

## S파를 이용한 지하공동 탐사의 모형 연구

서 백 수

### Model Study for Underground Cavity Detection Using S-wave

Baek Soo Suh

#### ABSTRACT

The existence and exact location of cavity is very important for the stability of the large underground storage house or building. Numerical method such as finite element method and finite difference methods are widely used because of model's complexity. Preliminary tests such as calculation step test, mesh size test and model size test were tried. Upper shadow zone and lower shadow zone can be calculated from 50% amplitude level of measuring data. From these statistical methods, the calculated position of cavity coincided nearly with actual position of model testing cavity.

#### 1. 서 론

지하의 불연속물체나 지형에 대한 탄성학적 연구는 초기에는 주로 지하의 간단한 모형인 구형이나 단층 모형에 대한 여러가지 연구가 시도되었다. 그후 지진에 의한 여러가지 지형의 영향에 관한 연구가 시도되었는데 이것은 공학 및 지구물리학적 문제로써 원자력 발전소 등 대단위 건축물의 위치 선정에 중요한 역할을 하였다.

Trifunac(1973) 등은 간단한 지형에 대한 이론적인 고찰을 시도하였고 Wu(1985) 등은 구형모형에 대한 탄성계수를 여러 형태로 바꾸어 산란효과를 관찰하였다. 또한 Dresen(1977) 등은 암영대(shadow zone)을 이용하여 산란효과를 모형으로 관찰하였으며 50% 진폭선을 지하공동의 위치를 찾아내는데 이용하였다.

또한 수치해석적인 여러방법이 시도되었는데 Drake(1972)는 유한차분법을 이용하여 간단한 지형모형에 대하여 연구를 행하였고 최근에는 Edwards(1985) 등이 유한요소법을 이용하여 석탄층의 여러 모형에 관하여 연구를 행하였다.

탄성파탐사 외의 지하공동에 관한 연구로는 Lee(1984) 등이 전자탐사법에 의한 모형 실험이 시도하였고 Suh(1975) 등이 지하터널에 대하여 유한차분법을 이용하여 모형계산을 행하였으며 Lytle외(1979)가 모형실험 및 이론적인 계산을 행하였다. 전기탐사법으로는 Kim(1985) 등이 유한차분법에 의한 이론적인 계산을 행하였고 Lee(1985) 등이 Bristow method에 의한 모형실험과 야외측정을 행한바 있다. 지하공동에 대한 야외조사로는 Cook(1965)가 지하 깊은 곳에 위치한 대규모 공동에 대한 탐사를 시도하였고, Watkins

\*1993년 11월 4일 접수

1) 정회원, 강원대학교 공과대학 자원공학과 교수

(1967) 등이 지표 근처의 대단위 공동에 대한 조사를 시도하였다. 최근에는 McCann(1986) 등이 시추공법에 의한 공동조사를 실시하였으며 수신기로는 geophone 대신에 hydrophone을 사용하였다. 본 연구에서는 수신기를 수직으로 설치하여 야외측정에서 적용할 수 있도록 하였으며 이론적인 모형계산에 의해서 공동의 정확한 위치 및 크기를 파악하고자 하였다. 수치계산은 유한요소법을 이용하며 그 중에서도 에너지 방법에 적용이 편리한 변분법을 사용하였다. 또한 시추공-시추공 탐사에서 여러개의 수신기를 수직으로 설치하여 수신을 동시에 시도하여 공동의 정확한 위치계산을 행하고자 하였으며 압영대를 이용하여 공동의 위치 확인 및 시추 위치 선정에도 자료를 제공하도록 하였다.

## 2. 기본이론

### 2.1 파동방정식의 유도

탄성체에 있어 일반적인 Stress와 Strain관계를 Tensor로 표현하면

$$\sigma_{ik} = \lambda\theta\delta_{ik} + 2\mu\rho_{ik} \quad (1)$$

이때

$$\begin{aligned} \theta &= \rho_{xx} + \rho_{yy} + \rho_{zz} \\ &= \nabla \cdot \mathbf{u} \end{aligned}$$

이다.

$$\left[ \begin{array}{l} \rho_{ij} : \text{Principle strain} \\ \rho_{ij} : \text{Shearing strain} \\ \lambda_{ik} : \text{Lame's constant} \\ \delta_{ik} : \text{Kronecker delta} \end{array} \right]$$

파동방정식의 유도를 위하여 그림 1과 같은 탄성체에서 X방향으로 작용하는 힘에 대하여 생각해 보면

$$\begin{aligned} F_x &= (\sigma_{xx} + \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x})\delta y\delta z - (\sigma_{xx})\delta y\delta z \\ &+ (\sigma_{xy} + \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y})\delta x\delta z - (\sigma_{xy})\delta x\delta z \\ &+ (\sigma_{xz} + \frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z})\delta x\delta y - (\sigma_{xz})\delta x\delta y \\ &= (\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z})\delta x\delta y\delta z \end{aligned} \quad (2)$$

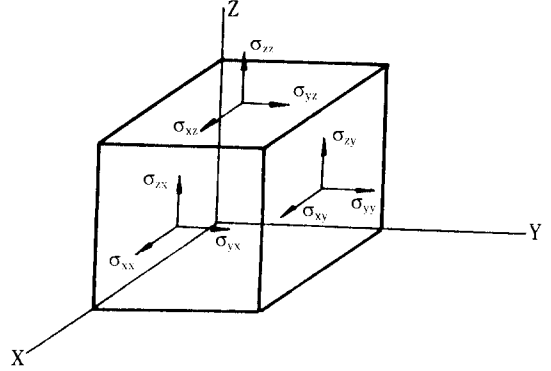


Fig. 1. Elastic components.

가 된다. Newton의 제2법칙에서 X방향의 힘은

$$F_x = \rho(\delta x\delta y\delta z) \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (3)$$

이 된다. 식 (2), (3)에서

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} \quad (4)$$

가 되고 식 (1)을 식 (4)에 대입하여

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= \sum_{k=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_k} (\lambda\theta\delta_{ik} + 2\mu\rho_{ik}) \\ &= \lambda \frac{\partial\theta}{\partial x_i} + \mu \sum_{k=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \\ &= (\lambda + \mu) \frac{\partial\theta}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 u_i \end{aligned} \quad (5)$$

가 된다. 이것을 벡터로 표시하면

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \quad (6)$$

가 된다. Helmholtz에 의하여 변위는 2개의 포텐셜 (potential)로 나타낼 수 있으며

$$\mathbf{u} = \vec{\nabla}\phi - \vec{\nabla} \times \psi \quad (7)$$

여기서  $\phi$  및  $\psi$ 는 각각 압축변위 포텐셜(Compressional displacement potential)과 전단변위 포텐셜(Shear displacement potential)이 된다. 식 (7)을 식 (6)에 대입하면

$$\rho \vec{\nabla}\phi - (\lambda + 2\mu) \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \phi) - \rho \vec{\nabla}\psi + \mu \vec{\nabla}^2(\vec{\nabla} \times \psi) = 0 \quad (8)$$

가 되며 이 식은 2개의 방정식

$$\rho\phi = (\lambda + 2\mu)\rho \nabla^2 \phi \quad (9)$$

$$\rho\psi = \mu \nabla^2 \psi$$

를 만족한다. 이것을 X, Y평면의 일반적인 파동방정식으로 표시하면

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{1}{\beta^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

가 된다. 이때  $\alpha$  및  $\beta$ 는 각각 P파 속도, S파 속도를 나타내며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (11)$$

## 2.2 파동방정식의 계산

파동의 해석문제를 수식화한 식은 식 (10)과 같이 나타나며 이것은

$$L\phi = f \quad (12)$$

와 같이 간단히 나타낼 수 있다. 이때 L은 미분 연산자(Differential operator)이다. 이 편미분 방정식을 복잡한 시스템에 대해서 해석적으로 푸는 것은 많은 어려움이 있으므로 최근에는 수치해석법을 주로 사용하게 된다.

본 연구에서는 변분이론(Variational method)을 근거로 한 유한요소법을 이용하여 파동방정식을 계산하고자 한다. 또한 에너지 시스템에 변분이론을 적용시키기 위해서는 에너지 Functional을 도입하게 되는데, 이 Functional의 유도에는 Hamilton 원리를 적용한다.

## 2.3 알고리즘의 유도

Hamilton 원리에서 Functional I가 최소가 되기 위해서는

$$\Delta I = \delta \int_{t_1}^{t_2} L \, dt = 0 \quad (13)$$

가 되어야 한다. 이때

$$L = E_k - u_s + w_p \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_k : \text{Total Kinetic Energy} \\ u_s : \text{Internal Strain Energy} \\ w_p : \text{Work done by the applied load} \end{array} \right.$$

여기서 Shape function N과 Nodal value  $u'$ 를 이용하여 변위 벡터  $u(x, y, z)$ 를 표시하면

$$u(x, y, z) = N(x, y, z)u' \quad (15)$$

가 된다. Total kinetic energy  $E_k$ 는

$$E_k = \int_v \frac{1}{2} \rho u' u' \, dv$$

$$= \int_v \frac{1}{2} u'^T N^T \rho N u' \, dv \quad (16)$$

가 되며 Internal strain energy  $u_s$ 는

$$u_s = \int_v \frac{1}{2} \sigma \, dv$$

$$= \int_v \frac{1}{2} u'^T B^T H B u' \, dv \quad (17)$$

가 된다. 이 때

$$B(x, y, z) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (18)$$

이다. 또한 주어진 하중에 대하여 행하여진 일  $w_p$ 는

$$w_p = \int_v u'^T F \, dv$$

$$= \int_v u'^T N^T F^* \, dv \quad (19)$$

가 된다. 식 (13), (16), (17), (19)에서

$$\delta I = \int_v [\dot{u}']^T M [\dot{u}'] - [u']^T K [u] + [u] F \, dv \quad (20)$$

가 되며, 이 때

$$M = \int_v [N]^T \rho [N] \, dv$$

$$K = \int_v [B]^T [H] [B] \, dv \quad (21)$$

$$F = \int_v [N]^T [F^*] dv$$

로 놓을 수 있으며, 각각 Mass matrix(질량 행렬), Stiffness matrix(강성 행렬), Force matrix(힘 행렬)로 정의된다.

식 (20)에서 Euler-Lagrange 방정식은

$$\frac{\partial I}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial I}{\partial \dot{u}} \right) = 0 \quad (22)$$

가 되며 구하고자 하는 운동방정식은

$$M[\ddot{u}] + K[u] - F = 0 \quad (23)$$

가 유도된다.

본래의 파동방정식 (10)이 편미분방정식인데 반하여 우리가 구한 운동방정식 식 (23)은 시간에 대한 상미분방정식이 된다. 이 방정식을 푸는 방법은 일반적으로 잘 알려져 있으며, 여기에서는 Runge Kutta 법을 사용하였다.

### 3. 예비 모형계산

본 계산에 들어가기 전에 계산시간을 절약하고 보다 정확한 해를 구하기 위하여 균질한 매질에서 계산상수를 결정하였다. 시간간격(m)은 요소(mesh)의 크기(a)와 매질에서의 탄성파의 최대속도( $V_p$ )에 의해서 다음과 같이 계산되며

$$m = \frac{a}{V_p} \quad (24)$$

본 연구에서는 시간간격의 크기를 m의 1/2배, 2/3배, 4/3배로 변화하면서 계산하였다. 일반적으로 시간간격은 작을수록 계산결과는 정확하다고 생각되나, 계산시간의 증가 때문에 본 연구에서는 2/3 m을 선택하여 계산을 하였다. 요소크기는 파동원의 주파수, 탐사 대상물의 크기와도 많은 관계가 있다. 따라서 탐사 대상물에 따라 파동원의 적정 주파수를 결정하는 것은 높은 정확도를 필요로 하는 탐사에 있어서는 대단히 중요한 일이며, 이때 요소크기의 결정 또한 중요한 일이다. 본 연구에서는 요소크기를 파장의 1/8 배로 하여 계산을 행하였다. 영역크기는 인공적으로 설정된 경계면에 의해서 발생한 반사파가 측정자료에 심한 오차를 주지 않는 범위내에서 최대한 줄이는

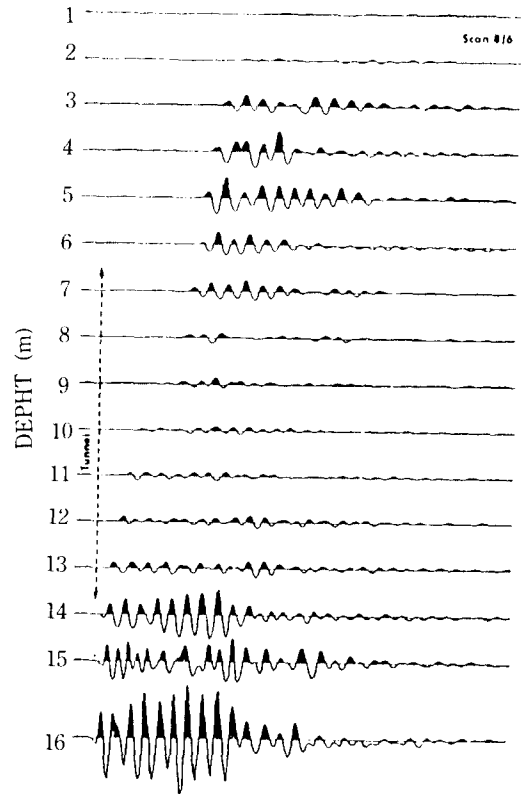


Fig. 2. Field data from McCann (1986).

것이 계산기의 기억 용량 및 계산시간 단축에 유리하다. 본 연구에서는 가로 요소수를 36개, 세로 요소수를 50개로 하여 사용하였다.

예비모형에 의한 계산자료와 현장자료를 비교해 보기 위하여 McCann(1986)이 폐기된 철도 터널에서 얻은 자료를 이용하였다. 터널의 모양은 하부는 평탄하지만 상부는 원형으로 거의 반원에 가깝다. 크기는 직경 5 m로 파동원과 수신기간의 거리는 15 m로 하였고 수신기로는 hydrophone을 사용하였다. 현장 실측자료는 그림 2에서 볼 수 있으며 현장과 비슷한 입력자료에 의한 계산결과는 그림 3에서 볼 수 있다. 상기 그림들의 결과에 의해서 본실험의 계산을 시도하였다.

## 4. 적용 및 결과고찰

### 4.1 모델링

그림 4와 같이 여러개의 수신기를 수직으로 설치

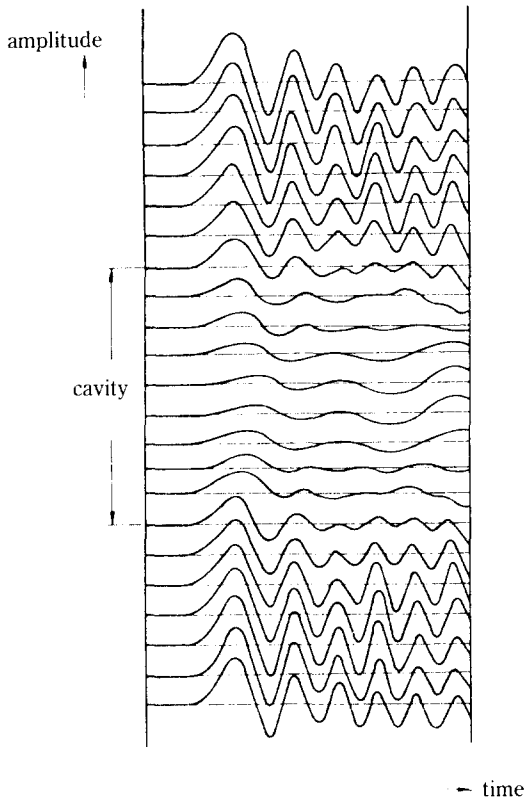


Fig. 3. The horizontal component of acceleration curve.

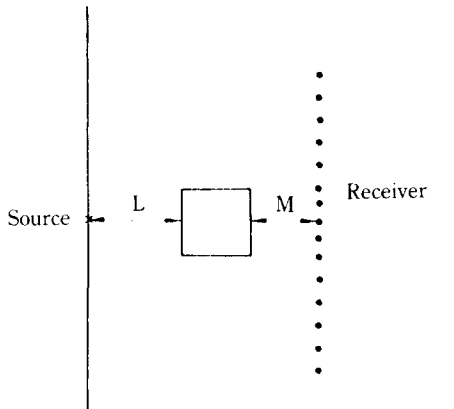


Fig. 4. Modified cross-hole method.

하고 1개의 진원에 의해 수신을 동시에 행하였으며 그림 5와 같이 파동원도 수직으로 이동하여 전체적인 측정을 행하였다. 또한 그림 6과 같이 공동의 위치( $r$ )를 이동하고 수신기의 위치를 A, B, C로 이동하며

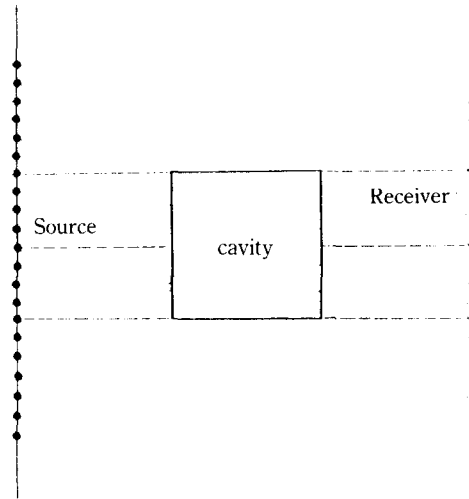


Fig. 5. Theoretical model.

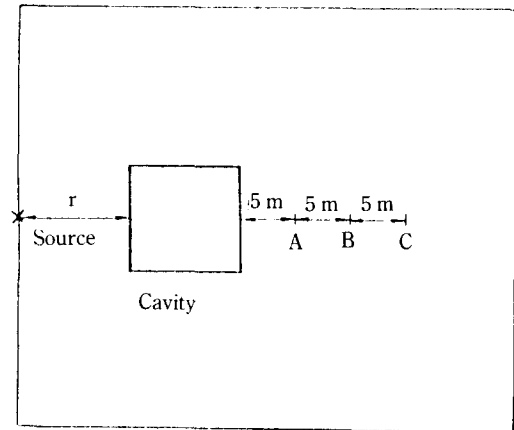


Fig. 6. Modelling of cavity location and receiving distance.

측정을 시도하였으며 결과해석을 위해서 압영대를 이용하였다.

#### 4.2 결과고찰

파동원과 시추공 사이에 공동이 존재할 경우에는 그림 7과 같이 W 모양의 압영대가 나타나며 진폭비 0.5선을 이용하면 그림 8과 같이 a, b 2개의 수치가 나타난다. 이때 a는 윗(upper) 방향, b는 아래(lower) 방향의 압영대를 나타낸다.

시추공간의 거리를 25 m, 공동을 시추공간의 중앙에 위치하게 하고 파동원을  $P_0$ (공동의 중앙)에서 부터  $P_9$ 까지 이동할 경우의 압영대 수치 a, b는 그림

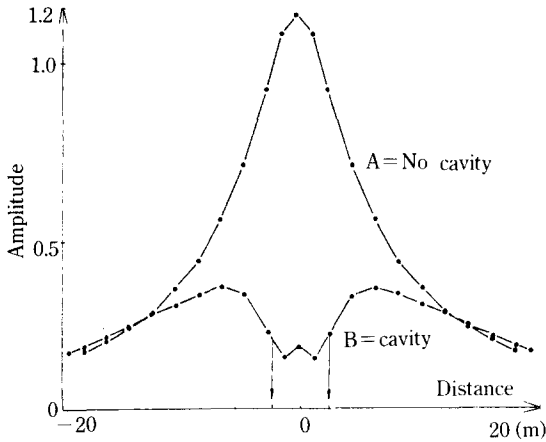


Fig. 7. The amplitude diagram in case of cavity model and no cavity model.

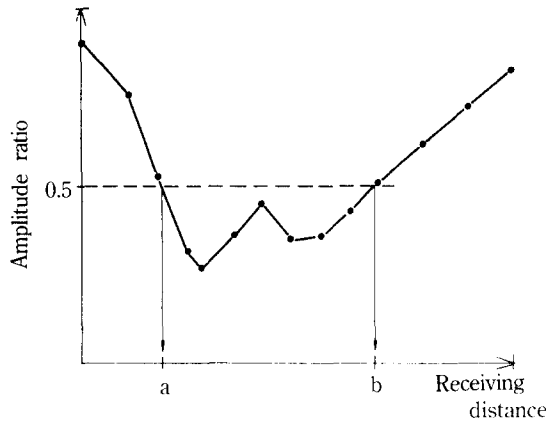
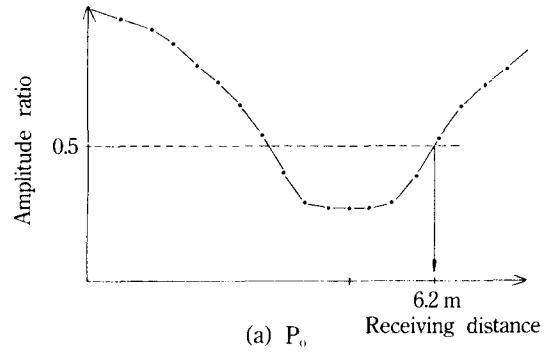


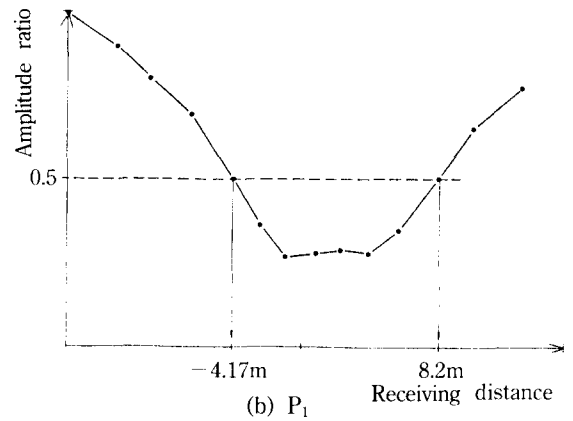
Fig. 8. The normalized amplitude diagram versus receiving position ( $M=10$  m).

(9-a)~(9-j)에서 볼 수 있다. 이것의 수치를 종합하면 도표 1에서 볼 수 있으며 이것을 도식화하면 그림 10에서와 같이 공동의 위치를 파악할 수 있다.

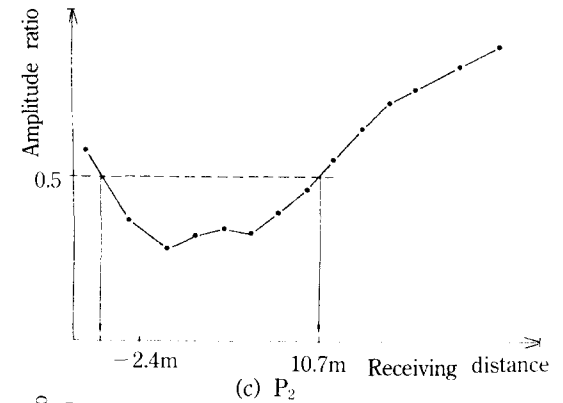
이 때 파동원의 높이가  $P_0$ 에서  $P_5(4.15\text{ m})$ 까지는 암영대의 W의 중앙부분이 진폭의 0.5 m선 아래에 나타나고 파동원의 위치가  $P_6, P_7, P_8, P_9$ 에서는 위에 나타남을 볼 수 있다. 이는 암영대 상·하부 위치에 따른 파동원으로부터의 파의 전파방향을 나타낸 것으로 파동원의 위치가 공동의 중심으로부터 4.15 m까지는 공동의 위치에 대한 정보를 제공하기 위한 것으로 암영대의 상부 및 하부의 크기에 따라 거의 정확하게 공동의 위치를 추정할 수 있으며 4.15 m에



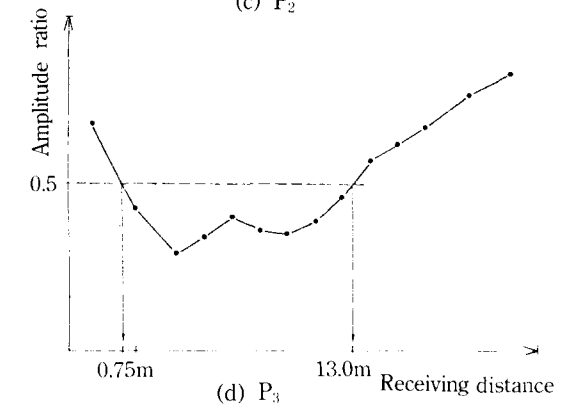
(a)  $P_0$



(b)  $P_1$



(c)  $P_2$



(d)  $P_3$

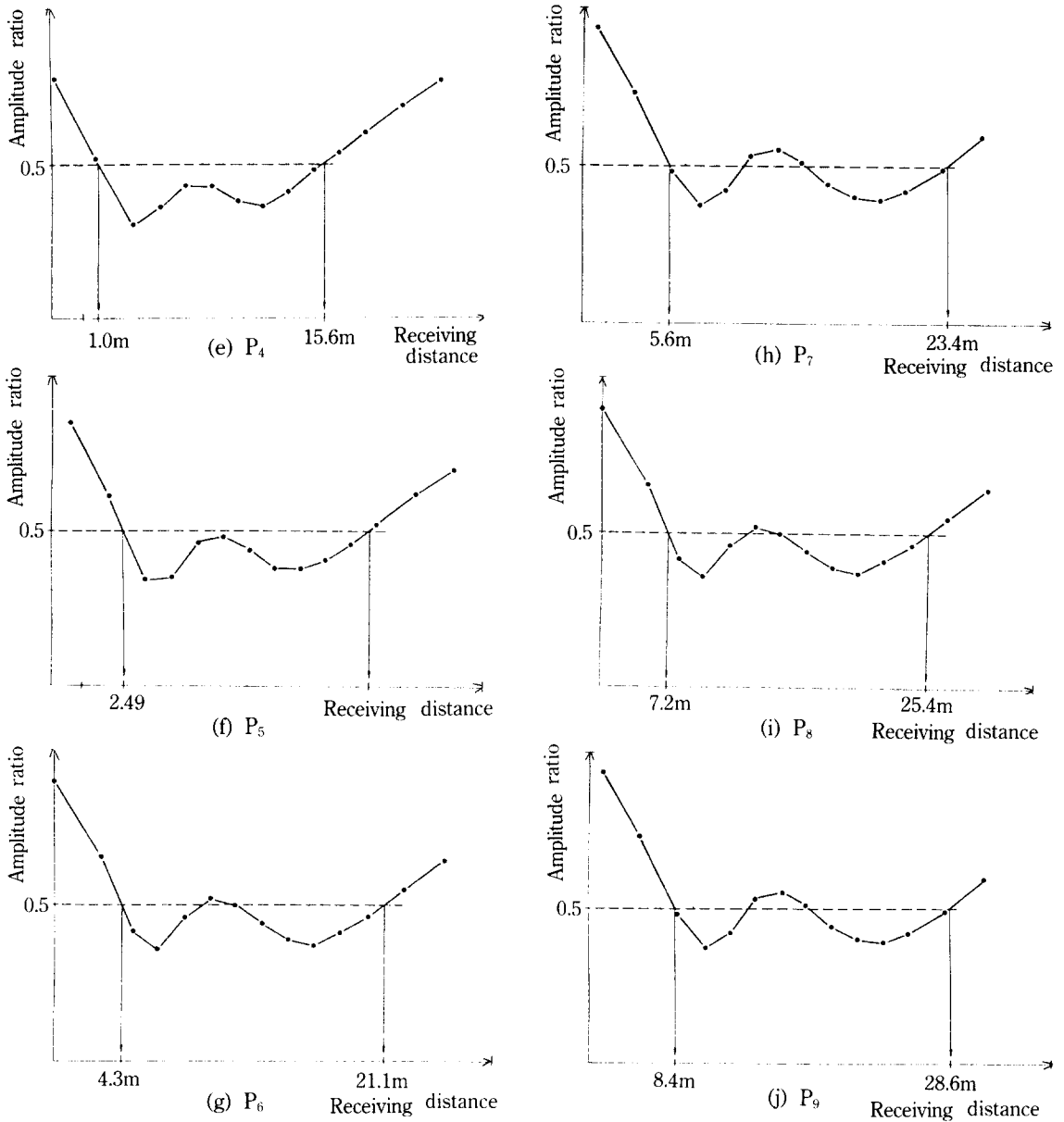


Fig. 9. 50% amplitude level of maximum amplitude map.

서부터 7.47 m까지는 진폭비에 의해 나타나는 암영대 중에서도 W자 모양의 가운데 부분만을 표시한 것으로 이는 W자 모양의 가운데 부분이 공동의 중앙에 해당하는 것을 알 수 있다.

같은 방법으로 터널이 시추공간의 중앙에서 우측으로 5 m 이동시켰을 때의 진폭변화에 의한 암영대의 수치 a, b는 파동원의 위치가 P<sub>0</sub>(터널의 중앙)에서

P<sub>8</sub>(+7.47 m)까지 이동할 경우 전체적인 결과는 도표 2에서 볼 수 있으며 이것을 도식화하면 그림 11과 같이 공동의 위치를 알아낼 수가 있다.

### 5. 결 론

지하의 공동의 위치와 크기를 파악하기 위하여 탄

Table 1. Shadow zone of changing source position (D=25 m, L=10 m, M=10 m)

Source의 위치	Shadow zone (upper)	Shadow zone (lower)
P <sub>9</sub> (7.47 m)	8.4 m	28.6 m
P <sub>8</sub> (6.64 m)	7.2 m	25.4 m
P <sub>7</sub> (5.82 m)	5.6 m	23.4 m
P <sub>6</sub> (4.98 m)	4.3 m	21.1 m
P <sub>5</sub> (4.15 m)	2.6 m	18.6 m
P <sub>4</sub> (3.32 m)	1.0 m	15.6 m
P <sub>3</sub> (2.49 m)	0.75 m	13.0 m
P <sub>2</sub> (1.66 m)	2.4 m	10.7 m
P <sub>1</sub> (0.83 m)	4.17 m	8.2 m
P <sub>0</sub> (0.0 m)	6.2 m	6.2 m

Table 2. Shadow zone of changing source position (D=25 m, L=15 m, M=5 m)

Source의 위치	Shadow zone (upper)	Shadow zone (lower)
P <sub>8</sub> (7.47 m)	7.44 m	11.25 m
P <sub>7</sub> (6.64 m)	6.31 m	11.07 m
P <sub>6</sub> (5.81 m)	5.16 m	10.61 m
P <sub>5</sub> (4.98 m)	4.12 m	9.76 m
P <sub>4</sub> (4.15 m)	3.08 m	9.08 m
P <sub>3</sub> (2.49 m)	0.67 m	6.75 m
P <sub>2</sub> (1.66 m)	0.54 m	5.02 m
P <sub>1</sub> (0.83 m)	1.76 m	4.2 m
P <sub>0</sub> (0.0 m)	2.94 m	2.94 m

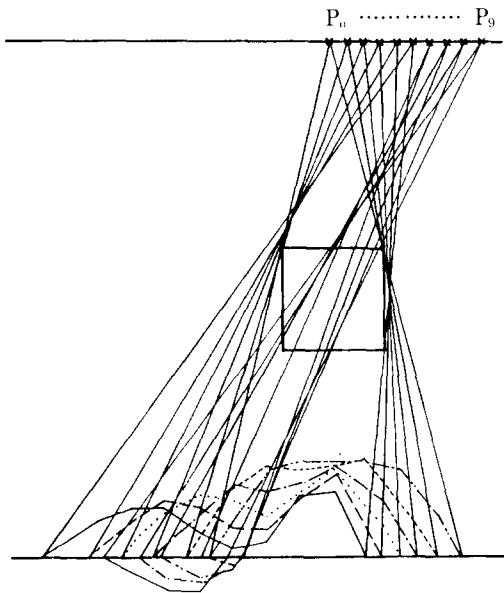


Fig. 10. The estimated center point of cavity from maximum amplitude of normalized diagram.

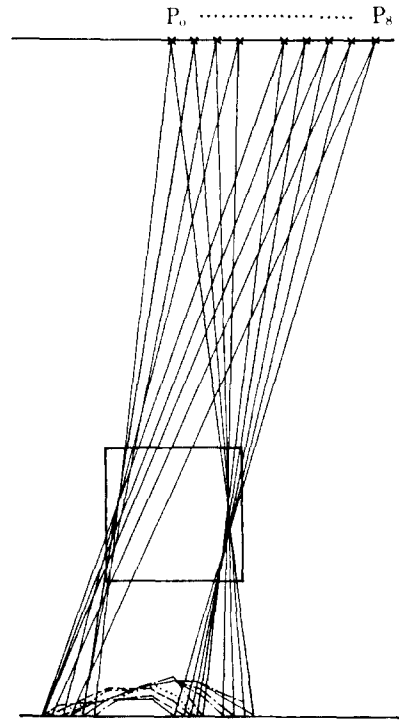


Fig. 11. The estimated center point of cavity from maximum amplitude of normalized diagram.

성과 시추공-시추공 탐사의 이론모형을 계산하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 유한요소법에 있어 요소크기와 시간간격은 계산기의 기억용량 및 계산시간에 많은 영향을 주며, 오차가 크지 않는 범위내에서 크게 선정하는 것이 좋다. 예비실험에 의해서 요소크기는 파장의 1/8이 적당함을 알았으며, 시간간격은 파동의 최대속도 비 (m)의 2/3배가 적당한 것으로 나타났다.

2) 수신기에서의 탄성파의 도착시간과 진폭변화를

조사한 결과 탄성파의 수평 변위성분의 경우 보다 입자가속도의 수평성분의 경우가 공동의 유무에 더욱 민감하게 나타남을 볼 수 있었다.

3) 암영대가 수평과 이루는 각도가 32°가 넘을 경우에는 오차가 많으므로 자료해석에서 제외시키는 것이 좋으며 파의 입사 방향이 공동의 위치와 8°를



넘을 경우에는 기존 암영대의 반대방향으로 암영대가 형성됨을 알 수 있었다.

### 감사의 글

이 연구는 한국과학재단(893-0510-007-2) 신진연구 지원에 의한 연구이며, 연구비를 지원해준 한국과학 재단에 감사를 드린다.

### 참고문헌

- 1) Cook, J. C., 1965, Seismic mapping of underground cavities using reflection amplitudes, *Geophysics*, 30, 527-538.
- 2) Drake, L.A., 1972, Love and Rayleigh waves in nonhorizontally layered media, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 62, 1241-1258.
- 3) Drensen, L., 1977, Locating and mapping of cavities at shallow depths by the seismic transmission method, *Proceedings of DMSR* 77, 3, 149-171.
- 4) Edwards, S.A., 1985, Asten, M.W. and Drake, L.A.: P-SV wave scattering by coal-seam inhomogeneities, *Geophysics*, 50, 214-223.
- 5) Kim, H.J., 1984, Analysis of apparent resistivity response from near-surface cavities, *Journal of Korean Ins. of Mineral and Mining Engineers*, 23, 364-370.
- 6) Lee, K.H. and Morrison, H.F., 1985, A numerical solution for the electromagnetic scattering by a two-dimensional inhomogeneity, *Geophysics*, 50, 466-472.
- 7) Lytle, R.J., Laine, E.F., Lager, D.L. and Davis, D.T., 1979, Cross-borehole electromagnetic probing to locate high-contrast anomalies, *Geophysics*, 44, 1667-1676.
- 8) McCann, D.M., 1986, Application of cross-hole seismic measurements in site investigation surveys, *Geophysics*, 51, 914-929.
- 9) Suh, S.Y. and B.K. Hyun., 1975, A potential method of finite-difference synthetic seismograms for refraction survey, *Korean Institute of Mineral and Mining Engineers*, 17, 747-768.
- 10) Trifunac, M.D., 1971, Motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 61, 1775-1770.
- 11) Trifunac, M.D., 1973, Scattering of plane SH waves by a semi-cylindrical canyon, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1, 257-281.
- 12) Watkins, J.S. and Godson, R.H., 1967, Seismic detection of near-surface cavity, U.S. *Government Printing Office*, A1-A12.
- 13) Wu, R. and Aki, K., 1985, Scattering characteristics of elastic waves by an elastic heterogeneity, *Geophysics*, 50, 582-595.