

〈論 文〉

특성행렬을 이용한 부분구조합성법에 관한 연구

A Study on the Substructural Synthesis Method using the Spatial Properties

정우진* · 이헌곤*

Woo-Jin Jung and Hun-Gon Lee

〈1993년 2월 3일 접수 ; 1993년 5월 26일 심사완료〉

ABSTRACT

The Substructural Synthesis Method is effectively used for the calculation of complex structures. An alternative substructural synthesis, using spatial properties which can be directly identified from the frequency response function, was proposed. It has been shown that the rotational degree of freedom in the coupled region should be required to synthesize the substructures and the residual effect in the rotational degree of freedom should be considered. Through the simulations and experiments, this alternative was proven to be useful for the dynamic analysis of complex structures

1. 서 론

복잡한 구조물의 동특성 해석은 수치 해석적인 방법과 실험적 방법 모두 단순 구조물의 동특성 해석에 비해 정확도가 떨어지는 반면 계산시간과 노력은 크게 증가하게 된다. 이 경우 구조물 전체를 여러개의 간단한 부분 구조계로 분할하고, 각 부분 구조계에 대해서 해석후 그 결과들을 적절한 결합 조건하에서 다시 조합하여 전체 구조계에 대해 동특성 해석을 수행하거나, 고감쇠 처리된 구조물과 같이 고전적 이론 해석기법의 적용이 어려운 경우 실험적인 해석방법과 이론적인 해석방법을 혼용 사용할 수 있는 부분 구조 합성법 (Substructural Synthesis Method)을 사용하는 것이 효과적이다. 부분 구조 합성법에는 (1) 응답특성을 이용한 방법 (2) 모우드 특성을 이용한 방법⁽¹⁾ 등이 있으며, Etsujiro Imanishi⁽²⁾ 등은 자유 경계 합성법 (free-interface

method)의 일종인 가상질량(dummy mass)법을 이용하여, 결합부에서는 특성행렬을, 비결합부에서는 모우드 벡터 행렬을 이용한 부분 구조 합성법을 제시하였다. 일반적으로 자유 경계 합성법은 고정 경계 합성법 (fixed-Interface method)에 비해서 해의 정확도가 떨어지게 되어 가상질량법 또는 잔여 모우드 효과(residual effect)를 이용하여 해의 정확도를 높이게 된다. 그러나 가상질량법은 결합부에서의 가상질량 산출이 어렵다는 단점이 있다. 한편 결합시 중요한 역할을 하는 회전 자유도에 대한 연구의 예는 찾아 보기가 힘들다. 본 연구에서는 결합시 중요한 자유도인 회전 자유도 및 회전 자유도에 대한 잔여 모우드 효과에 대하여 Guyan 축약방법을 적용, 유한요소모델을 이용하여 고찰하였으며, 부분계의 응답함수로부터 부분계의 특성행렬들을 산출하고 이들 특성행렬들을 잔여 모우드 효과를 고려하여 합성하는 새로운 부분 구조 합성법을 제시하였다.

*정회원, 국방과학연구소

2. 이 론

2.2 구조물 특성행렬 직접 산출법

비감쇠 다자유도계의 운동방정식은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f\} \exp(j\omega t) \quad (1)$$

계의 고유진동수 ω_r 과 질량 정규화 고유 모드행렬 $[\phi]$ 를 이용하면 "변위/외력"인 리셉턴스 $\alpha_{jk}(\omega)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{x_j(\omega)}{f_k(\omega)} = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{jr}\phi_{kr}}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad (2)$$

식 (1)에 하나의 외력 f_k 가 k 점에 작용한다면 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$([K] - \omega^2[M]) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ f_k \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

식 (3)을 이용하여 $[M]$, $[K]$ 의 미지수를 산출하는 데는 여러가지 방법이 있으나, ^(3,4) 본 연구에는 리셉턴스 $\alpha_{jk}(\omega)$ 를 이용한 방법을 사용하였다.

$$\begin{bmatrix} \{\alpha_{1k} \ \alpha_{2k} \cdots \alpha_{nk}\} \{0\}^T \cdots \{0\}^T \\ \{0\}^T \{\alpha_{1k} \ \alpha_{2k} \cdots \alpha_{nk}\} \cdots \{0\}^T \\ \vdots \\ \{0\}^T \cdot \{\alpha_{1k} \ \alpha_{2k} \cdots \alpha_{nk}\} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{12} \\ \vdots \\ k_{nn} \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} n \times n^2 & n^2 \times 1 \end{matrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} [\omega^2 \alpha_{1k} \ \omega^2 \alpha_{2k} \cdots \omega^2 \alpha_{nk}] \{0\}^T \cdots \{0\}^T \\ \{0\}^T [\omega^2 \alpha_{1k} \ \omega^2 \alpha_{2k} \cdots \omega^2 \alpha_{nk}] \{0\}^T \\ \vdots \\ \{0\}^T \cdot \{\omega^2 \alpha_{1k} \ \omega^2 \alpha_{2k} \cdots \omega^2 \alpha_{nk}\} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \vdots \\ m_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} n \times n^2 & n^2 \times 1 & n \times 1 \end{matrix} \quad (4)$$

선형시스템에서는 $[M]$, $[K]$ 가 대칭행렬이므로 식 (4)는 다음의 식 (5)의 형태로 표시할 수 있다.

$$[d(\omega)] \{s(K)\} - \omega^2 [d(\omega)] \{s(M)\} = \{c\} \quad (5)$$

$n \times p \quad p \times 1 \quad n \times p \quad p \times 1 \quad n \times 1$

여기서,

$$p = n \times (n+1)/2$$

$$\{s(K)\}^T = \{k_{12} \ k_{12} \cdots k_{1n} \ k_{22} \ k_{23} \cdots$$

$$\begin{matrix} k_{2n} \ k_{33} \ k_{34} \cdots k_{nn} \} \\ \{s(M)\}^T = \{m_{12} \ m_{12} \cdots m_{1n} \ m_{22} \ m_{23} \cdots \\ m_{2n} \ m_{33} \ m_{34} \cdots m_{nn}\} \\ \{c\}^T = \{0 \ 0 \ 0 \cdots 1 \cdots 0 \cdots 0\} \\ [d(\omega)] = \begin{bmatrix} \alpha_{1k} & \alpha_{2k} & \alpha_{3k} & \cdots & \alpha_{nk} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_{1k} & \cdots & \cdots & \alpha_{2k} & \alpha_{3k} & \cdots & \alpha_{nk} & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{1k} & \cdots & \cdots & \alpha_{2k} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha_{1k} & \cdots & \cdots & \alpha_{2k} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \alpha_{nk} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

식 (5)의 해를 구하기 위하여 $(n+1)/2$ 개의 서로 다른 주파수 2쌍이 필요하며 이를 고정 주파수 (fixing frequency)로 정의한다. 즉 $(n+1)/2$ 개의 고정 주파수에 대해서 식 (5)는 다음의 식 (6)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} [d(\omega_1)] \\ [d(\omega_2)] \\ \vdots \\ [d(\omega_r)] \end{bmatrix} \{s(K)\} - \begin{bmatrix} [\omega_1^2 d(\omega_1)] \\ [\omega_2^2 d(\omega_2)] \\ \vdots \\ [\omega_r^2 d(\omega_r)] \end{bmatrix} \{s(M)\} = \begin{bmatrix} \{c\} \\ \{c\} \\ \vdots \\ \{c\} \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서, $r = (n+1)/2$

$$\text{또는, } [D_1(\omega)] \{s(K)\} - [D_2(\omega)] \{s(M)\} = \{C\} \quad (7)$$

같은 방법으로, 다른 $(n+1)/2$ 개의 고정주파수에 대해서

$$[D_3(\omega)] \{s(K)\} - [D_4(\omega)] \{s(M)\} = \{C\} \quad (8)$$

식 (7)과 식 (8)을 이용하여 $\{s(K)\}$, $\{s(M)\}$ 을 구하면

$$\{s(K)\} = [DD_1(\omega)]^{-1} ([D_2(\omega)]^{-1} - [D_4(\omega)]^{-1}) \{C\} \quad (9)$$

$$\{s(M)\} = [DD_2(\omega)]^{-1} ([D_1(\omega)]^{-1} - [D_3(\omega)]^{-1}) \{C\} \quad (10)$$

여기서,

$$\begin{aligned} [DD_1(\omega)] &= ([D_2(\omega)]^{-1} [D_1(\omega)] \\ &\quad - [D_4(\omega)]^{-1} [D_3(\omega)]) \\ [DD_2(\omega)] &= ([D_1(\omega)]^{-1} [D_2(\omega)] \\ &\quad - [D_3(\omega)]^{-1} [D_4(\omega)]) \end{aligned}$$

이때 $[M]$, $[K]$ 의 요소들은 $k_{ij}=k_{ji}$, $m_{ij}=m_{ji}$ 의 관계가 존재한다.

2.2 구조물 특성행렬을 이용한 부분 구조합성법

부분 구조합성법에는 임피던스 합성법과 모우드 합성법⁽⁵⁾이 주로 이용되나 이들은 모우멘트에 의한 회전 자유도의 추출과 결합행렬을 구해야 한다. 그러나 구조물 특성행렬을 이용하면 유한요소법과 같은 방법으로 결합시킬 수 있다. 부분 구조계 I, II에 대해서 결합부를 B, C, 비결합부를 A, D라 하고 결합부에서 힘평형식과 기하학적 구속조건을 이용하면 식 (11)과 같이 표현할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\} \quad (11)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M_I^{AA} & M_I^{AB} & 0 \\ M_I^{BA} & M_I^{BB} + M_{II}^{CC} & M_{II}^{CD} \\ 0 & M_{II}^{DC} & M_{II}^{DD} \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_I^{AA} & K_I^{AB} & 0 \\ K_I^{BA} & K_I^{BB} + K_{II}^{CC} & K_{II}^{CD} \\ 0 & K_{II}^{DC} & K_{II}^{DD} \end{bmatrix}$$

$$\{q\} = \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ x_D \end{bmatrix} \quad \{F\} = \begin{bmatrix} F_A \\ F_B + F_C \\ F_D \end{bmatrix}$$

따라서 식 (11)를 이용하여 전체 구조물에 대한 동특성 해석을 할 수 있다.

3. 시뮬레이션

3.1 결합부 필요 자유도 산출

구조물 합성시 결합부에서 모든 자유도를 고려하는 것이 가장 좋으나 실험시 회전자유도에 대한 측정이 매우 힘들며, 또한 실험자료들과 유한요소자료들의 병행사용시 여러가지 문제점 등으로 모두 고려할 수가 없다. 따라서 결합부에서 필요한 자유도만 산출할 필요가 있으며 Fig. 1의 보 모델과 평판 모델을 이용, Guyan 축약방법을 사용하여 구조물 특성행렬들을 산출한 후 이들 특성행렬들을 이용하여 필요 자유도를 산출하였다. 이때 사용한 유한 요소 CODE는 ANSYS를 이용하였으며, 외팔보와 자유보의 원 모델(full model)에 사용된 node수는 21개이며 외팔 평판은 60개로, 자유 평판은 36개로 하였다. 그리고 축약 모델(reduced model)은 외팔보와 자유보는 주 자유도(master degree of freedom)를 각각 3개와 4개로 하고, 외팔 평판과 자유 평판은 각각 5개로 하였다. 또한 보와 평판의 물성치는

Table 1과 같다.

(1) 보 모델 (beam model)

축약 모델의 주 자유도의 종류를 Table 2와 같이 3종류로 하여 합성 모델(synthesis model)과 원 모델(full model)의 고유 진동수를 비교하여 Table 3

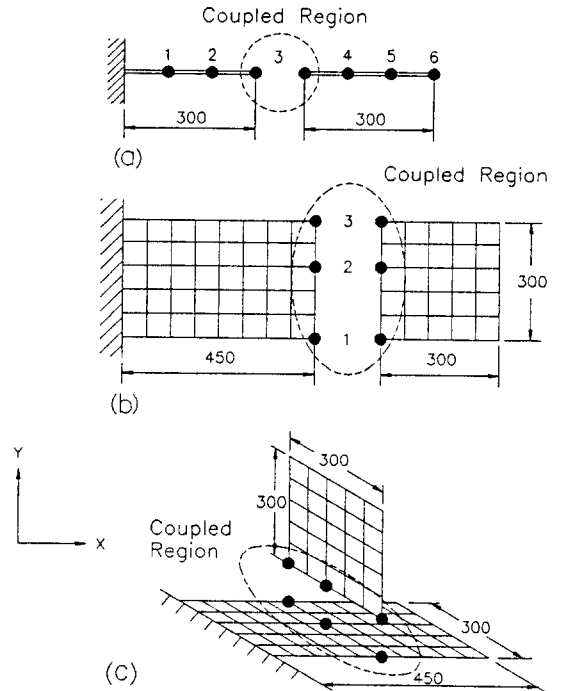


Fig. 1 (a) Beam model : (b), (c) Plate model

Table 1 Physical properties of beam and plate model

Beam model		Plate model	
Young's modulus	0.178E+12(N/m ²)	Young's modulus	0.178E+12(N/m ²)
Mass	1.1775(Kg/m)	Mass	1.1775(Kg/m ³)
Inertia moment	3.125E-10(m ⁴)	Poisson ratio	0.3
Cross section	1.5E-4(m ²)	Thickness	0.003(m)

Table 2 The master degree of freedom : Reduced beam model

No.	The master degree of freedom of Reduced beam model
1	Translation DOF in every master DOF
2	Master DOF in coupled region : Translation/rotation
	Master DOF in uncoupled region : Translation
3	Translation rotation in every master DOF

에 수록하였다. 이 결과 결합부에서는 병진, 회전 자유도를, 비결합부에서는 병진 자유도만 고려하여도 충분하다는 것을 알 수 있다.

Table 3 Comparison of natural frequencies : Reduced beam model

Mode	Full model (Hz)	Synthesis model(Hz)		
		①	②	③
1	10.95	2.4E-6	10.95	10.95
2	68.62	30.74	68.65	68.64
3	192.15	192.79	192.84	192.50
4	376.56	279.79	382.54	378.97
5	622.56	648.18	637.79	631.80
6	930.188	776.94	958.67	945.33

Table 4 The master DOF : plate model in the same plane

No.	Master DOF in coupled region
1	<i>UZ</i>
2	<i>UZ, UX, UY</i>
3	<i>UZ, RX, RY</i>
4	<i>UZ, UX, RX, RY</i>
5	<i>UZ, UX, UY, RX, RY</i>
6	<i>UZ, UX, UY, RX</i>
7	<i>UZ, UX, UY, RY</i>
8	<i>UZ, UX, RY</i>
9	<i>UZ, UY, RY</i>
10	<i>UZ, RY</i>

Table 5 Comparison of natural frequencies : plate mode in the same plane

Mode	Full-Model (Hz)	Master degree of freedom in the coupled region(Hz)									
		①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
1	4.5915	0.134	0.130	4.507	4.507	4.507	0.232	4.505	4.505	4.505	4.505
2	23.9629	9.839	9.840	23.98	23.98	23.98	9.840	23.98	26.19	26.19	26.19
3	28.4704	23.91	23.91	26.19	26.19	26.19	23.91	26.19	26.19	26.19	26.19
4	76.6223	66.50	66.50	77.44	77.44	77.44	66.53	77.54	77.54	77.54	77.54
5	80.1009	77.07	77.07	78.44	78.44	78.44	77.02	78.39	78.39	78.39	78.39
6	142.436	139.3	139.3	147.0	147.0	147.0	138.5	148.1	148.1	148.1	148.1

(2) 평판 모델(plate model)

Fig. 1의 (b)와 같이 같은 평면내의 평판에 대해서 *X, Y, Z*방향의 병진 자유도를 *UX, UY, UZ*, 회전 자유도를 *RX, RY, RZ*라고 할때 비결합부에서는 병진 자유도 *UZ*만 고려하고 결합부에서는 Table 4와 같이 고려하여 합성 모델과 원 모델과의 고유 진동수를 비교하여 Table 5에 수록하였다. 또한 Fig. 1의 (c)와 같이 서로 다른 평면내에서 결합할 경우에 대해서 결합부에서 Table 6과 같이 자유도를 고려하여 합성 모델과 원 모델과의 고유 진동수를 비교하여 Table 7에 수록하였다. 이 결과 같은 평면내에서 결합시에는 결합부에서는 병진 자유도 *UZ*과 회전 자유도 *RY*만 고려하여도 충분하다는 것을 알 수 있으며, 서로 다른 평면내에서 결합시에는 각각의 병진 자유도로 작용하는 면내 자유도(horizontal plate : *UX*, vertical plate : *UZ*)도 고려해야 한다는 사실을 알 수 있다.

(3) 축약 모델에 대한 잔여 모드 효과(residual effect)

Fig. 2에는 Fig. 1의 보 모델중 길이 300(mm)인

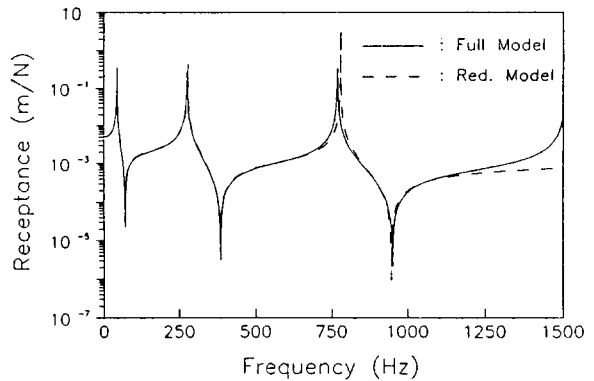


Fig. 2 Comparison of point receptance (θ/M) at point "3" between full and reduced model

Table 6 The DOF : Plate model in the different plane

No.	Horizontal plate	Vertical plate
1	UX, UY, UZ, RX, RY	UX, UY, UZ, RZ, RY
2	UX, UZ, RX, RY	UX, UZ, RZ, RY
3	UX, UZ, RY	UX, UZ, RY
4	UZ, RX, RY	UZ, RX, RY

Table 7 Comparison of natural frequencies : Plate model in the different plane

Mode	Full model (Hz)	Master DOF of coupled region(Hz)			
		①	②	③	④
1	11.2658	11.171	11.171	11.338	0.401
2	34.6741	36.463	36.463	37.638	1.364
3	61.4102	57.706	57.748	57.776	12.646
4	95.6956	77.459	77.498	77.525	45.979
5	118.704	125.40	125.44	127.26	79.073
6	161.252	150.03	154.49	155.72	119.51

외팔보에 대해서 Guyan 축약방법을 이용한 “회전 자유도/모우멘트에 대한 자기전달 함수(θ/M)”를 외팔보 축약 모델과 원 모델과 비교하여 나타내었다. 이 결과 고차 모우드 영역을 제외하고는 전체적인 경향이 일치하고 있음을 알 수 있으며, 이로부터 축약 모델에 잔여 모우드 효과(residual effect)가 포함되어 있음을 알 수 있다.

3.2 부분 구조합성법

구조물의 특성행렬들을 이용한 부분 구조합성법을 Fig. 3과 같은 보 모델 및 평판 모델에 적용하였다. 이때 각 분할 구조물의 특성행렬 산출시 2장에서 제시한 직접산출법을 이용하였으며, 결합시 중요한 역할을 하는 회전 자유도의 영향을 살펴보기 위하여 직접산출 모델과 원 모델의 “결합부 회전 자유도/모우멘트의 자기 전달함수 (θ/M)”를 구하여 비교하였다.

(1) 직접 산출모델

보 모델 및 평판 모델에 대한 특성행렬들을 구하고 이들을 이용하여 계산한 고유진동수와 “결합부 회전자유도/모우멘트의 자기 전달함수 (θ/M)”를 구하여 원 모델과 비교하였다. 이때 특성행렬 산출시

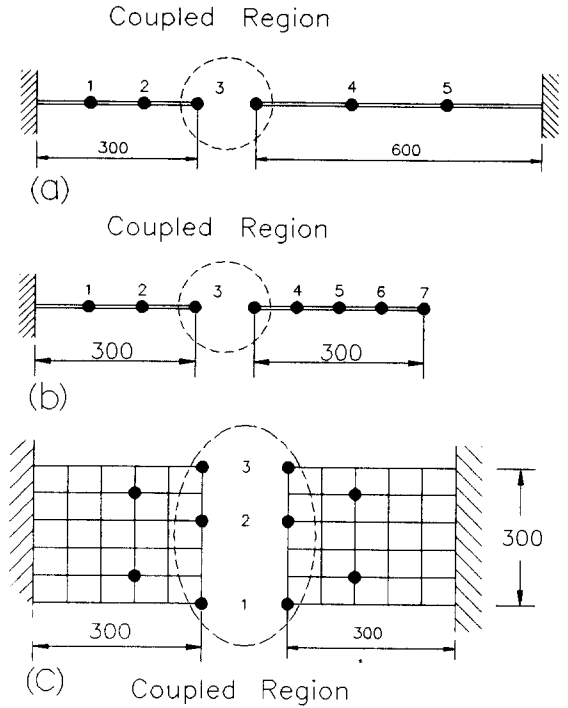


Fig. 3 Synthesis model : beam and plate

사용한 고정 주파수 값들은 각 모우드의 공진점 부근의 값들을 이용하였다. 이 결과 고유진동수는 잘 일치하고 있으나 자기 전달함수 (θ/M)은 다소의 차이를 보이고 있다. 이는 회전 자유도의 질량 정규화 모우드 벡터의 값은 병진 자유도의 질량 정규화 모우드 벡터의 값보다 산술적으로 크다⁽⁶⁾. 더우기 고차 모우드로 갈수록 그 값의 차이는 훨씬 크며, 모든 모우드에서 자기 전달 함수의 모우드 상수(modal constant)는 항상 양(+)의 값이므로 고차 모우드의 영향이 고려될 경우 전부 합쳐져서 큰 값으로 된다.

Table 8 Comparison of natural frequencies : Beam model

Mode	Full model(Hz)			Direct Id. model(Hz)		
	Fixed-Free		Free-Free	Fixed-Free		Free-Free
	$\ell=300$	$\ell=600$		$\ell=300$	$\ell=100$	
1	43.8019	10.9505	1.73E-4	43.80	10.94	1.76E-3
2	274.502	68.6257	2.06E-4	274.64	68.67	1.90E-3
3	768.624	192.156	278.723	769.16	192.48	278.78
4	1506.25	376.567	768.323	1508.2	377.46	768.78
5	2490.16	622.560	1506.27	-	-	1508.45
6	3720.50	930.188	2490.23	-	-	2513.58

그러므로 소수 모드 이외의 잔여 모드(residual)의 영향이 회전 자유도의 자기 전달함수(θ/M)에서는 매우 크기 때문인 것으로 생각된다. 따라서 축약 모델과 같이 회전자유도에 대한 잔여 모드 효과(residual effect)가 고려되어야 함을 알 수 있다.

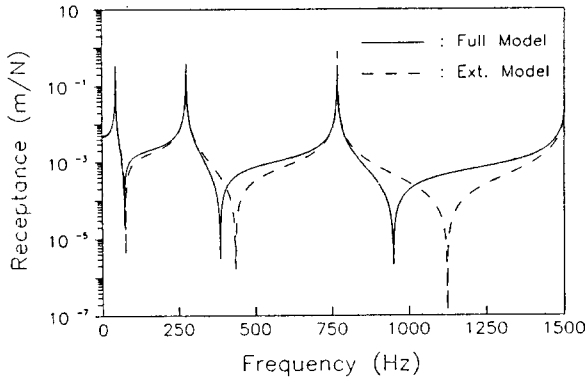


Fig. 4 The point receptance (θ/M) at point "3": without residual effect

Table 8과 Table 9에는 보 모델과 평판 모델에 대한 고유진동수의 계산 결과를, Fig. 4와 Fig. 5에는 외팔보 모델($l=300(\text{mm})$)의 측정점 "3"에서의 (θ/M)에 대한 잔여 모드 효과를 고려한 경우와 고려하지 않는 경우에 대한 전달함수를 수록하였다.

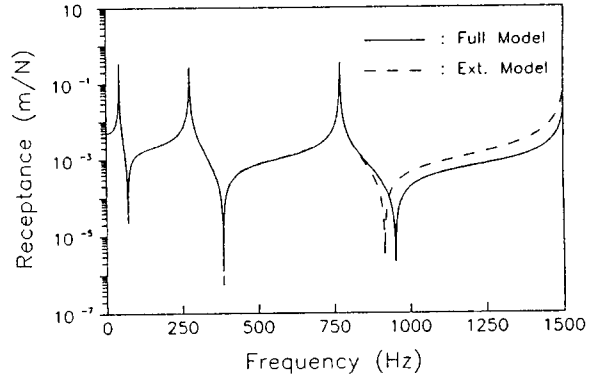


Fig. 5 The point receptance (θ/M) at point "3": with residual effect

Table 9 Comparison of natural frequencies: Plate model

Mode	Full model (Hz)	Direct Id. model(Hz)
1	28.8178	28.812
2	70.9553	70.978
3	182.154	182.183
4	234.948	236.386
5	268.239	267.790
6	486.717	487.195
7	560.624	591.824
8	606.984	832.736

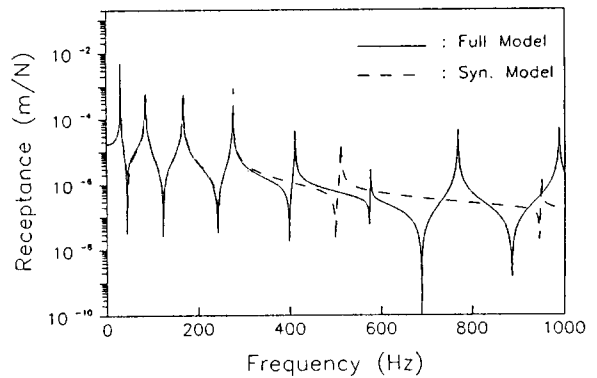


Fig. 6 Point receptance of full and synthesis model: fixed-fixed beam

Table 10 Comparison of natural frequencies

Mode	Full model(Hz)			Synthesis model(Hz)		
	Beam model		Plate model	Beam model		Plate model
	(a)	(b)		(a)	(b)	
1	30.9	10.95	46.16	31.41	11.00	47.02
2	85.3	68.62	75.12	86.68	70.10	75.13
3	167.3	192.1	129.8	168.7	192.6	133.5
4	276.6	376.5	176.3	277.9	385.9	189.4
5	413.0	622.5	235.5	513.4	623.2	242.2
6	577.2	930.1	263.0	949.4	928.4	273.4

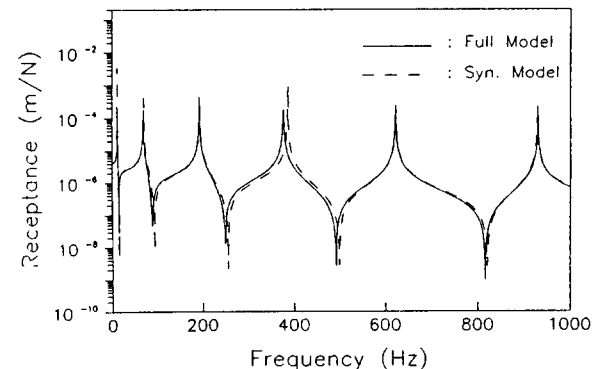


Fig. 7 Point receptance of full and synthesis model: fixed-free beam

(2) 합성 모델

직접 산출법으로 구한 특성행렬들을 합성하여 전체 구조물에 대한 고유진동수와 결합부에서의 자기 전달함수를 구하여 원 모델과 Table 10과 Figs. 6~8에 나타내었다. 이 결과 경향이 일치하고 있음을 알 수 있다.

4. 실험 결과

4.1 실험 장치

구조물 특성행렬의 직접 산출법 및 이들 특성행렬

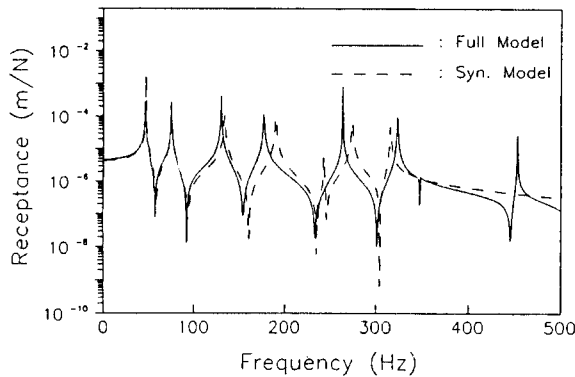


Fig. 8 Point receptance of full and synthesis model : fixed-fixed plate

Coupled Region

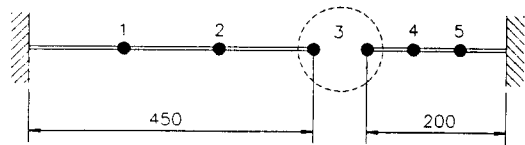


Fig. 9 Synthesis model and Measurement points

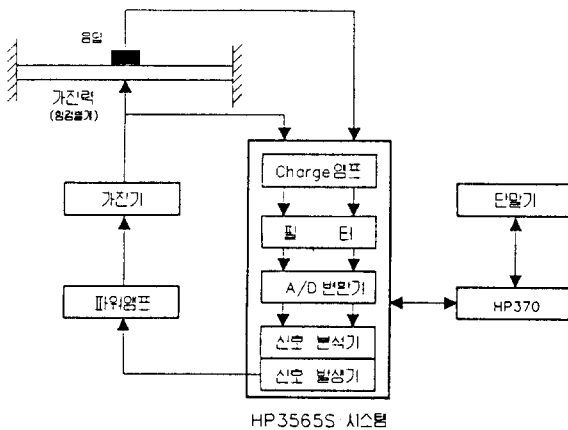


Fig. 10 Experiment block diagram

들을 이용한 부분 구조합성법의 타당성을 검증하기 위하여 Fig. 9와 같은 양단 고정보를 대상으로 실험을 수행하였다. Fig. 10에는 실험 흐름도를 나타내었다.

4.2 구조물 특성행렬의 직접 산출

양단 고정보의 부분계인 외팔보에 대해서 실험을 수행하여 실험 주파수 전달함수를 구하고 이들 자료들로부터 외팔보의 특성행렬을 직접 산출하여 고유진동수 및 측정점 "1"에서의 자기 전달함수를 구하여 Table 11와 Fig. 11에 나타내었다. 이때 고정 주파수값들은 비감쇠 진동으로 가정하였으며 주파수 전달함수에서 감쇠의 효과가 작은 곳을 선택하였다. 이 결과 직접 산출법으로 구한 계산결과와 실험 결과치가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

4.3 부분 구조합성법

위의 실험자료들을 이용하여 구한 특성행렬들을 결합한 합성모델과 실험결과들과 비교하여 Table 12와 Fig. 12에 수록하였다. 본 실험을 통하여 구조물 특성행렬의 직접 산출법 및 이들 행렬들을 이용한 부분 구조합성법에 의한 구조물의 동특성해석 결과

Table 11 Comparison of natural frequencies

Mode	Direct Id. model (Hz)		Experiment (Hz)	
	$\ell=450$	$\ell=200$	$\ell=450$	$\ell=200$
1	14.56	67.63	14.54	66.10
2	89.63	423.8	89.52	424.2
3	249.6	1186.8	248.0	1127.0
4	513.1	2325.9	506.5	2216.8

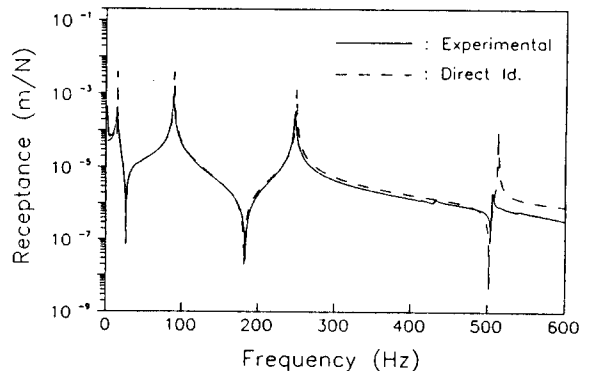


Fig. 11 The point receptance (x/f) at point "1" : $\ell=450$

Table 12 Comparison of natural frequencies

Mode	Synthesis model(Hz)	Experiment(Hz)
1	45.51	45.00
2	124.06	125.11
3	243.21	237.43
4	402.07	397.25
5	600.71	586.87
6	839.14	817.50

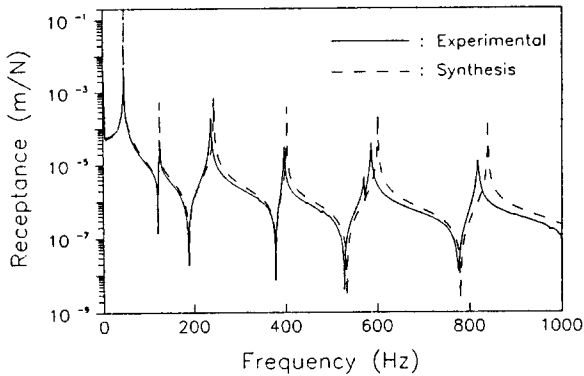


Fig. 12 Comparison of point receptance (x/f) at point "1" between synthesis and experimental model

들과 실험 결과의 경향이 잘 일치하고 있음을 확인하였다.

5. 결과 및 토의

5.1 결합부 자유도 산출

Guyan 축약방법을 이용하여 구한 축약 특성행렬들을 이용하여 부분 구조결합시 결합부에서 필요한 자유도를 산출한 결과 다음과 같은 사실들을 알 수 있다.

- (1) 보 모델과 평판 모델의 경우 같은 평면내에서는 결합부에서는 병진 자유도와 굽힘회전 자유도만 고려하여도 충분하다.
- (2) 서로 다른 평면 내에서는 면내 자유도가 다른 구조물의 병진 자유도로 작용할 경우 면내 자유도로 고려해야 한다.

5.2 구조물 특성행렬 직접 산출법

(1) 부분 구조 합성시 회전 자유도가 결합에 큰 영향을 미치게 되며, 특성 행렬 산출시 잔여 모우드 효과(residual effect)를 반드시 고려해야 함을 알 수

있다.

(2) 자유 경계조건 모델의 경우 강체 모우드의 산출이 필요하며 고정주파수를 필요한 강체모우드 수 만큼 영(Zero)에 가까운 값을 이용하면 구할 수 있다. 이들 강체 모우드들은 자유 경계조건 모델의 특성에 영향을 미치게 된다.

(3) 측정점의 위치에 따라서 산출되는 특성행렬들이 큰 영향을 받게 되므로 그 구조물을 대표할 수 있는 적절한 측정점의 선정이 요구된다.

5.3 부분 구조합성법

구조물의 특성행렬을 이용한 부분 구조합성법은 통상의 유한요소법과 같은 결합방식이므로 결합이 용이하다. Guyan 축약 특성행렬과 직접 산출한 특성행렬 사이의 "회전 자유도·모우먼트의 자기 전달 함수" 비교시 Guyan 축약 특성행렬은 잔여 모우드 효과가 나타나고 있으며 직접 산출법으로 구한 특성행렬은 잔여 모우드 효과가 없으므로 직접 산출법으로 구한 회전 자유도의 경우 잔여 모우드 효과를 고려해야 한다.

복잡한 구조물의 경우 통상의 유한요소법으로 해석하기 어려운 부분은 실험을 수행하여 실험자료들을 이용하여 특성행렬을 산출하고, 다른 부분들은 Guyan 축약 특성행렬들을 산출하여 이들 실험자료와 유한요소자료들을 직접 이용할 수 있다. Table 13에는 외팔보 모델에 대해서 외팔보 부분계는 실험 주파수 응답자료들을 이용하여 특성행렬을 산출하고, 자유보는 Guyan 축약방법으로 특성행렬을 산출하여 전체 구조물로 결합후 고유 진동수를 구하여 원 모델과 비교한 결과를 수록하였으며, 경향이 잘 일치하고 있다. 따라서 실험자료들과 유한요소자료들을 직접 이용할 수 있다는 것을 보여주고 있다.

Table 13 Comparison of natural frequencies

Mode	Full model (Hz)	Synthesis model (Hz)
1	10.9533	10.98486
2	68.6257	69.34158
3	192.1568	192.3751
4	376.567	381.2135
5	622.560	628.5681
6	930.188	931.5646
7	1299.641	1416.401

6. 결 론

복잡한 형태의 구조물에 대한 동특성 해석시 유용하게 이용될 수 있는 구조물 특성행렬의 직접 산출법 및 이들 행렬들을 이용한 부분 구조합성법에 대하여 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 구조물의 합성시 결합부에서 필요한 회전자유도는 굽힘 회전자유도(rotational bending degree of freedom)만 고려하여도 유용한 결과를 얻을 수 있다.

(2) 구조물 특성행렬 직접 산출법으로 구한 회전자유도에 대해서는 부분 구조 합성시 잔여 모우드 효과(residual effect)를 고려하여야 한다.

(3) 유한요소법과 같이 구조물들을 조합할 수 있는 새로운 부분 구조합성법을 제시하였으며, 본 구조물 특성행렬 직접 산출법 및 부분 구조합성법을 이용하면 실험자료 및 이론자료들의 상호간 직접 이용이 가능하여 복잡한 구조물의 동특성해석 및 구조변경시 변경된 구조물에 대한 동특성 예측에 유용하게 이용할 수 있다.

참 고 문 헌

- (1) Craig, J., 1987, "A Review of Time-Domain and Frequency Domain Component Mode Synthesis Methods", International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 2, No. 2, pp. 59~72.
- (2) Etsujiro Imanishi, Takeshi Fujikawa, Yoshihiro Hamazaki, Hiroshi Zui, 1986, "A Component Mode Synthesis Method using the Retransformed Physical Coordinate", IMAC, pp. 1609~1614.
- (3) Ookuman, M., 1987, "Experimental Identification of a Mechanical Structure with Characteristic Matrices", Int. J. of JSME, Vol 30, pp. 970~975.
- (4) Lee, H. G., 1991, "The Direct Identification of Structural Mass, Stiffness and Damping Properties", J. of Sound and Vibration, Vol. 145(1), pp. 61~81.
- (5) Ewins, D. J., Silva, J. M. M. and Maleci, G., 1980, "Vibration Analysis of a Helicopter with an Externally-Attached Carrier Structure", The Shock & Vibration Bulletin, pp. 155~171.
- (6) Lee, H. G., Dobson, B. J. 1988, "System Properties From Frequency Response Function, Part I", ISVR TR. No. 166.