

의사스펙트로법에 의한 대기확산현상의 수치모델(2) — 실규모의 복잡지형에서의 스펙트로모델 —

Numerical Models for Atmospheric Diffusion Phenomena by Pseudospectral Method(2) — Spectral Model for a Hilly Terrain of Real Scale —

김 선 태

대전대학교 공과대학 환경공학과
(원고접수: 1993. 7. 24)

Sun-Tae Kim

Dept. of Environmental Engineering, Taejon University
(Received 24 July 1993)

Abstract

Theoretically, spectral method has the highest accuracy among present numerical methods, but it is generally difficult to apply to complex terrains because of complex boundary conditions. Recently, spectral-element method, basically divide the domain into a set of rectangular subdomain and solve the equation at each subdomain, has been introduced. However, boundary conditions become more complex and requires more computing time, thus spectral-element method is not powerful for all complex terrain problems.

In this paper, potential flow theory was introduced to solve the air flows and diffusion phenomenon in the presence of terrain obstacles. Using the velocity potential-stream line orthogonal coordinate space, the diffusion problems of hilly terrain by pseudospectral method were solved and compared those with no terrain real scale solutions.

1. 서 론

편미분방정식을 풀기 위한 수치해법의 하나인 스펙트로법은 그 고도의 정확성(김선태 등, 1991) 때문에 최근 관심이 집중되고 있는 방법이다. 특히 지구환경문제가 심각히 우려되고 있는 상황에서 스펙트로모델은 회전 구면체의 극(極)의 처리가 쉽다는 점 때문에 온실효과나 지구규모에서의 오염물질의 장거리이동의 해석에 그 이용이 기대되어진다(西村浩一, 1993). 실제로 기상예보 분야에서는 남반구나 북반구의 일부분을 대상으로 스펙트로모델이 이용되어지고 있는 실정이다(日本氣象廳豫報部, 1982).

본 연구는 스펙트로법에 의한 대기확산현상의 해

석방법에 관한 연구의 일환으로 제1보(김선태 등, 1991)에서는 대기확산방정식의 유도과정과 스펙트로법의 정확성에 관하여 살펴 보았다. 또한, 제1보에서는 간단한 1차원의 확산방정식을 대상으로 하여 스펙트로법과 유한차분법, 유한요소법의 결과를 해석해와 비교하여 스펙트로법의 고도의 정확성에 대해 예시하였으며, 무차원화한 2차원의 대기확산방정식을 대상으로 하여 해석해와 비교한 결과, 스펙트로법에 의한 수치해가 해석해와 상당히 일치하고 있음을 알 수 있었다. 제2보에서는 실제규모에 적용한 결과와 현재까지 스펙트로법의 가장 큰 단점이라고 지적되어 왔던 복잡지형에의 적용문제를 살펴보기로 한다.

스펙트로법이 고도의 정확성에도 불구하고 지금까지 현실의 대기확산문제의 해석에 이용되지 못하였던 주된 이유는 복잡지형에의 적용상의 어려움 때문이라고 할 수 있다. 스펙트로법은 대상영역의 수치분포를 하나의 확장함수로 근사하여 풀고자 하는 방법으로, 경계조건을 만족하는 확장함수의 선택이 해의 정확성에 크게 관여한다(Orsag, 1972). 따라서 복잡한 지형의 존재에 의해 경계조건이 복잡하거나 장방형 외의 대상영역에 대한 그 적용이 의문시되었다.

이러한 문제점을 개선하기 위하여 유한요소법에서와 같이 복잡지형을 장방형으로 구성되는 몇 개의 영역으로 분할한 뒤, 각각의 장방형 영역에서 물질보전법칙을 만족하도록 방정식을 구성하여 이를 연립하여 푸는 이른바 스펙트로요소법(Spectral Element Method)이 최근 여러 분야에서 연구되기 시작하였다(Canuto et al., 1988). 그러나, 스펙트로요소법은 분할되어진 각각의 영역에서의 수치오차가 전 영역으로 확대, 증폭되어질 우려가 있으며, 계산시간이 많이 소요된다는 점 때문에 아직도 연구단계에 머무르고 있는 실정이다.

대기확산현상의 해석에서 대기오염물질의 거동은 대기의 흐름에 지배되고, 또한 대기의 흐름은 지형에 의해 크게 좌우되기 때문에 대기오염물질의 확산현상을 정확히 규명하기 위해서는 지형의 영향도 충분히 고려하지 않으면 안된다. 이에 본 연구에서는 이전부터 바람의 흐름을 해석하기 위하여 주로 이용되어졌던 속도 Potential류 이론을 응용하여 복잡지형에서의 스펙트로법의 적용을 가능하게 하였다. 즉, 속도 Potential류 이론에 의해 복잡지형이 존재하는 좌표계를 속도 Potential-유선의 직각공간으로 좌표변환을 하면 경계조건이 단순하게 되어 스펙트로법에 의한 해석이 가능하게 된다.

본 연구에서는 우선 복잡지형이 존재하는 경우의 바람장을 해석하는 방법을 간단히 소개하고, 실규모의 평지에 대한 스펙트로법의 적용결과와 속도 Potential-유선법에 의한 복잡지형에서의 대기확산현상의 해석결과를 토대로 복잡지형이 존재하는 경우와 복잡지형이 존재하지 않는 경우의 오염물질의 분포상황을 비교, 분석하기로 한다.

2. 속도 Potential-유선법

복잡지형에서의 바람장을 구하기 위한 모델로서 현재 이용되고 있는 대표적인 것으로는 Navier-Stokes 운동방정식을 수치해법에 의해 직접 푸는

방법, 객관해석법, Potential류에 의한 방법 등이 있다(金善泰, 1992).

첫번째 방법은 N-S방정식을 수치적으로 풀어서 속도성분을 구하는 방법으로, 시간변수에 대한 평균화조작에 의해 얻어지는 Reynolds방정식 중의 변동 성분인 Reynolds응력항을 어떻게 완결하느냐(Closure Problem)에 따라 여러 가지 모델이 제안되어지고 있다. 이 방법은 2차 Moment 혹은 고차의 Moment해석에 적합하기 때문에 난류문제의 해석에 주로 이용되어지고 있는 방법이다.

객관해석법은 복잡지형의 바람의 흐름을 구하고자 할 때 주로 이용되어지고 있는 방법으로, 대상영역내의 몇개의 관측점으로부터 얻어진 풍속, 풍향 자료를 내삽, 외삽하여 해석대상영역의 격자점에서의 속도vector를 구하는 방법이다.

Potential류의 방법은 복잡지형을 반원통 또는 반구로 근사한 뒤, 그 주위의 속도 Potential과 유선(Streamline)이 직교한다는 성질을 이용하여 바람의 흐름을 표시하거나 속도 Potential에 관한 Laplace 방정식을 수치적으로 풀어서 해석하는 방법이다. 또한 와류(Vorticity)가 존재하는 경우에는 속도-압력계(u, v, p)에서 압력항을 소거해서 얻어지는 유선-와도방정식을 구해서 푸는 것이 일반적이다.

이 중에서 본 연구에서는 대기의 상태가 중립이고 점성의 효과를 무시할 수 있다고 보고, 스펙트로법에 의한 해석과 관련하여 복잡지형상공의 이류, 확산현상을 파악하기 위한 수학모델로서 효과적이라고 판단되는 Potential류 이론을 이용하기로 한다. Potential류 이론은 속도 Potential과 유선이 직교한다는 성질을 이용하여, 복잡지형이 존재하는 물리공간(평탄한 지표면을 $x-y$ 평면, 그것에 연직인 방향을 z 축으로 하는 통상 이용되어지고 있는 $x-y-z$ 평면)을 속도 Potential-유선 공간으로 좌표변환하여 복잡지형에 의한 복잡한 경계조건을 단순화하여 해석하는 방법이다.

다음에 복잡지형에의 스펙트로법의 적용을 위해 속도 Potential함수와 유선함수를 구하는 과정에 대해 살펴보기로 한다. 우선 풍속 U 의 평행류와 여러 개의 2차원의 가상의 복원의 합성에 의해 얻어지는 속도 Potential함수가 대상 복잡지형을 모사하도록 한다. 이때 얻어지는 속도 Potential 함수(Φ)와 유선함수(Ψ)는 각각

$$\Phi = U \left\{ x + \sum_{i=1}^n \frac{(x-x_i)a_i^2}{(x-x_i)^2 + (z-z_i)^2} \right\} \quad (1)$$

$$\Psi = U \left\{ (z-z_i) - \sum_{i=1}^n \frac{(z-z_i)a_i^2}{(x-x_i)^2 + (z-z_i)^2} \right\} \quad (2)$$

과 같으며, (x, z) 는 열원의 유선이 복잡지형의 경계조건을 근사할 수 있도록 배치한 열원의 위치, a 는 열원의 강도, n 는 열원의 갯수를 의미한다. 복잡지형이 존재하는 x, y 공간을 식(1), (2)에 의해, 공간으로 좌표변환하면 경계조건이 평탄지형의 직선상의 경계조건으로 변하게 되어 스펙트로법의 적용이 용이하게 된다(市川陽一 등, 1981).

한편, 수평, 연직방향의 2차원의 경우, 확산방정식은 풍하방향의 확산항이 이류항에 비하여 무시할 수 있다고 가정하여

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial c}{\partial z}) \quad (3)$$

과 같이 표시할 수 있다. 여기에서 u, w 는 x, z 방향의 속도성분, K_z 는 z 방향의 확산계수이다. 이 식을 속도 Potential-유선공간의 식으로 변환하면

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial \Phi} = \frac{\partial}{\partial \Psi} (K \Psi \frac{\partial c}{\partial \Psi}) \quad (4)$$

와 같이 된다. 여기에서 $K \Psi = UK_z$ 이며, 그림 1의 복잡지형의 기복이 존재하는 경우의 x, z 의 함수인 경계조건 $h_B = h(x, z)$ 가 속도 Potential-유선 공간에서는 $h_B = \Psi_B = const.$ 로 되어 확산방정식을 직선상의 경계조건으로 취급하게 된다.

3. 결과 및 고찰

3.1 수치실험의 대상지형과 조건

오염물질의 확산에 대한 복잡지형의 영향을 살펴 보기 위하여 대상공간의 중앙에 폭 1.4km, 높이 150m의 언덕형의 복잡지형을 가정하여 앞의 방법에 의해 계산하였다. 이와 같은 복잡지형이 존재하는 경우, x, z 공간에서는 그림 1과 같이 복잡지형에 의한 비직선형의 경계조건을 고려해야 하며 스펙트로법의 원리상 그 적용이 어려워진다. 따라서

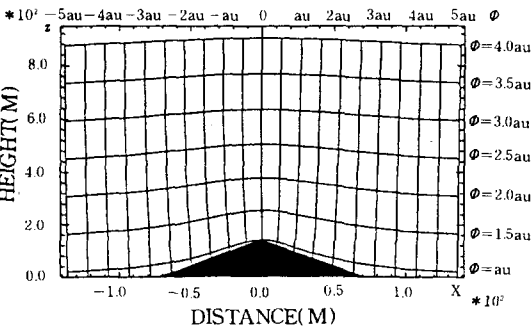


Fig. 1. The Distribution of equivalent velocity potential and streamfunction.

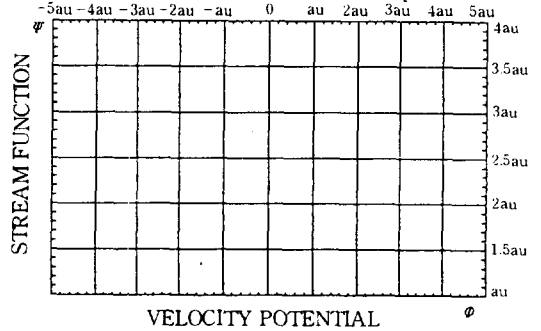


Fig. 2. Boundary condition in velocity potential and streamfunction space.

이 복잡지형을 앞에서의 방법에 의해 속도 Potential-유선 공간으로 좌표변환하면 그림 2와 같이 되며, 지표면의 경계조건이 직선이 되어 스펙트로법의 적용이 가능해진다. 본 수치실험에서는 그림 1에서 $(x, z) = (0, -283)$ 에 $a = 283m$ 강도의 열원이 존재하는 경우의 유선($\Psi = au$)이 대상지형의 경계조건을 근사하게 모사하고 있다.

수치실험의 조건은 다른 수치실험 결과와 비교하기 위하여 똑같은 조건인 $u = 5m/s, K_z = 5m^2/s, Q_0 = 1m^3/Sm$ 로 주었으며, 발생원에서의 농도 c 는 δ 함수의 형태로써 실제의 계산에서는

$$c(0, z, t) = \begin{cases} \frac{Q_0}{u(h) \Delta z} & h - \frac{\Delta z}{2} < z < h - \frac{\Delta z}{2} \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (5)$$

와 같은 형태로 대입하였다.

여기에서 h 는 발생원의 높이로 본 연구에서는 90m로 하였고, Δz 는 연직방향의 격자간격이다. 경계조건은 상부와 하부 모두 완전반사한다는 조건 ($\frac{\partial c}{\partial z} = 0$) 아래에서 해석하였다.

스펙트로법은 전보에서와 같이 x 방향에 대해서는 Fourier변환, z 방향에 대해서는 Chebyshev 변환을 이용하였다. Fourier 변환에 대해서는 Cooley et al. (1970) 등의 방법을 이용하여 Fourier cosine 변환과 Chebyshev 변환을 동시에 수행할 수 있는 실수 FFT(Fast Fourier Transform : 고속 Fourier 변환)법을 작성(金善泰 등, 1992)하여 이용하였다.

여기서, 2차원의 Fourier cosine 변환에 대하여 FFT를 사용하지 않고 직접 계산하는 경우와 복소수 FFT에 의해 계산하는 경우와 본 연구에서의 실수 FFT에 의해 계산하는 3가지 경우에 대해 컴퓨터의 연산시간을 비교한 것을 그림 3에 나타내었다. FFT는 자료의 개수가 늘어남에 따라 연산시간

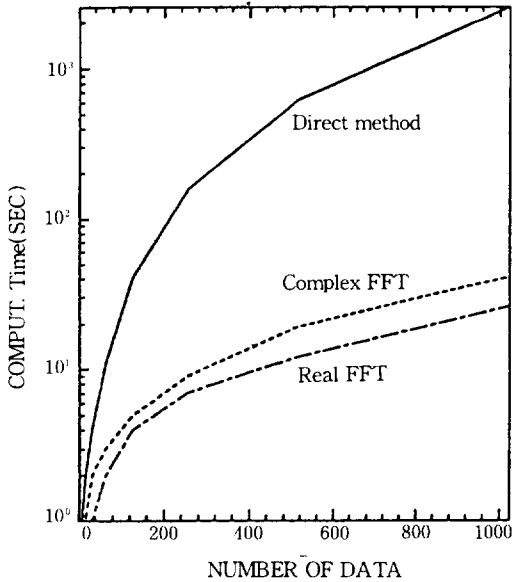


Fig. 3. Comparison of computational time for three Fourier transform method.

은 지수적으로 증가하고 있으며, 실수 FFT법이 종래의 복소수 FFT법보다 다소 연산시간이 감소하고 있음을 알 수 있다.

3.2 복잡지형의 영향에 관한 분석

그림 4와 그림 5는 발생원의 높이가 90m인 경우의 앞의 조건에 대해 스펙트로법에 의해 복잡지형에서의 농도를 계산한 결과이다. 이들 결과는 정상상태($t=2 \times 10^4 \text{sec}$)에서의 결과로 그림 4는 언덕형 복잡지형이 없는 경우의 등농도 분포도이고, 그림 5는 언덕형 복잡지형이 있는 경우의 등농도 분포도로, 그림 5에는 그림 4와 비교하여 복잡지형의 영향이 나타나고 있음을 알 수 있다.

복잡지형의 영향을 더욱 자세히 살펴 보기 위하여, 발생원의 높이가 45m, 90m, 135m의 세 가지 경우에 대해 복잡지형이 존재하는 경우와 복잡지형이 없는 경우의 지표면의 농도분포를 비교하였다. 그림 6이 그 결과로, 언덕형 복잡지형이 있는 경우가 평지에 비해 복잡지형 앞 쪽의 발생원 부근에서 고농도가 나타나고, 복잡지형의 뒤편에서 낮은 농도를 나타내고 있음을 알 수 있다. 또한, 발생원의 높이가 높아짐에 따라 복잡지형이 있는 경우의 농도와 복잡지형이 없는 경우의 농도의 교차지점이 멀어지고 있음을 알 수 있다. 이 결과는 市川 등(1980)의 유한차분법에 의한 수치해와 通地 등(1981)의 풍동실험의 결과와 정성적으로 일치하고 있다.

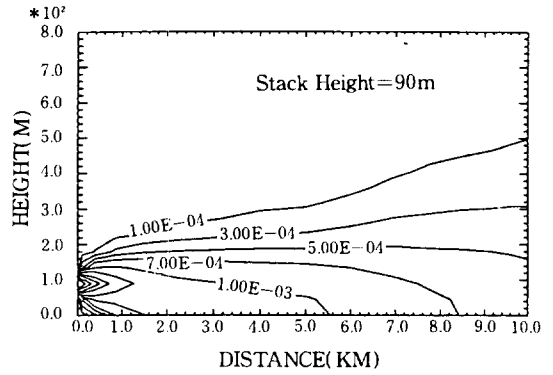


Fig. 4. Contour map of steady-state concentration at flat terrain.

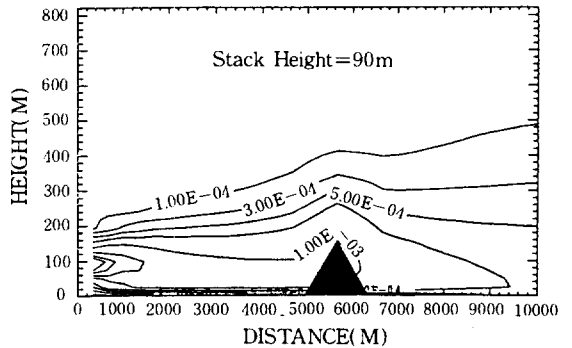


Fig. 5. Contour map of steady-state concentration over a hilly terrain.

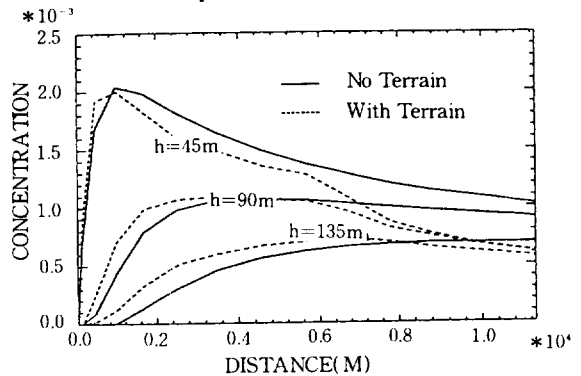


Fig. 6. Comparison of surface concentration in case of with a hilly terrain and flat terrain.

4. 결 론

본 연구에서는 스펙트로법에 의해 간단한 복잡지형이 존재하는 경우의 확산현상에 대하여 살펴 보았다. 스펙트로법은 유한차분법이나 유한요소법에 비해 원리적으로 그 정확성이 높지만, 복잡지형에

의한 경계조건이 복잡한 경우 그 적용상에 어려움이 따른다. 이에 본 연구에서는 간단한 2차원의 언덕형 복잡지형이 존재할 경우, 보통의 물리공간을 복잡지형을 모사하는 속도 Potential-유선공간으로 변환하여 복잡지형에 의한 경계조건을 직선의 경계조건으로 바꾸어 스펙트로법의 적용을 가능하게 하였다. 그 결과 언덕형 복잡지형에서의 농도 분포를 구하고, 언덕형 복잡지형이 오염물질의 확산에 미치는 영향에 대하여 파악할 수 있었다.

속도 Potential-유선법은 다른 수치해법에서도 복잡지형을 해석하기 위하여 이용되는 방법으로, 속도 Potential-유선법의 이용에 따른 문제점으로는 지형이 더욱 복잡해질 때 그 지형을 근사하는 열원의 위치와 강도를 정의하는 것이 용이하지 않다는 점과 복잡지형에서의 확산계수의 처리방법 등이다. 이러한 문제점이 보완되면 속도 Potential-유선법은 대기확산현상의 해석에 대한 스펙트로법의 이용에 더욱 강력한 위력을 발휘할 것으로 보인다.

스펙트로법은 현재 이론과 응용 등 여러 분야에서 많은 연구가 진행되고 있다. 사실상 현재의 이론만으로는 스펙트로법을 실제의 대기오염물질의 확산과정의 해석에 이용하는 것은 어렵지만, 그 정확성의 면 때문에 장래 이 방법에 대한 기대는 크다고 할 수 있으며, 이에 앞으로의 스펙트로법에 관련한 여러 연구성과를 기대하고 싶은 바램이다.

참 고 문 헌

김선태, 장영기(1991) 의사스펙트로법에 의한 대기 확산현상의 수치모델(1)-대기확산방정식과 스펙트로모델-, 한국대기보전학회지 제7권 제3호, 189-196.
 金善泰, 平岡正勝(1992) 大氣擴散方程式의擬스펙

トル解法に関する考察, 日本衛生工學研究論文集, Vol. 28, 85-91.
 金善泰(1992) 스펙트로법による大氣擴散現象の數値シミュレーションに関する研究, 京都大學大學院 工學研究科 衛生工學專攻 博士學位論文.
 西村浩一(1993) 스펙트로법による地球規模の大氣汚染物質擴散モデルの構築とその可視化, 京都大學大學院 工學研究科 環境地球工學專攻 碩士學位論文.
 日本氣象廳豫報部(1982) 스펙트로법による數値豫報(その理論と實際), 5-11.
 市川陽一, 四方浩, 通地克三(1981), 地形影響を考慮した氣流及び排ガス擴散の數値モデル開發(1), 電力中央研究所報告 281012, 電力中央研究所.
 通地克三, 四方浩, 市川陽一(1981) 排ガス擴散におよぼす地形影響の類型化, 電力中央研究所報告.
 Canuto C., M. Y., Hussaini A. Quarteroni and T. A. Zang(1988) Spectral methods in fluid dynamics, Springer-Verlag.
 Cooley J. W., P. A. W. Lewis and P. D. Welch (1970) The fast Fourier transform algorithm, Programming consideration in the calculation of sine, cosine and Laplace transforms, J. Sound. Vib. 12(3), 315-337.
 Demuth Cl(1978) A distribution to the analytical steady solution of the diffusion equation for line sources. Atmos. Environ. 12, 1255-1258.
 Orsag S. A.(1972) Comparison of Pseudospectral and Spectral Approximations, Stu. Appl. Math. 3, 253-259.