

2차원 터보기계에서의 와류패널법 적용에 관한 연구

최민선* · 김춘식** · 이영호**

A Study on the Application of Vortex Panel Method to 2 - D Turbo - machinery

M. S. Cho · C. S. Kim · Y. H. Lee

Key Words : Vortex panel method(와류 패널법), Turbo - machinery(터보기계), Circular arc blade(원호익), Vortex strength(와강도), Kutta condition(쿠타조건)

Abstract

Here is represented a vortex panel method to evaluate the performance characteristics of the 2-dimensional turbomachinery with circular arc blades or logarithmic blades.

The present method is characterized by distributing small consecutive panels of linearly varying vortex strength satisfying boundary condition at control points and Kutta condition at trailing edge.

To confirm the reliability of the present method, experimental result of a 2-D pump impeller of six circular arc blades is compared with the calculated one.

As an application of the present method, figures are presented in series showing velocity and pressure distribution between blades.

기호설명

$\mathbf{c}(=\nabla\phi)$: 블레이드면에서 절대속도

\mathbf{n} : 법선방향 단위벡터

Q_b : 용출점세기

r_1 : 임펠러 입구반경

r_2 : 임펠러 출구반경

s : 패널의 길이

u : x방향 속도성분

v : y방향 속도성분

(x_i, y_i) : i번째 패널의 제어점 좌표

(x_j, y_j) : j번째 패널의 임의점 좌표

(x_{kf}, y_{kf}) : 블레이드와 블레이드사이의 임의점 좌표

회람문자

α_i : i번째 패널의 제어점과 임펠러축 중심이 이루는 각

* 정희원, 목포해양대학
** 정희원, 한국해양대학교

- γ : 와류세기
- θ : 패널의 방향각
- ϕ : 속도포텐셜
- ψ : 유량함수
- ω : 회전각속도

무차원수

와류세기 : $\gamma'_{kmj} = \gamma_{kmj} / 2\pi r_2 \omega$

유량계수 : $\phi = Q / 2\pi r_2 b_2 r_2 \omega$

1. 서 론

터보기계의 성능평가를 위한 유동해석 방법으로는 특이점법, 등각사상법, 유한요소법, 유한차분법 등이 있는데, 이들 중 등각사상법은 물리면을 단순화된 면으로 사상시킴으로써 유동형상을 쉽게 해석할 수 있고 또 엄밀해를 구할 수 있는 장점이 있으나 복잡한 형상에 대하여 물리면을 사상시키기 위한 변환함수를 찾는 것이 일반적으로 어렵다.

특이점법은 단독익에 대하여 Birnbaum¹⁾에 의해 적용되었고, Schlichting²⁾은 직선형익에 이를 적용하였다. 이들의 이론에 근거를 두고 Martensen³⁾은 익열에서의 비압축성유동에 관한 유동방법을 제시하였고, Murata⁴⁾는 얇은 익을 갖는 직선블레이드열에서 포텐셜유동의 계산에 특이점법을 응용하였다.

Kamimoto⁵⁾는 원심형 임펠러의 익면에 와류(vortex)를 분포시키는 수법을 제시하여 얇은 나선형(logarithmic spiral)익에 적용하였다.

Senoo와 Nakase⁶⁾는 회전하는 임의의 형상을 가진 임펠러의 익에 적용할 수 있는 수법을 제시하였다.

최근에는 물체면을 다수의 패널에 의해 표시한 후 이들의 제어점(control point)에서의 경계조건을 적용하여 특이점세기를 구하는 패널법이 발달되었다. 이 방법은 70년대에 Hess 등^{7, 14)}에 의하여 처음 시작되었으며 컴퓨터의 고속화, 대용량화에 힘입어 항공역학분야에서 널리 쓰이고 있다. 또한 수차의 익형설계 및 설계조건에 맞는 최적형상을 결정하는 역문제¹⁵⁾에도 적용되어 그 유용성이 평

가되고 있다. 특히, 물체 전연부의 정체점에서 속도 또는 압력값이 무한대로 되는 단점이 개선되었으며, 곡면을 갖는 물체를 미소직선패널로 근사시킬 경우의 발생오차도 줄일 수 있는 장점이 있다.

한편 물체의 실물좌표에 근거한 형상근사 및 정도 높은 계산결과와 짧은 계산시간을 만족시킬 수 있는 수법은 유체기계의 기초설계 단계에 유용하게 적용될 수 있으므로 임펠러의 성능특성을 파악하기 위한 간편한 계산수법을 확립할 필요성이 있다.

2차원 원심펌프의 임펠러익 형상으로는 원호익 및 나선형익이 주로 사용되고 있는데, 본 연구에서는 원호익을 갖는 임펠러유동장에 대해 와류패널법(vortex panel method)에 의한 계산결과를 기존의 수치해석결과 및 실험결과와 비교검토하여 수법의 신뢰성을 확인하였고, 나선형익에 대해서는 유한의 두께를 갖는 형상좌표를 자동으로 나타내는 수법을 제시하였다. 또한 본 연구에서 제시한 와류패널법을 적용하여 원호익 및 나선형익의 형상에 대해 블레이드면에서 압력분포와 블레이드간의 속도 및 압력분포를 구하여 정량적인 특성을 고찰하였다.

2. 익 형상

원호블레이드의 작도에는 1원호법, 2원호법, 3원호법이 있는데 어느 방법이나 유로에 손실을 적게 할 수 있는 완만한 익 형상이 되도록 하여야 한다. 본 연구에서는 1개의 원호곡선으로 나타내는 1원호법을 이용하여 원호익 형상을 결정하였다.

Fig. 1은 나선형익의 형상을 나타내며, 형상좌표식은 다음과 같이 표시한다.

$$r = r_1 e^{(\beta/180)\theta \tan \beta} \tag{1}$$

익상의 임의의 점을 직각좌표로 표시하면 다음과 같다.

$$x = r \cos(\tau - \phi), \quad y = r \sin(\tau - \phi) \tag{2}$$

여기서, β , τ 는 각각 나선형익의 입출구각 및 임펠러의 중심과 익의 전연이 이루는 각을 의미한다. 또한 ϕ 는 임의의 각도를, r_1 및 r 은 각각 익 입구반

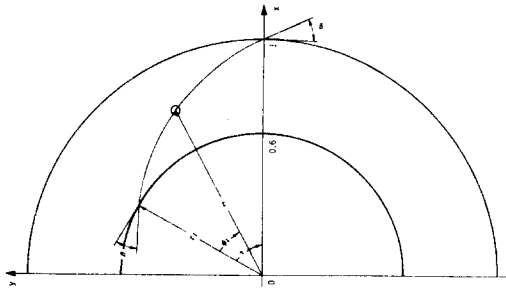


Fig.1 Configuration of logarithmic blade

경 및 익상의 임의의 점까지의 거리를 의미한다. 임의의 좌표(x_1, y_1)상에서 익 두께 $2c$ 를 갖는 원의 방정식 및 이 점을 통과하는 법선방정식은 다음과 같다.

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = c^2 \quad (3)$$

$$y - y_1 = \{-1/f'(\phi_1)\}(x - x_1) \quad (4)$$

$$\text{단, } x_1 = r \cos(\tau - \phi_1), \quad y_1 = r \sin(\tau - \phi_1),$$

$$f'(\phi_1) = dy_1/dx_1$$

따라서, 이 두식을 연립방정식으로 풀면 압력면 및 부압면상에서 익 두께 $2c$ 에 해당하는 두 점을 얻을 수가 있게 된다.

다음으로 τ 각도를 미소증분하여 얻어진 임의의 좌표값과 위 식에서 얻어진 압력면상의 좌표간의 거리를 구하여 이들 값이 최소가 되는 점까지 각도를 증가시켜 압력면의 형상을 결정한다. 부압면에서도 같은 방법을 취하면 유한의 두께를 갖는 나선형의 형상이 결정된다.

3. 계산수법

3.1 지배방정식

익면 주위의 유체는 비점성, 비압축성인 이상유체이고, 유동은 비회전흐름이라 가정하면 속도포텐셜 ϕ 가 존재한다.

비압축성 포텐셜유동은 연속방정식을 만족시켜야 한다. 즉,

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (5)$$

또한, 상식을 만족시키기 위해서는 속도포텐셜

ϕ 는 조화함수이어야 하며, 따라서 다음의 라플라스(Laplace)방정식을 만족하여야 한다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (6)$$

경계조건은 블레이드면에서의 법선방향 속도성분 0으로 주어지며 다음 식으로 표시된다.

$$\nabla \phi \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (7)$$

3.2 속도포텐셜

2차원 익주변의 유동을 해석하기 위해, Fig. 2에서 단일익 후연으로부터 시계방향으로 m 개의 미소패널을 익면에 근사시킨다. 각 패널의 중심점을 제어점이라 하며, 이 점을 지나 서로 이웃하는 패널의 교차점을 경계점이라고 한다.

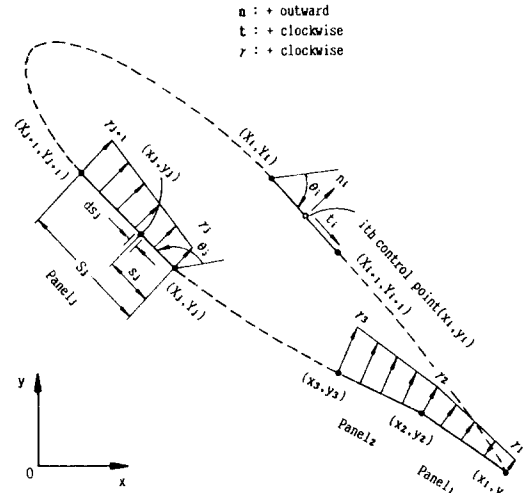


Fig. 2 Replacement of a blade by vortex panels of linearly varying strength

Fig. 3에서 임펠러축 중심의 용출점세기 Q_b 및 k m번째 블레이드의 j 번째 패널상에 분포된 와류세기 γ 에 의해서, k 번째 블레이드의 i 번째 패널 제어점(x_{ki}, y_{ki})에 유기되는 속도포텐셜은 다음과 같이 표시된다.

$$\phi(x_{ki}, y_{ki}) = \frac{Q_b}{2\pi} \ln(x_{ki}^2 + y_{ki}^2)^{1/2}$$

구할 수 있다.

3. 5 압력계수

식(18)에 의해 익면에서 속도분포가 구해지면 베르누이방정식으로 부터 다음과 같이 익면에서의 압력분포를 나타내는 무차원 압력계수를 구할 수 있다.

$$CP_{ki} = \frac{P_{ki} - P_t}{\rho(r_2\omega)^2} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{r_{ki}}{r_2} \right)^2 - (VT_{ki})^2 \right] \quad (19)$$

3. 6 익간의 유동

3. 6. 1 복소속도포텐셜

임펠러축 중심에서의 용출점세기 Q_b 에 의한 익간의 임의점(x_{kf} , y_{kf})에서 복소속도포텐셜은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} w_{kf} &= \phi_1 + i\psi_1 \\ &= (Q_b/2\pi)\ln r_{kf} + i(Q_b/2\pi)\theta_{kf} \end{aligned} \quad (20)$$

상식에서 r_{kf} 는 축중심에서 임의점까지의 거리이고, θ_{kf} 는 r_{kf} 의 방향각이다.

식(15)로 부터 구한 익면에 분포된 와류세기에 의한 임의점(x_{kf} , y_{kf})에서 복소속도포텐셜은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W_{kf} &= \phi_2 + i\psi_2 \\ &= - \sum_{km=1}^{NB} \sum_{j=1}^m \int \frac{1}{2} \gamma(s_{kmj}) \tan^{-1} \\ &\quad \left(\frac{y_{kf} - y_{kmj}}{x_{kf} - x_{kmj}} \right) ds_{kmj} + i \sum_{km=1}^{NB} \sum_{j=1}^m \int \frac{1}{2\pi} \gamma(s_{kmj}) \ln \\ &\quad \left[(x_{kf} - x_{kmj})^2 + (y_{kf} - y_{kmj})^2 \right]^{1/2} ds_{kmj} \end{aligned} \quad (21)$$

따라서, 익간의 임의점에서 무차원 속도성분 u , v 는 식(20)과 식(21)에서 정의된 용출점과 와류에 의한 속도성분과 임펠러의 회전각속도에 의한 속도성분으로 이루어진다.

$$u(x_{kf}, y_{kf}) = \frac{1}{r_2\omega} \left(\frac{\partial\phi_1}{\partial x_{kf}} + \frac{\partial\psi_2}{\partial y_{kf}} \right) + \left(\frac{r_{kf}}{r_2} \right) \sin\alpha_{kf} \quad (22)$$

$$v(x_{kf}, y_{kf}) = \frac{1}{r_2\omega} \left(\frac{\partial\phi_1}{\partial y_{kf}} - \frac{\partial\psi_2}{\partial x_{kf}} \right) - \left(\frac{r_{kf}}{r_2} \right) \cos\alpha_{kf} \quad (23)$$

3. 6. 2 압력계수

식(22)와 식(23)에서 익간의 속도가 구해지면 다음과 같이 익간의 압력분포를 나타내는 무차원 압력계수를 구할 수 있다.

$$CP_{kf} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{r_{kf}}{r_2} \right)^2 - (u^2 + v^2) \right] \quad (24)$$

4. 수치해석결과 및 고찰

4. 1 계산조건

본 연구는 익 입구각 $\beta_1=21^\circ$, 출구각 $\beta_2=35^\circ$ 인 원호익과 익 입출구각 $\beta=30^\circ$ 인 나선형익을 갖는 2차원 원심펌프에서 임펠러 입구와 출구 반경비(r_1/r_2)가 0.6, 임펠러외경 100mm, 임펠러폭 15mm, 익두께 3mm, 최대효율에서 유량 Q 는 0.256 m^3/min , 회전수 N 은 200 r.p.m.을 계산조건으로 한다. 또한 Fig. 4에서 미소패널수는 익마다 18개이다. 익수는 예비계산시 2개로 부터 6개까지를 고려하였으나, 본 연구에서는 4개, 5개 그리고 6개의 계산결과만을 나타내었다. 본 수법의 계산은

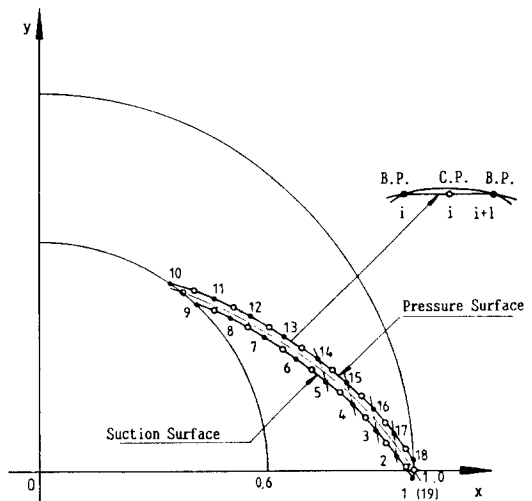


Fig. 4 Coordinates of control points and boundary point of reference blade

PC를 이용하였으며, 계산시간은 386DX(33MHz) 상에서 최대 2분정도가 소요되었다.

4.2 결과 및 고찰

Fig. 5에서 Fig. 9까지는 원호익을 갖는 임펠러 경우이다. Fig. 5는 익수 $z=6$, 유량계수 $\phi=0.216$ 인 원호익에서의 실험결과(흑점) 및 등각사상에 의해 구해진 1차정도의 계산결과(점선) 및 2차정도의 계산결과(백점)를 동시에 표시한 그림이다. 1차정도(점선)인 경우에는 전연부근에서 무한대의 압력분포값을 갖으나, 본 수법에 의한 계산결과에서는 유한의 값을 보임으로서 실험결과와의 비교가 보다 용이함을 알 수 있다. 실험결과와 계산결과가 차이가 생기는 이유는 실제의 운전조건에서는 점

성의 영향으로 익면 및 측판에 접하여 경계층이 발달하기 때문에 익면의 유로가 좁아져서 그만큼 유로내의 속도가 크게 되어 흐름의 압력이 저하하기 때문으로 보아진다. 따라서 실험결과를 상방향으로 이동하면 거의 근접한 압력분포값을 구할 수가 있다.

Fig. 6은 동일한 유량계수하에서 익의 수를 변경했을 경우의 압력계수분포를 보이고 있다. 익수가 적을수록 전체적인 압력분포도 낮아지는 경향을 보이고 있음을 알 수가 있다.

Fig. 7은 익수가 4개 일때의 속도분포 및 압력분포를 보이고 있다. 속도분포에서는 부압면 입구에서 빠른 유속분포를, 압력면 입구에서 느린 속도분포를 보임을 알 수가 있다. 압력분포 그림에서는

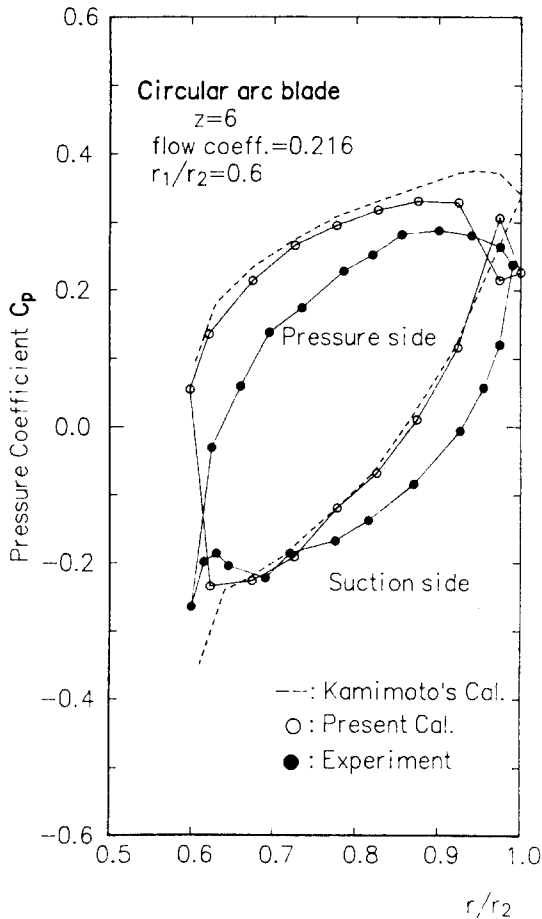


Fig. 5 Comparison with other results

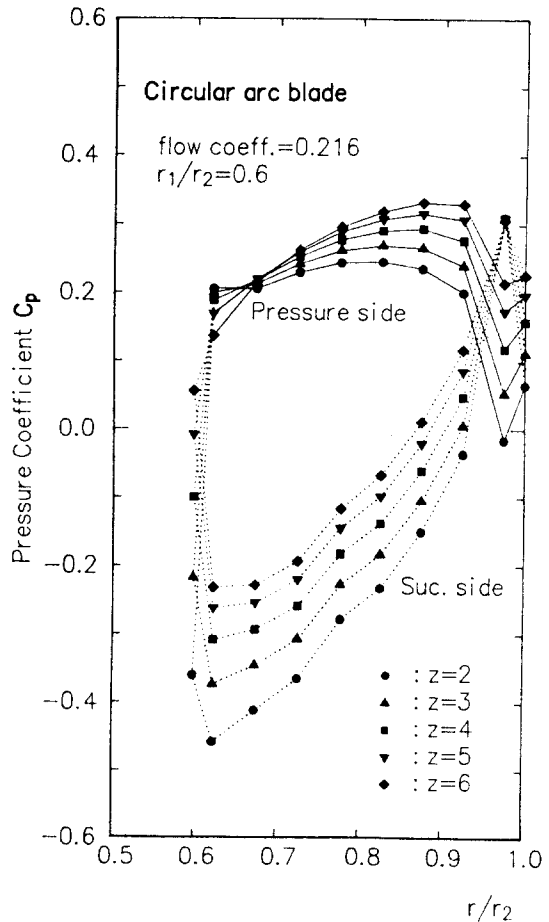


Fig. 6 Pressure coefficient

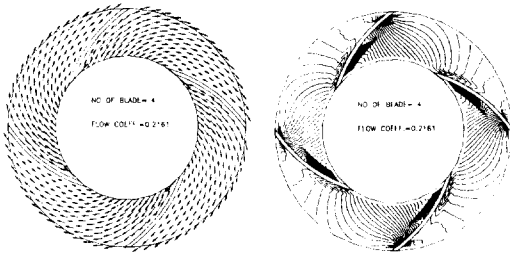


Fig.7 Velocity & pressure distribution at Z=4

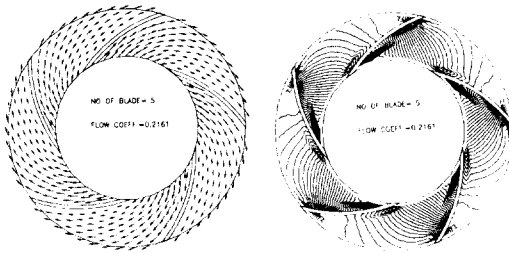


Fig. 8 Velocity & pressure distribution at Z=6

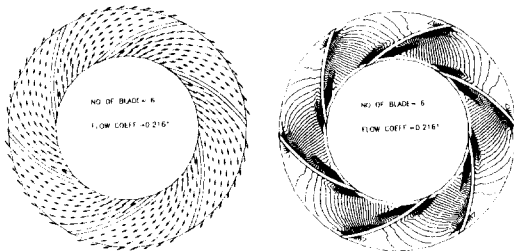


Fig. 9 Velocity & pressure distribution at Z=6

부압면근방에서 압력구배가 큼을 알 수 있다.

Fig. 8은 익수가 5개, Fig. 9는 익수가 6개 일때의 결과이나 전체적인 경향은 익수가 4개인 경우와 비슷함을 알 수 있다.

Fig. 10은 익수가 6개에서 나선형익의 입출구각의 변화에 따른 익면의 압력분포 그림으로 압력면과 부압면의 압력차가 크고, 익수가 많을 수록 익과 유입유동의 충돌현상으로 전연부에서 압력변화가 큼을 알 수 있다. 또한, 익각도가 작을 수록 압력면 및 부압면에서 압력이 전반적으로 낮음을 알 수 있다.

Fig. 11은 나선형익 입출구각이 30°에서 속도분

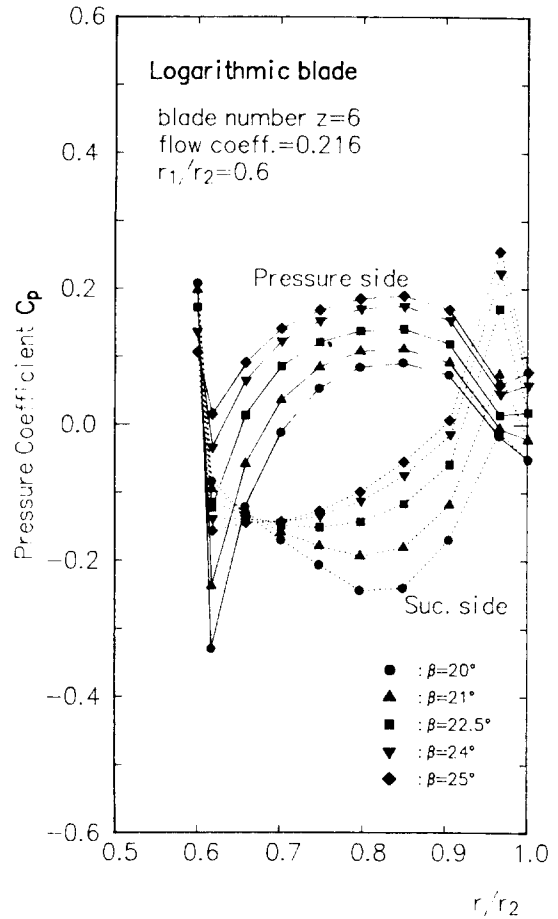


Fig.10 Pressure coefficient at Z=6

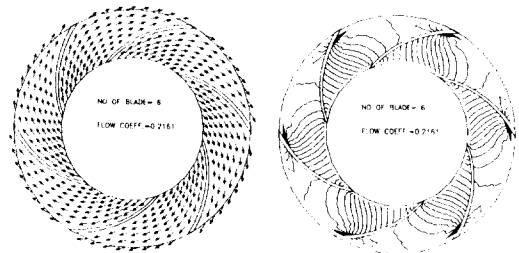


Fig.11 Velocity & pressure distribution at $\beta=30^\circ$

포 및 압력분포를 보인 것으로 속도벡터는 익면을 따라 부드럽게 흐르며, 등압력선도 입구측으로부터 거의 일정한 간격으로 분포됨을 알 수 있다.

5. 결 론

이상의 연구결과를 종합하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 2차원 원심터보기계의 유동해석을 위하여 원호의 및 나선형익을 갖는 임펠러에 대하여 익면상의 압력분포와 블레이드간의 속도 및 압력분포를 구하는 계산수법을 제시하였다.

2) 종래에는 익 두께를 무시한 특이점법으로 유동해석을 하였으나, 본 연구에 서는 2차 정도의 와류패널법을 이용하여, 유한의 두께를 갖는 임의형상의 익 주변의 유동해석을 가능케 하였다.

3) 본 연구에서 제시한 수법은 원심식 또는 축류식 터보기계의 기초적인 성능평가에 유용하게 이용될 수 있을 것으로 보이며, 앞으로 케이싱을 고려한 익의 유동해석에 대한 연구가 요망된다.

참고문헌

- 1) Birnbaum, ZAMN, Bd.3, S.290(1923)
- 2) H.Schlichting and N.Scholz : Uber die theoretische Berechnung der Stromungsverluste eins ebenen Schaufelgetters, Ingenieur - Archiv, Vol. 19, pp.42(1951)
- 3) E.Martensen : Caluculation of Pressure Distribution over Profiles in Cascade in Two - Dimensional Flow, by means of a Fredholm Integral Equation, Archives for Rotational Mechanics and Analysis, Vol. 3, pp. 235 - 270(1959)
- 4) S.Murata : Research on the Flow in a Centrifugal Pump Impeller(1st report, A Theory on Straight Cascades of Thin Wings), Bulletin of Japan Society of Mechanical Engineers, Vol. 5, No. 17, pp. 95 - 101(1962)
- 5) G.Kamimoto and Y.Matsuoka : One Method of Calculating the Flow in a Centrifugal Type Impeller Especially with a Large Number of Vanes and with Splitter Vanes, Proceedings of IAHR Symposium, Sendai Japan, pp. 377 - 395 (1962)
- 6) Y. Senoo and Y.Nakase : A Blade Theory of an Impeller with an Arbitrary Surface of Revolution, Trans. ASME, pp.454 - 460(1971)
- 7) J.L. Hess : Review of Integral Equation Techniques for Solving Potential Flow Problems with Emphasis on the Surface Source Method, Computer Methods In Applied Mechanics and Engineering 5, pp.145 - 196(1975)
- 8) I.G. Currie : Fundamental Mechanics of Fluids, McGraw - Hill(1974)
- 9) C.Y.Chow : An Introduction to Computational Fluid Mechanics, John Wiley & Sons, Inc.(1979)
- 10) C. Kamimoto et. al. : Application of Singularity Method in Turbomachinery, Symposium 1980 Tokyo, IAHR - AIRH, pp. 649 - 660(1980)
- 11) D.R. Bristow : Development of Panel Methods for Subsonic Analysis and Design, NASA CR 3234 (1980)
- 12) B. Hunt : The Panel Method for Subsonic Aerodynamic Flows, Computational Fluid Dynamics, pp. 99 - 166(1980)
- 13) S.A.Jepps : Computation of Vortex Flow by Panel Methods, Computational Fluid Dynamics, pp. 505 - 542(1980)
- 14) R.V.D. Braembussche : The Application of Singularity Methods to Blade to Blade Calculations, Thermo Dynamics and Fluid Mechanics of Turbomachinery Vol. 1, pp.167 - 190(1984)
- 15) 猪坂弘 外 : パネル法を利用した翼列の逆問題, 日本機械學會論文集, 55 - 515, pp.1937 - 1942(1989)