

유한 차분 모델을 이용한 알루미나의 열피로 수명 예측

이홍림 · 한봉석

연세대학교 세라믹공학과

(1993년 1월 11일 접수)

Thermal Fatigue Life Prediction of Alumina by Finite Difference Model

Hong-Lim Lee and Bong-Seok Hahn

Dept. of Ceramic Eng., Yonsei Univ.

(Received January 11, 1993)

요 약

유한 차분법을 이용하여 알루미나 시편의 열충격 과정의 온도 이력과 발생 열응력을 계산하였다. 단일 열충격에서 계산한 온도 이력과 열응력을 이용하여 반복 열피로에서의 균열성장률과 응력 확대계수를 계산하였다. 반복 열피로 수명은 임계 열충격 온도 이하에서 반복 열충격을 가한 후 썩임강도 측정을 통하여 조사하였다. 계산된 응력 확대계수는 시편의 실제 열피로 실험결과와 수명과 비교했으며 임계 응력 확대계수에 도달하는 피로 수명과 실제 실험결과를 비슷한 범위내에서 일치하였다.

ABSTRACT

Thermal history and thermal stress of alumina specimen, which occurred from thermal shock process, were calculated by finite difference method. Stress intensity factor and crack growth in cyclic thermal fatigue were calculated from single thermal shock temperature history and thermal stress. Cyclic thermal life were estimated by bending strength after cyclic thermal shock under critical thermal shock temperature. Calculated stress intensity factor was compared with real experimental thermal fatigue life of specimen. Fatigue life until critical stress intensity factor and real experimental result were comparable.

1. 서 론

고온에서 주로 사용되는 기계구조용 세라믹스의 고온 특성과 급격한 온도 변화에 의한 열충격에 대한 연구는 세라믹스의 실용화에 있어서 매우 중요하다.

일반적으로 급격한 온도변화에 의한 열응력 때문에 발생하는 열충격에 대한 세라믹스의 내열충격 특성은 급속 냉각에 의한 임계 파괴 온도차를 표시하는 열충격 저항계수 R , R' 등으로 나타낸다¹⁾. 그러나 기계구조용 부품으로 실제로 사용하기 위해서는 단일 열충격에 의한 발생 열응력이나 열충격 온도차보다는 임계 열충격 온도 이하에서의 반복적인 열피로에 의한 수명이 더욱 중요하다.

반복 열피로에 의한 열피로 수명은 Hasseiman 등에

의해 보고된 바와 같이 급냉시의 대류 열전달 계수 h 와 시편의 열확산계수 a , 균열성장속도 V 등에 의해 결정되며 반복 열충격 횟수 N 에 의해 표시된다²⁾. 이때 반복 열피로에 의한 강도 저하는 빠른 균열 성장에 의한 급격한 균열 성장보다는 임계 열충격 온도 이하에서 발생하는 열응력에 의한 느린 균열 성장에 의해 지배된다.

이러한 반복적인 열피로에 의한 세라믹스의 거동 연구를 위해서는 우선 급냉 또는 급가열에 의한 열적 환경이 정량적으로 정의되어야 하며 이때 중요한 것은 시편의 형상, 크기, 열전도 조건, 냉각시의 대류 열전달 계수 등이다.

본 연구에서는 급냉 열피로에 의한 세라믹스의 거동을 연구하기 위하여 2차원의 급냉 시편 모델을 정의하여 유한 차분법(FDM : finite difference method)으로 열충

격시의 급냉에 의한 온도구배 이력을 계산하였다. 이때 계산된 온도 이력을 이용하면 급냉시에 시편 모델 내부에서 발생하는 열응력을 계산할 수 있으며 계산된 열응력을 이용하여 다시 임의의 균열 크기를 가진 시편에 대한 균열성장속도와 열피로 수명을 계산할 수 있다. 이렇게 계산된 결과를 실제의 알루미늄 시편의 열피로 시험과 비교하였다.

2. 이론적 배경

고체 내의 전도에 의한 열전달은 푸우리에의 법칙(Fourier's law)에 의해 지배되며 2차원 비정상 상태의 경우 다음과 같은 미분 방정식으로 나타낼 수 있다³⁾.

$$\rho C \frac{\delta T}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x} \left(k \frac{\delta T}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(k \frac{\delta T}{\delta y} \right) \quad (1)$$

이때 ρ 는 열전도가 일어나는 물질의 밀도, C 는 비열, T 는 온도, t 는 시간, k 는 열전도도, x 와 y 는 열전도가 일어나는 물질내의 위치이다.

이러한 비정상 상태의 열전도 방정식은 유한요소법으로 차분화하여 계산할 수 있으며 일정한 열적 조건하에 있는 고체 내부의 임의의 시간의 온도를 알 수 있다. 고체 내부에서 발생하는 열응력은 시편의 냉각속도, 열팽창계수, 열전도율 등에 의존하며 냉각속도가 고려되는 모델에서 다음과 같이 수식화될 수 있다⁹⁾.

$$\sigma = \frac{Ea}{1-\mu} \frac{\phi \gamma_m^2 b}{3k/\rho C} \quad (2)$$

이때 E 는 영률, a 는 열팽창계수, μ 는 포아손 비, ϕ 는 냉각속도(degree/sec), γ_m 과 b 는 시편형태에 따른 형상계수이다.

이때 E , a , μ , γ_m , k , ρ 등은 물질 상수이므로 냉각조건에서의 열응력은 냉각속도 ϕ 와 시편의 형상계수 γ_m 에 의존한다. 형상 계수 γ_m 과 b 는 긴 판상일 경우 r_m 은 두께의 절반, b 는 0.5이며 긴 실린더의 경우 r_m 은 반지름, b 는 0.201이다. 이 형상 계수들은 열전도에 의한 발생 열응력의 시편 형상에 의한 영향을 고려한 것으로 복잡한 형상의 시편인 경우 특별한 고려가 필요하다.

일정한 크기의 균열을 갖는 세라믹스의 열피로 수명의 예측은 열피로 이력에서의 총 균열 성장 크기를 이용한다. 세라믹스의 균열의 성장은 느린 균열 성장 속도식을 이용하여 계산할 수 있으며, 이때 균열은 균열성장 속도에 따라 시간이 경과할수록 성장하며, 균열성장 속도는 Evans 등에 의해 연구된 바와 같이 다음 식에 의해

나타낼 수 있다⁵⁾.

$$V = AK_I^n \exp(-Q/RT) \quad (3)$$

이때 V 는 균열성장속도(m/s), A 와 n 는 상수, K_I 는 응력확대계수($K_I = Y\sigma c^{1/2}$), Q 는 활성화에너지, R 는 기체상수, T 는 온도이다.

위의 균열성장 속도식을 이용하면 한번의 열충격 주기가 끝난 후의 균열 크기는

$$c = c_0 + Vt \quad (4)$$

로 계산할 수 있다.

이때 c 는 균열의 크기, c_0 는 초기 균열 길이, V 는 균열성장속도, t 는 시간이다.

응력 확대 계수인 K_I 이 물질의 K_{Ic} 에 접근하면 파괴에 이른다. 열응력에 의한 K_I 은

$$K_I = 1.1215\sigma\sqrt{\pi c} \quad (5)$$

로 나타낼 수 있다⁶⁾.

위의 관련 식들은 수치 해석적인 접근방법으로 실제 시편의 물질상수들과 실험 환경을 정량화하여 실제 시편의 거동을 시뮬레이션할 수 있다. 그러나 그러한 계산에는 많은 복잡한 계산이 필요하므로 컴퓨터 프로그램을 이용해야 한다.

3. 실험방법

3.1. 시뮬레이션

식 (1)의 열전도 미분식은 직접 계산할 수 없으므로

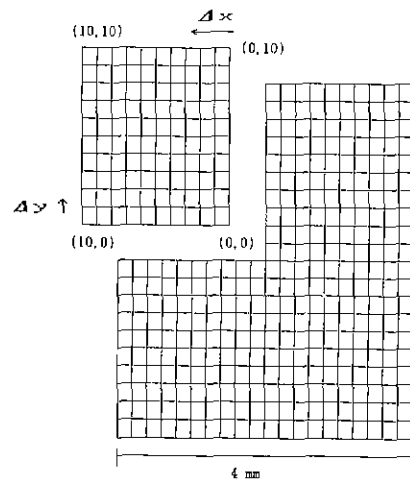


Fig. 1. Model of 2 dimensional finite difference elements.

FDM법을 적용하기 위해 차분화하여야 한다. 수치 해석을 차분화하기 위하여 적분 식으로 변형시키면 식 (6)과 같다⁷⁾.

이때 사용되는 고체 내부의 2차원 모델은 Fig. 1과 같으며 계산의 단순화를 위하여 전체 시편 모델의 1/4을 분리하여 수식화한다.

식 (6)은 컴퓨터 프로그램으로 계산하기 위하여 차분법에 의하여 식 (7), (8), (9)의 과정을 통해 차분식으로 표현된다.

이와같은 차분 과정을 통하여 비정상 상태 열전도에 대한 차분식인 식 (10)이 유도된다.

이때 시편의 내부가 아닌 외부 경계조건을 고려할 때

물에 의한 냉각 열충격의 경우 Fig. 2와 같은 경계조건 모델을 생각할 수 있으며 차분식의 유도에 이를 고려해 주어야 한다. 대류 경계조건을 갖는 시편의 형태는 Fig. 1과 같은 1/4 2차원 모델의 경우 모서리, 윗면, 좌면에 따라 각각의 이산화 식을 유도해야 한다. 좌면이 대류 경계조건인 경우 차분 과정은 식 (11), (12), (13)과 같다.

앞의 차분 과정을 통하여 대류 경계조건에서의 비정상 상태 열전도 차분식인 식 (14)가 유도된다.

또한, 시편의 모서리부분의 분할 요소는 두 부분의 대류 경계조건을 가지며 이에 따른 차분식은 위의 유도과정과 마찬가지로 1/4 모델의 좌상부 모서리에서 식 (15)와 같이 표현할 수 있다.

$$\rho C \int_x^{x+\Delta x} \int_y^{y+\Delta y} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\delta T}{\delta t} dt dy dx = \int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \frac{\delta}{\delta x} \left(k \frac{\delta T}{\delta x} \right) dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \int_y^{y+\Delta y} \frac{\delta}{\delta y} \left(k \frac{\delta T}{\delta y} \right) dx dy dt \quad (6)$$

$$\rho C \int_x^{x+\Delta x} \int_y^{y+\Delta y} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\delta T}{\delta t} dt dy dx = \rho C \Delta x \Delta y (T_{x,y}^1 - T_{x,y}^0) \quad (7)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \frac{\delta}{\delta x} \left(k \frac{\delta T}{\delta x} \right) dx dy dt = \left\{ k_{x+1,y} \frac{(T_{x+1,y} - T_{x,y})}{\Delta x_{x+1,y}} - k_{x-1,y} \frac{(T_{x,y} - T_{x-1,y})}{\Delta x_{x-1,y}} \right\} \Delta y \Delta t \quad (8)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \int_y^{y+\Delta y} \frac{\delta}{\delta x} \left(k \frac{\delta T}{\delta x} \right) dx dy dt = \left\{ k_{x,y+1} \frac{(T_{x,y+1} - T_{x,y})}{\Delta x_{x,y+1}} - k_{x,y-1} \frac{(T_{x,y} - T_{x,y-1})}{\Delta x_{x,y-1}} \right\} \Delta x \Delta t \quad (9)$$

$$\rho C \Delta x \Delta y (T_{x,y}^1 - T_{x,y}^0) = \left\{ k_{x+1,y} \frac{(T_{x+1,y} - T_{x,y})}{\Delta x_{x+1,y}} - k_{x-1,y} \frac{(T_{x,y} - T_{x-1,y})}{\Delta x_{x-1,y}} \right\} \Delta y \Delta t + \left\{ k_{x,y+1} \frac{(T_{x,y+1} - T_{x,y})}{\Delta x_{x,y+1}} - k_{x,y-1} \frac{(T_{x,y} - T_{x,y-1})}{\Delta x_{x,y-1}} \right\} \Delta x \Delta t \quad (10)$$

$$\rho C \int_x^{x+\Delta x} \int_y^{y+\Delta y} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\delta T}{\delta t} dt dy dx = \rho C \frac{\Delta x}{2} \Delta y (T_{x,y}^1 - T_{x,y}^0) \quad (11)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \rho C \int_x^{x+\Delta x} \frac{\delta}{\delta x} \left(k \frac{\delta T}{\delta x} \right) dx dy dt = \left\{ h(T_\infty - T_{x,y}) - k_{x-1,y} \frac{(T_{x,y} - T_{x-1,y})}{\Delta x_{x-1,y}} \right\} \Delta y \Delta t \quad (12)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \rho C \int_x^{x+\Delta x} \int_y^{y+\Delta y} \frac{\delta}{\delta x} \left(k \frac{\delta T}{\delta x} \right) dx dy dt = \left\{ k_{x,y+1} \frac{(T_{x,y+1} - T_{x,y})}{\Delta y_{x,y+1}} - k_{x,y-1} \frac{(T_{x,y} - T_{x,y-1})}{\Delta x_{x,y-1}} \right\} \frac{\Delta x}{2} \Delta t \quad (13)$$

$$\rho C \frac{\Delta x}{2} \Delta y (T_{x,y}^1 - T_{x,y}^0) = \left\{ h(T_\infty - T_{x,y}) - k_{x-1,y} \frac{(T_{x,y} - T_{x-1,y})}{\Delta x_{x-1,y}} \right\} \Delta y \Delta t + \left\{ k_{x,y+1} \frac{(T_{x,y+1} - T_{x,y})}{\Delta y_{x,y+1}} - k_{x,y-1} \frac{(T_{x,y} - T_{x,y-1})}{\Delta x_{x,y-1}} \right\} \frac{\Delta x}{2} \Delta t \quad (14)$$

$$\rho C \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} (T_{x,y}^1 - T_{x,y}^0) = \left\{ h(T_\infty - T_{x,y}) - k_{x-1,y} \frac{(T_{x,y} - T_{x-1,y})}{\Delta x_{x-1,y}} \right\} \Delta y \Delta t \frac{\Delta y}{2} \Delta t + \left\{ h_\infty - T_{x,y-1} - k_{x,y-1} \frac{(T_{x,y} - T_{x,y-1})}{\Delta x_{x,y-1}} \right\} \frac{\Delta x}{2} \Delta t \quad (15)$$

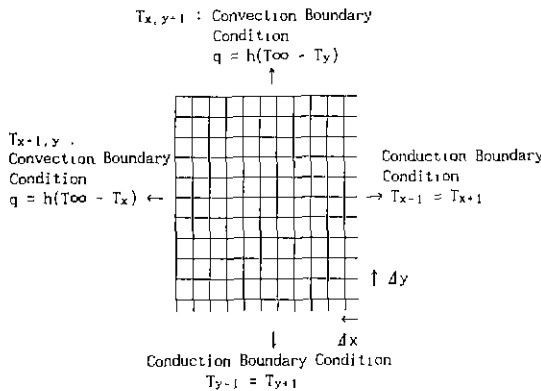


Fig. 2. Boundary condition model of 2 dimensional finite difference elements.

유도된 차분식은 각 요소 위치에서의 시간에 대한 온도식이며 각 위치에서의 온도는 유한차분법의 음적 해법(implicit method)에 의한 연립방정식으로 표현할 수 있다. 음적 해법의 연립방정식은 10×10 2차원 모델의 경우 100원 1차 연립방정식의 행렬을 이용하여 계산한다. 시편 모델의 요소 분할이 더 미세해질수록 시편의 온도구배를 계산하기 위한 연립방정식의 행렬은 시편 요소 갯수의 제곱으로 증가한다. 대규모 행렬 방정식은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 계산하여 본 연구에서는 가우스-시델법(Gauss-Siedel method)을 이용하여 온도 계산 프로그램을 작성, 사용하였다.

3.2. 실험

시뮬레이션 조건을 결정하기 위하여 실험에 사용한 알루미늄의 특성 상수들과 조건 상수들을 Table 1에 나타냈다. 이때 사용한 각 상수들은 실험에 사용한 알루미늄 시편을 기준으로 일반적인 알루미늄의 특성 범위 내에서 벗어나지 않도록 정하였으며 K₁값을 계산하기 위한 초기 균열 길이는 시편의 상대밀도와 기공률, 입자크기를 고려하여 0.5 μm로 정하였다.

알루미늄 시편의 열충격 임계온도를 알기 위하여 100℃와 상온에서 열충격 실험을 행하였다. 열충격 시편은 3점 꺾임 강도 측정을 통하여 강도의 변화를 살펴보았다. 열충격 실험 시편의 꺾임강도 시험결과는 Fig. 3과 같다.

열충격 실험결과 알루미늄 시편의 열충격 임계온도 ΔT_c는 상온 냉각의 경우, 225℃ 부근이었으며 100℃의 끓는 물에 냉각한 경우에는 250℃의 임계 열충격 온도를 갖는다. 이 임계 열충격 온도 차이는 끓는 물과 상온의 물의 대류 열전달 계수 차이에 의한 것으로 냉각시 냉각속도와 발생 열응력에 영향을 미친다. 본 연구에서는

Table 1. Properties of Alumina Specimen and Simulation Constants.

ρ	3900 kg/m ³ (97.9%)
c _p	(106.0 + 0.0178T - 2850000/T ²) × 0.101957 J/kg·K
k	-0.065T + 53.5 J/m·k·s
x, y	0.2 mm
E	380 × 10 ⁹ N/m ²
a	6.5 × 10 ⁻⁶ /K
μ	0.2
h	50000 W/(m ² ·K)
c ₀	0.5 μm
n	22
Q	100 Kcal/mol
A	5 × 10 ⁻¹¹ (mks unit)

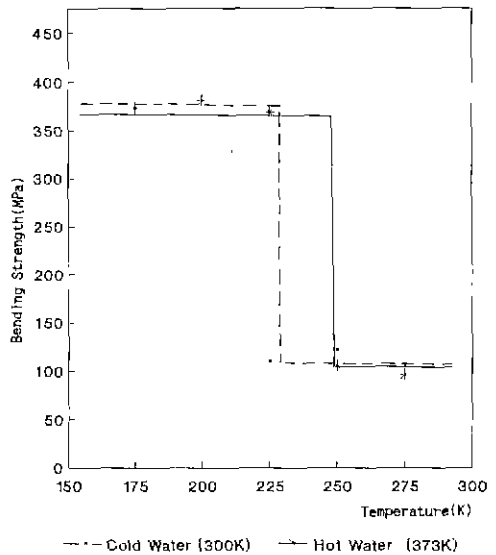


Fig. 3. Variation of strength after quenching as a function of a temperature difference.

시뮬레이션 조건을 일정하게 하기 위하여 끓는 물을 냉각 매체로 사용하였다. 상온의 물을 냉각 매체로 사용할 경우, 반복되는 열피로 시험시 냉각 매체의 온도가 상승하여 정확한 온도 설정이 곤란하며 시뮬레이션의 계산에서 대류 조건이 복잡해진다.

반복 열피로 실험장치를 Fig. 4에 나타냈다. 반복 열피로 실험은 임계 열충격 온도 이하인 175℃의 열충격 온도를 갖도록 275℃에서 10분 가열, 100℃의 끓는 물에서 2분 냉각을 25회부터 250회까지 25회 간격으로

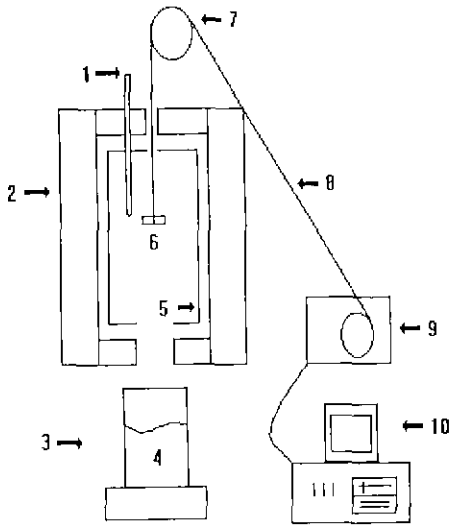


Fig. 4. Schematic diagram of thermal fatigue testing system.
 1. Thermocouple 6. Specimen
 2. Refractory outer wall 7. Pully
 3. Isothermal quenching 8. Stainless steel wire
 bath 9. Pully controller
 4. Boiling water 10. Control computer
 5. Stainless steel inner wall

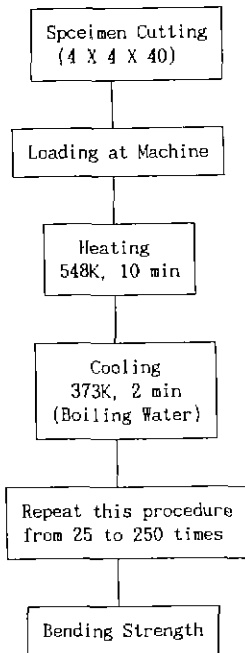


Fig. 5. Experimental procedure of thermal fatigue life.

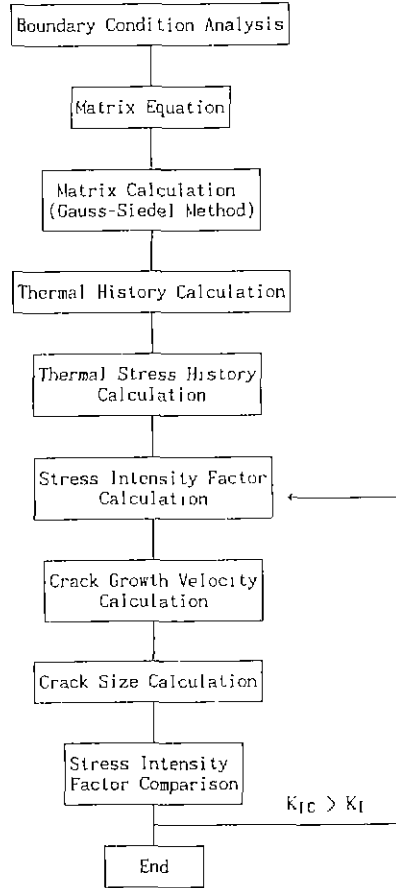


Fig. 6. Flow chart of simulation program.

행하였다. 반복 열피로 실험을 마친 시편은 열피로의 영향을 알아보기 위하여 열충격 실험 시편과 마찬가지로 쥐임강도 실험을 통하여 강도의 변화를 살펴보았다. Fig. 5에 열피로 실험 과정을 나타냈다.

시뮬레이션은 위의 차분식 유도에 따라 2차원 모델에 대한 프로그램을 작성했으며 프로그램의 흐름도를 Fig. 6에 나타냈다.

4. 결과 및 고찰

250°C의 임계 열충격 온도를 갖는 알루미늄 시편의 열피로 실험결과를 Fig. 7에 나타냈다.

175°C 온도차의 반복 열피로 실험결과 200회 이전에는 눈에 띄는 강도 저하는 일어나지 않았으며 225회 이상의 반복 열피로에서 급격한 강도 저하를 나타내어 마치 단일 열충격 실험결과와 비슷한 양상을 나타냈으며 이는 느린

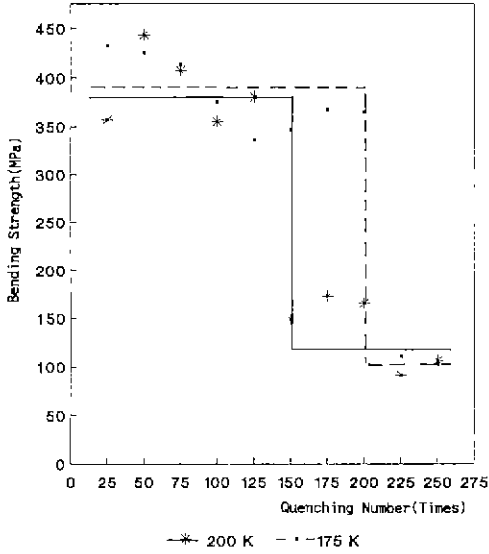


Fig. 7. Thermal fatigue life as a function of quenching number.

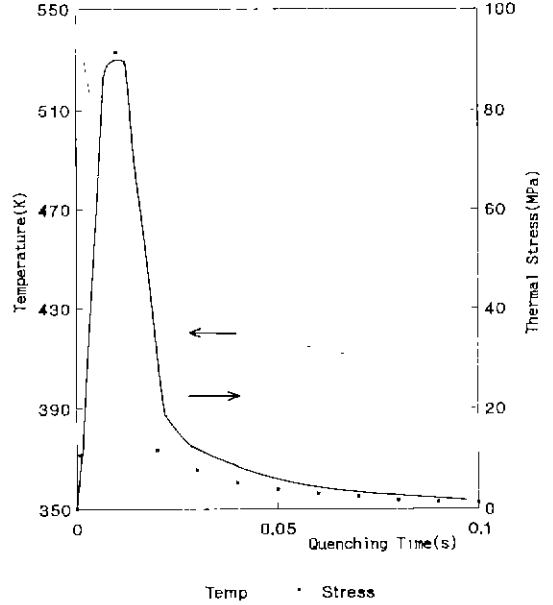


Fig. 9. Variation of temperature and stress as a function of time.

균열성장에서 급격한 파괴로의 전이를 나타내는 Hasselman의 이론과 잘 들어맞는다⁸⁾.

시물레이션 결과 시편의 냉각은 대류 면적이 넓은 모서리 부분에서 가장 급격히 일어나며 온도차에 의한 열응력은 이 부분에 집중된다. 0.05초 경과 후 2차원 시편의 온도 분포를 식 (1)을 지배 방정식으로 계산하여 Fig. 8에 나타내었다. 이때 모서리(edge) 부분의 온도는 417.2 K이고 중심 부분의 온도는 냉각이 되지 않은 548.0 K를 나타내며, 두 부분 사이의 온도 차이는 130.8 K이다.

2차원 시편의 냉각은 초기에 급격히 이루어지며 열충격을 일으키는 열응력은 냉각속도에 비례하므로 냉각

속도가 가장 빠른 냉각 초기 구간에서 가장 크다. Fig. 9는 시편의 모서리에 대한 냉각온도 변화와 발생 열응력을 나타낸 것이다. 이 열응력 변화는 시간에 따른 냉각속도 변화를 나타내는 식 (2)에 계산된 온도 변화 데이터를 대입하여 구한 것이다.

계산된 온도 이력과 발생 열응력을 이용한 균열의 성장크기, 균열성장속도는 각 반복 횟수에서의 K_I 값을 산출해 낼 수 있으며, 이 응력확대계수의 변화를 Fig. 10에 나타내었다. 이때 냉각 1회당 유효 냉각시간은 수

Edge of Specimen

417.2	435.9	449.9	458.1	461.4	462.2	462.4	462.9	463.9	465.7
435.9	436.9	485.0	497.0	501.3	502.1	502.4	503.1	504.5	507.2
449.9	485.0	510.8	524.4	528.8	529.5	529.8	530.4	531.6	533.9
458.1	497.0	524.4	538.2	542.5	543.1	543.3	543.6	544.2	545.3
461.4	501.3	528.8	542.5	546.7	547.4	547.4	547.5	547.6	547.8
462.2	502.1	529.5	543.1	547.4	548.0	548.0	548.0	548.0	548.0
462.4	502.4	529.8	543.3	547.4	548.0	548.0	548.0	548.0	548.0
462.9	503.1	530.4	543.6	547.5	548.0	548.0	548.0	548.0	548.0
463.9	504.5	531.6	544.2	547.6	548.0	548.0	548.0	548.0	548.0
465.7	507.2	533.9	545.3	547.8	548.0	548.0	548.0	548.0	548.0

Center of Specimen Temp (K)

Fig. 8. Temperature distribution at time 0.05 s.

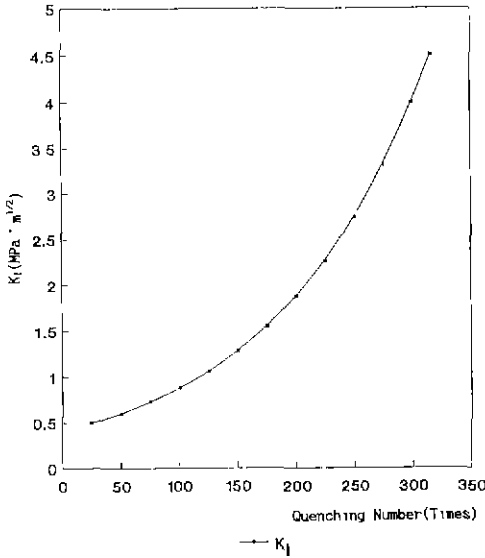


Fig. 10. Variation of stress intensity factor and thermal fatigue strength as a function of time.

MPa 이하의 열응력을 발생시키는 시간으로 계산했으며 이후 발생되는 미소 열응력 알루미늄 시편의 피로 현상에 별다른 영향을 주지 못하는 것으로 생각된다. 계산된 K_I 값은 사용한 알루미늄 시편을 실측한 평균값인 4.12 MPa/m^{-1/2}의 범위에 일치시켰다. 그러나 정확한 피로 수명 예측은 프로그램 계산 과정에서 도입되는 많은 추정 물질 상수들과 여러가지 가정에 의존하므로, 정확한 시뮬레이션을 위해서는 실험 과정의 열적 환경에 대한 연구와 정확한 시편의 물질 상수 등이 필요하다.

이러한 연구방법의 도입은 구조용 세라믹스 재료의 평가 및 실용화에 있어서 매우 중요하며, 본 연구는 세라믹스의 열피로 예측 모델링의 기초 단계로서 정확한 수명 예측보다는 모델로서의 타당성 검토에 중점을 두었다. 때문에 본격적인 연구 단계에서는 시뮬레이션 프로그램에 더욱 정확한 물질 상수들과 실험조건 상수가 도입되어야 하며, 프로그램의 요소 분할도 더욱 정밀해야 한다. 본 연구에 사용한 시뮬레이션 모델은 2차원 모델로서 실제 시편보다는 계산의 편의를 위한 모델이다. 또한 시편의 형상과 열응력에 따른 변형 분석을 위한 유한 요소법의 도입이 필요하며, 궁극적으로는 실용 세라믹스 제품의 분석에 응용되어야 할 것이다.

5. 결 론

1) 구조 세라믹스의 반복 열충격에 의한 열피로 저항성을 연구하기 위해 2차원 열충격 모델을 설정하고 열응력 해석을 위한 유한 차분법 계산 프로그램을 작성하였다. 냉각온도 해석 및 발생 열응력 해석 프로그램은 기본 연구를 위하여 2차원 모델에 대하여 작성되었으나 3차원 모델에의 적용 및 복잡한 형상의 해석에도 확장 가능하다.

2) 알루미늄 2차원 시편을 대상으로 계산된 냉각온도 분포 결과와 발생 열응력 데이터를 이용하여 균열의 성장속도, 응력 확대계수 K_I 를 계산하였다. 응력 확대계수 K_I 이 대상물질의 K_{Ic} 와 일치하면 급작스러운 파괴에 이른다 가정할 때 K_I 계산에 의한 알루미늄 시편의 열피로 수명은 300회 부근으로 예측할 수 있었다.

3) 반복 열피로 실험한 알루미늄은 225회 부근에서 급격한 강도 저하가 일어났으며, 이 값은 시뮬레이션 결과인 K_I 값의 변화가 300회 부근에서 K_{Ic} 값에 접근하는 것과 비교할만하다. 이때 시뮬레이션 결과와 피로 실험 결과와의 차이는 여러가지 가정과 정확치 않은 물질 상수값들에 기인한다.

REFERENCES

1. D.P.H. Hasselman, "Thermal Stress Resistance Parameters for Brittle Refractory Ceramics: A Compendium," *Am. Ceram. Soc. Bull.*, **49**(12), 1033-1037 (1970).
2. J.P. Singh, K. Niihara and D.P. Hasselman, "Analysis of Thermal Fatigue Behavior of Brittle Structural Materials," *J. Mater. Sci.*, **16**, 2789-2797 (1981).
3. 이흥남, 정윤중, 박금철, 요업공정, pp. 110-118, 반도출판사, 1983.
4. W.D. Kingery, "Factors Affecting Thermal Stress Resistance of Ceramic Materials," *J. Am. Ceram. Soc.*, **38**(1), 3-15 (1955).
5. A.G. Evans, "A Method for Evaluating the Time Dependent Failure Characteristics of Brittle Materials and its Application to Polycrystalline Alumina," *J. Mater. Sci.*, **7**, 1137-1146 (1972).
6. G.C. Sih, Handbook of Stress Intensity Factors. Institute of Fracture & Solid Mechanics, Lehigh University, Bethlehem, 1973.
7. S.V. Patanker, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, pp. 55-66, Hemisphere Publishing Corporation, New York & London, 1980.
8. D.P.H. Hasselman and R. Badalanche, "Failure Prediction of the Thermal Fatigue Resistance of a Glass," *J. Mater. Sci.*, **11**, 458-464 (1976).