韓國經營科學會誌
第18卷 第2號
1993年 8月

퍼지 k-最長工程技法을 利用한 工程管理模型 開發에 關한 研究

신동호* · 김충영*

A Study on the Development of Progress Control Algorithm Using the Fuzzy K-Longest Path Algorithm

Dong-Ho Shin* and Chung-Young Kim*

Abstract

This paper employs fuzzy variables instead of deterministic variables for job times in a project network. A fuzzy variable has its value restricted by a possibility distribution. This paper utilizes the triangular possibility distribution which has three estimated times. That is normal, reasonable, and crash job times. This paper develops a fuzzy k-longest path algorithm, by utilizing the k-longest path algorithm. This algorithm will be useful to control the project network by considering the project completion possibility.

1. 서 론

工程管理에 적용되는 네트웍기법은 作業所要時間을 決定的(deterministic)인 것으로 假定하여 最適解를 구하고 있다. 그러나 실제 作業現場의 工事與件을 고려해 볼때 주문한 資材의 도착이 늦거나 최근 문제가 많은 人力需給의 어려움등을 勘案할때 여러가지 不確實한 요소를 內在하고 있다고 보아야 할 것이다. 따라서 네트웍 공정관리는 과거의 데이타에 의존한 決定的인 처리기법보다는 工事管理者가 現實的인 요소를 감안하여 판단한 不確實性을 고려할 수 있다면 더욱 현실적이라 할 수 있을 것이다.

本 研究의 목적은 이와같이 不確實한 현실적 여건이 잘 반영될 수 있는 工程管理技法을 도출하는데 있으며 이를 위해 퍼지이론을 도입하였다. 퍼지 k-最長工程技法을 개발하기 위하여

* 國防大學院

먼저 기존의 결정적인 k-最長工程技法에서 사용한 代數的 構造를 變形하여 퍼지이론을 적용한 代數的 構造를 개발하였으며 이 代數的 構造에서 정의한 一般的 퍼지合(generalized fuzzy addition)과 一般的 퍼지最大化(generalized fuzzy maximization)演算을 이용하는 퍼지 k-最長工程計算節次를 導出하였다.

또한 導出된 工程計算節次는 자료의 不確實性과 이에 따른 工事管理者의 現實的 判斷要素를 잘 반영하여 主工程이 계산되므로 이를 이용하여 다양하게 공사계획을 수립할 수 있는 工程管理 알고리즘을 開發하였으며 이 알고리즘을 橋梁工事資料에 적용하여 妥當性을 檢討하였다.

2. 可能性과 工期

正常工期는 工事가 보통의 상태로 진행될 경우의 所要時間을 의미하며 極限工期라 함은 所要時間의 최대한 短縮可能한 限界時間을 의미한다. 그러나 공사현장에서 이루어지는 상황을 고려할때 이 두가지 시간 자체에 포함된 不確實性과 두가지 시간사이에서 이루어질 수 있는 時間要素를 看過하지 않을 수 없다.

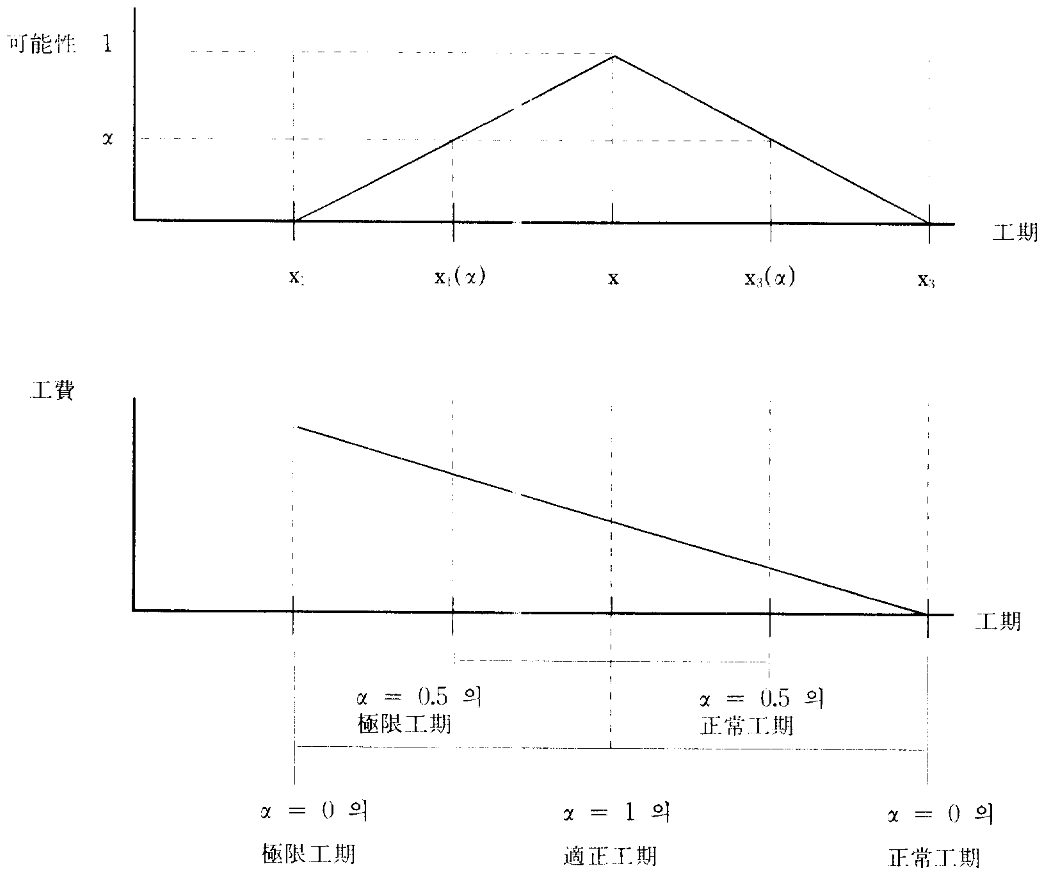
이러한 觀點에서, 本 硏究는 기존의 正常工期와 極限工期에 추가하여 適正工期(reasonable duration)의 概念을 導入한다. 즉, 工期短縮 요구가 있더라도 이 정도 기간에서 工事가 마무리되면 적절하겠다는 어떤 要望程度를 나타낸 시간으로 이 시간은 單位工程마다 공사관리자의 主觀에 따라 평가하는 정도가 다르게 되므로 이들 세가지 시간 사이의 分布形態를 工期($\tilde{T}$)와 공사관리자의 專門的 識見이 충분히 반영된 사업완료 가능성(α)으로 구성된 삼각퍼지수로 정의할 수 있다.

[그림 1]은 工期와 가능성의 관계를 나타낸 관계도이다. [그림 1]에서 工期를 x_3일로 한다면 비용은 적게 소요되나 工期가 너무 길게되며 인원과 장비를 최대한 投入할 경우 x_1일 까지 工期短縮이 가능하다. 그러나 이 경우 비용이 많이 소요되므로 x_2일 정도면 무리없이 工事를 진행할 수 있는 가장 적절한 工期라고 할 수 있다. 따라서 이 사업의 工期는 x_2일을 전후하여 결정하는 것이 가장 바람직하므로 可能性을 높일수록 適正工期 근처에서 工期를 결정할 수 있게된다. 위와같은 평가방법은 삼각퍼지수 $\tilde{T} = (x_1, x_2, x_3)$ 그리고 $\tilde{T}$에 대한 可能性 $\mu_{\tilde{T}}(x) = \alpha$ (단, $0 \le \alpha \le 1$)로 표현할 수 있으며 삼각퍼지수 연산법[3]과 퍼지수 비교법[6]을 적용하여 사업공정을 工期, 工費, 可能性의 세가지 면을 고려하여 여러 각도로 평가한 후에 대안을 제시할 수 있다. 예를 들어 [그림 1]에서 가능성을 α 이상으로 하면 이 사업의 工期는 $x_1(\alpha)$와 $x_3(\alpha)$ 사이에서 결정이 되므로 가능성에 따라 正常工期와 極限工期가 달라지며 工費도 달라지게 되므로 변화된 자료를 이용하여 공사계획을 다시 수립 할 수 있게된다.

3. 퍼지 k-最長工程 計算節次의 導出

3.1 퍼지수의 順序 決定

두개의 삼각퍼지수의 크기를 비교하고자 할 때 퍼지수의 폭만 비교하거나 삼각형 넓이(가능성)만을 비교해서는 무의미하므로 가능성과 퍼지수를 동시에 비교하여야 한다. 이는 Chen [6]의 퍼지수 비교법을 사용하여 비교할 수 있다.(부록 참조)



[그림 1] 工期와 工費, 可能性과의 관계

3.2 퍼지 k－最長工程 演算의 導入

기존의 k－最長工程理論[4]의 代數的構造를 퍼지수에 의한 代數的構造로 變形하고 이에따른 퍼지수의 演算을 정의하면 最適化된 A*의 퍼지수 具顯이 可能하다. 이러한 퍼지연산을 導出하기 위하여 먼저 變數를 정의한다. 本 研究에서는 變數에 ～를 붙여서 퍼지수와 퍼지수의 연산이 적용되는 變數임을 표시하였다.

R　實數의 集合

R*　$R \cup \{\infty\}$: 實數의 集合과 無限大(∞)와의 合集合.

n　네트웍內의 總 마디數.

k　最長工程의 要望數.

$\widetilde{\max}_j$　주어진 퍼지수의 집합에서 j번째로 큰 元素를 구하는 演算. 여기서 $\widetilde{\max}_j$는 퍼지수 비교법(Chen [6])에 의한 j 번째 퍼지수로 정의한다.

$\tilde{d}_{ij}$　마디 i에서 마디 j까지의 퍼지길이(fuzzy arc length). 여기서 $\tilde{d}_{ij} = \tilde{d}(d_1, d_2, d_3)_{ij}$의 삼각퍼지수이다.

$\tilde{A}$　호의 길이(fuzzy arc length)로 구성된 행렬.

$\tilde{L}^k_{st}$　원마디에서 착마디에 이르는 k개의 最長

工程의 집합.

卽, $\tilde{L}^k_{st} = \{ \tilde{a}_{st} = \tilde{\ell}_1, \tilde{\ell}_2 \cdots\cdots \tilde{\ell}_k) \mid \tilde{\ell}_i \in R^*, \tilde{\ell}_1 > \tilde{\ell}_2 > \cdots > \tilde{\ell}_k \}$ 여기서 $-\infty > -\infty$가 성립한다고 가정한다.

$\tilde{M}^k$ 행열의 구성요소가 $\tilde{L}^k_{st}$ 인 모든 n×n 行列의 集合.

p^m_{ij} m개의 중간호를 거쳐서 마디 i에서 j로 가는 工程. 예를들어 중간마디가 없는 $\tilde{a}_{ij}$는 p^1_{ij}이다.

$\tilde{\lambda}(p^m_{ij})$ m개의 중간호를 거쳐서 마디 i에서 j로 가는 工程의 값. (1×n matrix)

v $-\infty$를 원소로 갖는 벡터.

e 첫번째 원소의 값이 0이고 나머지 원소는 $-\infty$인 행벡터.

V 각 원소를 **v**로 하는 n×n 행열.

E 主對角線元素를 **e**로 하는 n×n 행열.

위에서 정의한 변수를 이용하여 一般的 퍼지 最大化(generalized fuzzy maximization)와 一般的 퍼지合(generalized fuzzy addition)을 정의하면 다음과 같다.

一般的 퍼지最大化(generalied fuzzy maxi mization)

삼각퍼지수로 定義된 호길이 집합 $\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$는 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{c}} \in L^k \tag{1}$$

$$\tilde{\mathbf{a}} = (\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \cdots, \tilde{a}_k), \text{ 단, } \tilde{a}_1 > \tilde{a}_2 > , \cdots , > \tilde{a}_k$$
$$\tilde{\mathbf{b}} = (\tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \cdots, \tilde{b}_k), \text{ 단, } \tilde{b}_1 > \tilde{b}_2 > , \cdots , > \tilde{b}_k$$
$$\tilde{\mathbf{c}} = (\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \cdots, \tilde{c}_k), \text{ 단, } \tilde{c}_1 > \tilde{c}_2 > , \cdots , > \tilde{c}_k$$

式(1)에서 임의의 두 벡터의 元素를 抽出하여 그 중 k개를 큰 元素順으로 羅列하여 새로운 벡터를 만드는 계산과정을 一般的 퍼지最大化(generalized fuzzy maximiztion)라 하는데 이때 抽出된 각벡터는 삼각퍼지수로 이루어진 벡터이다. 이 연산을 $\tilde{\oplus}$로 표시하여 다음과 같은 방법으로 연산을 한다고 정의한다.

$$\tilde{\mathbf{a}} \tilde{\oplus} \tilde{\mathbf{b}} = \tilde{\mathbf{c}} \tag{2}$$

단, $\tilde{\mathbf{c}}_j = \tilde{\max}_j \{ \tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \cdots, \tilde{a}_k, \tilde{b}_1 > \tilde{b}_2 > , \cdots , > \tilde{b}_k \}, j = 1, 2, \cdots, k$

여기서 정의된 큰수의 의미는 퍼지수 비교법(Chen[6])으로 정의된 크기이고 $\tilde{\mathbf{c}}$는 k개를 元素順으로 나열한 벡터이며 연산의 결과도 퍼지수이다.

一般的 퍼지合(generalized fuzzy addition)

아래 式(3)에서 각 원소를 組合으로 만들어 삼각퍼지수의 덧셈연산을 하여 식(2)에서와 같이 퍼지수 비교법을 적용하여 크기를 정한후 k개의 큰 값 순으로 나열하여 새로운 벡터를 만드는 과정을 一般的 퍼지合(generalized fuzzy addition)이라 하고 이 연산을 $\tilde{\otimes}$로 표시하여 다음과 같은 방법으로 연산을 한다

$$\tilde{\mathbf{a}} \tilde{\otimes} \tilde{\mathbf{b}} = \tilde{\mathbf{d}} \tag{3}$$

단, $\tilde{\mathbf{d}}_j = \tilde{\max}_j \{ \tilde{a}_i, \tilde{b}_m \mid i, m = 1, 2, \cdots, k \}$,
$j = 1, 2, \cdots\cdots, k$

이러한 연산결과는 역시 퍼지수로 表記된다.

이상 정의한 一般的 퍼지 最大化와 一般的 퍼지合에 관한 연산은 퍼지화 대수적구조($\tilde{L}^k$, $\tilde{\oplus}$, $\tilde{\otimes}$)를 형성한다. 이러한 代數的 構造와 퍼지수 비교법을 바탕으로한 最長工程을 계산할 수 있으므로 이러한 演算技法을 퍼지 k-最長

工程技法이라 한다.

3.3 퍼지 k－最長工程 네트웍의 基本假定事項

(1) 네트웍의 弧의값은 工期를 결정하는 極限, 正常, 適正工期의 세가지 요소를 갖는 삼각퍼지수이다. 이때 極限工期와 正常工期는 旣存의 工程管理技法에서 다루고 있는 工期의 개념과 동일하며 適正工期는 가장 적합한 工期이며, 그 工期로 工事를 완료할 가능성이 가장 높다.

(2) 네트웍의 弧값으로 표시되는 삼각퍼지수는 가능성수준(α)를 내포하고 있으며 이는 삼각형으로 표시된다. 이러한 가능성이 適正工期일때는 1로 나타나고, 極限工期와 正常工期를 모두 고려할 경우에는 0이 되며 $0 \leq \alpha \leq 1$의 범위를 갖는다.

(3) 工事發走處로부터 공사완료시기를 指定받았을 경우 이를 指定工期라 하며 指定工期에 대한 완료가능성과 工事費用은 평가할 필요가 있다.

3.4 퍼지 k－最長工程技法의 計算節次

지금까지 설명한 퍼지 k-最長工程演算理論과 基本假定事項을 토대로 다음과 같은 퍼지 k-最長工程計算節次가 구성된다.

〈段階 1〉

單位工程의 極限, 正常, 適正工期의 세가지 시간및 비용자료를 입력한다.

〈段階 2〉

퍼지 k－最長工程을 계산하기 위하여 單位工程을 공기완료 가능성을 고려하여 α水準으로 切斷(α－cut)하고 각 α水準의 單位工期와 費用을 계산한다. 이때 α의 값을 단계적으로 증가하여 평가하게 되므로 α값의 단위증가량을 정해준다.

〈段階 3〉

工期를 可能性 1에서 진행하려면 $\alpha=1$로 하여 單位工程表를 출력한다(결정적 k－最長經路와 동일하다). $\alpha=1$로 하지 않을경우 〈段階 4〉로 간다.

〈段階 4〉

評價하고자 하는 α水準을 결정하여 다음과 같이 퍼지 k－最長工程技法을 적용하여 α水準의 工期와 工費를 계산한다.

(가) k－最長工程技法[4]과 Chen[6]의 퍼지수 비교법을 적용하여 퍼지 k－最長工程을 구한다.

(나) 經路逆追跡節次[2]를 이용하여 經路를 찾는다.

만약 0부터 1사이의 모든 可能性 區間을 알고자 한다면 〈段階 4〉를 반복하면 된다. 해당 α水準의 正常工期로 작업을 하려면 〈段階 5〉로 가고 그렇지 않고 해당 α水準에서 指定工期가 있어 工期短縮을 하려면 〈段階 6〉으로 간다.

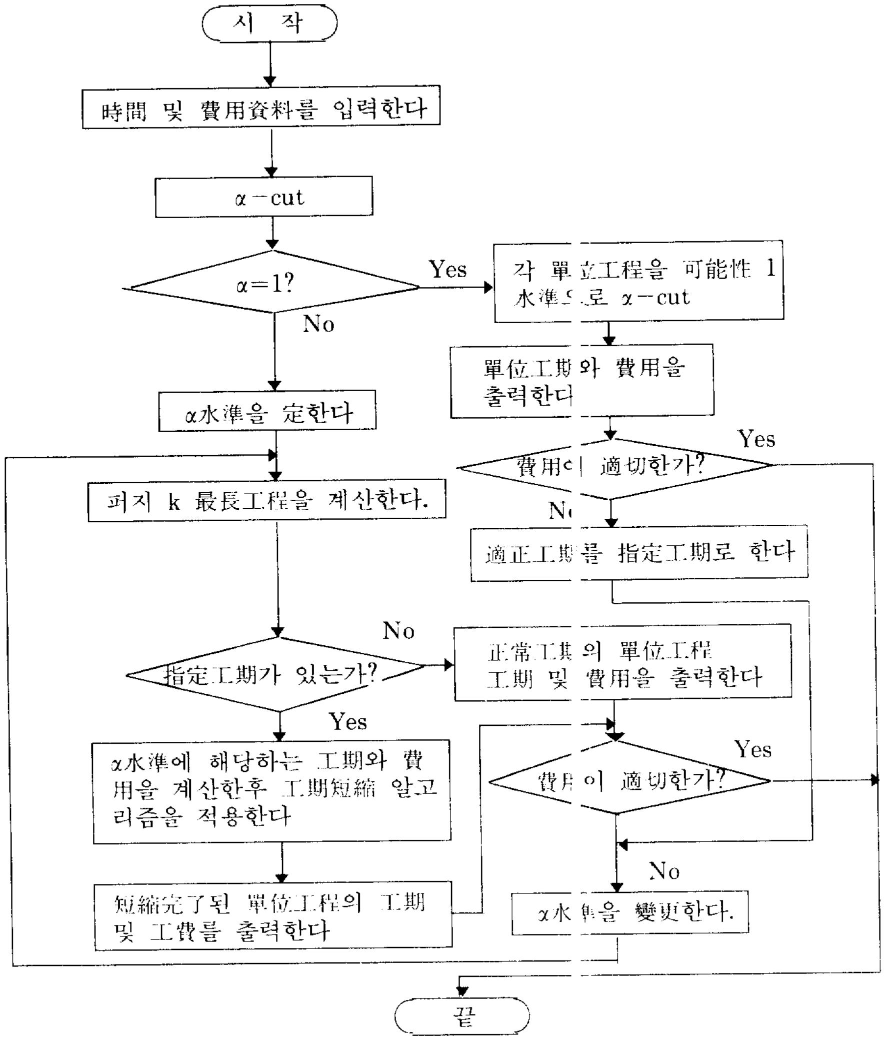
〈段階 5〉

〈段階 4〉의 평가결과를 참고로 α水準을 결정한 후 해당 α수준의 正常工期로 공사를 하고자 할 경우 각 單位工程의 작업일수와 비용을 출력한다. 결과가 적절하면 끝내고 다른 α水準으로 검토하려면 다시 〈段階 4〉부터 반복한다.

〈段階 6〉

이 段階는 해당 α水準에서 正常工期로 작업을 하지 않고 指定工期까지 工程을 短縮시키고자 할 때 적용된다. α水準이 결정되면 〈그림 1〉에서 工期의 正常期間은 $x_3(\alpha)$가 되고 極限期間은 $x_1(\alpha)$가 되어 이 범위에서 工期短縮이 실시된다. 이때 사용하는 工期短縮方法은 工期短縮修正알고리즘[2]을 적용한다. 工期短縮이 완료되면 總費用을 구하고 종료한다. 이때 비용이 적절하면 끝내고 그렇지 않으면 α水準을 변경하여 〈段階 4〉부터 반복한다.

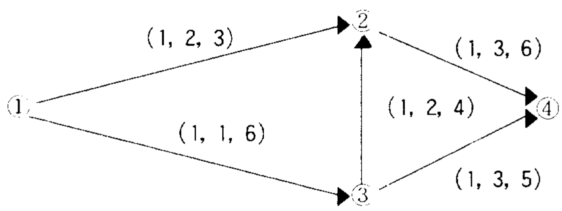
이상과 같은 計算過程을 흐름도로 나타내면 [그림 2]와 같다.



[그림 2] 퍼지 k-最長工程管理 알고리즘의 흐름도

3.5 퍼지 k－最長工程의 計算節次의 例

[그림 3]의 예제 네트웍과 〈표 1〉의 공사자료를 사용하여 퍼지 k－最長工程技法을 적용해 보도록 한다. 이때 퍼지수 비교법[6]과 k－最長工程技法[4]를 동시에 적용하게 된다. 여기서는 k－最長工程중에 雙消方法(double sweep method)[7, 4]을 사용한다.



[그림 3] 퍼지 k－最長工程 計算節次 例題 네트웍

〈表 1〉 例題 네트웍의 費用推定資料

工程	工 期 (일)			工 費 (천원)		費用包配
	正常	適定	極限	正常費用	極限費用	
1, 2	3	2	1	200	600	200
1, 3	6	1	1	100	700	120
3, 2	4	2	1	300	900	200
2, 4	6	3	1	150	700	110
3, 4	5	3	1	400	600	50

〈段階 1〉

單位工程의 極限, 正常, 適定工期의 세가지 시간 및 비용자료를 입력한다. 例題에서는 〈表 1〉의 자료를 이용한다.

〈段階 2〉

퍼지 k－最長工程을 계산하기 위하여 單位工程을 각 α水準別 單位工期와 費用을 계산한다. 例題 네트웍에 이를 적용하면 〈表 2〉의 결과를 얻는다. 이때 α의 증가량은 적절히 정하여야 한다. 〈表 2〉는 α를 0.1씩 증가하도록 하였고 工期는 1日 單位로 계산하기위해 소수 첫째자리에서 반올림하였으며 비용의 변화량은 [그림 1]에 나타나는 가능성과 工費의 비례관계를 이용하여 계산한 결과를 보여 주고 있다. 〈表 1〉의 費用包配값은 工期가 변화함에 따른 工費의 변화를 계산하는데 적용된다.

〈段階 3〉

工期를 可能性 1에서 진행하려면 α=1로 하여 單位工程表를 출력한다. 例題의 경우 〈表2〉를 참고로 α=1인 자료를 보면 〈표3〉과 같은

〈表 2〉 α-cut한 資料 (단위 工期 : 日, 工費 : 천원)

工程	要素		可能性										
			0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
1, 2	正常	工期	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2
		費用	200	200	200	200	200	400	400	400	400	400	400
	極限	工期	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
		費用	600	600	600	600	600	400	400	400	400	400	400
1, 3	正常	工期	6	6	5	5	4	4	3	3	2	2	1
		費用	100	100	220	220	340	340	460	460	580	580	700
	極限	工期	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		費用	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
3, 2	正常	工期	4	4	4	3	3	3	3	3	2	2	2
		費用	300	300	300	500	500	500	500	500	700	700	700
	極限	工期	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
		費用	900	900	900	900	900	700	700	700	700	700	700
2, 4	正常	工期	6	6	6	6	5	5	4	4	4	3	3
		費用	150	150	150	150	260	260	370	370	370	480	480
	極限	工期	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3
		費用	700	700	700	590	590	590	590	590	480	480	480
3, 4	正常	工期	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3
		費用	400	400	400	450	450	450	450	450	500	500	500
	極限	工期	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3
		費用	600	600	600	550	550	550	550	550	500	500	500

결과가 출력됨을 알 수 있다. $\alpha \neq 1$인 경우 段階4로 간다.

〈表 3〉 例題의 $\alpha=1$인 경우 單位工程表

工 程	工期(일)	工費(천원)
1, 2	2	400
1, 3	1	700
3, 2	2	700
2, 4	3	480
3, 4	3	500

* 主工程 : ①-③-②-④

* 工期 : 6일 * 工費 : 2780

〈段階 4〉

(가) 퍼지 k-最長工程 계산절차에 의거 퍼지 k-最長工程을 구한다. 이때 k=2로 가정한다. 여기서 $\mathbf{0}=(0,0,0)$, $-\boldsymbol{\infty}=(-\infty, -\infty, -\infty)$를 의미하며 $\alpha=0$ 수준의 자료를 이용하여 계산절차를 적용하도록 한다.

最初推定벡터 A^0와 弧길이 벡터행렬 $\tilde{A}$는 다음과 같다.

$$A^0 = \begin{matrix} [0, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \end{matrix} \tag{4}$$

$$\tilde{A} = \begin{matrix} [0, -\infty] & [(1, 2, 3), -\infty] & [(1, 1, 6), -\infty] & [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [(1, 3, 6), -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [(1, 2, 4), -\infty] & [-\infty, -\infty] & [(1, 3, 5), -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \end{matrix} \tag{5}$$

식 (5)의 행렬을 雙消方法으로 解를 구하기 위해 上位 삼각행렬 $\tilde{U}$와 下位 삼각행렬 $\tilde{L}$로 分離하면 式 (6)과 (7)이 된다.

$$\tilde{U} = \begin{matrix} [0, -\infty] & [(1, 2, 3), -\infty] & [(1, 1, 6), -\infty] & [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [(1, 3, 6), -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [(1, 3, 5), -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \end{matrix} \tag{6}$$

$$\tilde{L} = \begin{matrix} [0, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [(1, 2, 4), -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \end{matrix} \tag{7}$$

마디 1에서 다른 모든마디에 이르는 퍼지 k－最長工程을 推定한다고 하면 k－最長工程의 推定値 $\tilde{x}^0$는 다음과 같게 된다.

$$\tilde{x}^{(0)} = E_1 = \{[0, -\infty,] \; [-\infty, -\infty] \; [-\infty, -\infty] \; [-\infty, -\infty]\}$$

퍼지 k－最長工程을 구하기 위한 初期値들이 구해졌으므로 이들을 이용하여 雙消方法의 段階別 節次에 따라 퍼지 k－最長工程을 계산한다.

r＝1 일때는 $\tilde{x}^{(1)}$을 구하는 것으로 r이 홀수이므로 $\tilde{L}$ 행렬을 이용하여 後向檢査(backward sweep) 방법을 이용하여 $\tilde{x}^{(1)}$의 $\tilde{x}_4^{(1)}$원소부터 차례로 $\tilde{x}_3^{(1)}$, $\tilde{x}_2^{(1)}$, $\tilde{x}_1^{(1)}$을 구하면 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{x}}^{(1)} = \tilde{\mathbf{x}}^{(1)} \tilde{\otimes} \tilde{L} \tilde{\oplus} \mathbf{x}^{\sim} \tag{8}$$

$$= \{[0, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\}$$

$$\tilde{\otimes} \begin{bmatrix} [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [(1, 2, 4), -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\otimes} \quad \{[0, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\}$$

$$= \quad \{[0, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\}$$

r=2인 경우는 $\tilde{\mathbf{x}}^{(2)}$ 를 구하는 것으로 r이 짝수이므로 $\tilde{U}$ 행렬을 이용하여 前向檢査(forward sweep) 방법으로 $\tilde{x}_1^{(2)}$, $\tilde{x}_2^{(2)}$, $\tilde{x}_3^{(2)}$ $\tilde{x}_4^{(2)}$ 원소순으로 $\tilde{\mathbf{x}}^{(2)}$을 구하면 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{x}}^{(2)} = \tilde{\mathbf{x}}^{(2)} \tilde{\otimes} \tilde{\mathbf{U}} \tilde{\oplus} \mathbf{x}^{\sim} \tag{9}$$

$$= \{[0, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\}$$

$$\tilde{\otimes} \begin{bmatrix} [-\infty, -\infty] & [(1, 2, 3), -\infty] & [(1, 1, 6), -\infty] & [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [(1, 3, 6), -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [(1, 3, 5), -\infty] \\ [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] & [-\infty, -\infty] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\oplus} \quad \{[0, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\}$$

위의 연산과정에서 $\tilde{\mathbf{x}}^{(2)}$의 성분 $\tilde{x}_1^{(2)}$, $\tilde{x}_2^{(2)}$, $\tilde{x}_3^{(2)}$ $\tilde{x}_4^{(2)}$을 계산하면서 정의한 두가지 연산을 적용하는 과정을 보이도록 한다. 먼저 $\tilde{x}_1^{(2)}$는

$$\tilde{x}_1^{(2)} = \{[0, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\}$$

$$\tilde{\otimes} \begin{bmatrix} [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] \end{bmatrix} \quad \tilde{\oplus} \quad \{[0, -\infty]\}$$

$$= \quad \{[0, -\infty]\}$$

$$\tilde{x}_2^{(2)} = \{[0, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\}$$

$$\tilde{\otimes} \begin{bmatrix} [(1, 2, 3), -\infty] \\ [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] \end{bmatrix} \quad \tilde{\oplus} \quad \{[-\infty, -\infty]\}$$

$$= \quad \{[(1, 2, 3), -\infty]\}$$

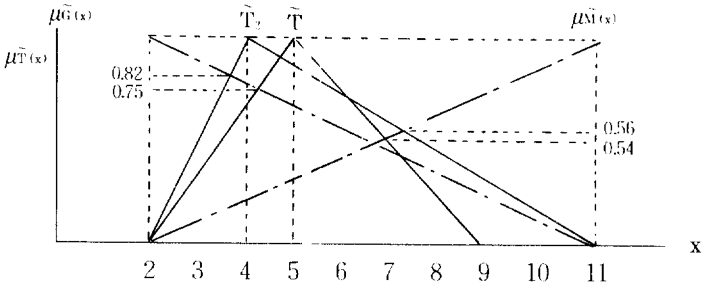
$$\tilde{x}_3^{(2)} = \{[0, -\infty]\ [(1, 2, 3), -\infty]\ [-\infty, -\infty]\ [-\infty, -\infty]\}$$

$$\tilde{\otimes} \begin{bmatrix} [(1, 1, 6), -\infty] \\ [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] \\ [-\infty, -\infty] \end{bmatrix} \quad \tilde{\oplus} \quad \{[-\infty, -\infty]\}$$

$$= \quad \{[(1, 1, 6), -\infty,]\}$$

$$\tilde{x}_4^{(2)} = \{[0, -\infty]\ [(1, 2, 3), -\infty]\ [(1, 1, 6), -\infty]\ [-\infty, -\infty]\}$$

$$\tilde{\otimes} \begin{bmatrix} [-\infty, -\infty] \\ [(1, 3, 6), -\infty] \\ [(1, 3, 6), -\infty] \\ [-\infty, -\infty] \end{bmatrix} \quad \tilde{\oplus} \quad \{[-\infty, -\infty]\}$$



[그림 4] 예제 네트웍의 $\tilde{x}_4^{(2)}$ 성분의 크기비교

$\tilde{x}_4^{(2)}$ 단계에서 계산되는 연산은 삼각퍼지수 (1, 2, 3) (+) (1, 3, 6) 그리고 (1, 1, 6) (+) (1, 3, 5)의 퍼지수 덧셈연산으로 각각 (2, 5, 9) 와 (2, 4, 11)이 계산된다. 이 두개의 삼각퍼지수를 [그림 4]와 같이 나타내며 $\tilde{T}_1$ = (2, 5, 9), T_2=(2, 4, 11)라 할때 두가지 퍼지수의 크기를 비교하여 각각 k=1 과 k=2의 요소로 계산되어야 하는데 그림에서 보는바와 같이 그 크기 구분이 어려우므로 이때 퍼지수 비교법 [6]을 이용하여 크기를 비교한다.

$\tilde{T}_1$ =(2, 5, 9), $\tilde{T}_2$ =(2, 4, 11) : 2개의 삼각퍼지수

$\mu_{\tilde{T}_1}(x)$ $\mu_{\tilde{T}_2}(x)$: 2개 각 삼각퍼지수의 所屬函數로 가능성을 나타낸다.

$$S = \cup^{n}_{i=1} S_i \tag{10}$$

단, $S_i = \{ x \mid \mu_{\tilde{T}_i}(x) > 0 \} = \{ 2, 3, 4, \cdots 9, 10, 11, \cdots 21 \}$ (11)

x_{Max} = sup S = 11

x_{Min} = inf S = 2

$\mu_{\tilde{G}}(x)=[(x-11)/(2-11)]$　　$2\le x\le 11$

$\mu_{\tilde{M}}(x)=[(x-2)/(11-2)]$　　$2\le x\le 11$

$U_{\tilde{G}}(1)= \sup_x (\mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{T}_1}(x))$　　i=1
$= 0.75$

$U_{\tilde{M}}(1)= \sup_x (\mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{T}_1}(x))$　　i=1
$= 0.54$

$U_{\tilde{T}}(1) = [U_{\tilde{M}}(1)+1-U_{\tilde{G}}(1)]/2,$　　i=1
$= [0.54+1-0.75]/2 = 0.395$

$U_{\tilde{G}}(2)= \sup_x (\mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{T}_2}(x))$　　i=2
$= 0.82$

$U_{\tilde{M}}(2)= \sup_x (\mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{T}_2}(x))$　　i=2
$= 0.56$

$U_{\tilde{T}}(2)= [U_{\tilde{M}}(1)+1-U_{\tilde{G}}(1)]/2,$　　i=2
$= [0.56+1-0.82]/2 = 0.37$

$U_{\tilde{T}_1} > U_{\tilde{T}_2}$ 이므로 퍼지수 $\tilde{T}_1$ 이 크다고 평가되므로 k=1인 공정값은 $\tilde{T}_1$ 이 되고 k=2인 공정값은 $\tilde{T}_2$ 가 된다. 따라서 $x_4^{(2)}$의 네번째 요소는 { [(2, 5, 9), (2, 4, 11)] } 가 되어 결국 $\tilde{x}^{(2)}$의 계산결과는 다음과 같다.

$\tilde{x}^{(2)} = \{[0, -\infty] [(1,2,3), -\infty] [(2,5,6), -\infty]$
$[(2, 5, 9), (2, 4, 11)]\}$

마찬가지 방법으로 나머지 벡터를 구하면 다음과 같다.

$\tilde{x}^{(3)} = \{[0, -\infty] [(2, 3, 10), (1, 2, 3)]$
$[(1, 1, 6), -\infty] [(3,6,16), (2,4,11)]\}$

$\tilde{x}^{(4)} = \{[0, -\infty] [(2, 3, 10), (1, 2, 3)]$
$[(1, 1, 6), -\infty] [(3,6,16), (2,5,9)]\}$

〈表 4〉 例題 네트웍의 퍼지 k－最長工程計算結果

(단위 : 日)

工程	k	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
1 까지	1	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
	2	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
2 까지	1	2 10	2 9	2 9	2 8	2 7	3 7	3 6	3 5	3 4	3 4	3
	2	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	2 3	2 2	2 2	2 2	2 2	2
3 까지	1	1 6	1 6	1 5	1 5	1 4	1 4	1 3	1 3	1 2	1 2	1
	2	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
4 까지	1	3 16	3 15	4 14	4 13	4 12	5 11	5 10	5 9	5 8	6 7	6
	2	2 11	2 10	2 10	3 9	3 8	3 8	3 7	3 6	4 5	4 5	4

$$\tilde{\mathbf{x}}^{(5)} = \{[\mathbf{0}, -\infty]\ [(2,3,10),(1,2,3)]\ [(1,1,6), -\infty]\ [(3,6,16),(2,5,9)]\}$$

여기서 $\tilde{\mathbf{x}}^{(4)} = \tilde{\mathbf{x}}^{(5)}$ 이므로 最適解에 이르렀음을 알 수 있다. 따라서 $\alpha=0$인 경우 $k=1$인 工程은 極限工期가 3日이고 正常工期가 16日이며 適正工期는 6日임을 알 수 있다. 위와 같은 計算節次를 적용하여 $\alpha=0.1$ 부터 $\alpha=1$ 까지 계산한 結果는 〈表 4〉와 같다. 이 表에서 보면 $\alpha=0.5$인 경우 마디 2까지의 最長經路($k=1$) 값은 極限工期가 3日이고 正常工期가 7日이며 適正工期는 3日로 평가되며 $k=2$인 두번째 最長工程값은 極限工期 2日, 正常工期 3日 適正工期 2日임을 알 수 있다. 이 表의 계산과정에서 工期를 1日 單位로 구하기 위해 소수점이하에서 반올림하였다.

(나) 經路逆追跡(Back track) 節次[2]를 이용하여 경로를 찾는다.

마디 4에 이르는 퍼지 k－最長工程값 (3, 6, 16), (2, 4, 11)에서 $k=1$인 工程을 단계별 절차를 이용하여 逆追跡한다.

〈段階 나－(1)〉

A*에서 원마디에서 착마디로 가는 j번째 最長工程값을 다음 式(12)과 같이 定義하자.

$$(\tilde{a}^*_{st})_j : (1 \le s,\ t \le n,\ 1 \le j \le k) \qquad (12)$$

이것을 다시 $r(t,j)$라고 定義하여 아래와 같이 둔다.

$$\tilde{r}(t,j) = (\tilde{a}^*_{st})_j$$

式(12)과 같이 $(\tilde{a}^*_{14})_1$은 (3, 6, 16) 이므로 $\tilde{r}(4,1) = (3, 6, 16)$이다.

〈段階 나－(2)〉

다음 式(13)를 만족하는 t_1을 선택한다.

$$\tilde{r}(t_1, j_1) + \tilde{d}_{t_1 t} = \tilde{r}(t, j)\ \ (j_1 \le j) \qquad (13)$$

따라서 $\tilde{r}(t_1, j_1) + \tilde{d}_{t_1 t} = \tilde{r}(t, j)$에서 $t_1=3$ 또는 $t_1=2$, $j_1=1, \tilde{d}_{t_1 j} = (1, 3, 5)$ 또는 (1, 3, 6) 이므로 式(14)이 성립한다.

$$\tilde{r}(3,1) + (1,3,5) \fallingdotseq \tilde{r}(4,1) \qquad (14)$$
$$\tilde{r}(2,1) + (1,3,6) = \tilde{r}(4,1)$$

〈段階 나－(3)〉

$t_1 = s$이면 이 工程은 원마디를 출발하여 착마디로 가는 j번째 最長工程이 됨을 알 수 있다.

〈表 5〉 α水準에 따른 主工程 계산결과

可能性	工期 (日)		工費 (천원)		適定工期
	正常工期	極限工期	正常費用	極限費用	
0	16	3	1150	3500	6
0.1	16	3	1150	3500	6
0.2	15	3	1270	3500	6
0.3	14	4	1470	3340	6
0.4	12	4	1750	3340	6
0.5	12	5	1750	2940	6
0.6	10	5	2180	2940	6
0.7	10	5	2180	2940	6
0.8	8	6	2550	2780	6
0.9	7	6	2660	2780	6
1	6	6	2780	2780	6

* 이 工事의 適正費用은 2780천원

〈段階 나-(4)〉

$t_1 = s$가 아니면

$t = t_1$

$$j = j_1 \tag{15}$$

으로 두고 단계 2로 가서 다시 계산한다. 예제에서는 式(15)을 만족하는 마디는 2번이므로 $t=2$ $j=1$이 된다. 계속해서 위와같은 節次를 反復하면

$\tilde{r}(1, 1) + (1, 2, 3) \neq \tilde{r}(2, 1)$

$\tilde{r}(3, 1) + (1, 2, 4) = \tilde{r}(2, 1)$

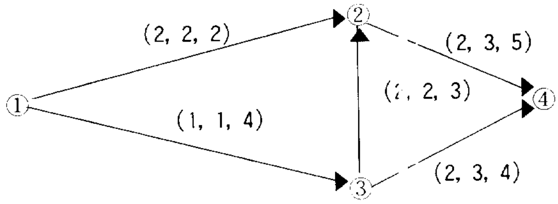
을 만족하므로 $t_1=3$, $j_1=1$이 된다. 다시 반복하면

$\tilde{r}(1, 1) + (1, 1, 6) = \tilde{r}(3, 1)$

여기서 $t_1=s=1$ 이므로 工程값 (3, 6, 16)에 대한 工程追跡節次를 끝내고 工程을 순서대로 나타내면 ①-③-②-④가 된다. 이와같은 요령으로 k=2인 工程을 追跡하면 ①-③-④가 된다. 위와같은 단계로 $\alpha=0.9$ $\alpha=0.8$ … $\alpha=0.1$까지 工程을 追跡하면 각 해당 可能性의 計算結果 및 工程을 구할수 있게된다. k=1인 주공정이 구해졌으므로 〈表 2〉의 자료를 이용하면 $\alpha=0$에서 정상비용이 1150천원이고 극한비용은 3500천원임을 알 수 있다. 이와같은 방법으로 0 부터 1 사이의 모든 可能性에 따른 工期및 工費의 계산결과를 알고자 한다면 〈段階 4〉를 반복하면 例題 네트웍의 경우 〈表 5〉와 같은 결과를 얻을 수 있다. 임의의 α水準에서 正常工期로 작업을 하려면 〈段階 5〉로가고 그렇지 않고 指定工期가 있어 工期短縮을 하려면 〈段階 6〉으로 간다.

〈段階 5〉

段階 4의 평가결과를 참고로 α水準을 결정한 후 해당 α수준의 正常工期로 공사를 하고자 할 경우 각 單位工程의 작업일수와 비용을 출력한다. 예를들어 $\alpha=0.5$ 수준으로 공사를 진행하겠다고 할 경우 정상공기인 〈表 5〉의 12日로 工期를 결정하겠다는 것이며 이때 각 單位工程의



[그림 5] α=0.5 水準의 퍼지 k-最長工程 計算節次 例題 네트웍

〈表 6〉 α=0.5의 單位工程表

工 程	工 期 (일)		工 費 (천원)		費用 包配
	正常工期	極限工期	正常費用	極限費用	
1, 2	2	2	400	400	−
1, 3	4	1	340	700	120
3, 2	3	2	500	700	200
2, 4	5	2	260	590	110
3, 4	4	2	450	550	50

자료는 〈表 2〉에서 α=0.5의 單位工程 자료를 참고로 하면 된다. 결국 〈表 2〉는 모든 가능성 수준에서 工期短縮을 하기전의 正常 및 極限工期와 工費를 알수 있는 자료가 된다. 결과가 적절하면 끝내고 다른 α水準으로 검토하려면 다시 段階 4부터 반복한다.

〈段階 6〉

이 段階는 해당 α水準에서 正常工期로 작업을 하지 않고 해당 α水準의 가용한 범위에서 工期를 短縮시키고자 할 때 적용된다. 예를들어 α=0.5 수준에서 指定工期가 10日이라면 〈表 5〉에서 α=0.5의 正常工期인 12日에서 2日을 短縮한 工期로 작업을 진행하겠다는 의미이므로 여기서 工期短縮을 시작한다. 이때 사용하는 工期短縮 技法은 工期短縮 修正알고리즘 [2]을 사용하도록 한다.

例題 네트웍 [그림 3]을 α=0.5 水準으로 再構成하면 다음 [그림 5]와 같으며, 〈表 2〉의 자료를 참고로 α=0.5수준의 單位工程表는 다음 〈表 6〉과 같다.

例題의 資料를 이용하여 工期短縮 計算節次를 적용, 指定工期 10日 까지 工期를 短縮시킨다. 그 계산과정은 다음과 같다.

(段階 6−1) 正常工期시의 工期와 工費로 工期短縮을 시작한다. k=1인 工程과 短縮 可用日數를 알기위해 k=2인 工程을 찾는다.

$$k=1 \text{ 인 工程} \quad ① \overset{4}{-} ③ \overset{3}{-} ② \overset{5}{-} ④ \quad \text{工期 12日}$$

$$k=2 \text{ 인 工程} \quad ① \overset{4}{-} ③ \overset{4}{-} ④ \quad \text{工期 8日}$$

여기서 k=1인 工程과 k=2인 工程의 차이가 可用短縮日인 2日보다 작으므로 k=1인 工程에서 2日을 短縮한다. 이때 費用句配가 가장작은 ②-④ 工程을 최대한 短縮시킨다.

(段階 6-2) k=1 인 工程을 2日 短縮하면 다음과 같다.

$$k=1 \text{ 인 工程} \quad ① \overset{4}{-} ③ \overset{3}{-} ② \overset{3}{-} ④ \quad \text{工期 10日}$$

$$k=2 \text{ 인 工程} \quad ① \overset{4}{-} ③ \overset{4}{-} ④ \quad \text{工期 13日}$$

(段階 6-3) 指定工期인 10日이 되었으므로 工期短縮을 完了하고 이때의 單位工程과 費用을 〈表 7〉과 같이 출력한다.

〈表 7〉 α=0.5에서 指定工期 10日의 單位工程表

工 程	作業日數(일)	作業費用(천원)
1,2	2	400
1,3	4	340
3,2	3	500
2,4	3	480
3,4	4	450

이때 主工程은 ①-③-②-④ 이며 作業日數는 10日이고 費用은 2170천원으로 正常工期시 보다 220천원이 증가 하였다. 만약 指定工期인 10日을 다른 可能性에서 評價하려면 α수준을 변경한후 段階 4 부터 反復하고 그렇지 않으면 계산을 끝낸다.

4. 適用 例

4.1 工事資料

여기서 사용하는 자료는 대규모 土木工事計劃中의 一部로써 道路를 연결하는 橋梁工事를 下請받은 建設會社의 橋梁工事에 관한 工程資料이다. 本 工事에서 고려한 諸般 附帶費用은 直接費만을 다루었고 工期 및 工費에 관한 資料는 〈表 8〉과 같다. 이 表에 나타나있는 所要費用에는 工事日程을 지키지 못하여 발생하는 罰則金에 대해서는 考慮하지 않았다.

4.2 퍼지 k-最長工程 알고리즘의 適用結果

퍼지 k-最長工程 알고리즘을 利用하여 각 單位工程의 α水準에 따른 퍼지 k-最長工程을 계산하면 〈表 9〉와 같은 결과를 얻을 수 있다. 이 表를 보면 주어진 橋梁工事를 管理하는데 필요한 모든 工期에 대한 費用과 工期내 완료 가능성에 관한 情報를 얻을 수 있어 폭넓고 다양한 의사결정이 가능하다.

예를 들어 橋梁工事를 위해 可用한 豫算이 828,669천원이라고 판단하였다면 〈表 9〉에서 이 정도의 비용으로 가장 높은 가능성은 0.5이고 이때 工期는 108일임을 알 수 있다. 그러나 만약 예산이 835,034천원이라면 이 비용에서 가장 높은 可能性은 0.8이 되고 工期는 107일이 된다. 따라서 6,365천원 증액시켜서 可能性을 0.8로 증가시킬 것인가 아니면 可能性을 0.5로 두고 6,535천원을 절약할 것인가 하는 取捨選擇(trade-off)問題가 대두된다. 결심권자는

〈表 9〉 橋梁工事의 工期, 工費表

作業名	作業		所要工期(일)			所要費用(천원)		費用包配 IC_{ij}
	i	j	正常	適正	極限	正常	極限	
A 1	1	2	7	6	5	2300	2980	340
A 2	1	3	6	5	4	17750	21450	1850
A 3	1	5	3	3	2	5000	6300	1300
A 4	1	8	3	3	2	3254	8221	4967
A 5	1	19	2	2	2	9550	9550	
A 6	2	3	0	0	0	0	0	
A 7	3	4	3	3	2	16000	18200	2200
A 8	3	6	4	4	3	6500	9000	2500
A 9	4	5	0	0	0	0	0	
A10	4	7	5	5	4	6800	7200	400
A11	4	8	6	5	4	107000	117800	5400
A12	5	8	6	6	5	35400	37400	
A13	6	9	10	9	7	99900	132400	10833
A14	7	8	0	0	0	0	0	
A15	7	10	0	0	0	0	0	
A16	8	11	7	6	5	37500	39200	850
A17	9	10	0	0	0	0	0	
A18	9	12	3	3	3	1256	1256	
A19	9	13	2	2	2	12320	12320	
A20	10	13	4	4	3	20200	25000	4800
A21	11	13	0	0	0	0	0	
A22	11	14	3	3	3	13000	13000	
A23	11	15	6	6	5	28000	29800	1800
A24	11	16	13	11	0	58400	61260	953
A25	11	18	15	13	1	93328	97750	1106.5
A26	12	13	0	0	0	0	0	
A27	13	17	3	3	3	25000	25000	
A28	14	18	0	0	0	0	0	
A29	15	18	0	0	0	0	0	
A30	17	18	0	0	0	0	0	
A31	16	18	0	0	0	0	0	
A32	17	19	0	0	0	0	0	
A33	18	20	4	4	3	26500	27350	850
A34	20	21	8	8	7	3500	4300	800
A35	20	22	18	16	4	61400	65800	1100
A36	20	23	11	10	8	4800	6150	450
A37	20	24	20	18	6	45200	47800	650
A38	21	24	0	0	0	0	0	
A39	22	24	0	0	0	0	0	
A40	23	24	0	0	0	0	0	
A41	24	25	13	12	1	15000	17800	1400
A42	19	26	20	17	5	35800	38300	500
A43	25	26	0	0	0	0	0	
A44	25	29	7	7	6	1200	1450	250
A45	26	27	20	17	5	5800	9400	720
A46	27	28	6	6	5	1500	1900	400
A47	27	29	15	14	2	8200	10800	867
A48	28	29	0	0	0	0	0	
A49	29	30	8	7	6	860	1360	250

〈表 9〉 工程－工 期－費用－可能性表

(單位：천원)

工程\α	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0
118	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	808218
117	0	0	0	0	0	0	0	0	0	811011	808468
116	0	0	0	0	0	0	0	0	813807	812020	808718
115	0	0	0	0	0	0	0	816601	815321	812326	809058
114	0	0	0	0	0	0	0	819390	815593	812911	809708
113	0	0	0	0	0	0	822185	818623	816113	813496	810358
112	0	0	0	0	0	824979	822130	818861	816633	814144	811078
111	0	0	0	0	82777	826769	822640	819456	817313	814792	811798
110	0	0	0	830565	828329	827369	823150	820051	817993	815440	812518
109	0	0	833359	831682	828329	828019	823660	820646	818673	816088	813238
108	0	0	836150	832072	828849	828669	824380	821486	819366	816736	813958
107	0	838945	835034	832462	829369	829319	825100	822326	820059	817501	814808
106	841737	838385	835754	833002	830089	829969	825820	823166	820753	818266	815658
105	0	846124	846124	833542	830809	830819	826600	824076	821473	819031	816508
104	0	0	850502	834205	831693	831924	827380	824986	822193	819811	817374
103	0	0	854889	834868	832577	833030	828160	825896	822913	820591	818241
102	0	0	0	859277	833617	834430	828940	826806	823633	821371	819108
101	0	0	0	0	863655	863655	829780	827786	824517	822366	820213
100	0	0	0	0	868040	868040	830620	828766	825401	823361	821318
99	0	0	0	0	0	872429	831940	830306	826521	824621	822718
98	0	0	0	0	0	0	876805	831854	827641	825881	824118
97	0	0	0	0	0	0	881194	833402	829401	827861	826318
96	0	0	0	0	0	0	0	885579	885579	885579	885579
95	0	0	0	0	0	0	0	0	889951	889951	889951
94	0	0	0	0	0	0	0	0	894345	894345	894345
93	0	0	0	0	0	0	0	0	0	898732	898732
92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	903110
91	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	907497

〈表 9〉에서 이와같이 工期, 可能性과 費用을 두고 取捨選擇決心을 용이하게 할 수 있다.

4.3 感度分析

適正工期의 변화가 全體費用에 미치는 영향을 分析하기 위해 感度分析을 실시하였다. 예를들어 〈表 8〉에서 A45 單位工程의 適正工期는 17일이고 極限工期는 15일이며 正常工期는 20일이다. 여기서 A45 單位工程의 適正工期를 15일에서 20일까지 변할 수 있다고 한다면 이 변화에 대한 費用과 可能性을 알아보기위해 퍼지 k－最長工程 計算節次를 적용하였으며 그 결과를 〈表 10〉에 기록하였다. 〈表 10〉을 보면 A45 單位工期가 최초 17일에서 20일로 하루씩 변화할 때 全體適正工期도 106일에서 109일로 변화하고 있다. 이렇게 A45 單位工程의 변화에 따라 全體適正工期가 변하는 이유는 〈表 8〉에서 A45 單位工程의 工程番號가 26－27이고 이 工程은 〈表 10〉의 하단에 나타나있는 主工程에 속해 있으며 適正工期가 변화해도 계속 主工程上에 있기 때문에 A45 單位工程의 변화는 全體適正工期의 변화에 직접 영향을 주게 되므로 適正工期가 변화하면 全體費用도 변화하게된다. 〈表 10〉에서 適正工期가 15일에서 20일까지 변할때 可能性 0.6까지는 비용변화가 거의 없으나 可能性이 0.7이상일 때는 비용의 차이가 커짐을 알 수 있다. 예를들어 適正工期 16일때의 비용과 19일때의 비용의 차를 보면 가능성 0.6일때는 776천원이나 가능성이 0.7일때는 3,102천원으로 그 차가 크게 증가하고 있다. 이와같이 費用의 평가정도가 適正工期에 따라 변화하는 이유는 [그림 6]과 같이 全體工程을 나타내는 主工程 삼각퍼지수의 모양이 달라지기 때문이다. 結論的으로 어떤 單位工程이 主工程에 속할 경우에 그 單位工程의 適正工期變化는 全體工事費用에 크게 영향을 주며 특히 可能性이 높아질수록 全體工事費用은 敏感하게 변화하고 있음을 알 수 있다.

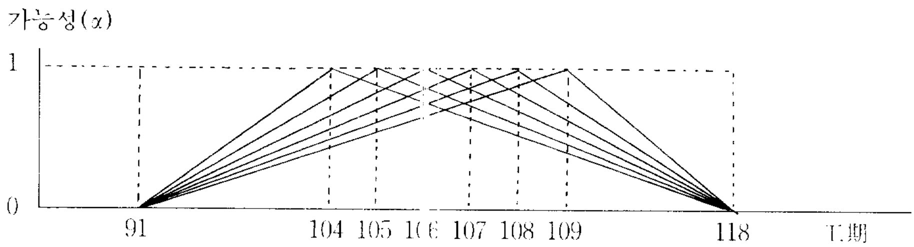
5. 結論

기존의 工程管理技法은 正常期間과 極限期間의 두가지 極端값에서 이루어지는 工期短縮問題를 다루고 있다. 그러나 실제로 工事現場에서는 이 두가지의 극단값으로 이루어지지 않을 가능성이 많으며 실제로 工事는 이 두가지 기간의 사이에서 진행된다. 따라서 가급적 工事管理者의 경험적 요소를 工期에 반영하기 위하여 本 研究에서는 適正工期(resonable duration)의 개념을 導入하였으며 이러한 工事管理者의 경험을 바탕으로 하는 工期를 삼각퍼지수로 표현하고 삼각퍼지수 演算으로 主工程을 계산하였다.

主工程 計算節次에서 적용된 理論的 바탕은 k－最長工程技法에서 導入한 代數的 構造를 이용한 反復法에 있으며 本 研究에서는 이들 代數的 構造를 퍼지수로 具顯하여 새로이 定義된 두가지 퍼지연산방법을 적용한 計算節次를 개발하였다. 그리고 두퍼지수 비교법을 이 技法에 추가하여 퍼지 k－最長工程技法을 도출하였으며, 이 技法을 사용하므로써 工期, 工費 및 완료 가능성의 세가지면을 고려한 종합적인 工程管理의 가능성을 제시하였다. 최종적으로 이 技法의 妥當性을 分析하기 위하여 橋梁工事資料에 적용한 結果 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

〈표 10〉 適正工期 變化時 工期와 費用의 變化

可能性	A 45 工 程 의 適 正 工 期					
	15	16	17	18	19	20
1					840297	
0.9				838036	837087	843350
0.8			836150	834458	833882	834026
0.7	833187	834556	832072	831958	831454	831613
0.6	829193	829281	828849	828937	828505	828793
0.5	828739	828529	828669	828659	828599	828839
0.4	824236	823948	824330	824092	824524	824236
0.3	821708	821492	821436	821270	821474	821678
0.2	819654	819510	819366	819915	819771	819627
0.1	816880	816808	816736	816664	816592	817135
0	813858	813958	813958	813958	813958	813958
			833187			
適正工期	104	105	106	107	108	109
主工程	1−2−3−4−5−8−11−18−20−24−25−26−27−29−30					



〔그림 6〕 適正工期 변화에 따른 主工程 삼각퍼지수의 頂點變化

첫째, 퍼지 k－最長工程에서 主工程을 계산한 결과가 삼각퍼지수로 具顯되므로 適正工期를 기준으로한 可能性 水準에 따라 주공정을 평가할 수 있었다.

둘째, 모든 工期와 費用을 可能性 水準別로 계산하여 工程, 工期, 費用 및 可能性을 나타내는 表를 算出함으로 工程, 費用 및 可能性을 통합하여 主工程을 評價할 수 있었다.

建築工事는 적절한 계획에 의하여 적절한 費用과 노력이 投入되지 않으면 要望期日내 工事

를 끝내지 못하는 경우가 가끔 발생한다. 따라서 本 研究에서 提示한 퍼지 k－最長工程管理技法은 費用에 따른 工期의 完了可能性을 綜合的으로 評價, 分析할 수 있는 長點을 갖고있다고 할 수 있다.

本 研究에 아파트공사, 다리공사, 조선공사와 같은 반복되는 공사에 관한 자료가 충분이 축적된다면 工期, 費用 및 可能性에 관한 실질적인 자료를 얻을 수 있고 工事管理者의 경험도 신뢰할 수 있으므로 이러한 工事에 대한 工程管理를 위해 本 研究에서 제시한 퍼지 k－最長工程技法을 적용한다면 효과적인 관리를 할 수 있을 것이다.

〈부 록〉

퍼지수의 順序(Ordering)

두개의 삼각퍼지수의 크기를 비교하고자할 때 퍼지수의 폭만을 비교하거나 삼각형 넓이만으로 비교하는것은 무의미하기 때문에 가능성과 퍼지수의 크기를 동시에 비교할 수 있는 Chen[6]의 順序決定公式을 比較尺度로 택하여 적용한다. 이에 관련된 정의는 다음과 같다.

$\tilde{T}_1, \tilde{T}_2 \cdots \tilde{T}_n$: n개의 삼각퍼지수

$\mu_{\tilde{T}1(x)}, \mu_{\tilde{T}2(x)}, \cdots \mu_{\tilde{T}n(x)}$, : n개 각 삼각퍼지수의 所屬函數로 $T_1, T_2, \cdots T_n$에 대한 가능성을 나타낸다.

$S = \cup_{i=1}^{n} S_i$ 단, $S_i = \{ x \mid \mu_{\tilde{T}i(x)} > 0 \}$

x_{MAX} = sup S : S의 要素중 가장 큰 x 값

x_{Min} = inf S : S의 要素중 가장 작은 x 값

$\tilde{G}$: 최소화 집합(minimizing set)으로 다음과 같은 소속함수에 의해 정의된다.

$$\mu_{\tilde{G}}(x) = [(x - x_{MAX}) / (x_{Min} - x_{MAX})]$$
$$x_{Min} \le x \le x_{MAX}$$

$\tilde{M}$: 최대화 집합(maximizing set)으로 다음과 같은 소속함수에 의해 정의된다.

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = [(x - x_{Min}) / (x_{Max} - x_{Min})]$$
$$x_{Min} \le x \le x_{MAX}$$

$U_{\tilde{G}}(i)$: 삼각퍼지수의 left utility라고 하며 다음과 같이 정의한다.

$$U_{\tilde{G}}(i) = \sup_{x} (\mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{T}i}(x)) \quad i = 1, 2, \cdots n$$
$$(\text{단 } \mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{T}i}(x) = \min\{ \mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{T}i}(x) \})$$

$U_{\tilde{M}}(i)$: 삼각퍼지수의 right utility라고 하며 다음과 같이 정의한다.

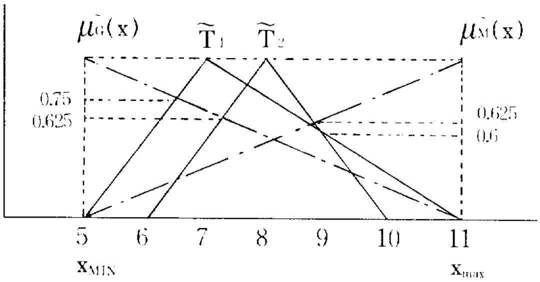
$$U_{\tilde{M}}(i) = \sup_{x} (\mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{T}i}(x)) \quad i = 1, 2, \cdots n$$
$$(\text{단 } \mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{T}i}(x) = \min\{ \mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{\tilde{T}i}(x) \})$$

$U_{\tilde{T}}(i)$: right utility와 left utility를 동시에 고려한 삼각퍼지수의 크기척도로써 Left utility는 작은 정도의 척도이므로 $1 - U_{\tilde{G}}(i)$로 고려되어 다음과 같이 표기된다.

$$U_{\tilde{T}}(i) = [U_{\tilde{M}}(i) + 1 - U_{\tilde{G}}(i)] / 2$$
$$i = 1, 2, \cdots, n$$

예를 들어 다음과 같은 두개의 삼각퍼지수의 크기를 비교해 보자. [그림 가]에서 볼 수 있듯이 두개의 퍼지수는 개략적으로 봐서 그 크기를 비교하기가 곤란하다. 따라서 $\mu_{\tilde{T}}(i)$ 식을 이용하여 삼각퍼지수 크기를 다음과 같이 비교할 수 있다.

$\tilde{T}_1 = (5,\ 7,\ 11),\ \tilde{T}_2 = (6,\ 8,\ 10)$



$x_1 = 6.5(L) \qquad x_1 = 8.6(R)$

$x_2 = 7.25(L) \qquad x_2 = 8.75(R)$

|그림 가| 퍼지수의 順序

$\tilde{T}_1=(5,\ 7,\ 11),\ \tilde{T}_2=(6,\ 8,\ 10)$: 2개의 삼각퍼지수

$\mu_{\tilde{T}1(x)}, \mu_{\tilde{T}2(x)}$: 2개 각 삼각퍼지수의 所屬函數

$S = \bigcup_{i=1}^{n} S_i \qquad S_i = \{\ x\ |\ \mu_{\tilde{T}i}(x) > 0\ \}$

$= \{\ 5,\ 6,\ 7,\ \cdots,\ 8,\ \cdots,\ 11\ \}$

$x_{MAX} = \sup S = 11$

$x_{Min} = \inf S = 5$

$\mu_{\tilde{G}}(x) = [\ (x-11)/(5-11)] \qquad 5 \le x \le 11$

$\mu_{\tilde{M}}(x) = [\ (x-5)/(11-5)] \qquad 5 \le x \le 11$

$U_{\tilde{G}}(1) = \sup_x\ (\mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{T}}(x)\ ) \qquad i=1$

$= 0.75$

$U_{\tilde{M}}(1) = \sup_x\ (\mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{T}1}(x)\ ) \qquad i=1$

$= 0.6$

$U_{\tilde{T}}(1) = [U_{\tilde{M}}(1) + 1 - U_{\tilde{G}}(1)]/2 \qquad i=1$

$= [0.6 + 1 - 0.75]/2 = 0.425$

$U_{\tilde{G}}(2) = \sup_x\ (\mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{T}1}(x)\ ) \qquad i=2$

$= 0.625$

$U_{\tilde{M}}(2) = \sup_x\ (\mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{T}1}(x)\ ) \qquad i=2$

$= 0.625$

$\mu_{\tilde{T}}(2) = [U_{\tilde{M}}(1) + 1 - U_{\tilde{G}}(1)]/2 \qquad i=2$

$= [0.625 + 1 - 0.625]/2 = 0.5$

$U_{\tilde{T}1} < U_{\tilde{T}2}$ 이므로 퍼지수 $\tilde{T}_2$가 크다고 평가된다.

參 考 文 獻

[1] 國防大學院, 「計量的 意思決定論 1,2」, 1991., pp.239−240.

[2] 方龍, "k−最長工程技法을 利用한 建築工事 工期短築에 관한 研究," 碩士學位論文, 國防大學院, 1990., pp.30−32.

[3] 이광형, 오길록, 「퍼지이론 및 응용」, 홍릉과학출판사, 1991., pp.6−15∼6−26.

[4] 韓萬文, "k−最長工程技法을 이용한 建築工事의 工程管理模型開發에 관한 研究," 碩士學位論文, 國防大學院, 1989., pp. 18−37.

[5] 韓千求, 「네트워크 工程管理」, 技文堂, 1991., pp.154−157.

[6] Chen, S.H., "Ranking Fuzzy Numbers with Maximizing Set and Minimizing Set," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.17 (1985), pp.113−129.

[7] Shier, D.R., "Iterative Methods for Determining the k Shortest Paths in a Network," *Networks*, Vol.6(1976)., pp. 205−229.