

〈論 文〉

수면곡선계산법의 적용에 대한 연구  
 -HEC-2모형 이용을 중심으로-

On Application of Computation Method of Water Surface Profile Using HEC-2

李 正 圭\*, 李 昌 海\*\*  
 LEE Jong Kyu and LEE Chang Hae

**Abstract** □ The HEC(Hydrologic Engineering Center)-2 program, which utilize the standard step method, is usually adopted in the practical works for the water surface profile computation of natural channels. Water profile computation is, in general, carried upstream for subcritical flow. On the other hand, when the reference water surface is given upstream, numerous efforts and a great deal of time are necessary to compute the downstream water surface profile for subcritical flow. A simple method, computing the water surface profile from upstream to downstream for subcritical flow by HEC-2, is suggested in this paper. The applicability and the accuracy of this method are discussed by applying this method to both prismatic and natural channels.

**要 指** : 자연하천의 수면곡선을 계산하기 위하여 標準逐次計算法에 근거한 HEC-2모형을 이용하는 것이 일반적이다. 常流흐름에서 수면곡선의 계산은 일반적으로 下流에서 上流로 수행해 나간다. 그러나 이와 반대로 기준수면고가 상류지점에만 있는 경우, 하류쪽의 수면고들을 계산하고자 할 때는 많은 노력과 시간이 필요하게 된다. 이러한 경우에도 HEC-2를 이용하여 간편하게 上流에서 下流로 수면곡선을 계산하는 방법을 제안하였으며, 이 방법을 均·水路와 자연하천에 적용하여 타당성과 정밀도를 검토하였다.

1. 序 論

지금까지 수로의 수면곡선을 계산하기 위해서, 常流일 때는 下流의 表面波가 上流로 전달되어 수면곡선이 下流水面高의 영향을 받게되므로 일반적으로 하류의 支配斷面으로부터 상류쪽으로 수면곡선을 계산하여야 하고, 반면에 射流의 경우는 上流의 지배단면으로부터 하류방향으로 계산해 나가는 것이 원칙으로 알려져 있다<sup>2,4)</sup>. 이것은 계산의 수행방향이 올바르지 않으면 궁극적으로는 계산결과가 정확한 수면곡선으로부터 발산하는 경향을 가지기 때문이다.

자연하천에서 엄밀한 의미의 등류는 발생하지 않으며, 대부분의 자연하천의 흐름은 常流이다. 자연

하천이나 非均·水路(nonprismatic channel)의 수면곡선은 표준축차계산법을 이용하여 계산할 수 있으며 이것을 수치모형화한 대표적인 모형이 HEC-2이다.

현재 HEC-2모형에서도 위의 원칙에 따라 常流일 때는 下流에서 上流로, 射流일 때는 上流에서 下流방향으로 계산을 수행하도록 되어 있다. 常流의 수면곡선계산은 하류로부터 계산해 올라가게 되는데, 基準水面高나 觀測水面高가 계산구간의 상류쪽에 있을 때는 下流쪽의 수면곡선을 계산하기가 상당히 어렵다. 이 경우에 기존의 방법을 좇아 수면곡선을 계산하는 방법은 하류단에서의 수면고를 여러가지로 가정하여 上流의 수면고를 계산해 올라갈 수 있으며, 이 계산치가 상류의 측정수면고에 접근하도록 하류의 수면고를 여러번 반복가정하여 계산하는

\* 정희원, 한양대학교 토목공학과 교수

\*\* 정희원, 한양대학교 대학원 토목공학과

방법으로 상류의 관측수면고와 일치하는 하류에서의 가정수면고의 값이나 범위를 찾아낼 수 있다.

그러나 이러한 施行誤差法에 의한 반복계산은 많은 노력과 시간을 필요로 한다. 본 연구에서는 기준점의 수면고가 上流지점에 있을 때 수면곡선을 구하는데 소요되는 많은 시간과 노력을 절약하기 위하여 HEC-2모형을 常流일 때 上流에서 下流방향으로 계산을 진행할 수 있도록 적용방법을 개선하였으며 이에 따르는 문제점을 검토하였다. 본 연구의 적용타당성과 오차정도를 흐름단면과 수로경사가 일정한 均一水路<sup>3)</sup>(prismatic channel)와 자연하천수로에서 定常不等流의 수면곡선계산을 통하여 검토하였다.

## 2. 基本式

### 2.1. 標準逐次計算法

다음식은 환경사의 하상을 가진 자연하천수로에서 定常狀態의 일차원 漸變流를 계산하는 식으로, 임의의 계산구간에서 수면고를 음해법으로 구하여 축차적으로 수면곡선을 계산하는 標準逐次計算法

에 사용되는 기본식이다<sup>5)</sup>(그림 1. 참조).

$$Z_2 + \frac{a_2 V_2^2}{2g} = Z_1 + \frac{a_1 V_1^2}{2g} + h_f + h_o \quad (1)$$

$$h_f = L S_f \quad (2)$$

$$h_o = C \left( \frac{a_2 V_2^2}{2g} - \frac{a_1 V_1^2}{2g} \right) \quad (3)$$

여기서,  $Z_1, Z_2$  : 계산구간의 하류단과 상류단의 수면고

$V_1, V_2$  : 계산구간의 하류단과 상류단의 평균유속

$a_1, a_2$  : 계산구간의 하류단과 상류단의 유속분포계수

$g$  : 중력가속도

$h_f$  : 계산구간의 마찰손실수두

$h_o$  : 계산구간의 단면변화로 인한 기타손실수두

$L$  : 계산구간의 거리

$S_f$  : 계산구간의 평균마찰경사

$C$  : 단면변화 손실계수

이다.

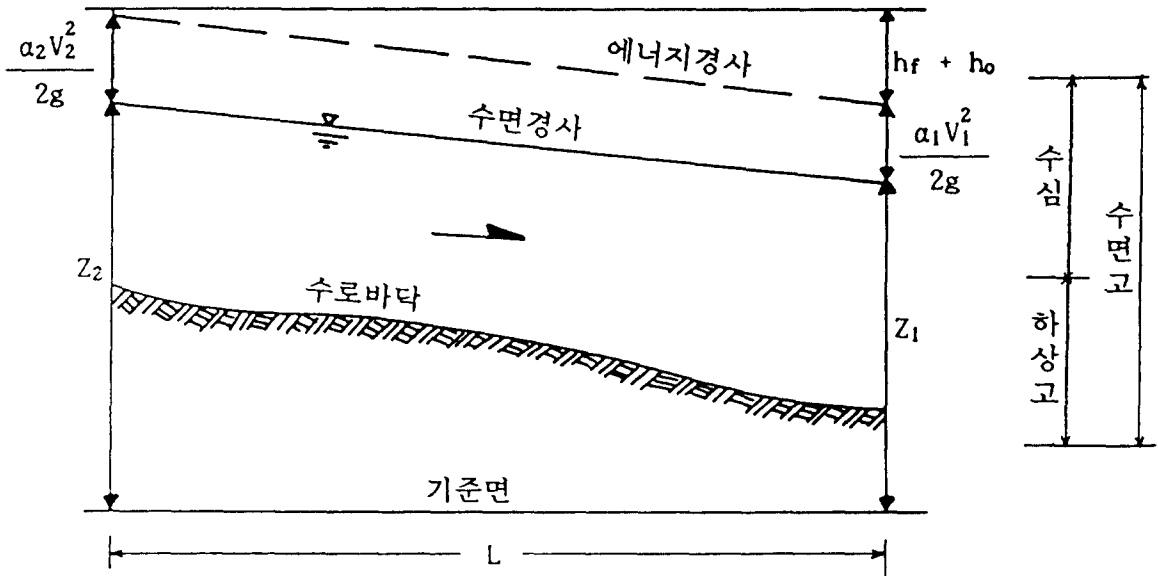


그림 1. 기본식의 설명도

일반적으로 기타손실수두는 마찰손실수두보다 작으므로  $h_s$ 는 무시될 수 있다. 한편 유속계수는 다음식으로 계산될 수 있는데, 低水路의 흐름과 홍수터의 흐름으로 구분하지 않을 경우에  $\alpha$ 는 1.0이다.

$$\alpha = \frac{\left\{ \frac{K_{lob}^3}{A_{lob}^2} + \frac{K_{ch}^3}{A_{ch}^2} + \frac{K_{rob}^3}{A_{rob}^2} \right\}}{K_i^3} \quad (4)$$

위의 식은 임의의 한단면에서 계산되는 것으로, 첨자  $t$ 는 단면전체에 해당하고,  $lob$ 와  $ch$ ,  $rob$ 는 각각 좌측홍수터, 저수로 및 우측홍수터의 단면을 의미하고,  $K$ 와  $A$ 는 통수능과 단면적이며, 通水能은 다음과 같은 식으로 구한다. 여기서  $n$ 은 Manning의 조도계수이다.

$$K = \frac{1}{n} A R^{2/3} \quad (5)$$

또한, 계산구간내의 평균마찰경사  $f$ 는 두 단면간의 평균통수능을 통해 구하는 다음식으로 계산되는데, 이것은 HEC-2에서 기본(default)으로 사용되는 식이다<sup>7)</sup>.

$$\bar{S}_f = \left[ \frac{Q_1 + Q_2}{K_1 + K_2} \right]^2 \quad (6)$$

여기서,  $K_1, K_2$ : 계산구간의 하류단과 상류단의 통수능

$Q_1, Q_2$ : 계산구간의 하류단과 상류단의 유량이다.

본 연구에서의 수면곡선계산은 HEC-2모형을 사용하였는데, 식(1)을 이용하고 계산은 단면 1의 모든 변수값이 주어지면 단면 2의 수면고를 가정하여 식(1)이 만족될 때까지 반복계산하는 방법이다. 반복계산과정의 두번째 반복(iteration)에서는 가정치와 계산치의 산술평균값을 단면 2의 수면고로 가정하고, 세번째 이상의 반복에서는 비선형식의 해를 구하는 방법중의 하나인 secant method<sup>8)</sup>에 의해 계산하게 된다. 이러한 과정을 각 단면간에 축차적으로 계산해 나가면 상류측의 수면고

및 기타 필요한 값들을 계산할 수 있다<sup>6)</sup>.

## 2.2. 本 研究에서 提案한 計算法

대부분의 자연하천의 흐름은 常流로서 앞에서 설명한 계산과정을 통해 하류로부터 상류로 계산해 진행해 나간다. 그러나 실무에서 수면곡선을 계산할 때 기준수면고가 1:流에 위치한 관측점의 수면고라 하면 하류의 수면고를 구하는데 상당한 어려움이 뒤따른다. 왜냐하면 HEC-2모형은 常流의 경우 下流에서 1:流로만 계산을 수행하도록 되어 있기 때문이다. 그러므로 HEC-2모형을 그대로 이용하기 위해서는 부득이 하류의 대상지점의 수면고를 가정하고 상류로 계산을 진행하여 상류의 기준수면고에 맞추는 방법이 적용되어야 할 것이다. 이 과정에서 상류의 기준수면고에 맞추기 위해서는 하류 지점의 수면고를 여러번 가정하여야 하고 반복계산을 수 없이 수행하여야 된다. 따라서 자연하천의 수면곡선을 얻기 위해서 많은 노력과 시간이 소요되게 된다.

본 연구에서는 이러한 불편을 해소하기 위하여 HEC-2의 적용방법을 개선하여 상류흐름에서 하류단의 기준수면고가 없는 경우에 대해 간단히 수면곡선을 구할 수 있는 방법을 제안한다. 이 방법은 常流의 수면곡선계산을 상류에서 하류방향으로 한번에 계산하는 것이며, 이 방법에 의한 계산결과와 정밀도가 보장된다면 계산량이 아주 적어지기 때문에 많은 노력과 시간이 절약될 것이다. 이상과 같은 계산방법은 속도수두가 작을 때는 종래의 계산방향과 반대로 진행하더라도 큰 오차가 발생하지 않음이 언급된 바 있다.

여기서 제안한 방법을 설명하면 다음과 같다.

HEC-2 모형은 식(1)에서 단면 2를 상류에 있는 기지단면으로 하고 단면 1을 하류의 미지단면으로 하여 상류에서 하류방향으로 계산을 적용할 경우,  $\bar{S}_f$ 는 식(6)에서 보는 바와 같이 항상 양(+)의 값을 가지고 마찰손실수두가 상류단의 에너지수두에 더해져 물리적의미를 상실하므로 하류단의 수면계산을 할 수가 없다. 그러나 이때 구간거리  $L$ 을 음(-)의 값으로 입력하면 이러한 문제는 간단히 해결된다. 마찰손실수두가 상류단의 에너지

수두에서 빼지게 되므로 수면계산이 가능해 진다. 이것을 식으로 표시하면 단지 마찰손실을 계산할때 식(7)과 같이 L대신에 (-L)을 사용하면 될 것이다.

$$h_f = -L S_f \quad (7)$$

그러나 HEC-2를 사용하여 본 계산법을 이용할 때는 다음과 같은 사항을 염두에 두어야 한다. 첫째, 식(7)에서  $h_f$ 가 음의 값을 가지기 위해서는  $S_f$ 가 항상 양이므로 구간거리 L에 음의 값을 사용해야 한다. 둘째, 현재의 HEC-2 program에서는 단면변화 손실계수 C에 음의 값을 사용할 경우 기타 손실수두가 0으로 나오도록 되어있으므로 기타 손실을 고려할 수 없다. 여기서 기타손실은 마찰손실보다 작으므로 계산결과에는 큰 영향을 주지 않지만, 좀 더 정확한 결과를 얻기 위해서는 HEC-2의 내용(source program)을 약간만 수정하면 단면변화에 의한 손실을 고려할 수 있을 것이다.

### 3. 計算適用例 및 檢討

#### 3.1. 均一水路에 대한 適用例

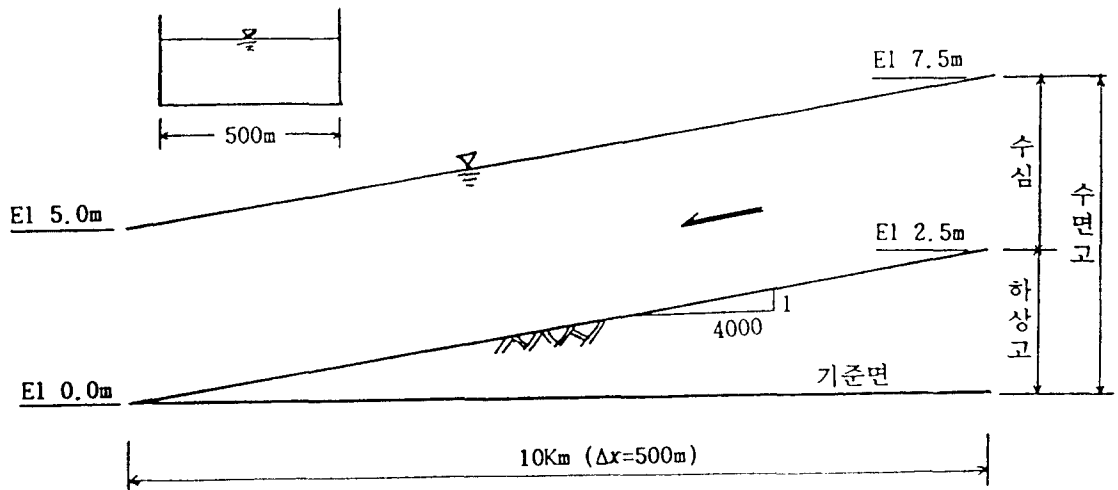


그림 2. 균일수로의 형상

본 연구의 계산방법을 일정한 하상경사와 矩形斷面을 가진 균일수로에 적용하여 타당성을 검토해 보고자 한다.

수로의 경사는  $1/4000 (= 2.5 \times 10^{-4})$ , 하폭은 500m, 조도계수는 0.025인 수로에서 등류수심이 5m인 경우의 유량은  $4562.644m^3/sec$ 가 된다. 이때 수로의 총길이는 10km로 하고 계산단면간의 구간거리는 500m로 하였다(그림 2. 참조).

수면고의 계산은 수심, 조도계수, 유량 및 하상경사를 변화시키고, 계산방향은 상류→하류와 하류→상류방향의 두가지로 수행하여 계산결과를 비교검토하였다.

첫째, 1:流의 기준수면고 변화에 따른 하류수면고의 영향을 보기위하여 기준수면고이외의 조건은 고정시키고, 等流가 되는 상류단의 수면고를 7.5m(수심은 5.0m)로, 低下曲線의 상태가 되는 상류단의 수면고를 7.4m(수심은 4.9m)로, 背水曲線의 상태가 되는 상류단의 수면고를 7.6m(수심은 5.1m)로 하여 계산하였다. 각각의 값들을 상류단의 기준수면고로 정하고 이 값들을 만족하도록 하류단에서의 수면고를 가정하여 하류에서 상류방향으로 계산한 하류단의 수면고의 범위(이 값은 여러번의 반복계산으로부터 얻어진 값임)와 본 연구에서 제

〈표 1〉 상류단 수면고의 변화에 따른 하류단 수면고의 변화

(단위 : m)

기존의 계산 방법		본 연구의 방법		상류단 수심 (h)	등류 수심 (y <sub>n</sub> )	비 고
하류 → 상류		하류 ← 상류				
(가정수면고) 하류단수면고	(기준수면고) 상류단수면고	(계산수면고) 하류단수면고	(기준수면고) 상류단수면고			
5.47~5.50 [0.03]	7.60	5.48	7.60	5.1	5.000	배수곡선
4.98~5.02 [0.04]	7.50	5.00	7.50	5.0	5.000	등류
4.13~4.24 [0.11]	7.40	4.22	7.40	4.9	5.000	저하곡선

주) [ ]의 값은 상류단수면고에 일치되는 하류단수면고의 변동범위를 의미한다.

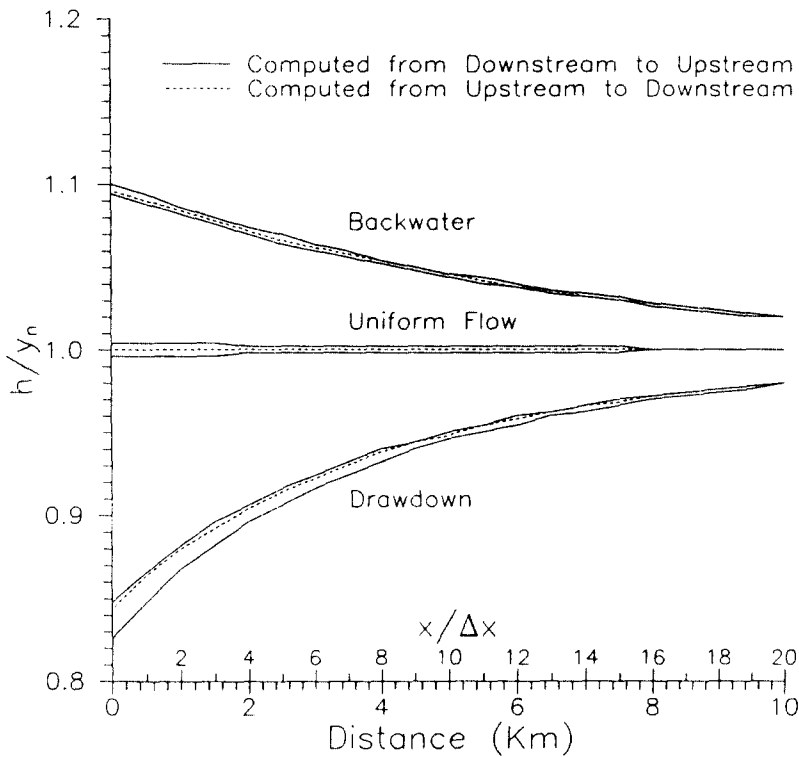


그림 3. 균일수로에서의 수심비[수심/등류수심]  
(거리는 하류단으로부터 상류로 잰 거리)

안한 방법인 상류에서 하류방향으로 계산한 결과를 그림 3과 표 1에 비교하였다.

둘째, 조도계수의 변화에 따른 수면고의 변화를 보기 위하여 조도계수를 각각 0.024, 0.025 및 0.026으로 변화시켜 앞에서 했던 계산과정을 반복하

여 그 결과를 표 2에 비교하였다.

셋째, 유량의 변화에 따른 수면고의 변화를 보기 위하여 유량을 각각 4400, 4562.644 및 4600m<sup>3</sup>/sec로 변화시켜 앞에서 했던 계산과정을 반복하여 그 결과를 표 3에 비교하였다.

<표 2> 조도계수의 변화에 따른 하류단 수면고의 변화 (단위 : m)

기존의 계산 방법		본 연구의 방법		상류단 수심 (h)	등류 수심 ( $y_n$ )	비 고
하류 → 상류		하류 ← 상류				
(가정수면고) 하류단수면고	(기준수면고) 상류단수면고	(계산수면고) 하류단수면고	(기준수면고) 상류단수면고			조도계수
5.46~5.49 [0.03]	7.50	5.47	7.50	5.0	4.878	0.024
4.98~5.02 [0.04]	7.50	5.00	7.50	5.0	5.000	0.025
4.09~4.21 [0.12]	7.50	4.18	7.50	5.0	5.120	0.026

주) [ ]의 값은 상류단수면고에 일치되는 하류단수면고의 변동범위를 의미한다.

<표 3> 유량의 변화에 따른 하류단 수면고의 변화 (단위 : m)

기존의 계산 방법		본 연구의 방법		상류단 수심 (h)	등류 수심 ( $y_n$ )	비 고
하류 → 상류		하류 ← 상류				
(가정수면고) 하류단수면고	(기준수면고) 상류단수면고	(계산수면고) 하류단수면고	(기준수면고) 상류단수면고			유 량 ( $m^3/s$ )
5.41~5.44 [0.03]	7.50	5.42	7.50	5.0	4.891	4400.000
4.98~5.02 [0.04]	7.50	5.00	7.50	5.0	5.000	4562.644
4.38~4.47 [0.09]	7.50	4.45	7.50	5.0	5.090	4700.000

주) [ ]의 값은 상류단수면고에 일치되는 하류단수면고의 변동범위를 의미한다.

<표 4> 하상경사의 변화에 따른 하류단 수면고의 변화 (단위 : m)

기존의 계산 방법		본 연구의 방법		상류단 수심 (h)	등류 수심 ( $y_n$ )	비 고
하류 → 상류		하류 ← 상류				
(가정수면고) 하류단수면고	(기준수면고) 상류단수면고	(계산수면고) 하류단수면고	(기준수면고) 상류단수면고			하상경사
5.73~5.76 [0.03]	7.80	5.73	7.80	5.0	4.832	$2.8 \times 10^{-4}$
4.98~5.02 [0.04]	7.50	5.00	7.50	5.0	5.000	$2.5 \times 10^{-4}$
4.23~4.32 [0.09]	7.30	4.30	7.30	5.0	5.128	$2.3 \times 10^{-4}$

주) [ ]의 값은 상류단수면고에 일치되는 하류단수면고의 변동범위를 의미한다.

넷째, 하상경사에 따른 수면고의 변화를 보기 위하여 하상경사를 각각  $2.8 \times 10^{-4}$ ,  $2.5 \times 10^{-4}$  및  $2.3 \times 10^{-4}$ 으로 변화시켜 앞에서 했던 계산과정을 반복하여 그 결과를 표 4에 비교하였다.

앞의 표 1~4에서 정리된 계산결과를 비교 검토해 본 결과 다음과 같은 점을 알 수 있었다.

- 1) 표 1~4에서 수면곡선의 계산을 상류방향으로 한 경우와 하류방향으로 한 경우를 하류단수면고에 대해서 비교해 볼 때 전자는 하류지점의 수면고가 비교적 작은 변동폭을 가지고 후자는 일정한 하나의 값을 전자의 변동범위내에 나타내고 있다. 따라서 본 연구

의 타당성과 계산의 정밀도는 충분히 있다고 생각된다.

- 2) 等流水深에 대한 上流端의 水深比가 작을수록 상류단의 기준수면고를 만족하는 하류단의 가정수면고의 범위가 커지는데, 그 이유는 유속이 클수록 마찰손실수두가 커지므로 빠르게 등류수심으로 수렴하는 경향이 있기 때문이다.
- 3) 배수곡선에서는 상류에서 하류방향으로 계산한 수면고가 하류에서 가정하여 상류의 수면고에 일치시킨 하류단수면고의 범위의 평균값보다 작은 값을 가지는 경향을 보인다.
- 4) 지하곡선에서는 상류에서 하류방향으로 계산한 수면고가 하류에서 가정하여 상류의 수면고에 일치시킨 하류단수면고의 범위의 평균값보다 큰 값을 가지는 경향을 보인다.
- 5) 자연하천의 경우 등류수심을 정의하여 하천의 흐름에 대한 수면곡선의 종류를 판단하기는 쉽지 않다. 그러나 3)과 4)항에서 논의된

바와 같이 상류에서 하류로 계산한 수면고와 하류에서 상류로 계산하여 기준수면고에 일치시킨 하류수면고의 평균값보다 크면 지하곡선의 상태이고 평균값보다 작으면 배수곡선의 상태라고 볼 수 있을 것이다.

- 6) 위의 계산결과에 의하면 하류수면고를 모를 경우에 상류단의 기준수면고로부터 하류방향으로 계산해 나가는 본 연구의 방법으로 계산하면 기존의 방법과 비교하여 많은 노력과 시간을 줄일 수 있을 것이다.

### 3.2 自然河川水路에 대한 適用例

자연하천수로의 흐름에서 수심이 등류수심보다 클 경우에는 유속이 등류유속보다 작아 마찰저항이 작으므로 중력에 의해 흐름을 가속시키게 되고, 반대의 경우는 유속이 커서 마찰저항이 등류조건보다 크므로 흐름을 감속시키려는 힘 때문에 흐름 자체는 마찰력과 중력이 평형을 이루는 가상등류

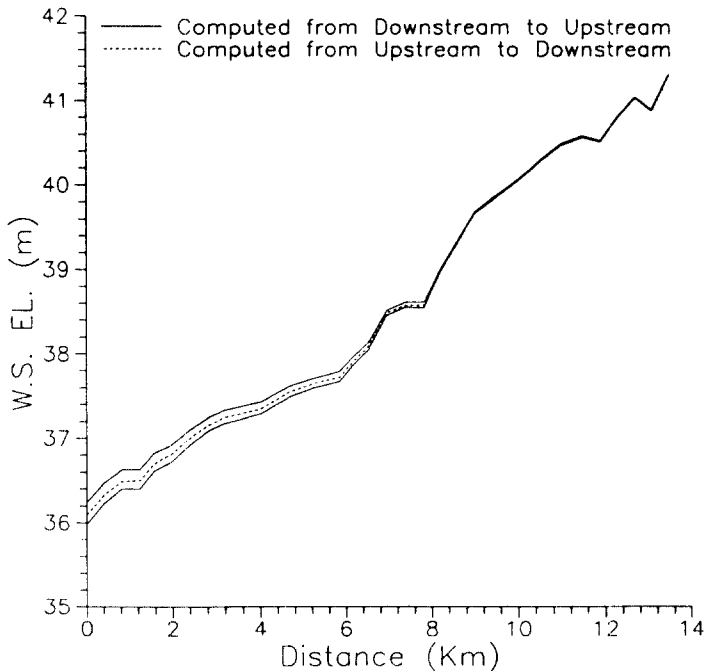


그림 4. 자연하천(남한강)에서의 수면고  
(거리는 No.12로부터 상류로 잰 거리)

(fictitious normal flow) 상태에 이르게 된다<sup>4)</sup>. 이러한 상황을 재현하는데 있어서 HEC-2모형은 근본적으로 등류에 사용되는 Manning공식을 이용하므로 각각의 계산구간별로 등류조건을 내포하고 있다고 볼 수 있다. 그러므로 HEC-2모형을 이용하여 본 연구에서 제안한 계산법에 따라 자연하천에 적용하여 보았다.

적용대상구간은 경기도 여주군의 남한강 하천구간(남한강 수계의 측점고유번호 12번부터 44번까지의 약 13.5km 구간)<sup>1)</sup>이다. 이 구간에서의 평균하상경사는 약  $1/2500(4.0 \times 10^{-4})$ 이고, 조도계수는 0.03, 유량은  $13085\text{m}^3/\text{sec}$ 로 하였다.

상류단(측점고유번호 44)에서의 수면고가 EL. 41.31m에 일치하는 하류단(측점고유번호 12)의 수면고의 변동범위는 35.98~36.24m로서 편차는 0.27m이고, 평균값은 36.11m였다. 상류에서 하류방향으로 계산한 결과는 하류단에서 수면고는 36.09m로 나왔으며 하류에서 상류방향으로 계산하였을 때의 평균값과 불과 0.02m의 오차를 나타냈다. 계산결과를 그린 것이 그림 4이다.

이상에서 알 수 있는 바와 같이 상류에서 하류방향으로 계산한 결과는 일반적으로 하류에서 상류방향으로 계산한 결과와 잘 일치하고 있다. 그러므로 자연하천에 대하여도 본 연구에서 제안한 계산법을 사용하는데 무리가 없음을 알 수 있었다. 또한 그림 4에서 본 연구의 계산법으로 계산한 결과가 하류단에서 가정한 수면고들 중에서 약간 아래로 치우치고 있음을 보이고 있으며, 이는 3.1 절에서 지적한 배수곡선의 상태로 판단되는데, 이것은 계산구간이 팔당댐 상류인 여주군지역임을 감안할때 수면곡선의 특성에 합치되는 결과로 사료된다.

#### 4. 적용상 유의사항

수면곡선은 '常流일 때 上流方向으로 계산해 나가는 것이 원칙이다. 본 연구에서 제안된 방법은 하류에 기준수면고가 없거나 하구에 가까운 하천구간과 같은 부득이한 경우에 적용할 수 있으며, 적용타당성은 이 방법으로 계산된 下流지점의 수면고로부터 上流로 계산을 수행하는 것으로 쉽게 알 수 있을 것이다.

한편, 본 계산의 정밀도는 계산의 수렴조건에 따라 달라진다. 본 연구의 계산법을 적용할 때 정밀도를 높여 오차범위를 줄여주기 위해서는 수렴허용오차를 조정하면 가능할 것이다. 현재 HEC-2모형의 수렴조건은 1cm이다. 또한 여기서 제안된 계산법은 단면변화로 인한 기타손실수두를 고려할 수가 없으나 HEC-2 program의 단면변화손실계수 C를 음(-)의 값을 취할 수 있도록 수정하면 모형의 적용성이 더욱 높아질 것이다.

#### 5. 結 論

본 연구에서 자연하천수로의 상류에 기준수면고가 있는 경우에 HEC-2 모형을 이용하여 정상부 등류의 수면곡선을 계산하는 방법을 제안하였고, 본 연구의 계산법을 균일수로와 자연하천에 대해 적용해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 흐류이 常流일 경우 하류의 기준수면고로부터 상류방향으로 계산하는 것이 合理的이지만, 기준수면고가 上流에만 있을 때는 본 연구의 계산법에 의한 수면곡선의 추정방법이 충분한 정밀도를 가지고 있으며 기존의 하류단수면고의 가정에 의한 시행오차법에 비하여 많은 노력과 계산을 줄일 수 있었다.
- 2) 하류에서 상류로 계산한 하류의 가정수면고와 본 연구의 계산법에 의한 결과를 비교하여 자연하천의 수면곡선유형의 판별이 가능하다.
- 3) 본 연구의 방법은 4절에 유의하여 적용하면 유용하게 이용될 수 있을 것이다.
- 4) 앞으로의 개선과제로 HEC-2 모형을 약간만 수정하면 본 연구의 계산법으로 기타 손실수두를 고려한 계산이 가능할 것이다.

#### 6. 參考文獻

1. 건설부, 1977, "한강하천정비 기본계획".
2. 윤용남, 1984, "수리학", 청문각.
3. 이원환, 1990, "수리학", 문운당.
4. Chow, V.T., 1959, "Open-Channel Hydraulics",



- McGraw-Hill.
5. French, R.H., 1985, "Open-Channel Hydraulics", McGraw-Hill.
  6. Hoggan, D.H., 1989, "Computer-Assisted Floodplain Hydrology and Hydraulics ", McGraw-Hill.
  7. Hydrologic Engineering Center, 1990, "HEC-2 Water Surface Profiles, User's Manual", U.S. Army Corps of Engineers.
  8. Press, W.H. et.al., 1986, "Numerical Recipes", Cambridge University Press.