 층 색인(layer index)
- k : 시간 색인(time index)

참고문헌

1. K.K. Wang *et al.*, "Computer-Aided Design and Fabrication of Molding and Computer Control of Injection Molding," Progress Report No. 11 (1985).
2. I. Isayev, "Injection and Compression Molding Fundamentals," Marcel Dekker, New Jersey (1987).
3. K.K. Wang *et al.*, "Computer-Aided Design and Fabrication of Molding and Computer Control of Injection Molding," Progress Report No. 4 (1977).
4. L. Tucker III, "Fundamental of Computer Modeling For Polymer Processing," Oxford University Press, Vienna, New York (1989).
5. N. Kikuchi, "Finite Element Methods in Mechanics," Cambridge University Press, New York (1986).
6. A. Hoffman, "Computational Fluid Dynamics For Engineering", Scitech Typing Service of Austin, Texas (1989).
7. L. Alinajmi and D.Lee, *Polym. Eng. Sci.*, **31**, 1137 (1991).
8. C. A. Hieber, L. S. Socha, S. F. Shen, K. K. Wang, and A. I. Isayev, *Polym. Eng. Sci.*, **23**, 20 (1983).
9. S. G. Kim, "Knowledge Based Synthesis System for Injection Molding", Ph. D. Thesis, MIT (1985).
10. H.S Lee, H.C. Sin, and S.G. Kim, *Polym. Sci.*, **30**, 1513 (1990).
11. K.K. wang, *et al.*, "Computer-Aided Design and Fabrication of Molding and Computer Control of Injection Molding", Progress Report no. 8 (1981).
12. G. Dhatt and G. Touzot, "The Finite Element Method Displayed", John Wiley&Sons, Chichester (1984).