經營科學 第10卷 第2號
1993年 10月

線型問題에서의 퍼지集合 이용

全龍鎭*

A Use of Fuzzy Set in Linear Programming Problems

John Yong Jean*

ABSTRACT

This paper shows the application of fuzzy set and nonlinear membership function to linear programming problems in a fuzzy environment. In contrast to typical linear programming problems, the objectives and constraints of the problem in a fuzzy environment are defined imprecisely. This paper describes that fuzzy linear programming models can be formulated using the basic concepts of membership functions and fuzzy sets, and that they can be solved by quadratic programming methods. In a numerical example, a linear programming problem with two constraints and two decision variables is provided to illustrate the solution procedure.

1. 서 론

오늘날 기업에서 이루어지고 있는 의사결정은 불확실성하에서 이루어지고 있는데, 정교한 경영과학모형을 적용하려면 의사결정에 필요한 자료를 정확한 수치로 바꾸어 주어야 한다. 그러나 기업이 해결해야 하는 문제는 공학분야에 비해 애매함과 모호성이 매우 많기 때문에 정확한 수치로 計數化하기 곤란하다.

기존의 경영과학모형에서는 애매함과 모호성을 회피하거나 여러 가지 전제조건에 의하여 불확실성을 제거하려고 노력하였으나 이는 문제의 본질을 변형시키는 것일 수도 있었다. 따라서 경영분야의 불확실성을 체계적으로 문제의 내부에 반영하여 경영과학모형에 포함시키고 불확실성을 동시에 推論하는 방법이 필요하다.

상황이 복잡하고 불확실할수록 의미있고 정확한 數理模型 작성은 어려워지므로 문제 자체가 가지고 있는 모호한 개념을 해결하기 위한 접근방법인 퍼지집합이론을 적용할 필요가 있다[14]. 따라서 경영과학모형이 애매한 표현을 처리하기 위해서는 퍼지집합이 기존 해법이 가지는 불확실성 처리에 대한 한계점을 개선할 수 있는 하나의

* 우석대학교 경영학과 조교수

방법이라고 할 수 있다.

퍼지집합은 경영의사결정의 불확실한 상황을 그대로 표현해 주는 방법으로 1965년 자데(L.A. Zadeh)에 의해 소개되었다. 자데는 퍼지이론으로 불명확성이 내재된 문제를 적절히 해결할 수 있는 새로운 개념을 제시하기 위해 퍼지집합(fuzzy set) 개념을 이용하였다[15].

현재 퍼지집합을 경영과학모형에 적용하여 불확실성을 해결하려는 연구가 활발히 이루어지고 있는데, 그 중에서도 整數계획법[5;17], 선형계획법[16], 目標계획법[6;9;12;18], 動的계획법[14], 네트워크 모형[3;10;11], 의사결정[1;2;7;15]이 주류를 이루고 있다.

본 연구에서는 경영과학모형의 하나인 선형계획모형에 퍼지집합을 적용하는 것에 국한하고자 한다. 일반적으로 線型計劃模型이 작성되려면 의사결정변수의 계수가 명확히 알려져야 하는 데 비해, 퍼지형 선형계획모형에서는 目的과 制約條件이 불명확하여 선형식이 모호하게 표현될 때에 사용할 수 있다.

본 연구에서는 애매한 상황하의 선형문제를 해결하기 위해 필요한 퍼지집합과 맴버쉽 함수를 간단히 소개하고, 일반 선형계획모형이 멤버쉽 함수를 통하여 二次計劃模型으로 변환되는 과정을 설명하였다. 또한 제약식과 의사결정변수의 수가 2개인 간단한 예제를 가지고 이차계획모형으로 변환한 후 비선형계획 프로그램인 GINO/PC (General INteractive Optimizer/PC)를 이용하여 最適解에 대한 퍼지집합을 구한 후 맴버쉽 함수의 값이 가장 큰 의사결정변수의 값을 퍼지형 선형계획문제의 解로 결정하는 절차를 보였다.

2. 퍼지집합과 멤버쉽 함수

2.1 기 호

X, Y, Z : 보통의 집합

A, B, C : 경계가 불명확한 퍼지집합

x, y, z : 집합의 원소

$\mu_A(\cdot)$: 퍼지집합 A의 멤버쉽 함수

$\mu_A(x)$: 원소 x가 퍼지집합 A에 소속될 멤버쉽 함수의 값

$A = \{x, \mu_A(x)\}$: 퍼지집합 A의 표현방법

2.2 퍼지집합과 멤버쉽 함수

멤버쉽 함수(membership function)는 어느 원소가 특정 집합에 소속될 가능성을 나타내는 함수를 의미한다. 멤버쉽 함수의 값 $\mu_A(x)$는 원소 x가 불명확한 퍼지집합 A에 속할 가능성을 나타내며, 이 값은 0과 1사이의 實數로 표현된다. 따라서 $\mu_A(x)$의 값이 1에 접근하면 원소 x가 퍼지집합 A에 속할 가능성 정도가 매우 크다는 것을 의미하고, 반면에 그 값이 0에 가까울수록 퍼지집합 A에 속할 가능성이 매우 희박하다는 것을 의미한다.

보통 집합에서는 경계가 명확하기 때문에 멤버쉽 함수 값은 x가 집합 X의 원소이면 1, 아니면 0이 되는 데 비해, 퍼지집합 A는 경계가 불명확하여 원소 x가 A에 속할 가능성을 멤버쉽 함수로 표현해야 한다. 따라서 퍼지집합의 경우 각 원소가 집합에 포함될 가능성을 함께 표시하여 다음과 같이 나타낸다.

$$A = \{x_1, \mu_A(x_1)\}\ \{x_2, \mu_A(x_2)\}\cdots\{x_n, \mu_A(x_n)\}$$

2.3 퍼지 숫자

퍼지숫자(fuzzy number)는 연속적인 맴버쉽 함수로 정의되는 퍼지집합을 의미하는 것으로 다음의 조건을 따른다[4].

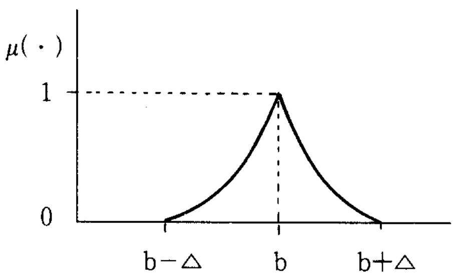
① $\mu(x)$는 구간 (b−△, b) 사이에서 계속 증가한다.

② $\mu(x)$는 b에서 1 값을 갖는다.

③ $\mu(x)$는 구간 (b, b+△) 사이에서 계속 감소한다.

④ $\mu(x)$는 구간 (b−△, b+△) 밖에서는 0 값을 갖는다.

이 퍼지숫자가 만족하는 조건을 나타내면 [그림 1]과 같다. 본 연구에서는 목표에 근접할수록 멤버쉽 함수의 값이 체중하고, 목표에서 멀어질수록 체감하는 곡선의 형태는 가정하여 진행한다.



[그림 1] 퍼지숫자

3. 퍼지형 선형계획모형

선형계획문제에서 목적함수와 제약식은 명확한 代數式(algebraic equation)으로 이루어지는 데 비해 퍼지상황하에서는 그렇치가 못하다. 따라서 퍼지집합을 기초로 하여 목적함수가 최대인 일반 선형계획모형의 목적함수와 제약식은 퍼지형 선형계획모형으로 표현되어야 한다.

L을 퍼지형 선형계획모형의 조합으로부터 구한 解 x_i로 구성된 퍼지집합이라 하면, 선형계획문제의 解는 L에서 멤버쉽 함수 $\mu_L(x)$가 가장 큰 원소가 될 것이다. 우선 일반적인 선형계획모형을 토대로 퍼지형 선형계획모형을 작성하면 다음과 같이 수식화된다[6;12].

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & Z \cong CX \\ \text{s.t.} & AX \cong b \\ & X \geq O \end{array}$$

여기서 ≅는 퍼지상황을 나타내는 기호로 목적이나 조건이 명확하지 않다는 것을 의미한다.

이 선형계획모형을 멤버쉽 함수로 표현하면 다음과 같다. 우선 목적함수를 멤버쉽 함수로 변환하기 위해 $\triangle_z$를 最適解에서 달성되는 목적함수의 값으로 의사결정자가 임의로 정한다.

$$\mu(CX) = \begin{cases} 1 & \text{만약 } CX \geq \triangle_Z \\ f(CX, \triangle_Z) & \text{만약 } 0 \leq CX \leq \triangle_Z \end{cases}$$
$$0 \leq \mu(CX) \leq 1$$

제약식을 멤버쉽 함수로 표현하면 다음과 같다.

$$\mu_i(AX) = \begin{cases} 1 & \text{만약 } (AX)_i = b_i \\ f[(AX)_i, b_i] & \text{만약 } (AX)_i \neq b_i \end{cases}$$
$$0 \leq \mu_i(AX) \leq 1$$

퍼지형 선형계획모형의 解는 제약식과 목적을 모두 만족하여야 하므로 최적해는 제약식과 목적의 交集合 형태가 된다. 따라서 퍼지형 선형계획모형의 멤버쉽 함수 $\mu_L(x)$는 다음과 같이 표현된다.

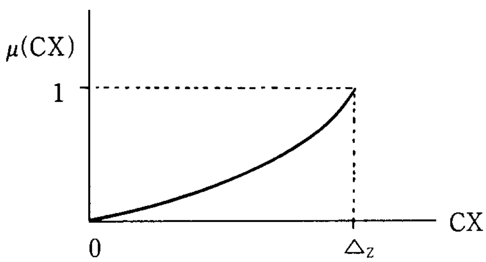
$$\begin{aligned} \mu_L(x) &= \mu(CX) \cap \mu_1(AX) \cap \mu_2(AX) \\ &\quad \cdots \cap \mu_m(AX) \\ &= \text{Min}[\mu(CX), \text{Min}\{\mu_i(AX)\}] \\ &= \lambda \end{aligned}$$

퍼지형 선형계획모형에서 최적해일수록 퍼지집합 L에 소속될 가능성이 높으므로 멤버쉽 함수 $\mu_L(x)$를 최대화해야 한다.

$$\begin{aligned} \text{Max } \mu_L(x) &= \text{Max Min}[\mu(CX), \text{Min}\{\mu_i(AX)\}] \\ &= \text{Max } \lambda \end{aligned}$$

4. 해 법

퍼지형 선형계획모형의 멤버쉽 함수가 非線型이므로 해를 구하기 어렵기 때문에 멤버쉽 함수를 구간별로 나누면 일반 선형계획법이나 비선형계획법을 쉽게 이용할 수 있는 모형이 도출된다. 목적함수의 멤버쉽 함수 $\mu(CX)$는 선형이나 비선형으로 표현할 수 있는데, 본 연구에서는 [그림 2]와 같이 이차식으로 표현하여 전개한다.



[그림 2] 목적함수의 멤버쉽 함수

$$\mu(CX) = \begin{cases} 0 & \text{만약 } CX \le 0 \\ \left[\dfrac{CX-0}{\triangle_Z}\right]^2 & \text{만약 } 0 \le CX \le \triangle_Z \\ 1 & \text{만약 } CX \ge \triangle_Z \end{cases}$$

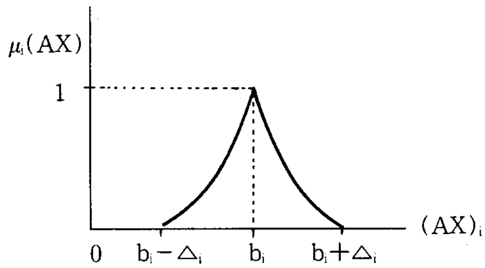
이 식에서 $\triangle_Z$는 목적함수 값의 예상치로 의사결정자가 주관적으로 정한다. 멤버쉽 함수를 이용하여 퍼지형 선형모형의 목적함수를 다음과 같이 이차식으로 변환한다.

$$\begin{aligned} &\text{Max} && \left[\frac{CX-0}{\triangle_Z}\right]^2 \\ &\text{s.t.} && 0 \le CX \le \triangle_Z \\ & && X \ge 0 \end{aligned}$$

여기서 $[(CX-0)/\triangle_Z]^2 = \lambda$로 놓으면 다음과 같이 이차식으로 변환된다.

$$\begin{aligned} &\text{Max} && \lambda \\ &\text{s.t} && \lambda \le [(CX-0)/\triangle_Z]^2 \\ & && 0 \le CX \le \triangle_Z \\ & && X \ge 0 \end{aligned}$$

제약식의 멤버쉽 함수 $\mu_i(AX)$는 [그림 3]과 같이 표현하여 이차식으로 변환한다.



[그림 3] 제약식의 멤버쉽 함수

$$\mu(AX) = \begin{cases} 0 & \text{만약 } (AX)_i \le b_i - \triangle_i \\ \left[\dfrac{(AX)_i-(b_i-\triangle_i)}{\triangle_i}\right]^2 & \text{만약, } b_i-\triangle_i \le (AX)_i \le b_i \\ \left[\dfrac{(b_i+\triangle_i)-(AX)_i}{\triangle_i}\right]^2 & \text{만약, } b_i \le (AX)_i \le b_i + \triangle_i \\ 0 & \text{만약 } (AX)_i \ge b_i + \triangle_i \end{cases}$$

이 식에서 $\triangle_i$는 右邊 b_i의 편차로서 제약의 강도에 따라 의사결정자가 임으로 정한다. 멤버쉽

함수를 이용하여 퍼지형 선형모형의 제약식을 구간별로 나누면 다음과 같이 이차식으로 변환된다.

$$\underset{i}{\text{Max Min}} \quad \left[\frac{(AX)_i-(b_i-\triangle_i)}{\triangle_i}\right]^2$$

$$b_i-\triangle_i \le (AX)_i \le b_i$$

$$\underset{i}{\text{Max Min}} \quad \left[\frac{(b_i+\triangle_i)-(AX)_i}{\triangle_i}\right]^2$$

$$b_i \le (AX)_i \le b_i + \triangle_i$$

$b_i - \triangle_i \le (AX)_i \le b_i$ 구간에서 $\underset{i}{\text{Min}} \left[\frac{(AX)_i-(b_i-\triangle_i)}{\triangle_i}\right]^2$를 λ로 놓으면 다음과 같이 Max Min의 식이 이차식으로 변환된다.

$$\begin{aligned} &\text{Max} && \lambda \\ &\text{s.t} && \lambda \le \left[\frac{(AX)_i-(b_i-\triangle_i)}{\triangle_i}\right]^2 \\ &&& b_i - \triangle_i \le (AX)_i \le b_i \\ &&& X_j \ge 0 \end{aligned}$$

$b_i \le (AX)_i \le b_i + \triangle_i$ 구간에서 $\underset{i}{\text{Min}} \left[\frac{(b_i+\triangle_i)-(AX)_i}{\triangle_i}\right]^2$를 λ로 놓으면 다음과 같이 Max Min의 식이 이차식으로 변환된다.

$$\begin{aligned} &\text{Max} && \lambda \\ &\text{s.t} && \lambda \le \left[\frac{(b_i+\triangle_i)-(AX)_i}{\triangle_i}\right]^2 \\ &&& b_i \le (AX)_i \le b_i + \triangle_i \\ &&& X_j \ge 0 \end{aligned}$$

원래 선형모형의 목적함수와 제약식에 멤버쉽 함수를 도입하여 변환된 이차식을 가지고 구간별로 조합을 만들면 이차계획법을 쉽게 적용하여 각 조합에 대한 解를 구할 수 있다. 변환된 이차식으로부터 구한 최적해에 대한 퍼지집합에서 멤버쉽의 크기 λ가 가장 큰 의사결정변수의 값을 채택하는 데, 이 값이 원래 선형문제의 최적해가 된다.

5. 수치적용 例

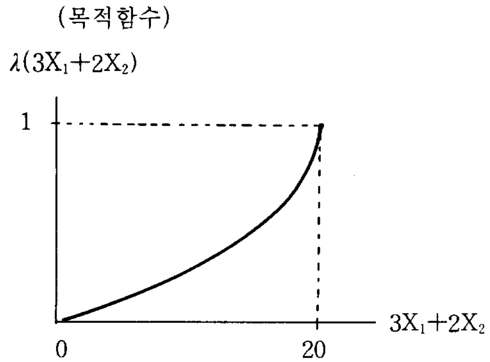
어느 페인트 공장에서는 두 가지 원료를 배합하여 수성페인트와 유성페인트를 생산하고 있다. 두 가지 페인트를 만들기 위해서는 두 가지 원료를 배합해야 하는데, 이 공장에 매일 공급되는 원료 A는 약 6톤, 원료 B는 약 10톤 정도라는 것만 알 수 있고 정확히는 알 수 없다. 수성페인트를 1톤 생산하는 데 원료 A가 1톤, 원료 B가 2톤 필요하며, 유성페인트 1톤을 생산하는데 원료 A가 1톤, 원료 B가 1톤 필요하다. 수성페인트와 유성페인트를 1톤 생산할 때 각각 3백만원과 2백만원의 이익이 발생한다면 많은 이익을 얻기 위해서 수성페인트와 유성페인트를 각각 몇 톤씩 생산해야 하는가?

이 예제를 선형모형으로 작성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\text{Max} && Z \cong 3X_1 + 2X_2 \\ &\text{s.t.} && X_1 + X_2 \cong 6 \\ &&& 2X_1 + X_2 \cong 10 \\ &&& X_1,\ X_2 \ge 0 \end{aligned}$$

이 선형모형에서 $\cong$는 목적과 제약조건이 불명확한 퍼지환경을 의미한다. 여기서는 예제를 간단히 하기 위하여 목적함수와 제약식에 대한 비선형 멤버쉽 함수를 단순히 체증하거나 체감하는 모양으로 표현한다.

이 수치예제의 예상되는 이익을 2천만원이라고 임으로 정하면 목적함수의 비선형 멤버쉽 함수는 [그림 4]와 같이 표현된다.



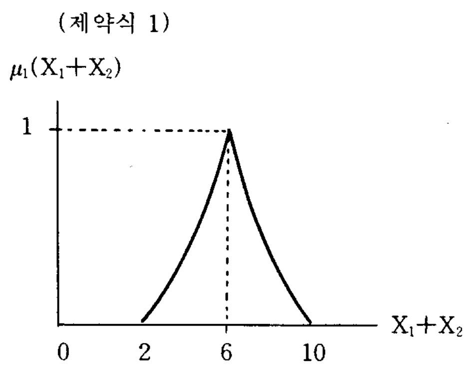
[그림 4] 목적함수의 멤버쉽 함수

$$\mu(3X_1+2X_2) = \begin{cases} 0 & \text{만약 } 3X_1+2X_2 \le 0 \\ \left[\dfrac{(3X_1+2X_2)-0}{20}\right]^2 & \text{만약 } 0 \le 3X_1+2X_2 \le 20 \\ 1 & \text{만약 } 3X_1+2X_2 \ge 20 \end{cases}$$

이 멤버쉽 함수를 다음과 같이 변환한다.

$\lambda \le (3X_1+2X_2)^2/400$ 만약 $0 \le 3X_1+2X_2 \le 20$

원료 A의 일일 공급량 6톤에 대해 예상되는 偏差를 4로 정하면 제약식 1에 대한 비선형 멤버쉽 함수는 [그림 5]와 같이 표현된다.



[그림 5] 제약식 1의 멤버쉽 함수

$\mu_1(X_1+X_2) = 0$ 만약 $X_1 + X_2 \le 2$

$\left[\dfrac{(X_1+X_2)-2}{4}\right]^2$

만약 $2 \le X_1 + X_2 \le 6$

$\left[\dfrac{10-(X_1+X_2)}{4}\right]^2$

만약 $6 \le X_1 + X_2 \le 10$

0 만약 $X_1 + X_2 \ge 10$

이 멤버쉽 함수는 두 범위에 대해 다음과 같이 변환된다.

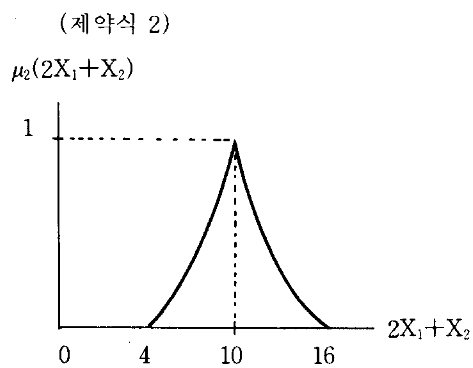
$\lambda \le [(X_1 + X_2) - 2]^2/16$

만약 $2 \le X_1 + X_2 \le 6$

$\lambda \le [10 - (X_1 + X_2)]^2/16$

만약 $6 \le X_1 + X_2 \le 10$

원료 B의 일일 공급량 10톤에 대해 예상되는 편차를 6으로 정하면 제약식 2에 대한 비선형 멤버쉽 함수는 [그림 6]과 같이 표현된다.



[그림 6] 제약식 2의 멤버쉽 함수

$\mu_2(2X_1+X_2) = 0$ 만약 $2X_1 + X_2 \le 4$

$\left[\dfrac{(2X_1+X_2)-4}{6}\right]^2$

만약 $4 \le 2X_1 + X_2 \le 10$

$\left[\dfrac{16-(2X_1+X_2)}{6}\right]^2$

만약 $10 \le 2X_1 + X_2 \le 16$

0 만약 $2X_1 + X_2 \ge 16$

이 멤버쉽 함수는 두 범위에 대해 다음과 같이 변환된다.

$\lambda \le [(2X_1 + X_2) - 4]^2/10$

만약 $4 \le 2X_1 + X_2 \le 10$

$\lambda \le [16-(2X_1 + X_2)]^2/36$

만약 $10 \le 2X_1 + X_2 \le 16$

목적함수와 제약식에 대한 멤버쉽 함수는 각 구간의 조합에 따라 〈표 1〉과 같이 네 가지 비선형모형이 도출된다.

퍼지형 비선형모형으로 구성된 네 가지 퍼지 의사결정 집합의 의사결정변수의 값이 체택될 수 있는 최적해이다.

본 연구에서는 네 가지 비선형문제를 해결하기 위해 GINO/PC라는 프로그램을 사용하였다. GINO/PC는 LINDO Systems社에서 만든 프로그램으로, 비선형계획 문제를 PC에서 對話型 방식으로 해결할 수 있도록 개발되었다.

二次計劃 프로그램 GINO/PC를 이용하여 구한 결과에 대한 퍼지 집합인 각 비선형 멤버쉽 함수의 값, 의사결정변수의 값, 목적함수의 값은 〈표 2〉와 같다.

최적해에 대한 퍼지집합에서 조합 4의 멤버쉽 함수의 값이 가장 높기 때문에 (λ=0.751094) 최적해는 X_1=4.266647, X_2=2.266647이 된다.

〈표 1〉 조합된 비선형모형

조합 1	조합 2
Max λ	Max λ
s.t. $\lambda \le (3X_1 + 2X_2)^2/400$	s.t. $\lambda \le (3X_1 + 2X_2)^2/400$
$\lambda \le [(X_1 + X_2)-2]^2/16$	$\lambda \le [(X_1 + X_2)-2]^2/16$
$\lambda \le [(2X_1 + X_2)-4)]^2/36$	$\lambda \le [16-(2X_1 + X_2)]^2/36$
$0 \le 3X_1 + 2X_2 \le 20$	$0 \le 3X_1 + 2X_2 \le 20$
$2 \le X_1 + X_2 \le 6$	$2 \le X_1 + X_2 \le 6$
$4 \le 2X_1 + X_2 \le 10$	$10 \le 2X_1 + X_2 \le 16$
조합 3	**조합 4**
Max λ	Max λ
s.t. $\lambda \le (3X_1 + 2X_2)^2/400$	s.t. $\lambda \le (3X_1 + 2X_2)^2/400$
$\lambda \le [10-(X_1 + X_2)]^2/16$	$\lambda \le [10-(X_1 + X_2)]^2/16$
$\lambda \le [(2X_1 + X_2)-4)]^2/36$	$\lambda \le [16-(2X_1 + X_2)]^2/36$
$0 \le 3X_1 + 2X_2 \le 20$	$0 \le 3X_1 + 2X_2 \le 20$
$6 \le X_1 + X_2 \le 10$	$2 \le X_1 + X_2 \le 10$
$4 \le 2X_1 + X_2 \le 10$	$10 \le 2X_1 + X_2 \le 16$

〈표 2〉 실행가능해의 퍼지집합

비선형모형	조합 1	조합 2	조합 3	조합 4
멤버쉽 λ	0.640035	0.000026	0.694461	0.751094
X_1	4.000000	실행불가능	3.333175	4.266647
X_2	2.000000		3.333650	2.266647
목적함수 Z	16.000000		16.668250	17.333235

6. 결 론

목적과 제약조건이 불명확한 선형문제를 기존의 선형계획법으로 해결하려면 선형모형이 가지고 있는 전제조건을 충족해야 하기 때문에 한계를 지니게 된다. 따라서 문제가 가지는 불명확성을 모형에 반영하여 문제의 본질을 그대로 유지시켜 해결하는 방안이 마련되어야 한다. 불명확한 문제를 수리모형에 맞추어 해결하기 위한 방안으로 퍼지집합과 멤버쉽 함수 도입을 제시할 수 있다.

본 연구에서는 불확실성이 내재된 선형문제의 목적과 제약조건을 퍼지이론의 하나인 퍼지집합과 멤버쉽 함수의 형태로 변환하여 解에 대한 퍼지집합을 구하는 절차에 대하여 기술하였고, 간단한 수치적용 예를 가지고 실제 절차를 보였다.

본 연구에서는 선형문제에 국한시켰지만 이 방법을 확대하면 다수의 불명확한 목적과 제약조건이 존재하는 목표계획문제에도 적용 가능할 것이다. 본 연구에서는 멤버쉽 함수를 단순히 체증하고 체감하는 곡선의 식으로만 표현하고 있지만 목적과 제약조건에 대한 멤버쉽 함수를 의사결정자의 선호도를 토대로 다양한 곡선의 형태로 표현하는 방법도 강구되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

[1] Bellman, R. E. and L. A. Zadeh, "Decision Making in a Fuzzy Environment," *Management Science*, Vol.17, No.3(Mar. 1970), pp.141-163.

[2] Carlsson, C., "On the Relevance of Fuzzy Set in Management Science Methodology," in H. J. Zimmermann(ed.) *Fuzzy Sets and Decision Analysis*, North-Holland, 1984, pp.11-28.

[3] Chanas, S. and J. Kamburowski, "The Use of Fuzzy Variables in PERT," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.5(1981), pp.11-19.

[4] Dubois, D. and H. Prade, "Operations on Fuzzy Number," *International Journal of Systems Science*, Vol.9, No.6(1978), pp. 613-626.

[5] Fabian, C., M. Stoica, "Fuzzy Integer Programming," in H. J. Zimmermann(ed.) *Fuzzy Sets and Decision Analysis*, North-Holland, 1984, pp.123-132.

[6] Hannan, E. L., "Linear Programming with Multiple Fuzzy Goals," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.6(1981), pp.235-248.

[7] Kaufmann, A., "Fuzzy Subset Application

in O.R. and Management," in A Jones et al.(eds.) ***Fuzzy Sets:Theory and Applications***, D. Reidel, 1986, pp. 257-300.

[8] Kim, Kuk, "Evaluation by Fuzzy Checklist," ***Journal of the KIIE***, Vol.14, No.1(June 1988), pp.57-71.

[9] Korhonen, P. et al., "Multiple Objective Linear Programming over a Fuzzy Feasible Set," in G. W. Evans et al.(eds.) ***Application of Fuzzy Set Methodologies in Industrial Engineering***, Elsevier Science, 1989, pp.225-236.

[10] Kotiah, T. C. T. et al., "Another Look-at the PERT Assumption," ***Management Science***, Vol.20, pp.44-49.

[11] Mares M., "Network Analysis of Fuzzy Technologies," in G. W. Evans et al. (eds.) ***Application of Fuzzy Set Methodologies in Industrial Engineering***, Elsevier Science, 1989, pp.115-126.

[12] Narasimham, R., "Goal Programming in Fuzzy Environment," ***Decision Sciences***, Vol.11(1980), pp.325-336.

[13] Osobue, A. O. and R. E. Bellman, "Fuzzy Dynamic Programming and Its Extensions," in H. J. Zimmermann(ed.) ***Fuzzy Sets and Decision Analysis***, North-Holland, 1984, pp.147-170.

[14] Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets," ***Information & Control***, Vol.8(1965), pp.338-353.

[15] Zadeh, L. A. "Outline of a New Approach to the Analysis of Computer Systems and Decision Process," ***IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics***, Vol. SMC-3, No.1(1973), pp. 28-44.

[16] Zimmermann, H. J., "Fuzzy Programming and Linear Programming,"in H. J. Zimmermann(ed.), Fuzzy Sets and Decision Analysis, North-Holland, 1984, pp.109-122.

[17] Zimmermann, H. J. and M. A. Pollatschek, "Fuzzy 0-1 Linear Programming," in H. J. Zimmermann(ed.) ***Fuzzy Sets and Decision Analysis***, North-Holland, 1984, pp.133-146.

[18] Zimmermann, H. J., "Multi-Criteria Decision Making in CRISP & FUZZY Environment," in A Jones et al.(eds.) ***Fuzzy Sets:Theory and Applications***, D. Reidel, 1986, pp.233-256.