

〈論 文〉

외팔형 복합재료 및 혼합적층 삼각판의 자유진동 해석

Free Vibration Analysis of Cantilevered Composite and Hybrid Composite Triangular Plates

이영신* · 최명환**

Young-Shin Lee and Myoung-Hwan Choi

〈1993년 3월 4일 접수 ; 1993년 8월 16일 심사완료〉

ABSTRACT

For efficient use of composite materials in engineering applications the dynamic behavior, that is, natural frequencies, nodal patterns should be informed. This study presents the experimental and FEM results for the free vibration of cantilevered, symmetrically and antisymmetrically laminated composite triangular plates. The natural frequencies and nodal patterns of a number of CFRP, GFRP, composite-Aluminum and CFRP-GFRP hybrid composite plates are experimentally obtained. A method for the determination of the Young's modulus and test procedures are described. The natural frequencies are determined for a wide range of parameters: e.g., composite material constants, fiber angles and stacking sequences. Natural frequency and nondimensional frequency parameter results are compared with the finite element analysis and existing literatures. Agreement between experimental and calculated frequencies is excellent.

기 호 설 명

a, b : 삼각판의 길이와 폭
 C : 감쇠 행렬
 D_{11}, D_{22} : 굽힘강성계수
 $D_{11} = E_1 t^3 / 12 (1 - \nu_{12} \nu_{21})$
 $D_{22} = E_2 t^3 / 12 (1 - \nu_{12} \nu_{21})$
 E_1, E_2 : 탄성계수
 f : 고유진동수 (Hz)
 F : 하중함수
 G_{12} : 전단탄성 계수
 I : 단면 2차 모멘트
 K : 강성행렬
 L : 굽힘 시험편의 길이

m, n : 모드형상에서 x 와 y 방향 반파의 수
 M : 질량행렬
 P : 굽힘시험에서의 하중
 t : 판 두께
 u : 노달 변위 벡터
 x, y, z : 판의 직교좌표
 θ : 섬유 방향각
 λ : 무차원 진동수매개변수
 $\lambda = (\omega a^2 / 2\pi) \sqrt{(\rho t / \sqrt{D_{11} D_{22}})}$
 ν_{12}, ν_{21} : 프와송 비
 ρ : 재료의 밀도
 ω : 각진동수 (radians/second)

1. 서 론

*정회원, 충남대학교 공과대학 기계설계공학과

**충남대학교 대학원 기계설계공학과

재료 고유의 성질을 최적화하는 방향으로 재료의

사용을 요구하고 있는 공학설계에서 복합재료의 사용이 급속도로 증가하고 있다. 특히 섬유보강 복합재료는 중량에 비해서 강도나 강성이 매우 우수하기 때문에 많은 구조물에 사용되고 있다. 또한 많은 실제적 응용을 위해서는 복합재료의 진동특성을 파악할 필요성이 있다. 복합재료의 구조적 요소 가운데 외팔형 삼각판은 항공기 날개, 유도미사일의 날개 등에 채용되고 있기 때문에 복합재료의 장점과 진동특성을 완전히 이용한다면 좀더 나은 구조물을 설계할 수 있을 것이다.

복합재료가 널리 사용되기 이전에는 주로 등방성 재료에 대해서 연구가 수행되었다^(1~4). 1969년 Leissa⁽¹⁾는 여러가지 규칙적인 기하학적 형상에 대한 등방성 재료의 진동특성을 제시하였고, Gustafson 등⁽²⁾은 실험을 통하여 다양한 중형비와 후퇴각을 갖는 외팔형 삼각판의 고유진동수와 노달라인(nodal line)을 제시하였다. Mirza⁽³⁾는 유한요소법을 사용하여 등방성의 삼각판을 해석하였고, Bhat⁽⁴⁾는 직교다항식과 Rayleigh-Ritz법을 채용하여 삼각판의 진동해석을 하였다. 복합재료의 삼각판에 대하여, Malhotra 등⁽⁵⁾은 3절점 삼각판 유한요소를 사용하여 진동과 감쇠거동의 효과를 연구하였고, Liew 등⁽⁶⁾은 Rayleigh-Ritz법에서 Gram-Schmit직교성을 이용하여 개발된 직교판함수를 사용하여 판의 고유진동수를 구하였다. Kim과 Dickinson⁽⁷⁾은 기하학적 경계조건만을 만족하는 직교다항식으로 적분의 규칙성과 순환관계를 이용하여 강성행렬을 구하고 Rayleigh-Ritz법으로 직교이방성 삼각판의 자유진동해석을 수행하였다. 국내에서는 이영신이 복합재료삼각판의 비선형해석⁽⁸⁾과 외팔형 복합재료 및 혼합적층 삼각판에 대한 진동거동⁽⁹⁾ 연구를 수행하였다. 또한 이영신 등⁽¹⁰⁾은 단순급수함수를 이용하여 직교이방성 복합재료 삼각판의 고유진동수와 모드형상을 제시하였다. 그러나 복합재료는 진동특성을 변화시키는 다양한 매개변수(직교이방성, 적층각, 적층순서)를 가지고 제작되기 때문에 복합재료 외팔형 삼각판에 대한 믿을 만한 정보는 부족한 상태이다. 특히 혼합적층 외팔형 삼각판에 대한 진동해석 결과는 전무한 상태이다.

본 연구에서는 복합재료와 혼합적층 외팔형 삼각판의 동적거동을 실험을 통하여 파악하였다. 또한 실험결과들의 비교를 위해서 ANSYS code⁽¹¹⁾를 이용한 FEM해석을 수행하였다. 실험과 FEM의 결과들은 고유진동수(Hz)로 제시하였고, 또한 참고문헌과 비교를 위해서 무차원 진동수매개변수로 나타내

었다. 그리고 외팔형 삼각판의 노달라인을 나타내었다.

2. 실험

2.1 시편

실험을 통하여 CFRP(Carbon Fiber Reinforced Plastics : 탄소섬유강화 플라스틱), GFRP(Glass Fiber Reinforced Plastics : 유리섬유강화 플라스틱) 그리고 알루미늄과 복합재료의 혼합적층(hybrid) 삼각판의 자유진동 거동이 연구되었다.

등방성재료인 알루미늄의 탄성계수를 결정하기 위해서 비임시편을 1개 제작하였고, 복합재료의 탄성계수를 구하기 위해서 $[0^\circ]_{20}$ 와 $[90^\circ]_{20}$ 방향의 CFRP 비임과 GFRP 비임 각각 2개씩의 굽힘시험편을 제작하였다.

등방성 재료의 실험을 위한 시편은 평균두께 2.9 mm의 131 cm×91 cm 알루미늄판으로 부터 30.4 cm×25.4 cm의 크기로 잘랐다. 실제 측정하고자 하는 판의 크기는 25.4 cm×25.4 cm이고, x축 방향 크기인 30.4 cm 중 5 cm는 지그에 고정되는 부분으로 사용되었다.

본 실험에서 사용된 복합재료 시편은 한국 화이바에서 제작하였으며, CFRP판과 GFRP판, 그리고 알루미늄(Aluminum)과 복합재료의 혼합적층판등이 제작되었다. 복합재료 시편은 T300 탄소섬유 프리프레그(Carbon Fiber prepreg)와 E-유리섬유 프리프레그(E-Glass Fiber prepreg)를 사용하여 필요한 적층각과 적층수에 맞추어 적층을 한후에 7kgf/cm²의 압력에서 125°C로 90분간 가해 제작하였다. 또한 고정단 경계조건을 만족시키기 위해서 고정될 부위

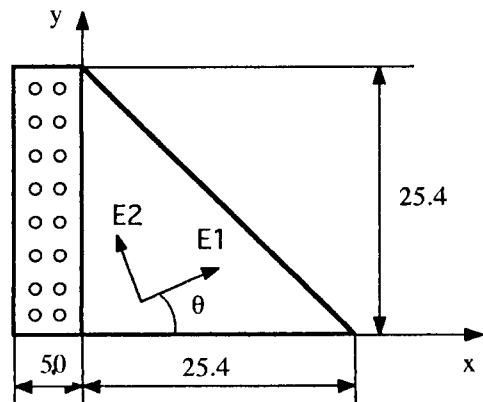


Fig. 1 Geometry and coordinate system of plates

Table 1 Dimensions of plate specimens

Desig.	Stacking sequence	Thickness(mm)	
		CFRP	CFRP
A	$[0^\circ]_{20}$	2.8	2.6
B	$[0^\circ/90^\circ]_{10}$	2.8	2.6
C	$[+45^\circ]_{20}$	2.4	2.4
D	$[+45^\circ/-45^\circ]_{10}$	2.7	2.4
E	ALLUMINUM	2.9	
F	$[AL/(0^\circ_c)_{10}/AL]$ HYBRID	4.0	
G	$[AL/(0^\circ_{cL})_{10}/AL]$ HYBRID	3.4	
H	$[(0^\circ_c)/(0^\circ_{cL})]_{10}$ HYBRID	2.6	

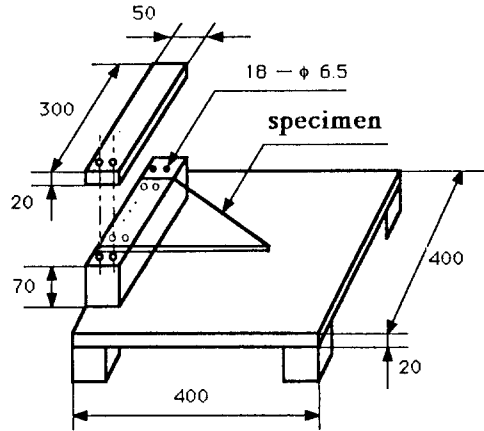


Fig. 2 A jig form used for experiment

의 양쪽에 1.1 mm의 알루미늄으로 보강을 한 후에 체결을 위한 구멍을 뚫었다.

이들 삼각판에 대한 좌표계와 형상은 Fig. 1과 같으며, 실험된 복합재료의 적층각과 적층수, 그리고 전체두께 등 기하학적 형상은 Table 1에 나타내었다.

2.2 탄성계수의 결정

실험을 위해 제작된 알루미늄판 및 복합재료 판의 탄성계수들을 결정하기 위해서 3점 굽힘시험(three point flexural test)을 수행하였다. 이 굽힘시험으로부터 탄성계수값을 결정하기 위해서 식 (1)과 같은 중앙에 집중하중을 받는 비임의 최대 처짐식이 사용되었다.

$$\delta_{\max} = \frac{PL^3}{48EI} \quad (1)$$

여기서 δ_{\max} 는 중앙점에서의 최대처짐이다. 이 식을 탄성계수의 식으로 다시쓰면 식 (2)가 된다.

$$E = \frac{PL^3}{48\delta I} \quad (2)$$

여기서 E 는 알루미늄과 같은 등방성재료인 경우에는 E 이고, 복합재료인 경우에는 주방향 탄성계수 E_1 또는 E_2 이다.

2.3 실험 장치

실험을 위해서 Fig. 2와 같은 지그(jig)를 제작하였다.

지그는 400 mm × 400 mm × 20 mm의 무거운 바닥판과 300 mm × 50 mm × 70 mm의 블록 네개, 그리고 300 mm × 50 mm × 20 mm의 덮개판 네개로 구성되었

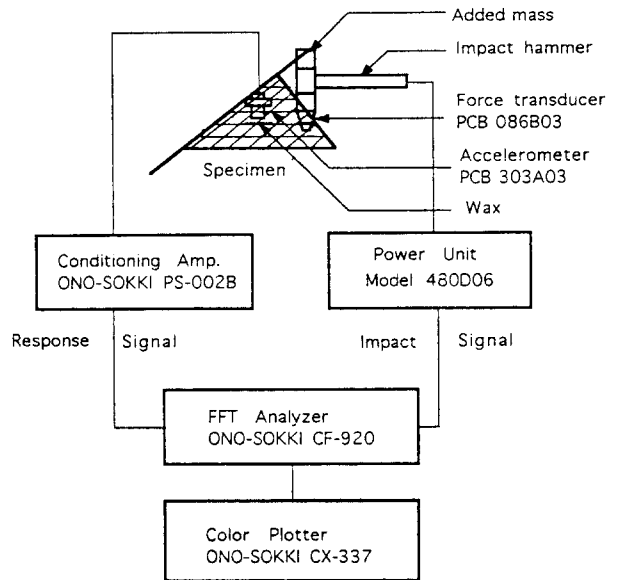


Fig. 3 Block diagram for modal analysis equipment

다. 각각의 블록 밑부분은 8개의 $\phi 8.5$ mm 나사가 내어져 있어 바닥판에 고정될 수 있도록 되어 있고, 블록의 윗 부분은 시편을 사이에 넣고 덮개판을 덮은 후 조일 수 있도록 18개의 $\phi 6.5$ mm 나사가 내어져 있다. 또한 시편의 평균 무게는 0.134 kg인 반면에 지그 전체의 무게는 70 kg이다.

Fig. 3은 실험장치에 대한 개략도를 보여주고 있다.

실험을 위해서 사용된 진동실험장치로서 주파수분석기인 FFT (Fast Fourier Transformer)와 충격해머(impact hammer) 그리고 가속도계(accelerometer)를 사용하였다. 또한 시편에 가속도계를 부

착하기 위해서 왁스(Wax)를 사용하였고, 실험의 결과들을 플로팅하기 위해서는 color plotter를 사용하였다.

2.4 실험 방법

실험상의 고유진동수는 충격가진에 대응하는 판의 자유진동을 결정하기 위해서 FFT 주파수 분석기를 사용하여 결정하였다. 이 방법에서는 충격가진이 입력신호로 들어가고, 가속도계의 판 가속도가 응답신호로 들어가 주파수 분석기의 전달함수의 피이크(peak)응답이 일어나는 곳에서 고유진동수를 구한다. 이들 각각의 주파수는 외팔형 삼각판의 고유진동수에 대응한다.

데이터 측정시의 원하는 가진점을 정확히 가진하지 못한 경우의 불규칙한 신호로 인한 오차를 줄이기 위해서 16회의 평균화를 행하여 전달함수를 구하였다. 등방성판과 CFRP판은 1 Hz~1000 Hz의 범위에서 5차까지의 고유진동수를 구하였고, GFRP판에 대해서는 1 Hz~500 Hz 범위에서 5차까지의 고유진동수를 구하였다.

본 연구에서 노달라인(nodal line)은 유한요소법에서의 요소 분할과 마찬가지로 판을 등간격의 45점으로 분할하고 각 절점(node)의 변위를 구함으로써 결정하였다. 이때 판의 중앙면을 기준으로 변위가 zero인 점들이 노달라인이 되는데 이들 라인은 프로그램을 하여 플로팅하였다.

3. FEM 해석

실험한 결과들의 비교를 위한 유한요소 해석이 외팔형 삼각판의 고유진동수와 모드형상을 계산하기 위해서 수행되었다. 일반적으로 1자유도의 계에 대해서 운동의 평형방정식은 식 (3)과 같다⁽¹⁾.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (3)$$

여기서 \ddot{u} = 절점 변위벡터

\dot{u} = 절점 속도도 벡터

비감쇠, 자유진동으로 가정된다면 $C=0$, $F=0$ 가 되어 식 (3)은 식 (4)와 같이 표현할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad (4)$$

선형계에 대해서 자유진동은

$$\{u\} = \{u_0\} \cos \omega t \quad (5)$$

형태의 조화거동을 보이고, 식 (4)에 $\{\dot{u}\}$ 와 $\{\ddot{u}\}$ 을 대입하면 식 (6)이 된다.

$$\{[K] - \omega^2[M]\}\{u_0\} = 0 \quad (6)$$

유용해를 갖기 위해서는 식 (6)에서 $\{[K] - \omega^2[M]\}$ 의 행렬식이 zero이어야 한다.

$$|[K] - \lambda[M]| = 0 \quad (7)$$

여기서 $\lambda = \omega^2$

이 고유치 문제식 (7)에서 고유치 λ 는 계의 고유진동수를 나타내고, 고유벡터 u 는 모드형상을 나타낸다.

본 연구에서 사용된 유한요소 해석은 구조해석에서 널리 사용되고 있는 상용 package ANSYS⁽¹¹⁾를 사용하였다. 유한요소 해석의 정확한 수렴특성을 시험하기 위해서 등방성의 알루미늄판이 해석되었다. 알루미늄 재료의 삼각판에 대해서는 4절점 3차원 6자유도 4변형 쉘요소를 사용하였다. 모델링은 실제의 형상과 크기에 따라 8×8의 메쉬 형성(mesh generation)을 하였는데, 이 경우 사용된 전체자유도(degree of freedom : DOF)는 226자유도이었다.

CFRP판과 GFRP판, 그리고 혼합적층 판에 대해서는 8절점 3차원 6자유도 적층 쉘요소를 사용하여 해석을 수행하였다. 복합재료 판과 혼합적층 판의 모델링은 알루미늄판의 경우와 마찬가지로 8×8의 삼각형과 사각형이 혼합된 메쉬를 사용하여 메쉬 형성을 하였다. 이 복합재료 판과 혼합적층판 해석시의 전체 자유도(DOF)는 718자유도이었다.

4. 결과 및 고찰

본 연구에서는 Table 1과 같은 형상과 Table 2에 따른 재료물성을 갖는 적층재의 실험을 통한 진동거동 파악에 중점을 두었다.

실험된 모든판은 직각삼각형 ($a/b=1$)으로 일단 고정 ($x=0$), 2단 자유인 외팔형 경계조건이 충분히 만족되도록 하였다. 판들의 두께는 약간씩 달라 결과들의 비교를 위해서 무차원 진동수매변수를 도입하였으며, 고유진동수는 판의 크기, 밀도 그리고 강

Table 2 Material properties of plates

Material	a, b [cm]	ρ [kg/m ³]	E_1 [GPa]	E_2 [GPa]	G_{12} [GPa]	ν_{12}
Aluminum	25.4	2770	72.40	72.40	28.0	0.30
CFRP	25.4	1480	106.20	6.86	3.57	0.33
GFRP	25.4	1780	34.64	7.18	3.82	0.26

Table 3 Natural Frequency (Hz) and non-dimensional frequency parameter (λ) of isotropic cantilever triangular plate ($a = b = 25.4$ cm, $t = 2.9$ mm)

Material	Reference	Mode number				
		1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th
Isotropic	Experiment	67.50 (0.97)*	250.00 (3.59)	357.50 (5.14)	592.50 (8.52)	842.50 (12.11)
	FEM	68.33 (0.98)	260.27 (3.74)	366.80 (5.27)	638.10 (9.17)	871.87 (12.53)
	Gustafson ⁽²⁾	(0.92)	(3.64)	(5.09)	(8.70)	
	Mirza ⁽³⁾	(0.98)	(3.67)	(5.30)	(8.90)	
	Kim ⁽⁷⁾	(0.98)	(3.73)	(5.20)	(8.94)	(12.18)
	Lee ⁽⁸⁾	(0.94)	(3.66)	(4.81)	(8.56)	(11.60)

* Nondimensional frequency parameter

성에 의해서 무차원화되었다. 직교이방성 삼각판의 고유진동수는 무차원 진동수매개변수 λ 의 향으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\lambda = (\omega a^2 / 2\pi) \sqrt{\rho t / \sqrt{(D_{11} D_{22})}} \quad (8)$$

여기서 D 는 굽힘강성으로 $D_{11} = E_1 t^3 / 12(1 - \nu_{12} \nu_{21})$ 이고, $D_{22} = E_2 t^3 / 12(1 - \nu_{12} \nu_{21})$ 이다.

등방성 재료인 경우에 재료의 물성치는

$$\begin{aligned} \nu_{12} = \nu_{21} = \nu = 0.3 \\ D_{11} = D_{22} = D = E t^3 / 12(1 - \nu)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

와 같이 표시되며, 무차원 진동수매개변수는

$$\lambda = (\omega a^2 / 2\pi) \sqrt{(\rho t / D)} \quad (10)$$

로 표시된다.

실험과 유한요소 해석에 의한 고유진동수를 Table 3~6에 제시하였고, 실험에 의해서 구해진 노달라인을 Fig. 4~7에 나타내었다. 본 연구에서 노달라인은 실험을 통하여 구하였다. 모든판의 모드형상에 있어서 1차 모드형상은 쉽게 예측할 수 있는 것처럼 1차 굽힘모드(bending mode)를 갖기 때문에 노달라인이 나타나지 않는다. 따라서 본 연구에서는 2차에서 5차까지의 모드형상에 대응하는 노달라인을 제시하였다.

실험결과들이 참고문헌이나 FEM해석 결과와 얼마나 잘 일치하는가를 파악하기 위해서 등방성 재료 ($E_1/E_2=1$)인 알루미늄판이 실험되었다. 2.9 mm 두께의 외팔형 삼각판에 대한 실험 결과와 FEM해석 결과를 Table 3에서 나타내었다. 결과들은 고유진동수(Hz)로 제시하였고, 무차원 진동수매개변수 λ 로 환산하여 나타내었으며, 여러 참고문헌의 결과와 잘

일치하였다.

Fig. 4는 등방성재료인 알루미늄판에 대한 노달라인을 보이고 있다. (a)는 실험결과이며, (b)는 ANSYS해석 결과를 viewpoint(1, 1, 1)에서 본 모드형상인데 점선이 변형전의 형상을 나타내고 있다. 이들 결과는 Leissa⁽¹⁾와 Gustafson⁽²⁾이 제시한 결과들과 잘 일치하고 있다.

Table 4는 $E_1/E_2=15.48$ 인 외팔형 CFRP 삼각판에 대한 고유진동수와 무차원 진동수매개변수를 보여주고 있다. 대체적으로 실험의 결과들은 FEM해석의 결과들보다 낮았으며, 실제 고유진동수에 있어서 결과들은 잘 일치하고 있으나, $[+45^\circ]_{20}$ 의 경우 다른 결과들과 비교해 볼때 20%정도의 오차를 보이고 있다. 섬유방향의 영향에 있어서 섬유방향이 $[0^\circ]$ 에서 $[45^\circ]$ 로 적층각이 증가할때 기본진동수(fundamental frequency)의 무차원 진동수매개변수가 크게 감소하였고, 실제 고유진동수도 크게 낮아짐을 알 수 있었다.

Fig. 5는 $[0^\circ]$ 와 $[45^\circ]$ 단일방향 대칭 적층과 $[0^\circ/90^\circ]_{10}$ 와 $[45^\circ/-45^\circ]_{10}$ 역대칭 적층에 대한 노달패턴을 보여주고 있다. 등방성판의 거동과 유사한 거동을 하고 있으나, $[0^\circ]$ 와 $[45^\circ]$ 적층에 대해서는 노달라인이 섬유방향의 영향을 받음을 알 수 있었다.

Table 5는 $E_1/E_2=4.825$ 로 비교적 약한 직교이방성을 갖는 GFRP삼각판에 대한 결과들이다. Table에서 알 수 있듯이 CFRP판에 비해 적층각에 따른 고유진동수의 변화가 크지 않게 나타났다. 그리고 등방성판과 $[0^\circ]$ 적층판의 기본진동수를 비교해 볼때 직교이방성 매개변수에 따른 값의 변화는 E_1/E_2 가 증가함에 따라 무차원 진동수매개변수도 증가함을

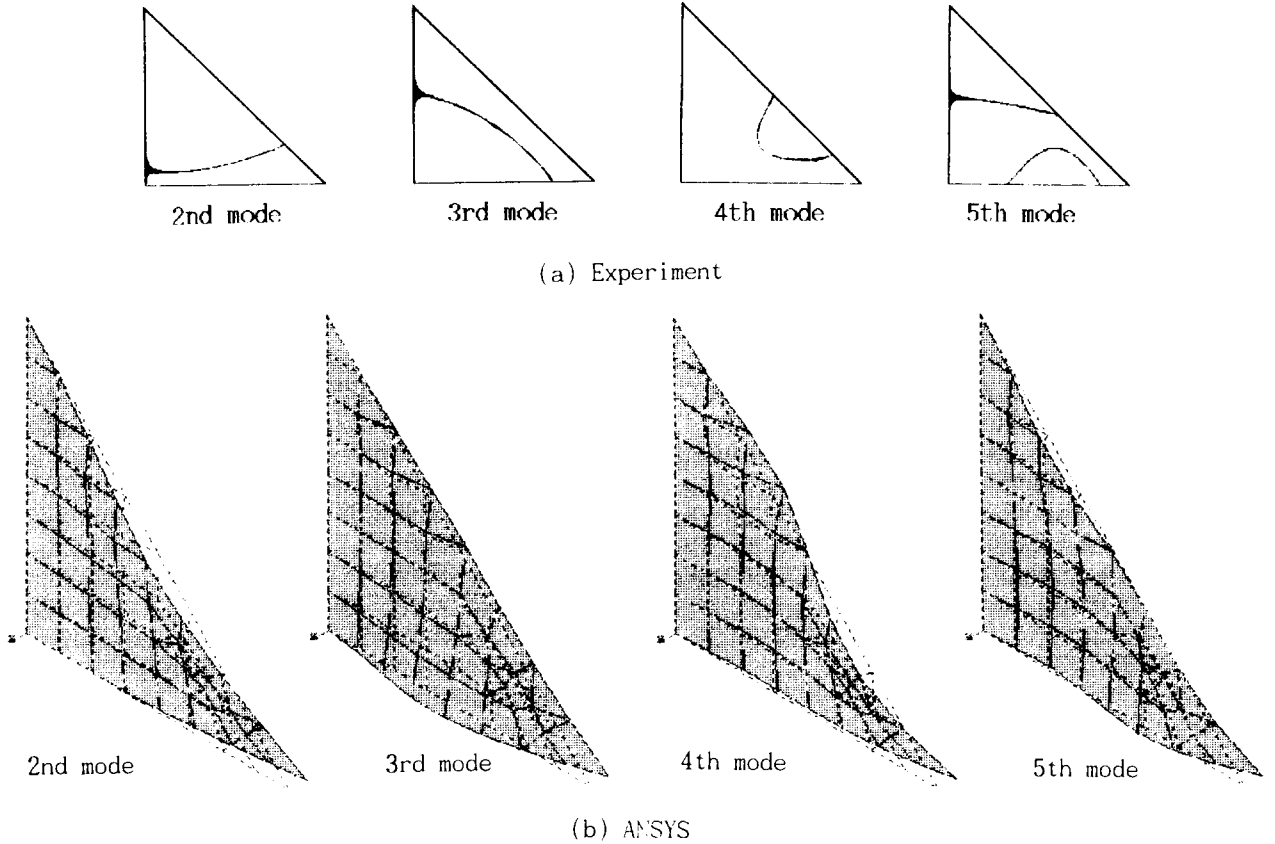


Fig. 4 Nodal patterns for isotropic cantilever triangular plate ($b/a=1$, $t/a=0.0114$)

Table 4 Natural frequency (Hz) and non-dimensional frequency parameter (λ) of CFRP composite cantilever triangular plate ($a=b=25.4$ cm).

Mode number			1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th
CFRP	[0°] ₂₀	Exp.	80.00	192.50	410.00	465.00	680.00
			(1.49)*	(3.59)	(7.64)	(8.66)	(12.67)
	[0°/90°] ₁₀	FEM	79.14	201.94	377.10	455.83	709.84
			(1.47)	(3.76)	(7.03)	(8.49)	(13.22)
	[+45°] ₂₀	Exp.	67.50	197.50	352.50	557.50	757.50
			(0.87)	(2.54)	(4.54)	(7.18)	(9.76)
	[45°/-45°] ₁₀	FEM	69.33	225.40	355.14	619.20	827.36
			(0.89)	(2.90)	(4.57)	(7.97)	(10.66)
	[+45°] ₂₀	Exp.	33.75	132.50	227.50	318.75	448.75
			(0.66)	(2.60)	(4.48)	(6.27)	(8.83)
	[45°/-45°] ₁₀	FEM	42.86	178.40	215.19	387.17	520.00
			(0.84)	(3.51)	(4.23)	(7.62)	(10.23)
[45°/-45°] ₁₀	Exp.	52.50	212.00	305.00	492.50	680.00	
		(0.92)	(3.71)	(5.33)	(8.61)	(11.89)	
[45°/-45°] ₁₀	FEM	54.08	227.65	322.21	508.41	740.23	
		(0.94)	(3.98)	(5.63)	(8.89)	(12.94)	

* Nondimensional frequency parameter

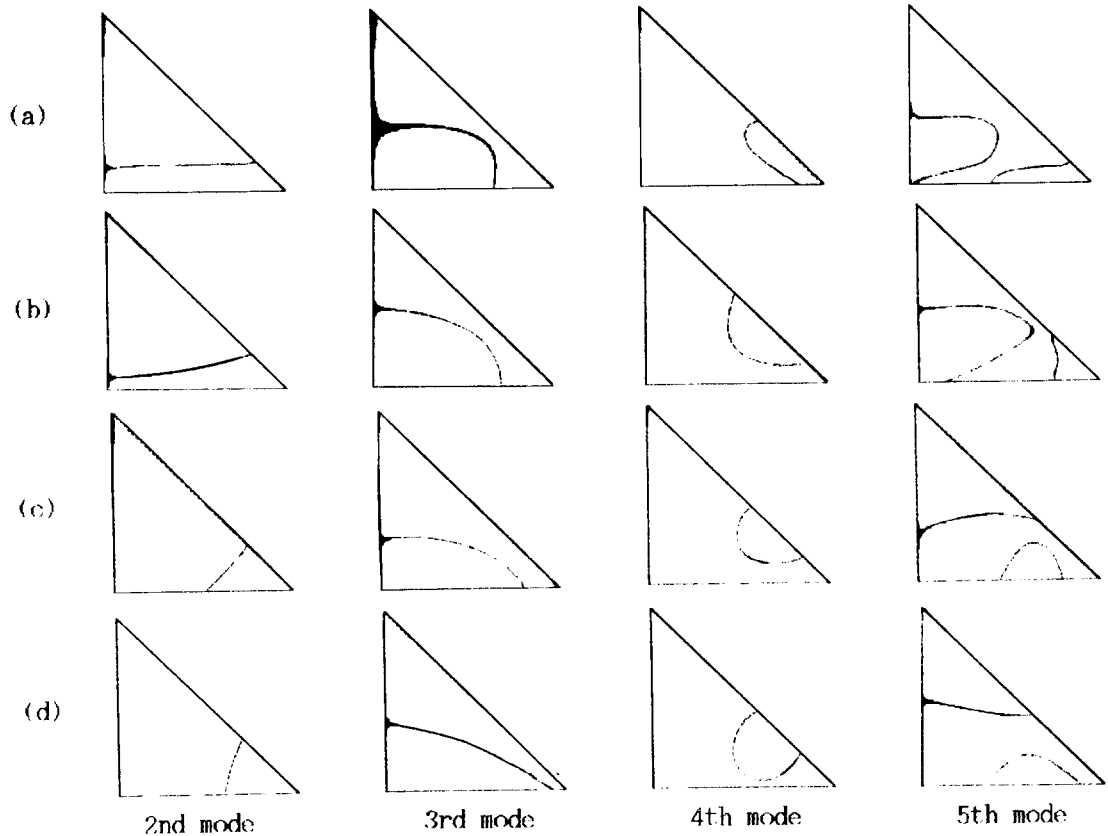


Fig. 5 Nodal patterns for CFRP cantilever triangular plate ($b/a=1$)

Table 5 Natural frequency (Hz) and non-dimensional frequency parameter (λ) of GFRP composite cantilever triangular plate ($a=b=25.4$ cm)

Mode number		1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th	
GFRP	[0°] ₂₀	Exp.	41.25 (1.18)*	123.75 (3.55)	215.00 (6.17)	310.00 (8.89)	451.25 (12.94)
		FEM	43.08 (1.24)	132.13 (3.79)	208.75 (5.79)	315.54 (9.05)	477.23 (13.69)
	[0°/90°] ₁₀	Exp.	36.25 (0.90)	117.50 (2.92)	188.75 (4.69)	311.25 (7.73)	427.5 (10.62)
		FEM	38.09 (0.95)	133.82 (3.32)	195.83 (4.86)	346.42 (8.61)	463.59 (11.52)
	[+45°] ₂₀	Exp.	26.25 (0.83)	102.50 (3.25)	163.75 (5.19)	252.50 (8.00)	352.75 (11.18)
		FEM	29.71 (0.94)	128.05 (4.06)	159.58 (5.06)	296.87 (9.41)	384.18 (12.17)
	45°/-45° ₁₀	Exp.	30.00 (0.95)	112.50 (3.57)	162.50 (5.15)	277.50 (8.80)	366.25 (11.61)
		FEM	31.28 (0.99)	127.79 (4.05)	175.57 (5.56)	294.06 (9.32)	411.25 (13.03)

* Nondimensional frequency parameter

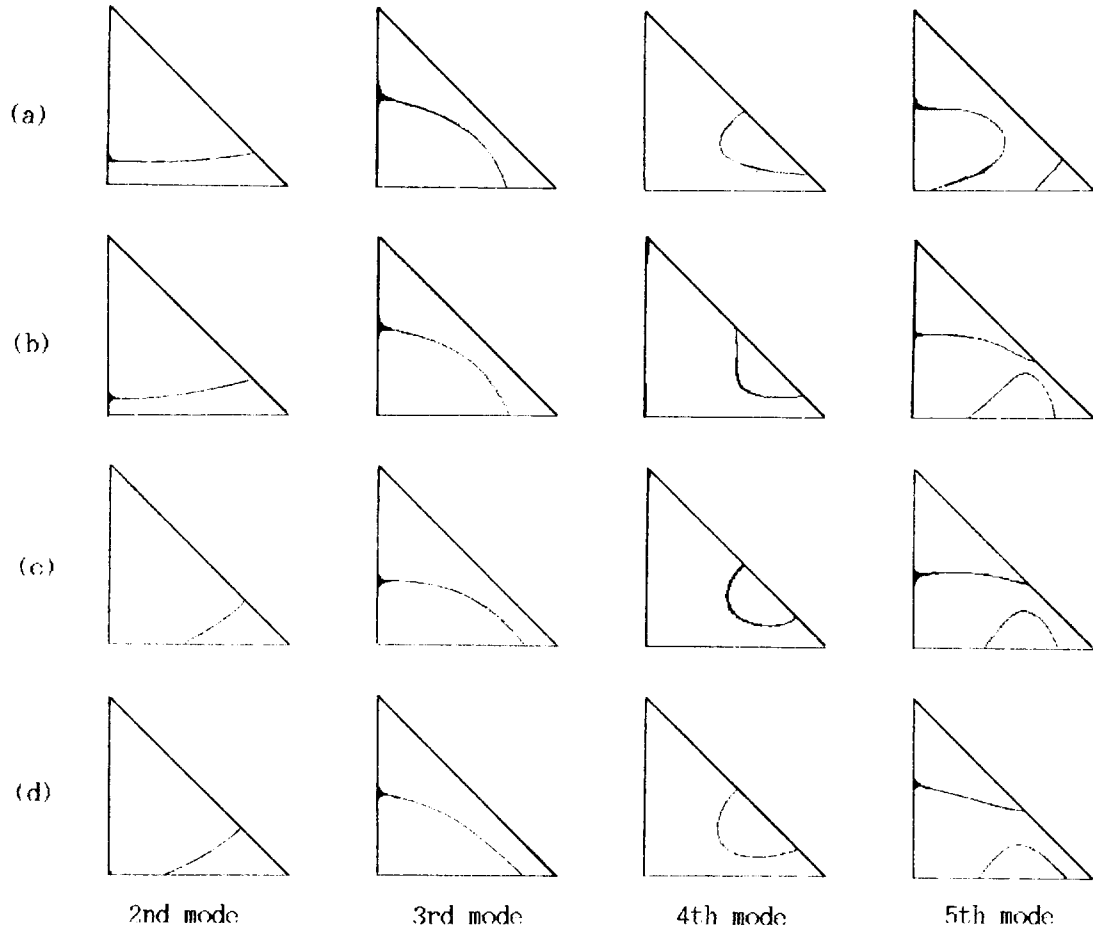


Fig. 6 Nodal patterns for GFRP cantilever triangular plate ($b/a=1$)

Table 6 Natural frequency (Hz) and non-dimensional frequency parameter (λ) of hybrid composite cantilever triangular plate ($a=b=25.4\text{cm}$)

Mode number		1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th
[AL/(C°) ₁₀ /AL] HYBRID	Exp.	95.00 (0.88)*	350.00 (3.24)	475.00 (4.40)	855.00 (7.92)	
	FEM	105.41 (0.98)	390.39 (3.61)	545.96 (5.05)	944.63 (8.74)	
[AL/(GL°) ₁₀ /AL] HYBRID	Exp.	82.50 (0.93)	300.00 (3.39)	420.00 (4.75)	727.50 (8.22)	990.00 (11.19)
	FEM	83.96 (0.95)	317.56 (3.59)	439.39 (4.97)	759.56 (8.59)	1040.00 (11.76)
[(C°)/(GL°)] ₁₀ HYBRID	Exp.	57.50 (1.33)	162.50 (3.79)	310.00 (7.18)	420.00 (9.79)	590.00 (13.66)
	FEM	59.35 (1.37)	162.93 (3.77)	283.14 (6.56)	377.38 (8.74)	588.44 (13.40)

* Nondimensional frequency parameter

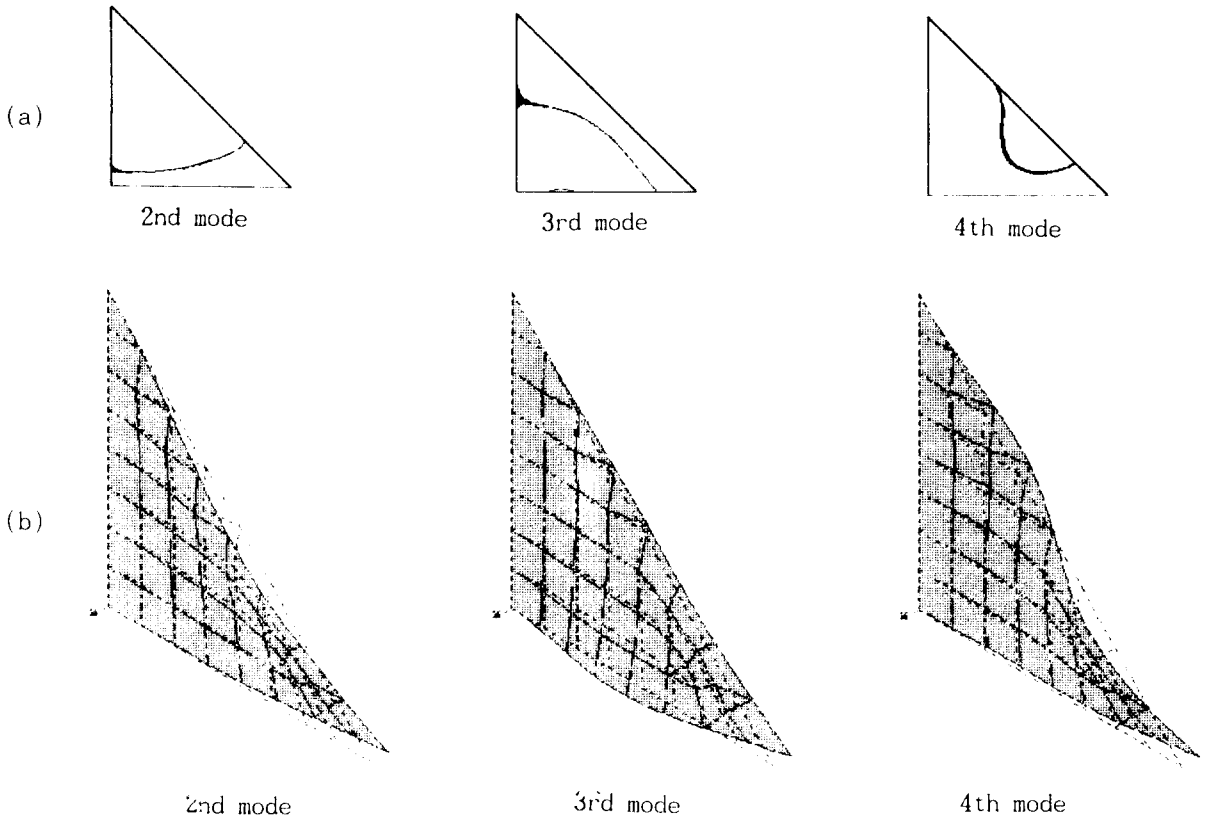


Fig. 7 Nodal patterns for $[AL/(0^{\circ}c)_{10}/AL]$ hybrid composite cantilever triangular plate ($b/a=1$)

알 수 있다. 또한 단일 적층일때는 E_1/E_2 에 따라 값의 차이가 크지만, $[0^{\circ}/90^{\circ}]$ 와 $[45^{\circ}/-45^{\circ}]$ 적층일 경우에는 E_1/E_2 변화에 따른 값의 차이는 작았다.

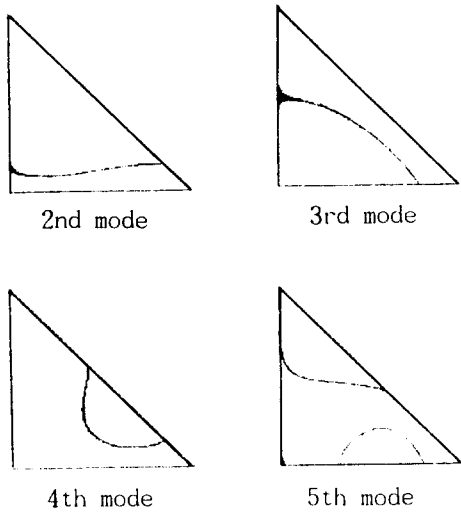
Fig. 6은 여러가지 적층에 대한 GFRP외팔형 삼각판의 노달패턴을 나타내고 있는데, CFRP삼각판의 경우와 유사한 거동을 보이고 있다. Fig. 5에서도 나타나고 있지만, GFRP판의 $[45^{\circ}]$ 와 $[45^{\circ}/-45^{\circ}]$ 적층의 경우 $[0^{\circ}]$ 와 $[0^{\circ}/90^{\circ}]$ 적층의 노달패턴과는 2차와 5차에서 약간 다른 경향을 보이고 있다.

Table 6은 $[AL/(0^{\circ}c)_{10}/AL]$ 과 $[AL/(0^{\circ}cL)_{10}/AL]$ 그리고 $[(0^{\circ}c)/(0^{\circ}cL)]_{10}$ 혼합적층 삼각판의 고유진동수와 무차원 진동수매개변수를 나타내었다. 결과들을 비교해보면 실제 고유진동수는 알루미늄과 복합재료의 혼합적층판에 대해서는 등방성판보다 높은 결과를 보이고 있으나, 무차원 진동수매개변수는 비슷한 값을 보이고 있다. 탄소와 유리섬유의 혼합적층에 대해서 측정된 고유진동수는 등방성판보다 낮은 결과를 보이고 있으나, 무차원 진동수매개변수는 등방성재료보다 큰 값을 보이고 있다.

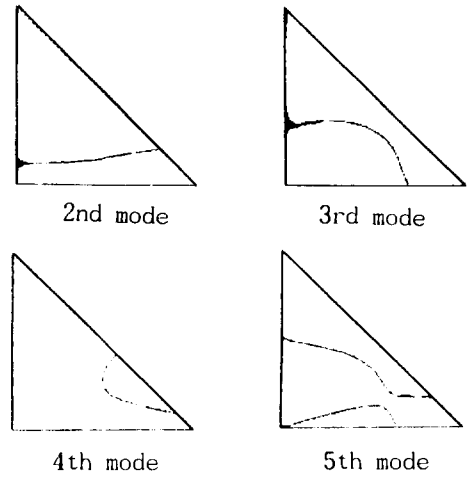
Fig. 7과 8은 알루미늄과 복합재료 혼합적층판의

거동을 보이고 있는데, 등방성 재료인 알루미늄의 영향이 크기 때문에 혼합적층판의 직교이방성이 감소하면서 등방성판과 유사한 거동을 보이고 있다. 그러나 Fig. 9의 탄소와 유리섬유의 혼합적층에 대한 거동에서는 CFRP와 GFRP의 경우와 마찬가지로 $[0^{\circ}]$ 단일방향 섬유각의 영향을 뚜렷하게 보여주고 있다.

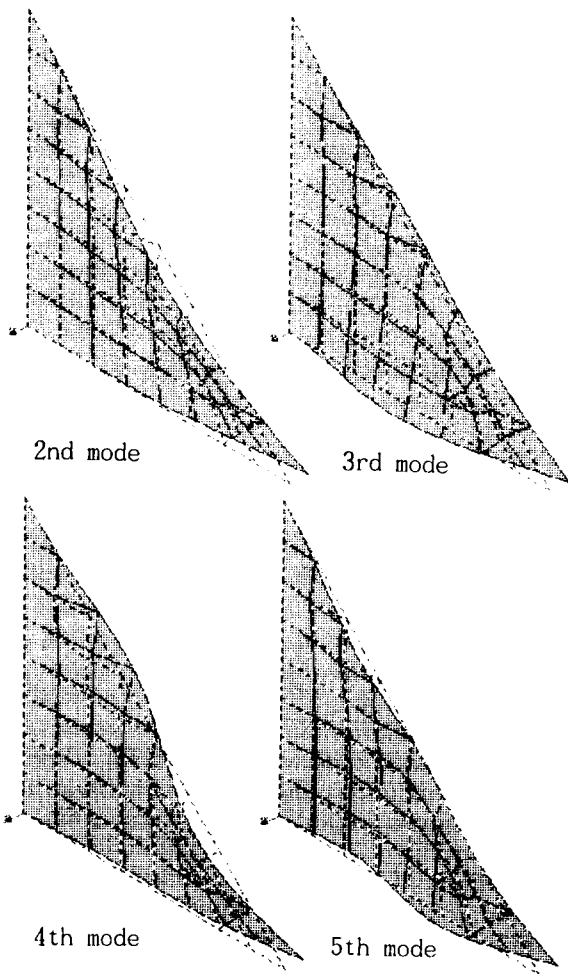
이상의 결과들에서 볼때 실험과 유한요소해석 결과 또는 실험과 기존문헌 결과와의 차이에는 몇가지 원인이 있을 수 있는데, 가장 큰 원인으로서는 실험에 있어서 외팔형의 경계조건을 만족시키기 위한 이상적인 고정단의 구현과 판에 부착된 가속도계가 부가적인 집중질량으로 작용하여 고유진동수를 낮게 할 수 있다. 그리고 유한요소해석 결과나 해석적인 방법으로 구한 결과들은 상계(upper bound)된 값들이기 때문에 실험치가 낮게 얻어진 것이다. 또한 복합재료 시편의 제작과정에서 레진(regin)의 양이나 적층각이 약간씩 달라지는 것이 오차(error)의 원인으로 작용할 수 있다.



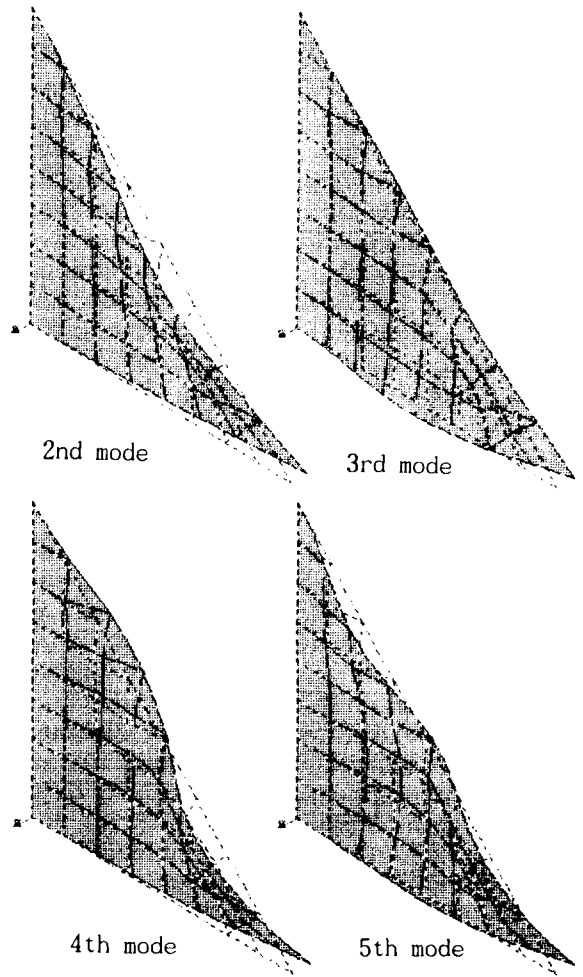
(a) Experiment



(a) Experiment



(b) ANSYS



(b) ANSYS

Fig. 8 Nodal patterns for $[AL/(0^\circ_{cl})_{10}/AL]$ hybrid composite cantilever triangular plate ($b/a=1$)

Fig. 9 Nodal patterns for $[(0^\circ_c)/(0^\circ_{cl})_{10}]_{10}$ hybrid composite cantilever triangular plate ($b/a=1$)

5. 결 론

본 연구에서는 다양한 외팔형 복합재료 삼각판의 고유진동수, 무차원 진동수매개변수 그리고 모드형상에 대응하는 노달라인을 제시하였다. 실험과 FEM해석을 통하여 진동 거동을 파악한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 실험을 통하여 얻은 고유진동수를 전반적으로 유한요소 해석의 결과들보다 낮은 경향을 보였는데, 이것은 이상적인 외팔형 경계조건의 구현과 판에 부착된 가속도계가 부가적인 집중질량으로 작용하여 유한요소 해석 결과와 차이를 보일 수 있다.

(2) 실험을 통해서 얻은 노달라인은 실험의 정확성을 확인시켰고, 복합재료의 경우 섬유방향의 영향을 뚜렷하게 보여주고 있다. 또한 angle-ply 적층판의 경우 단일방향의 경우 보다 직교이방성이 크게 줄어들음을 노달라인을 통하여 알았다.

(3) 혼합적층 삼각판의 거동은 등방성 삼각판과 유사한 거동을 하고 있음을 알았고, 혼합적층을 함으로서 구조물의 이방성 거동에 큰 변화를 일으킴을 알 수 있었다.

참고문헌

(1) A.W. Leissa, 1969, "Vibration of Plates", NASA SP-160.
 (2) P.N. Gustafson, W.F. Stokey and C.F. Zorowsky, 1953, "An Experimental Study of Natural Vibrations of Cantilevered Triangular Plates", Journal of the Aerospace Sciences, Vol. 20, pp. 331~337.
 (3) S. Mirza and M. Bijlani, 1983, "Vibration of

Triangular Plates", AIAA Journal, Vol. 21, No. 10, pp. 1472~1475.
 (4) R.M. Bhat, 1987, "Flexural Vibration of Polygonal Plates Using Characteristic Orthogonal Polynomials in Two Variables", J. of Sound and Vibration, Vol. 114, No. 1, pp. 65~71.
 (5) S.K. Malhotra, N. Ganesan and M.A. Veluswami, 1989, "Vibration and Damping Analysis of Orthotropic Triangular Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 130, pp. 379~386.
 (6) K.M. Liew, K.Y. Kim and S.T. Chow, 1989, "Study on Flexural Vibration of Triangular Composite Plates Influenced by Fibre Orientation", Composite Structures, Vol. 13, pp. 123~132.
 (7) C.S. Kim and S.M. Dickinson, 1990, "The Free Flexural Vibration of Right Triangular Isotropic and Orthotropic Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 141, No. 2, pp. 291~311.
 (8) 이영신, 김영완, 1992, "혼합적층판에 대한 비선형 진동해석", 대한기계학회논문집, Vol. 16, No. 12, pp. 2309~2314.
 (9) 이영신, 최명환, 1992, "외팔형 복합재료 및 혼합적층 삼각판의 자유진동 해석", 대한기계학회 1992년도 추계학술대회 논문집(2), pp. 683~687.
 (10) 이영신, 정대근, 나문수, 1992, "단순급수 함수를 이용한 직교이방성 복합재료 삼각판의 자유진동해석", 대한기계학회논문집, Vol. 16, No. 5, pp. 849~863.
 (11) G.J. Desalvo and R.W. Gorman, 1989, "ANSYS Engineering Analysis System User's Manual", Swanson Analysis System, Inc., Houston, Pennsylvania.