

광학적 슈뢰딩거의 고양이 : 광학에서의 양자 중첩 상태

김 명 식
서강대학교 물리학과

(1993년 4월 26일 받음)

슈뢰딩거에 의해서 擧論되기 시작한 量子的 重疊상태를 광학적 側面에서 考察한다. 양자중첩 상태의 생성, 양자 중첩상태의 비고전적 성질을 살펴보고, 거시적 중첩상태를 관측하기 어려운 이유를 알아본다.

I. 序 論

슈뢰딩거의 고양이 逆說 (Schroedinger cat paradox)은 다음과 같다. “고양이 한 마리가 상자 안에 있다. 상자 안에는 당장 고양이를 죽일 수 있는 가스 분출 장치가 있다. 원자의 방사능 붕괴 현상이 가스분출기의 방아쇠를 잡아 당기도록 설치하고, 상자를 밀폐한 후 실험을 개시하자. 한 순간 뒤에 방사능 崩壞현상이 일어날 수도 있고 그렇지 않을 수도 있다. 결국, 가스가 放出될 수도 있고 또 그렇지 않을 수도 있다. 문제는 그 안을 들여다 보지 않고 그 안에서 무슨 일이 일어났느냐를 알 수 있는가에 있다.”^[1] 상자안의 상태는 살아있는 고양이와 죽어있는 고양이라는 거시적 상황에 대한 중첩상태로 주어질 것이다. 슈뢰딩거의 역설은 물리적으로는 ‘양자적 중첩상태’로서 설명될 수 있다. 양자적 중첩상태는 순수상태로서, 상자안의 고양이 상태를 물리적 기호인 디락의 켓(ket) 벡터를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$|\Psi\rangle = C_1 |live\rangle + C_2 |dead\rangle \quad (1)$$

여기서 C_1, C_2 는 각 상태의 확률진폭으로 다음의 規格化 條件을 만족시킨다.

$$|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1 \quad (2)$$

하지만 슈뢰딩거 역설은 코펜하겐 해석에 의하면 큰 의미를 지니지 못한다. 코펜하겐의 학자들은 측정가능한 것만이 물리적으로 의미를 갖는다고 보고, 위와 같은 고양이상자 실험에서 중요한 것은 뚜껑을 열었을 경우 고양이의 상태라고 하였다. 코펜하겐 해석에서의 측정,

즉 뚜껑을 열어 볼 경우 고양이는 죽어 있거나 살아 있을 것이다. 이때 고양이가 살아있을 확률이 P_1 , 죽어있을 확률이 P_2 라면, 측정 상태를 물리적 기호로써 다음과 같은 밀도 연산자로 나타낼 수 있다.

$$\rho = P_1 |live\rangle\langle live| + P_2 |dead\rangle\langle dead| \quad (3)$$

이와 같이 고전적으로 해석이 가능한 혼합상태와 비고전 순수상태인 중첩상태를 비교하기 위해 식 (1)의 상태를 밀도 연산자로 써보자.

$$\begin{aligned} \rho &= |\Psi\rangle\langle\Psi| \\ &= |C_1|^2 |live\rangle\langle live| + |C_2|^2 |dead\rangle\langle dead| \\ &\quad + C_1 C_2^* |live\rangle\langle dead| + C_1^* C_2 |dead\rangle\langle live| \end{aligned} \quad (4)$$

비고전상태인 (4)에는 고전상태 (3)에는 없는 결맞음 항들 (coherence terms, 혹은 interference terms)이 존재하고, 이항들이 궁극적으로 고전이론과 비고전이론간의 차이를 가져다 준다. 디락은 그의 책에서 중첩원리란 양자이론의 根幹이 되며, 궁극적으로 양자이론에 의한 자연현상의 해석이 고전이론에 의한 자연현상의 해석과 다른 점은 바로 이 양자적 중첩상태의 존재 때문이라고 했다.^[2]

光學에서 결맞음장이 고전이론과 비고전이론의 경계에 해당하는 성질을 가진다는 것은 잘 알려진 사실이다. 이러한 결맞음장의 중첩상태를 만들어 양자이론을 실험으로 보이려는 노력이 있어 왔었다. 그 진폭이 α ($i=1, 2, \dots, N$)인 N 개의 결맞음장의 중첩상태는 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^N C_i |\alpha_i\rangle \quad (5)$$

여기서 A 는 규격화 상수이다.

이론적 연구로서 여키(Yurke)와 스톨라(Stoler)는 비선형물질과 결맞음장과의 상호작용을 통해서 초기 결맞음장이 상호작용 후 결맞음장간의 중첩상태로 나타남을 밝혔다.^[3] 게-바나클로셰(Gea-Banacloche)는 손실이 전혀 없는 공진기안에서 하나의 이준위 원자와 상호작용하는 공진기장이 일정한 시간 후에는 180도 위상차가 나는 결맞음장들의 양자중첩상태로 바뀔을 밝혀내었다.^[4] 즉, 위의 두가지 이론에 의해 얻어진 중첩상태는 식 (5)에서 $N=2$, $\alpha_2 = -\alpha_1$ 로 나타날 것이다. 하지만 실제로 원자 하나를 완벽한 공진기에 넣는다는 것은 실험적으로 불가능한 일이다, 혹시 가능하더라도 그 손실없는 공진기장이 어떤 상태에 있는지를 검지할 수가 없다.

셔만(Sherman)과 쿠리즈키(Kurizki)는 공진기 안에 이준위 원자를 넣는 대신 삼준위 원자를 넣고 공진기장과 비선형 상호작용을 하게 하여, 중첩되는 결맞음장간의 위상차를 마음대로 조절할 수 있는 모델을 제시하였다.^[5] 이때 위상차는 상호작용 후 빠져나오는 삼준위 원자의 상태에 대한 조건부 측정시간의 조절에 의해서 결정된다. 이는 게-바나클로셰의 모델에 비해 실험적 가능성이 높은 모델이다. 게-바나클로셰 모델이 한개의 원자를 공진기에 가두어 두고 그 공진기장과 원자와의 상호작용을 관찰한데 비해, 셔만-쿠리즈키의 모델은 아주 밀도가 낮은 원자가스를 마이크로메이저 공진기에 입사 시킴으로써 그안에서 마이크로파와 원자와의 상호작용을 관찰할 수 있게 하여 주었다. 이때 공진기 내부에는 늘 1개이상의 원자가 존재하지 못하도록 원자속도를 제어한다. 이 모델에서는 그 공진기상태를 다음 원자와 공진기장과의 상호작용 결과로 알아낼 수 있다. 아로쉬(Haroche) 등은 삼준위 원자를 이용하여 비슷한 실험환경 아래에서 양자중첩상태 발진을 위해 많은 연구를 하였다.^[6] 빛의 양자성 연구의 초점이 되어온 '콤팩트' [7] 및 'sub-Poisson 빛' [8] 역시 양자 중첩상태의 극한 경우에 해당한다. 콤팩트는 가우시안 확률분포를 가진 연속적인 결맞음장의 중첩상태로 표시될 수 있고 [9], sub-Poissonian 빛의 극한이 되는 수상태 (Fock state 혹은 energy eigenstate) 역시 결맞음장의 무한 중첩으로 표시할 수 있다.

이러한 거시적 양자중첩상태가 실험적으로 관측되지 않는 이유는 무엇일까? 양자상태를 고전장치로 측정하려는 모순을 범하지 않는 한 코펜하겐 해석은 염두에 두지 않아도 될 것이다. 주렉(Zurek)은 거시적 중첩상태의 관측이 난이한 이유로 환경의 영향을 들었다.^[10] 대부분의 실험에서 무시되어질 수 없는 환경의 열적효

과는 엄청나게 빠른 속력으로 중첩상태의 양자적 성질을 감쇄시키게 된다. 밀번(Milburn)은 우주적 최소시간(universal minimum time)에 의해 결정되는 주기적 튕(jumping)에 의해 양자현상이 감쇄된다고 하였다. 그는 이의 계산을 위해 비선형 슈뢰딩거 방정식의 개념을 도입하였다^[11]

다음장에서는 중첩상태의 발전에 대해 알아보고, 3장에서는 그들의 비고전적 성질을 알아보았다. 그리고 마지막으로 이들 중첩상태가 관측되는데 있어서의 문제점들을 알아본다.

II. 중첩상태의 발전

1 비선형 물질(Kerr medium)을 이용한 방법

다른 주위의 환경을 무시하고 비선형 물질에 결맞음장이 입사되는 계를 고려하자. 비선형작용은 양자적으로 비조화 진동자의 해밀토니안으로 나타낼 수 있다. n 은 수 연산자(number operator)이고 k 는 1보다 큰 정수일 때 비조화 항이 n^k 에 비례한다고 하면 비조화 진동자의 해밀토니안은 다음과 같이 표현된다.

$$H = h(\omega(n + 1/2) + \Omega n^k) \quad (6)$$

여기서 ω 는 조화 진동자의 주파수 즉, 결맞음장의 주파수이고, Ω 는 비조화 진동항의 세기로 비선형 유전상수에 의존한다. α 의 진폭을 갖는 초기 결맞음장은

$$|\alpha\rangle = \exp(-|\alpha|^2/2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (7)$$

이고, 여기서 $|n\rangle$ 은 n 개의 수상태를 말한다. 비선형물질과 상호작용하는 초기 결맞음장의 시간에 따른 변화는 해밀토니안 (6)에 의한 하나스러운 변환(unitary transformation)으로 알 수 있다: 시각 t 에서 빛의 상태는

$$|\alpha, t\rangle = \exp(-i\Omega n^k t) |\alpha\rangle \quad (8)$$

로 표시되고, 이 상태는 식 (7)을 식 (8)에 대입함으로써 수상태 바탕 (Fock state basis)으로 다음과 같이 표시된다.

$$|\alpha, t\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \sum \alpha^n \frac{\exp(-i\phi_n)}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (9)$$

위식은 글라우버 (Glauber)가 말한 일반적인 결맞음장 상태(generalized coherent state)이고,^[12] 여기서

$$\phi_n = \Omega n^k t \quad (10)$$

이다. 상태 (9)는 $2\pi/\Omega$ 의 주기를 가지고 있음을 볼 수 있다. 상호작용시간 t 를 적절히 택하면 식 (9)의 성질을 볼 수 있게 된다.^[3] $t=\pi/\Omega$ 를 대입하면 $\exp(-i\phi_n)=(-1)^n$ 이 되고 $|\alpha\rangle$ 는 $|\alpha\rangle$ 를 만들어낸다.

더 흥미로운 것은 $t=\pi/2\Omega$ 의 경우이다. k 가 짝수인 경우에 대해서 n 이 짝수인 경우와 홀수인 경우를 나누어서 살펴보자. 우선 n 이 짝수인 경우 $\exp(-in\pi)=1$ 이다. n 이 홀수인 경우에는 $\exp(-in\pi)=-1$ 이다. 이 상태를 (9) 식을 이용해서 나타내면

$$|\alpha, \pi/2\Omega\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \sum_m \left\{ \frac{\alpha^{2m}}{\sqrt{2m}!} |2m\rangle - i \frac{\alpha^{2m+1}}{\sqrt{(2m+1)!}} |2m+1\rangle \right\} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\exp(-i\pi/4)|\alpha\rangle + \exp(i\pi/4)|-\alpha\rangle] \quad (11)$$

이 되고, 이는 서로 180도의 위상차가 있는 같은 크기의 두개의 결맞음장의 중첩을 나타낸다. 식 (11)의 중첩상태를 그 제안자의 이름을 따라 여카-스톨라(Yurke-Storler) 중첩상태라 한다.

2. 제인스-커밍스 계에 의한 발진

손실이 없는 공진기 내부에서 한개의 이준위 원자와 그 量子化된 단일 주파수의 공진기場이 상호작용하는 계를 제인스-커밍스계라 부른다.^[13] 이 원자-전자기장의 混濁계는 간단히 원자-전자기장 상호작용의 양자성을 보일 수 있어 양자이론의 시험대로 많이 쓰이고 있다. 제인스-커밍스계에서 初期 공진기장의 平均光子數가 N 이었다고하고 원자는 初期에 그 들뜬상태에 있다고 가정하자. 원자의 흡수, 방출 작용으로 공진기장의 平均光子數는 시각에 따라 N 과 $N+1$ 사이를 라비진동(Rabi oscillation)할 것이다. 양자적 효과의 하나로 이 라비진동이 일정 시간동안 없어졌다가 다시 되살아나는 현상은 잘 알려진 현상이다. 게-바나클로웨는 공진기장의 엔트로피 변화를 추적한 결과 라비진동이 없어지는 이 기간 중에 공진기장과 원자간의 뒤얽힘이 사라지고, 공진기장과 원자는 각각 그들의 순수상태에 있게 됨을 알아내었다.^[4] 피닉스(Phoenix)와 나이트(Knight)는 이 순수상태의 공진기장이 다음과 같은 두가지 형태의 중첩상태로 규정지워질 수 있다고 발표하였다.

$$|\alpha\rangle_r = A^{1/2}(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle); A^{-1} = 2[1 + \exp(-2|\alpha|^2)] \quad (12)$$

$$|\alpha\rangle_o = A^{1/2}(|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle); A^{-1} = 2[1 - \exp(-2|\alpha|^2)] \quad (13)$$

이들 두 상태는 그 광자수 분포의 성질상 짝수 상태(even coherent state)와 홀수 상태(odd coherent state)라고 부른다 (3장의 광자수 분포 참조).^[14]

서만과 쿠리츠키는 양자중첩상태를 얻기 위해 제인스-커밍스계를 약간 변형시켜 생각하였다.^[5] 단일 주파수의 공진기장과 한개의 삼준위 원자가 손실없는 공진기에서 비선형 상호작용하는 계를 고려하자. 이때 삼준위를 각각 들뜬, 중간, 바닥 상태라 부르자. 한개의 광자는 들뜬-중간혹은 중간-바닥 상태의 遷移를 시킬 수는 없지만, 두개의 光子가 함께 작용할 경우 비선형 遷移인 들뜬-중간-바닥 상태 遷移와는 공진한다고 가정하자. 그러면 이때 二光子들뜬-바닥 상태천이의 라비진동수는 들뜬-중간, 중간-바닥 천이의 라비진동수와 관련된 상수 E, G 를 이용하여 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\Omega_n = E + nG \quad (14)$$

초기조건으로 원자는 들뜬상태 $|e\rangle$ 에 있고 전자기장은 任意的 순수상태에 있을 때 일반적으로 그 원자-전자기장계의 상태를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$|\Psi\rangle = |e\rangle \sum_{n=0}^{\infty} C_n(n) |n\rangle \quad (15)$$

여기서 $C_0(n)$ 은 비중함수이다.

제인스-커밍스 계에서는 한개의 원자가 공진기안에 갇혀있는 상태를 유지하지만, 서만과 쿠리츠키는 이 理論的 高찰을 위해 마이크로메이저 공진기 실험을 실질적으로 염두에 두었다. 즉, 밀도가 낮은 원자가스를 마이크로메이저 공진기에 입사시킬 경우 원자들의 속도를 조절함으로써 마이크로메이저 안에는 한순간에 많아야 하나만의 원자만이 존재하도록 할 수 있다. 공진기장과 상호작용하고 난 후 공진기를 빠져나가는 원자의 상태를 조사함으로써 상호작용 후 공진기장의 상태를 알 수 있다. 서만과 쿠리츠키는 중첩상태 발전을 위해, 상호작용 후 원자의 상태를 조건부 측정하였다. 상호작용 후 원자들은 초기와 같은 들뜬상태에 있을 수도 있고, 또 바닥상태에 있을 수도 있다. 이중 들뜬상태에 있을 경우만 생각하고 그 경우의 공진기장을 고려한 것이다. 이와같은 조건부 측정은 원자의 이온화를 이용한 실험을 이용해 수행할 수 있다.

첫번째 원자가 초기 공진기장과 상호작용한 후 시간 t_1 후에 공진기장을 빠져 나왔을 때 그 공진기장은 $\Psi(t_1)$

상태에 있게 된다. 이 때 $\Psi(t_1)$ 은 상호작용 해밀토니안을 이용한 하나스러운 변환으로 쉽게 구할 수 있다.^[5] 이론적으로 어떤 계를 측정한다 함은 그 계를 묘사하는 상태벡터에 측정을 가함으로써 얻어질 수 있다. 첫번째 원자가 상호작용 후 들뜬상태 ($|e\rangle$)에 있을 확률은

$$P_1 = |\langle e | \Psi(t_1) \rangle|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} |C_o(n)|^2 \cos^2\left(\frac{\Omega_{n+2}}{2} t_1\right) \quad (16a)$$

으로 주어지고 그 공진기장의 상태는 새로운 규격화 상수와 더불어 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$|\Psi(t_1)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_1(n) |n\rangle \quad (16b)$$

여기서

$$C_1(n) = \frac{1}{\sqrt{P_1}} C_o(n) \cos\left(\frac{\Omega_{n+2}}{2} t_1\right) \quad (16c)$$

는 광자수분포에 대한 새로운 비중합수가 된다. 만약 식 (7)과 같은 결맞음장이 그 초기 공진기 조건으로 주어졌을 때, 식 (16b)을 다시 써보면 다음과 같은 임의의 위상차를 가지는 두 결맞음장간의 중첩상태가 된다.

$$|\Psi(\alpha, t_1)\rangle = \frac{1}{2\sqrt{P_1}} \left\{ \exp(i(E+2G)t_1/2) | \alpha \exp(iEt_1/2) \rangle + \exp(-i(E+2G)t_1/2) | \alpha \exp(-iEt_1/2) \rangle \right\} \quad (17)$$

여기서 α 는 실수로 취급하였다. 두 구성 결맞음장 간의 위상차 Et_1 는 원자가 공진기장에 滯留하는 시간 t_1 과 라비진동수 E 로 조절할 수 있다. 이 章에서는 여러가지 양자중첩상태의 발전이론에 대해 알아보았다. 다음 장에서는 위에서 다룬 3가지 중첩상태 (11), (12), (13)의 여러 가지 비고전적인 성질에 대해서 알아보려고 한다.

III. 양자중첩상태의 비고전적 성질

1 광 통계(Photon statistics)

가장 잘 알려진 빛의 성질 가운데 하나가 광통계이다. 어떤계의 광자수 분포(photon number distribution)는 그계의 밀도 행렬을 이용하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$P_n = \langle n | \rho | n \rangle \quad (18)$$

여기에 결맞음장의 밀도행렬 $\rho = |\alpha\rangle\langle\alpha|$ 를 대입하면 결맞음장의 광자수 분포를 다음을 얻는다.

$$P_n = \exp(-|\alpha|^2) \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} \quad (19)$$

위 식은 광자의 숫자 n 에 대한 프와송(Poissonian) 분포이다. 결맞음장($|\alpha\rangle$ 은 광자의 수분포가 프와송 분포를 가지는 상태로서 평균 광자의 숫자가 $n = |\alpha|^2$ 이다.

어떤 연산자의 변량(variance)는 다음과 같이 정의 된다.

$$\langle (\Delta M)^2 \rangle = \langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2 \quad (20)$$

결맞음장의 광자수의 변량은 $\langle (\Delta n)^2 \rangle = |\alpha|^2 = \langle n \rangle$ 이다. 결맞음장은 고전적 성질과 비고전적 성질의 경계에 위치하고 있는 것으로 잘 알려져 있다. 결맞음장의 광자수 분포가 프와송분포이므로, 고전적으로는 광자수분포가 프와송 분포의 폭보다 적을 수가 없다. 이런 이유로 인해서 광자 수 분포는 그 상태가 고전적인 場인가 혹은 비고전적인 場인가의 판별에 이용되어 왔다. 양자場의 例로서 해밀토니안의 고유상태인 광자 수 상태에 대해서 고려해보자. 광자 수상태는 광자수가 정확히 결정된 상태로 광자 수 분포는 크로빅커 델타함수이고 광자수 변량은 0이다. 이는 당연히 프와송 분포보다 폭이 좁고 비고전 상태이다. 열 상태(thermal state)나 혹은 그밖의 고전적인 모든 상태의 광자수 분포는 프와송 분포보다 폭이 넓다. 프와송 분포를 경계로 해서 폭이 좁은 분포는 副프와송(sub-Poisson) 분포, 폭이 넓은 분포는 超프와송(super-Poisson) 분포라고 한다. 이런 개념으로 출발해서 맨들(Mandel)은 광자 수의 변량을 이용하여 다음과 같이 Q 매개변수를 정의한다.^[15]

$$Q = \frac{\langle (\Delta n)^2 \rangle - \langle n \rangle}{\langle n \rangle} \quad (21)$$

만일 Q 가 음수이면 $\langle (\Delta n)^2 \rangle$ 이 $\langle n \rangle$ 보다 더 작은 값을 가진다는 의미로 비고전적 광자통계를 의미한다. 요동이 없는 광자수 상태의 Q 는 -1 이고, 임의의 비고전적 場은 $-1 \leq Q < 0$ 인 조건을 만족한다.

이상에서 살펴본 광자수 요동에 관한 Q 매개변수를 이용하여 세가지 중첩상태의 광자수 분포와 광자수 변량을 살펴보자. 짝수 상태 (12)와 홀수상태 (13)그리고 여키스톨라 상태 (11)의 일반적인 표현은 다음과 같고

$$|\Psi\rangle = A(|\alpha\rangle + \exp(i\varphi)|-\alpha\rangle) \quad (22)$$

보편^[16]

$$P_n = \frac{|a|^{2n} \exp(-|a|^2)}{n! [1 + \exp(-2|a|^2) \cos\varphi]} [1 + (-1)^n \cos\varphi] \quad (23)$$

이다. 여기서 φ 가 $\pi/2$ 인 상태가 여키-스톨라상태인데 이 경우는 광자수 분포가 결맞음장과 같은 프와송분포를 보인다. 이 이유는 여키-스톨라상태들이 프와송분포를 가지는 결맞음장의 하나스러운 변환으로 얻어지기 때문이다. 짝수 상태는 $\varphi=0$ 인 경우인데 이때 광자수 분포를 적어보면

$$P_n = \frac{|a|^{2n} \exp(-|a|^2)}{n! [1 + \exp(-2|a|^2)]} [1 + (-1)^n] \quad (24)$$

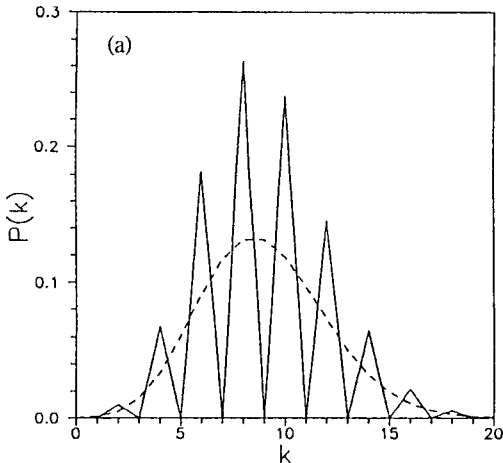


그림 1(a). 짝수 상태의 광자수 분포 (점선은 Poisson 분포, $\alpha=3$).

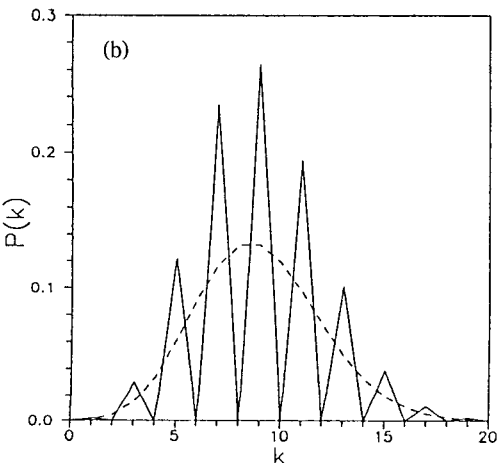


그림 1(b). 홀수 상태의 광자수 분포 (점선은 Poisson 분포, $\alpha=3$).

로서 광자수가 짝수 일때만 그 값을 가지게 된다. 그러므로 광자수 분포의 모양은 그림 1a와 같은 요동을 보이게 된다. 마찬가지로 홀수 상태의 경우에는 광자수가 홀수 상태일때만 그 값을 가진다(그림 1b). 그림 1에서 보이는 광자수 분포의 요동은 고전이론으로는 설명되어 질 수 없는 비고전적 현상이다.

Q 매개 변수의 경우 여키-스톨라 상태는 광자 수 분포가 프와송임으로 Q 는 0이다. 하지만 홀수 상태와 짝수 상태의 경우 일반적으로 Q 는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$Q = \frac{|a|^2 + 1 + 2\exp(-2|a|^2)|a|^2 \cos\varphi - 2\exp(-2|a|^2)\cos\varphi}{1 - \exp(-2|a|^2) \cos\varphi} - \frac{|a| \exp(-2|a|^2) |a|^2 \cos\varphi}{1 + \exp(-2|a|^2) \cos\varphi} - 1 \quad (25)$$

여기서 α 를 실수라하고 짝수, 홀수 상태에 대해 적어보면 좀 더 확실히 Q 매개 변수의 성질을 알아볼 수 있다. 짝수 상태에 대해서는

$$Q_e = \frac{4\alpha^2 \exp(-2\alpha^2)}{1 - \exp(-4\alpha^2)} > 0 \quad (26)$$

홀수 상태에 대해서는

$$Q_o = \frac{4\alpha^2 \exp(-2\alpha^2)}{1 - \exp(-4\alpha^2)} < 0 \quad (27)$$

위의 두 식에서 보다시피 짝수 상태는 항상 초프와송 분포를 가지며 홀수 상태는 항상 부프와송분포를 가짐을 알 수 있다.

2 쥘빔

우리가 알고 있는 짝맞는(quadrature) 연산자를 살펴 보면 n (광자의 수연산자)와 (위상 연산자), p (운동량 연산자)와 x (위치 연산자) 등이 있다. 이들 짝맞는 연산자들은 각기 하이젠베르크의 불확정성 원리에 의해 불확정도를 가지게 된다. 일반적인 경우 이 짝맞는 연산자들의 각각의 불확정도는 같다. 쥘 상태는 짝맞는 연산자 중에서 하나의 연산자의 불확정도가 양자한계보다 적어지는 상태이다. 이 쥘(squeeze)를 공부하기 위해 두개의 짝맞는 연산자를 정의한다.

$$a_1 = \frac{a + a^*}{2}; a_2 = \frac{a - a^*}{2i} \quad (28)$$

a 와 a^* 는 일반적인 보손(boson) 연산자이고 교환 관계(commutation relation)는 $[a, a^*] = 1$ 이다. 정의된 두 연산자의 교환관계는 다음과 같다.

$$[a_1, a_2] = 2iC \tag{29}$$

여기서 C 는 최소 불확정도의 크기를 나타내는 상수이며, 이 경우는 $1/4$ 이다.^[14] 하이젠베르크의 불확정성 원리에 의하면

$$\langle(\Delta a_1)^2\rangle\langle(\Delta a_2)^2\rangle \geq 1/16 \tag{30}$$

이다. 위 식이 등호 관계를 이룰 때, 우리는 최소 불확정 상태(minimum uncertainty state)라고 부른다. 예로서 진공 상태(vacuum state)와 결맞음장 상태 등이 있다. 이들 상태에서는 각각의 연산자들의 변량이 둘다 $1/4$ 이다. 만일 어떤 빛의 상태가 있어 두개의 연산자의 변량 중의 하나가 $1/4$ 보다 적으면, 우리는 이 상태를 쥘 상태라고 한다. 물론 불확정성 원리를 만족시키기 위하여, 이 때 다른 연산자의 변량은 양자한계인 $1/4$ 보다 커지게 된다. 쥘의 정도를 알아 보기위해 두개의 매개변수를 정의한다.^[17]

$$S_1^{(2)} = \frac{\langle(\Delta a_1)^2\rangle - C}{C} \tag{31}$$

$$S_2^{(2)} = \frac{\langle(\Delta a_2)^2\rangle - C}{C} \tag{32}$$

만일 S_1 가 0보다 작으면 a_1 의 변량이 양자한계 보다 작다는 뜻이 되고 이것은 a_1 에 대해 쥘상태에 있음을 뜻하게 된다.

양자중첩상태에 대해 이 쥘 매개변수를 구해보자. 홀수 상태와 짝수상태 그리고 여키-스톨라 중첩 상태에 대해 일반적인 표현을 빌어 쥘 매개변수를 써보면 다음과 같다.

$$S_1^{(2)} = \frac{4}{[1 - \exp(-2|a|^2)\cos\phi]} \{ [1 - \exp(-2|a|^2)\cos\phi] - [\alpha_x^2 - \alpha_y^2 \exp(-2|a|^2)\cos\phi] - 4\alpha_x^2 \exp(-2|a|^2)\sin^2\phi \} \tag{33}$$

$$S_2^{(2)} = \frac{4}{[1 - \exp(-2|a|^2)\cos\phi]} \{ [1 - \exp(-2|a|^2)\cos\phi] - [\alpha_x^2 - \alpha_y^2 \exp(-2|a|^2)\cos\phi] - 4\alpha_y^2 \exp(-2|a|^2)\sin^2\phi \} \tag{34}$$

위 식에서 α_x, α_y 는 각각 a 의 실수부와 허수부이다. a 를 실수로 가정하고 각각의 상태에 대하여 다시 써보면 각 매개변수의 상황을 더 잘 알 수 있다. 우선 여키-스톨라의 결맞음 상태의 경우는

$$S_1^{(2)} = 4\alpha^2 > 0 \tag{35}$$

$$S_2^{(2)} = -4 \exp(-4\alpha^2)\alpha^2 < 0 \tag{36}$$

로서 항상 a_2 가 쥘상태에 있음을 알 수 있다. 짝수 상태의 경우에는

$$S_1^{(2)} = \frac{4\alpha^2}{1 + \exp(-2\alpha^2)} > 0 \tag{37}$$

$$S_2^{(2)} = \frac{4\alpha^2 \exp(-2\alpha^2)}{1 + \exp(-2\alpha^2)} < 0 \tag{38}$$

홀수 상태의 경우에는

$$S_1^{(2)} = \frac{4\alpha^2}{1 - \exp(-2\alpha^2)} > 0 \tag{39}$$

$$S_2^{(2)} = \frac{4\alpha^2 \exp(-2\alpha^2)}{1 - \exp(-2\alpha^2)} < 0 \tag{40}$$

이다. 짝수상태일 경우에는 a_2 가 항상 쥘상태에 있고 홀수상태의 경우에는 어떤 경우에도 쥘상태를 보이지 않는다.

이상에서 본 바와 같이 양자 중첩상태를 직접 180도의 위상차를 가진 두 결맞음장의 중첩으로써 검지해 내기는 불가능하지만, 비고전적인 쥘현상이라든지 광통계로 검지해 낼 수 있다. 이러한 비고전적 현상들은 혼합상태인 식 (3)에는 없으나 양자중첩상태인 식 (4)에는 존재하는 量子干渉項들 ($|\text{live}\rangle\langle\text{dead}|$, ($|\text{dead}\rangle\langle\text{live}|$)에 기인한다.

만약 양자중첩상태가 공진기안에서 만들어졌다고 하더라도 측정전까지 이 공진기장은 외부로부터 영향을 받을 것이다. 외부의 영향은 우선 熱的 효과를 의미한다. 만약 공진기가 절대온도 0도로 유지된다면 열적 영향은 없지만 진공의 영향은 그대로 남아있을 것이다. 빠리나 뤼헨의 실험실 조건은 공진기 환경을 0.1 켈빈 정도의 낮은 온도로 유지하므로 마이크로주파수의 경우 熱光子 효과는 무시할 수가 있다. 하지만 이 경우에도 무시할 수 없는 진공효과에 대해 알아보자.

IV. 양자 중첩상태의 관측이 어려운 이유

1. 진공 영향아래서의 양자중첩상태

양자 중첩상태가 가득차 있는 공진기를 가정하자. 이때 공진기의 감쇄상수를 무시할 수 없고, 그래서 이 중첩상태가 진공상태에 의해 영향을 받는다고 가정하자. 양자

중첩상태의 비고전적 성질은 이 진공의 영향으로 비고전성을 잃어버리게 되는데 이를 분석하고자 한다. 특히 빠리의 실험陣이 양자중첩상태에 대한 검지를 위해 준비하고 있는 광자수분포의 요동성이 진공에 의해 어떤 영향을 받는지를 알아보자.

어떠한 계가 환경의 영향을 받을 때, 이 계의 시간에 따른 변화는 지배방정식(master equation)을 통해 분석하는 것이 일반적이다. 마르코브 근사를 이용하면 진공 영향 아래 있는 계의 밀도연산자의 지배 방정식은 다음과 같이 표시된다.^[18]

$$\frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = \frac{\gamma}{2} (2a\rho a^\dagger - a^\dagger a \rho - \rho a a^\dagger) \quad (41)$$

여기서 γ 는 감쇄상수이다. 이를 풀기위해 超연산자(Super Operator)를 다음과 같이 정의하고

$$J\rho = \gamma a \rho a^\dagger \quad (42)$$

$$L\rho = -1 (a a^\dagger \rho + \rho a a^\dagger) \quad (43)$$

이 초연산자를 이용하여 지배방정식을 풀면 다음과 같다.^[19]

$$\rho(t) = \exp(Lt) \exp\left[\frac{J}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t})\right] \rho(0) \quad (44)$$

시각 t 가 무한대로가면 초기상태에 관계없이 밀도연산자는 진공상태의 밀도연산자가 될 것이다. 이는 환경의 정의에 따른다. 양자 중첩상태의 밀도연산자 구성소는 $|\alpha_j\rangle \langle \alpha_i|$ 이고, 식 (44)와 같은 시간변환 아래에서 시간 t 후에 이 구성소는 다음과 같이 변화한다.

$$\rho_j(t) = \langle \alpha_i | \alpha_j \rangle^{1-\mu} | \mu^{1/2} \alpha_j \rangle \langle \mu^{1/2} \alpha_i | \quad (45)$$

여기서 $\mu = \exp(-\gamma t)$ 이다.

밀도 연산자의 시간적 변화를 이용하여 보면 여전히 진공의 영향을 받는 여키스틀라 상태의 광자수 분포는 프와송분포이다. 하지만 이 그림 2에서 보는 바와 같이 짝수상태나 홀수상태는 진공의 영향으로 광자수 분포에서 그 요동성을 잃어버린다. 3장의 끝에서 양자중첩상태의 비고전성은 양자간섭항들에 기인한다고 하였다. 결국 광자수분포의 非古典性인 搖動현상도 간섭항에 의하는데, 이 양자간섭항들이 진공의 영향으로 사라짐으로써 요동현상도 사라지게 되는 것이다. 우리는 다른 논문에서 이 간섭항이 진공의 영향으로 지수함수적으로 감쇄함을 보였다.^[20] 간섭항의 감쇄는 $\exp(-2\gamma\alpha^2 t)$ 에

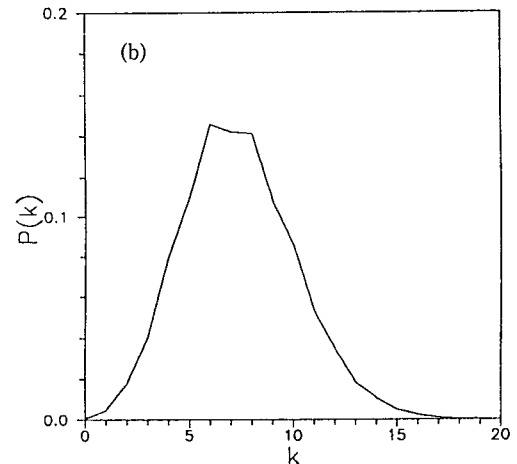
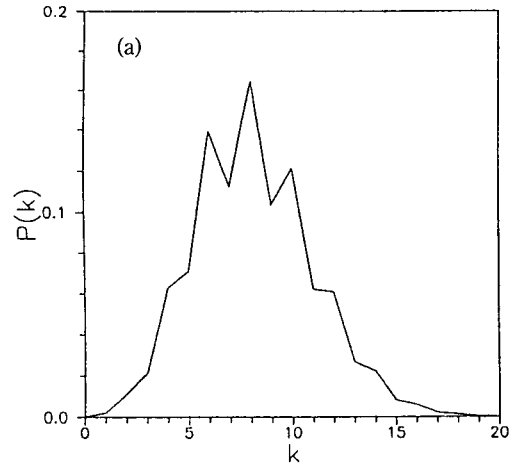


그림 2. 진공의 영향으로 감쇄하는 짝수함수의 광자수 분포. 진폭 $\alpha=3$ 이고, 감쇄시간 $\gamma=0.1$ (a), $\gamma=0$. 2(b).

비례한다. 여기에서 주의할 점은 감쇄는 α 값 즉, 구성소의 진폭이 클수록 그 감쇄가 빨라진다는 점이다. 이가 바로 거시적 (큰 α 값) 중첩상태가 보이지 않는 원인이 된다.

2. 개정된 루이빌 방정식

시각 t 에 어떤 계의 밀도 연산자를 $\rho(t)$ 라고 하면 $t+\tau$ 후에는 다음과 같은 하나스러운 변환에 의해 그 밀도 연산자가 변화하게 된다.

$$\rho(t+\tau) = \exp(-i\tau H/\hbar) \rho(t) \exp(i\tau H/\hbar) \quad (46)$$

밀변은 상당히 짧은 시간내에서 그 계는 이와 같은 연속적식에 의해 지배받지 않고 推計學的인 '뎀' 현상을

보이는데 이를 고려하여 밀도연산자의 시간적 변화를 다음과 같이 썼다.^[11]

$$\rho(t+\tau) = \exp(-i\Theta\tau H/\hbar) \rho(t) \exp(i\Theta\tau H/\hbar) \quad (47)$$

여기서 $\Theta(\tau)$ 는 τ 에 관한 함수이다. $\Theta(\tau)$ 는 τ 가 충분히 큰 시간일 때 τ 가 되고 τ 가 충분히 작은 시간에는 Θ_0 라는 일정한 상수가 된다. 이 일정한 상수는 우주의 최소 시간단계에 관련된 수로 그 역수는 최소시간단계에 의한 진동수가 되는 것이다. 즉 $\Gamma=1/\Theta_0$ 이다. 이와 같은 가정 아래 양자 루이빌 (Liouville) 방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] - \frac{1}{2\hbar\Gamma} [H, [H, \rho]] \quad (48)$$

이와같이 개정된 루이빌 방정식을 쓰면, 밀도 연산자 중 수상태비탕의 非對角線 (off-diagonal) 요소가 대각선 요소에 비해 훨씬 빠른 속도로 감쇄함을 알 수 있고 이를 이용하여 거시적 양자 중첩상태가 만들어질 수 없음을 설명할 수 있다.

V. 結 論

양자중첩상태란 양자이론의 근간이 되는 상태이다. 이러한 양자중첩상태를 광학적으로 발진시키는 방법을 알아보았다. 그리고 이들의 비고전적 성질을 살펴 보았다. 양자중첩상태의 비고전적 현상으로는 광자수 요동, 쥘현상, 좁아지는 선폭 등을 들 수 있다.

이러한 양자중첩상태를 거시적으로 만들지 못하는 이유는 어떠한 실험조건에서도 무시할 수 없는 진공영향이 중첩이 거시적이면 거시적일수록 거세기 때문임을 밝혔다. 또 다른 해석으로 하나스러운 변환의 쥘현상을 설명하였다.

감사의 글

컴퓨터 그림과 수식을 정리해 준 이강수에게 감사한다. 본 연구는 학술진흥재단의 KRF-93 지원을 받아 이루어 졌다.

참 고 문 헌

- [1] G. Zukav (김영덕 譯), “춤추는 물리” (범양사, 1984, 서울).
- [2] P. A. M. Dirac, *The principles of quantum mechanics* (Oxford, 1958, Oxford).
- [3] B. Yurke and D. Stoler, *Phys. Rev. Lett.*, **57**, 13 (1986).
- [4] J. Gea-Banacloche, *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 3385 (1991).
- [5] B. Sherman and G. Kurizki, *Phys. Rev. A*, **45**, R7674 (1992).
- [6] M. Brune, S. Haroche, V. Leferre, J. M. Raimond and N. Zagury, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 976 (1990); S. Haroche, in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, ed. by J. Dalibard, J. M. Raimond and J. Zinn-Justin (Elsevier, 1991, Amsterdam).
- [7] R. Loudon and P. L. Knight, *J. Mod. Optics* **34**, 709(1987).
- [8] C.K. Hong and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 58 (1986). G. Rempe, F. Schmit-Kaler and H. Walther, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2783 (1990).
- [9] J. Janszki and A. V. Vinogradov, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2771 (1990).
- [10] W. H. Zurek, *Physics Today*, October 1991, p. 36.
- [11] G. J. Milburn, *Phys. Rev. A* **44**, 5401 (1991).
- [12] U. M. Titulaer and R. J. Glauber, *Phys. Rev.* **173**, 1207 (1968).
- [13] E. T. Jaynes and C. F. Cummings, *Proc. IEEE* **51**, 89 (1963).
- [14] S. J. D. Phoenix and P. L. Knight, *Phys. Rev. A* **44**, 6203 (1991).
- [15] L. Mandel, *Opt. Lett.* **4**, 205 (1979).
- [16] 이강수, 김명식, *새물리* **32**, 753 (1992).
- [17] C. K. Hong and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 323 (1985).
- [18] H. Louisell, *Quantum Statistical Properties of Radiation* (John Wiley, 1973, New York).
- [19] S. Barnett, Thesis, Univ. of London, 1986.
- [20] M. S. Kim and V. Buzek, *Phys. Rev. A* **46**, 4239, 1993.

Optical Schroedinger Cat States

M. S. Kim

Department of Physics, Sogang University, Seoul 121-742, Korea

(Received: April 26, 1993)

Quantum superposition states are reviewed from an optical point of view. Production of the optical superposition states, nonclassical properties of the superposition states and influence of vacuum on the nonclassical properties of the superposition states are discussed.