

## 유한영역에서의 조화함수 전개법을 이용한 반달꼴 단면 이산화규소 광도파로의 모드 분석\*

김진승

전북대학교 물리학과

이형종 · 임기건 · 정창섭

전남대학교 물리학과

정환재

전남대학교 물리교육과

(1992년 11월 14일 받음)

단면의 모양이 반달꼴인 이산화규소 광도파로의 모드특성을 분석할 수 있는 수치계산 프로그램을 구성하고, 이것을 써서 광도파로의 도파특성을 살펴보았다. 수치계산의 기본 원리는 파동함수를 비교적 모양이 간단한 조화함수로 전개함으로써 파동방정식을 행렬방정식으로 바꾸고, 이 행렬을 대각화하여 고유값과 고유벡터를 구하는 것이다. 이 논문에서는 이 원리를 실제 프로그램에 실현시키는 과정과 그때 생기는 문제점들의 해결방법을 설명하였다. 이 프로그램을 써서 단면의 모양이 반달꼴인 이산화규소 광도파로와 그외에 다른 몇몇 전형적인 단면을 갖는 광도파로의 도파모드의 특성을 분석하였다.

### I. 서론

최근 광통신 및 광신호처리 분야의 기술이 크게 발전하여 광집적회로의 응용이 점차 현실화되어 가고있다.<sup>[1-3]</sup> 광집적회로의 가장 기본적인 구성요소는 광신호를 한 곳에서 다른 곳으로 전송하는 기능을 하는 광도파로이다. 광집적회로의 구성요소로는 이 밖에도 방향성결합기, 격자도파로, 분지도파로등 여러가지가 있는데, 이들은 모두 광도파로를 바탕으로 그 위에 여러가지 접동구조를 덧붙인 것이다. 따라서 여러 광회로의 특성을 분석하고 이해하여 설계하려면 먼저 광도파로의 도파모드를 분석해야 한다.

광도파로의 특성을 분석하려면 그 구조에 맞추어 경계조건을 정해주고, 이 조건을 만족시키는 파동방정식의 해를 얻어, 그 해의 특성을 살펴 보아야 한다. 그러나 파동방정식의 해석적 해는 광도파로 단면의 모양과 굴절률 분포가 단순하여 경계조건이 특별히 간단한 경우

에만 얻을 수 있는데 그 대표적인 보기로는 심지가 둥글고 굴절률 분포가 계단모양인 광섬유이다. 실제로 만들어지는 대부분의 광집적회로들은 평면기판 위에 광도파로 구조를 적층성장시켜 만들기 때문에 단면이 원이 아니며 따라서 해석적 해를 얻을 수 없다. 광도파로 단면의 모양이 네모꼴이면 Marcatili의 방법<sup>[4]</sup>이나 유효굴절률 방법(effective index method)<sup>[5]</sup>을 써서 도파모드를 해석할 수 있다. 그러나 이방법은 광도파로에 접동구조를 덧붙인 경우, 또는 광도파로를 만들 때 단면의 모양이 네모꼴이 아닌 경우에는 쓰기가 어렵다. 이와 같은 경우에는 점 정합법(Point Matching Method)<sup>[6]</sup>, 유한 요소법(Finite Element Method)<sup>[7]</sup>, 유한차분법(Finite Difference Method)<sup>[8]</sup>, 광속전파법(Beam Propagation Method)<sup>[9]</sup> 등의 수치계산법을 써서 광도파로의 도파특성을 분석해야만 한다. 이러한 수치계산법은 광도파로 단면의 모양에 제한을 받지 않으며 도파모드의 편광특성을 계산할 수 있는 등의 좋은 점이 있지만, 계

\* 이 연구는 교육부 기초과학 학술연구조성비(BSRI-90-212)와 1990-1991년 체신부 전기통신학술연구비의 지원을 받아 이루어졌음.

산량이 상당히 많아야 비교적 만족스러운 결과를 얻을 수 있기 때문에 많은 시간과 노력 그리고 대형계산기가 요구되는 단점이 있다.

이 논문에서는 PC/AT급의 소형 컴퓨터를 써서 상당히 빠르고 정확하게 광도파로의 모드 특성을 분석해 낼 수 있는, 이차원 푸리에 변환법<sup>[10,11]</sup>을 이용한 수치계산법에 관해 설명하고, 실리콘 기판위에 만든 인-이산화규소 유리로 된 단면의 모양이 반달꼴인 광도파로의 도파특성을 이 방법을 써서 분석한다. 프로그램에서 쓰는 수치계산법의 기본원리는 파동방정식의 경계값 문제를 이차원 푸리에 변환법을 써서 행렬방정식의 고유값 문제로 바꾸고, 이 행렬의 고유값과 고유벡터를 수치계산법을 써서 푸는 것이다. 이 프로그램으로 분석한 반달꼴 단면을 가지는 광도파로는 CVD(Chemical Vapor Deposition)법으로 P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>-SiO<sub>2</sub> 박막을 입히고, 미세식각법에 의하여 광도파로를 만든 다음 이를 열처리할 때 생기는 단면의 모양으로서, 인이 첨가된 광도파로의 심지가 열처리과정에서 reflow되어 그 모양이 네모꼴에서 반달꼴로 바뀐다.<sup>[12]</sup> 이 열처리 과정은 CVD방법을 써서 만든 광도파로의 도파손실율을 줄이는데 매우 중요한 역할을 하는 것으로 알려져 있다. 이 논문에서는 반달꼴 광도파로를 따라 도파되는 모드의 종류와 이들 모드의 분산특성 및 진폭분포 등을 논의한다.

## II. 광도파로의 도파모드에 관한 방정식

단면의 모양이 반달꼴인 PSG(P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>-SiO<sub>2</sub>)계 광도파로의 전형적인 단면구조는 맨 아래에 실리콘 기판이 있고, 그 위에 이산화규소로 된 비교적 두꺼운 완충막이 있으며, 그위에 단면이 반달꼴인 광도파로 심지가 올라간다.<sup>[12]</sup> 이 심지의 굴절율을 높이기 위해서는 이산화규소에 인을 첨가한다(인의 농도는 원자비로 6.5~8%).<sup>[13]</sup> 광도파로의 심지 위에는 도파모드의 진폭분포를 충분히 키워 광결합 등을 보다 쉽게 할 수 있도록, 그리고 광도파로 심지의 표면이 매끈하지 않아 생기는 산란손실을 줄이고, 그 위에 먼지 등이 앉아 도파모드의 전송손실이 커지는 것을 막기위해 다시 이산화규소로 덮개층을 엮는다. 이산화규소를 주재료로 한 광도파로에서는 도파층과 기판층, 그리고 덮개층의 굴절율의 차이가 아주 작으며( $\Delta n/n=0.25\sim 0.75\%$  정도가 보통이다), 이러한 경우에는 광도파로를 통해 전송되는 도파모드의 편광특성은 무시할 수 있다.<sup>[13]</sup> 광도파로를 따라 진행되는 빛의 전기장  $E(x, y, z)$ 는, 시간인자를  $\exp(-i\omega t)$ 로 하고, 광도파로 축

을 직교좌표계의 z축으로 잡을 때 다음과 같은 모양이 된다.

$$E(x, y, z) = \Psi(x, y) e^{i\beta z} \quad (1)$$

여기에서  $\Psi(x, y)$ 는 도파축에 대해 수직인 단면에서의 모드의 진폭분포이고,  $\beta$ 는 빛이 광도파로를 따라 진행할 때의 위상변화를 정해주는 전파상수로서 이 모드에 대한 광도파로의 유효 굴절율을  $n_{eff}$ 라 하면

$$\beta = k_0 n_{eff} \quad (2)$$

이다. 여기에서  $k_0$ 는 진공에서의 빛의 전파상수이다. 식 (1)과 식 (2)의  $\Psi(x, y)$ 와  $n_{eff}$ 에 대한 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla_T^2 \Psi(x, y) - k_0^2 n^2(x, y), \Psi(x, y) = k_0^2 n_{eff}^2 \Psi(x, y) \quad (3)$$

여기에서  $\nabla_T$ 는 광도파로 단면에서의 미분연산자이고,  $n(x, y)$ 는 그 평면에서의 굴절율 분포함수이다. 광도파로의 도파특성을 분석하려면 식 (3)의 고유값 방정식을 풀어 도파모드의 유효굴절율  $n_{eff}$ 와 고유함수  $\Psi(x, y)$ 를 구하고 이들 해의 특성을 살펴보아야 한다. 이 방정식은 고유값 방정식의 모양을 하고 있으므로 해석적 해를 구하지 못할 때에는 수치계산법을 써서 풀면 된다.

## III. 수치계산의 기본 방법

### 1. 방법의 선택

식 (3)의 파동방정식을 푸는 여러가지 수치계산법들 가운데 여기에서 설명하는 것은 이차원 푸리에 전개법이다. 파동함수를 적당한 정규 직교함수로 전개하면 파동방정식을 전개계수에 대한 행렬방정식으로 바꿀 수 있고,<sup>[10,14]</sup> 이 행렬방정식은 이미 잘 확립된 여러가지 수치해석법을 쓰면 소형 전자계산기를 써서도 비교적 쉽게 풀어 고유값과 고유벡터를 구할 수 있다. 이 방법을 쓰려면 먼저 바탕함수(basis function)로 쓸 정규 직교함수를 골라야 한다. 그런데 바탕함수의 정의구역이 광도파로의 단면인 2차원 무한공간이고, 바탕함수의 수가 무한개가 되므로 수치계산이 어려워진다. 첫번째 어려움을 피하려면 정의구역을 유한한 크기로 제한하는데 그 대신에 계산결과가 정의구역의 크기에 따라 달라지는 점이 문제가 될 수 있다. 이 때문에 생기는 오차는 계산결과가 정의구역의 크기에 따라 어떻게 달라지는가를 살펴보면 곧 알 수 있다. 도파모드에 실려 전송되는 빛에너지의 대부분은 심지를 중심으로 모여 있고 그 바깥부분에서는 진폭이 지수적으로 줄어든다. 따라서 정의구역을 충분히 크게 잡으면 정의구역 바깥으로 스

며나간 빛에너지의 비율은 무시해도 될 만큼 작아지므로 정의구역의 크기 때문에 생기는 오차는 무시할 수 있다. 두번째 어려움도 실제로 쓰이는 바탕함수의 수를 유한개로 제한하여 해결할 수 있다. 계산에 쓰이는 바탕함수의 수가 충분하지도 역시 바탕함수의 수에 따라 계산결과가 어떻게 달라지는가를 살펴보면 알 수 있다: 즉 바탕함수의 수를 늘려도 계산결과가 어느 값 이상으로 달라지지 않는다면 계산 결과가 수치적으로 안정된 것으로 볼 수 있고 따라서 충분히 많은 수의 바탕함수를 쓴 것으로 볼 수 있다. 다만 PC/AT의 경우 DOS가 관리하는 memory영역이 640 K로 제한되어 있는데, 실수값을 가지는 변수 하나에는 적어도 4 byte의 기억장소가 필요하므로, 프로그램이 처리할 수 있는 정방행렬의 크기는 16 K 즉 400×400 이하이고 따라서 실제 PC/AT를 써서 계산할 때 바탕함수의 수는 400을 넘을 수 없다. 그런데 640 K의 기억장소 안에는 프로그램등도 들어가야 하므로 DOS환경 속의 PC/AT에서 실제로 쓸 수 있는 바탕함수의 수는 이 보다 훨씬 작다. 실제로 프로그램을 만들어 써본 경험으로는 DOS 3.3을 쓰는 PC/AT에서는 바탕함수의 수가 121개로 제한된다. 이보다 많은 바탕함수를 쓰려면 Microsoft FORTRAN을 쓰는 경우에는 변수선언을 할 때 HUGE parameter를 써서 data segment와 array의 크기에 대한 제한을 풀어주어야 한다.

**2. 계산영역의 제한과 바탕함수의 선정**

수치계산을 하려면 먼저 광도파로 단면을 품는 계산영역을 적당한 크기로 제한해야 한다. 계산영역의 크기를 제한하는 것은 분석하려는 도파모우드에 실린 빛에너지 가운데 제한된 영역 바깥에 퍼져있는 빛에너지의 비율은 무시해도 좋을 만큼 작다는 것을 뜻한다. 따라서 계산영역의 가장자리에서의 도파 모우드의 진폭이 광도파로 심지에서의 진폭보다 아주 작으면 충분하다. 모양이 간단한 유한영역에는 원과 네모가 있겠는데, 그 모양에 따라 쓰이는 바탕함수가 달라진다. 원은 베셀함수를 바탕함수로 써야하는데, 이 베셀함수는 계산이 복잡하고, 또 광도파로 단면의 굴절을 분포에 따르는 적분계산이 간단한 꼴로 얻어지지 않으므로 소형 전자계산기를 쓰는 수치계산에는 적당하지 않다. 네모꼴은 모양도 간단하고 간단한 조화함수를 바탕함수로 쓸 수 있으므로 가로와 세로가 각각  $L_x, L_y$ 인 네모꼴을 계산영역으로 잡자. 이 영역에서의 바탕함수로는 조화함수를 쓰는데 도파모우드의 진폭이 앞에서 잡은 네모꼴의 가장자리에서는 거의 영에 가까울 것이므로, 조화함수는 네모꼴의 가장자리에서는 값이 0이어야 한다. 그러므로 다음과 같은 조화

함수를 규격화된 직교바탕함수로서 쓴다.

$$\phi_{mn}(x, y) = \frac{2}{\sqrt{L_x L_y}} \sin\left(m\pi \frac{x}{L_x}\right) \sin\left(n\pi \frac{y}{L_y}\right) \quad (4)$$

$$(m=1, 2, \dots, N_x, n=1, 2, \dots, N_y)$$

이 바탕함수가 다음과 같은 직교성을 지니고 있음은 쉽게 확인 할 수 있다.

$$\langle \phi_{mn}, \phi_{m'n'} \rangle = \int_0^{L_x} dx \int_0^{L_y} dy \phi_{mn}(x, y) \phi_{m'n'}(x, y) = \delta_{mm'} \delta_{nn'} \quad (5)$$

**3 행렬방정식의 정리**

도파모우드를 나타내는 파동함수  $\Psi(x, y)$ 는 이 직교조화함수를 바탕함수로 써서 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\Psi(x, y) = \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} C_{mn} \phi_{mn}(x, y) \quad (6)$$

이 식을 식 (3)에 넣고, 식 (5)의 직교성을 써서 정리하면 전개계수  $C_{mn}$ 은 다음과 같이 행렬방정식을 만족시켜야 함을 볼 수 있다.

$$\sum_{m'n'} A_{mn, m'n'} C_{m'n'} = n_{off}^2 C_{mn} \quad (7)$$

$$A_{mn, m'n'} = -\frac{1}{k_0^2} \left\{ \left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 \right\} \delta_{mm'} \delta_{nn'} + \langle \phi_{mn}(x, y) | n^2(x, y) | \phi_{m'n'}(x, y) \rangle \quad (8)$$

식 (3)의  $\Psi(x, y)$ 에 관한 고유값 방정식이 이제는 식 (7)의 행렬  $A_{mn, m'n'}$ 에 대한 고유값 방정식으로 바뀌었다. 그러므로 광도파로의 고유모우드를 구하려면 식 (8)의 행렬요소  $A_{mn, m'n'}$ 를 광도파로 단면에서의 굴절을 분포에 따라 계산한 다음, 이 행렬의 고유값과 고유벡터를 구하면 된다.

**4. 행렬요소의 계산**

**4.1 행렬요소의 기본성질 - 지수에 관한 대칭성**

식 (8)로 정의되는 행렬요소  $A_{mn, m'n'}$ 은 지수  $m$ 과  $m'$ ,  $n$ 과  $n'$ 을 서로 바꾸어도 그 값이 같으므로 다음과 같은 대칭성이 있다.

$$A_{mn, m'n'} = A_{m'n, mn'} = A_{m'n', m'n} = A_{m'n', mn} \quad (9)$$

그러므로 전체 행렬요소 가운데 지수가  $m \geq m', n \geq n'$ 의 부등식을 만족하는 것들만 구하면 나머지는 식 (9)의 대칭성을 써서 알 수 있다. 대칭성을 쓰면 값을 셈해야

하는 요소의 수가  $N_x^2 N_y^2$ 에서  $\frac{1}{4} N_x N_y (N_x + 1)(N_y + 1)$ 로 거의 사분의 일로 줄어든다.

**4.2 광도파로 단면의 계단꼴 근사**

식 (8)의 행렬요소  $A_{mn, m'n'}$ 를 셈하는데 반달꼴의 단면 모양을 그대로 따르면 계산이 복잡하고 느려지므로 단면에서의 굴절을 분포를 계단모양으로 근사하여 적분값을 얻는다. 근사방법은 가로방향으로 아주 작은 값  $\epsilon$ 만큼씩의 폭을 정하여 x좌표값을 정하고, 각 x좌표에서의 광도파로 단면의 높이를 y좌표값으로 한다. 이렇게 얻은 좌표값들에 대응되는 점들을 꼭지점으로 하는 계단을 구성하여 광도파로 단면을 구성한다.

**4.3 사각형 요소의 적분값 계산**

앞에서 얻은 계단모양의 광도파로 단면에 대해 식 (8)에 따라 적분값을 셈하여 행렬요소  $A_{mn, m'n'}$ 를 얻는다. 이때 계단의 각 층에 대한 적분값은 해석적으로 구해지므로 행렬요소들의 값은 계단의 모서리들의 좌표를 변수로 하는 sine 및 cosine 함수로 나타낼 수 있고, 따라서 FORTRAN compiler에 들어 있는 표준함수(standard library function)들을 써서 행렬요소의 값을 얻을 수 있다.

**4.4 지수변환 - 네개의 지수를 두개의 지수로**

식 (7)의 고유값 방정식을 행렬계산 프로그램을 써서 풀려면 이 식을 행렬식으로 바꾸어야한다. 그러기 위해서는 전개계수  $C_{m'n'}$ 의 두 첨자  $m'$ 과  $n'$ 을 묶어 하나의 첨자  $\nu$ 로 나타내고, 행렬요소  $A_{mn, m'n'}$ 의 네 첨자  $mn, m', n'$ 는 두 첨자  $mn$ 을 묶어 하나의 첨자  $\mu$ 로,  $m', n'$ 을 묶어 하나의 첨자  $\nu$ 로 나타내면 식 (7)은 다음과 같은 꼴이 된다.

$$\sum_{\nu} A_{\mu\nu} C_{\nu} = n_{eff}^2 C_{\mu} \tag{10}$$

$$N_x \geq m, m' \geq 1, N_y \geq n, n' \geq 1 \tag{11}$$

$$N_x N_y \geq \mu, \nu \geq 1 \tag{12}$$

이다. 첨자  $(m, n)$ 과  $\mu, (m', n')$ 과  $\nu$ 를 일대일로 대응시키는 방법은 여러가지가 있는데, 우리가 구성한 프로그램에서는 다음과 같은 방법을 썼다.

$$\begin{aligned} \mu &= m + (n - 1)N_x, \\ \nu &= m' + (n' - 1)N_x, \end{aligned} \tag{13}$$

**5. 행렬요소의 고유값과 고유벡터 계산**

이상의 과정을 통하여 계산된 행렬의 고유값과 고유벡터를 얻는데는 표준적인 행렬대각화 프로그램을 쓰면 된다. 우리가 구성한 프로그램에서는 Numerical Recipes에 설명된 것을 썼다.<sup>[15]</sup>

**IV. 계산의 보기: 광도파로의 분산곡선과 도파모우드의 진폭분포**

이상으로 설명한 수치계산법의 정확성과 수렴성을 점검하고, 이를 바탕으로 단면이 반달모양인 이산화구조 광도파로의 특성을 분석하였다. 먼저 파동방정식의 해를 엄밀하게 해석적으로 얻을 수 있는 평판 광도파로(slab optical waveguide)에 적용하여 수치계산 결과와 해석적 해의 결과를 비교하여 수치계산법의 정확성을 확인하였다. 이 과정에서 정밀한 수치계산 결과를 얻는데 필요한 계산영역의 크기와 바탕함수의 수를 추정할 수 있었다. 다음에 이를 바탕으로 하여 십지의 단면이 둥근것과 타원인 것의 모우드 분산곡선을 얻어 그 차이를 비교하였다. 끝으로 우리가 계산하고자 하던 이산화구조 광도파로의 모우드 특성을 얻고 이를 분석하였다.

**1. 평판 광도파로의 도파모우드 특성 및 유효 굴절을**

이차원 푸리에 변환법을 써서 도파모우드를 분석하는 방법의 정확성과 효율성을 점검하기위해, 엄밀한 해석적인 해를 비교적 쉽게 얻을 수 있는 평판 광도파로의 도파모우드 특성을 셈하고 그 결과를 해석적 해의 결과와 비교하였다. 여기에서 분석한 평판 광도파로는 맨 아래의 실리콘 기판은 빼고, 완충막, 도파층, 덮개층, 그리고 공기층으로 이루어진 4층 구조인데 이 광도파로의 도파모우드에 관한 해는 3층 구조로 된 평판 광도파로의 도파모우드에 관한 해를 일반화시켜 얻을 수 있고, 그로부터 다음과 같은 분산방정식을 얻을 수 있다.<sup>[17]</sup>

(1) TE 모우드의 경우

$$k_x T_g = \arctan\left(\frac{\gamma_b}{k_x}\right) + \arctan\left\{\left(\frac{\gamma_c}{k_x}\right) \frac{\tanh(\gamma_c T_c) + (\gamma_a/\gamma_c)}{1 + (\gamma_a/\gamma_c) \tanh(\gamma_c T_c)}\right\} + m\pi \tag{14}$$

(2) TM 모우드의 경우

$$k_x T_g = \arctan\left(\frac{n_g^2 \gamma_b}{n_b^2 k_x}\right) + \arctan\left\{\left(\frac{n_g^2 \gamma_b}{n_b^2 k_x}\right) \frac{\tanh(\gamma_c T_c) + (n_c^2/n_a^2)(\gamma_a/\gamma_c)}{1 + (n_c^2/n_a^2)(\gamma_a/\gamma_c) \tanh(\gamma_c T_c)}\right\} + m\pi \tag{15}$$

여기에서  $n_b, n_g, n_c, n_a$ 는 각각 완충막, 도파층, 덮개층, 그리고 공기층의 굴절율이고;  $T_g, T_c$ 는 도파층과 덮개층

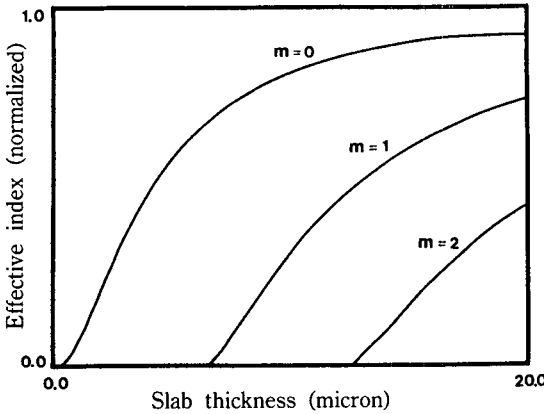


그림 1. 4층 구조의 평판도파로의 분산곡선. 이 계산에서는 수직방향의 적분공간의 크기는  $40.0 \mu\text{m}$ , 도파층의 두께는 최대  $20.0 \mu\text{m}$ , 덮개층의 두께는  $5.0 \mu\text{m}$ 로 두었다. 도파층의 굴절율은 1.4551, 완충막과 덮개층의 굴절율은 1.4457이고 빛의 파장은  $1.55 \mu\text{m}$ 이다.

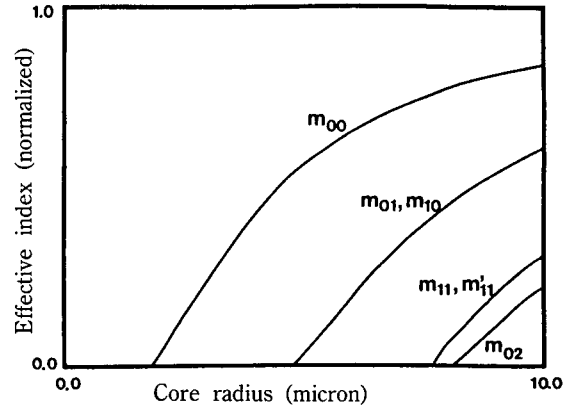


그림 2. 심지의 모양이 동그란 광섬유에서의 저차 도파모우드들의 분산곡선. 심지의 굴절율은 1.4551, 덮개층의 굴절율은 1.4457이고 빛의 파장은  $1.55 \mu\text{m}$ 으로하여 계산한 것이다. 적분공간의 크기는  $40 \mu\text{m} \times 40 \mu\text{m}$ , 바탕합수의 수는 가로, 세로 방향 각각 11개이다.

의 두께이다.  $k_x$ 는 도파층에서의 전파상수이고,  $\gamma_n, \gamma_c, \gamma_s$ 는 각각 완충막, 덮개층, 그리고 공기층에서 형성되는 evanescent field의 감쇠계수이다.

그림 1은 수치계산을 하여 얻은 분산곡선을 식 (14)와 식 (15)의 분산 방정식을 써서 그린 TE/TM 모우드의 분산곡선과 겹쳐 그린 것인데, 세 무리의 분산곡선이 거의 완전히 겹쳐짐을 볼 수 있었다. 따라서 굴절율의 변화가 비교적 작은 이산화규소 광도파로에서는 도파모우드의 편광효과가 아주 작으며, 앞에서 설명한 이차원 푸리에 변환법을 써서 도파모우드의 특성을 충분히 정확하게 계산할 수 있다고 믿을 수 있다.

## 2. 광섬유의 도파모우드 특성 및 유효 굴절율에 관한 결과

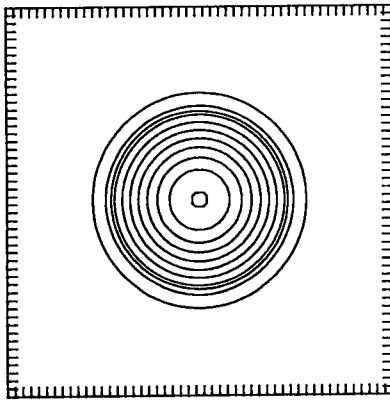
그림 2는 심지가 동그란 광섬유의 분산곡선을 계산한 결과인데 이들 가운데 두번째와 세번째는 실제로는 두 개의 분산곡선이 겹쳐진 것이다. 두 분산 곡선이 겹쳐지는 까닭은 광섬유의 심지가 회전대칭성을 지니므로 모우드의 진폭분포를 90도 회전시킬 때 완전히 겹쳐지는 모우드들은 분산특성이 같기 때문이다.

이러한 특성과 각 모우드들의 진폭분포를 살펴보기 위해 고유도파모우드들을 차수가 낮은 순서로 진폭분포의 등고선을 그린 것이 그림 3이다.

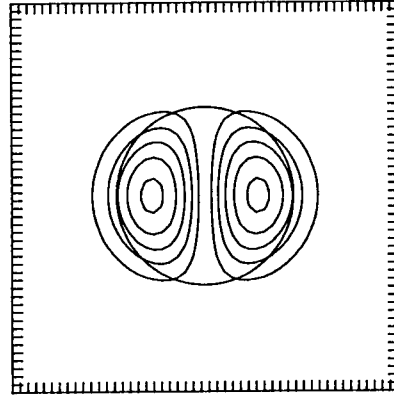
이 등고선은 광섬유의 심지의 지름은  $18.0 \mu\text{m}$ , 심지의 굴절율은 1.4551, 덮개층의 굴절율은 1.4457이고 빛의

파장은  $1.55 \mu\text{m}$ 으로하여 계산한 것이다. 이 등고선의 모양으로부터 도파모우드에 실린 빛 에너지는 광섬유의 심지를 중심으로 가운데에 모여있고, 심지를 벗어나면서 진폭이 갑자기 줄어드는 것을 쉽게 볼 수 있다. 그림 3의 가)는 기본모우드로서 그림 2의 첫번째 분산곡선에 대응된다. 그림 3의 나)와 다)는 진폭분포의 모양이 90도 회전된 차이만이 있을 뿐 다른 특성은 똑같고, 이 것들은 그림 2의 두번째 분산곡선에 대응되는 모우드들이다. 그림 3의 라)와 마)도 마찬가지이며 그림의 세번째 분산곡선에 대응되는 모우드들이다.

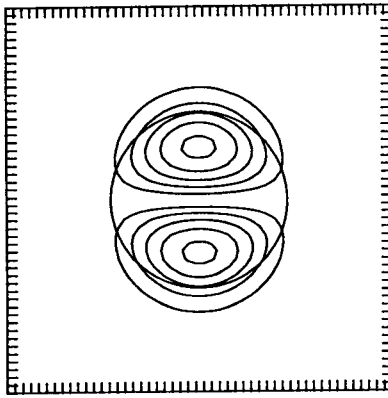
그림 4는 심지의 모양이 앞에서와는 달리 타원형(타원도는 0.2)인 광섬유의 분산곡선이고, 그림 5는 차수가 낮은 몇 개의 고유도파모우드의 진폭분포의 등고선 그림이다. 그림 2와 비교하면 광섬유의 심지의 모양이 타원형이 되면 분산곡선이 모양은 심지가 원형일 경우와 거의 비슷하지만 위치가 조금 달라지며, 또 분산곡선이 분리되는 것도 있음을 볼 수 있다. 분산곡선의 위치변화는 기본 모우드에서는 거의 나타나지 않으나 고차 모우드로 갈수록 더 뚜렷이 나타난다. 분산곡선이 분리되는 것은 앞에서 설명한 바 있는 심지의 모양이 원형일 때 회전대칭성 때문에 겹쳐져 있던 분산곡선들이 심지의 모양이 타원형이 되면 회전대칭성이 깨어지기 때문인데 그림 4에서 두번째와 세번째 그리고 네번째와 다섯번째 분산곡선들은 심지가 원형일 때는 겹쳐져 있던 것들이다. 다시 말하면 광섬유의 심지가 원형일 때는 기본모우드



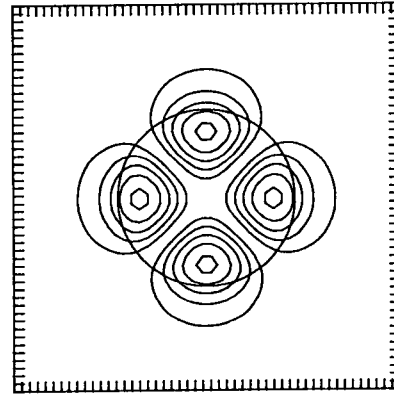
(가) 모우드  $m_{00}$



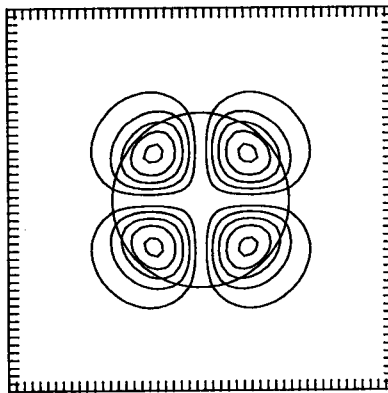
(나) 모우드  $m_{10}$



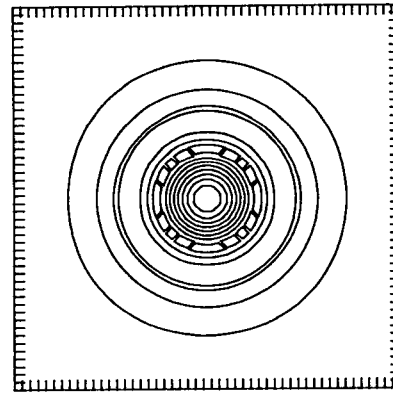
(다) 모우드  $m_{01}$



(라) 모우드  $m'_{11}$



(마) 모우드  $m_{11}$



(바) 모우드  $m_{02}$

그림 3. 심지의 모양이 동그란 광섬유에서의 저차 도파모우드들의 진폭분포를 나타내는 등고선. 이 광섬유의 심지의 반지름은  $9.0 \mu\text{m}$ 이며 나머지 조건은 그림 2와 같다.

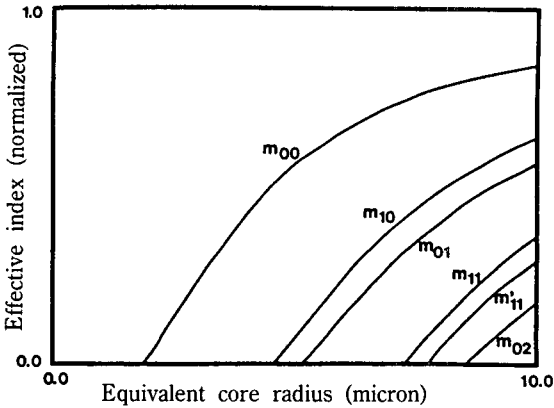


그림 4. 십지의 모양이 타원형인 광섬유(타원도 (a-b)/a = 0.2)에서의 저차 도파모우드들의 분산곡선. 이 광섬유의 십지의 등가반지름(단면의 면적이 같은 원의 반지름)은 0~10.0  $\mu\text{m}$ 의 범위안에 있고, 나머지 조건은 그림 2와 같다.

다음의 모우드는 가로로 반대칭이고 세로로 대칭이거나 또는 가로로 대칭이고 세로로 반대칭이 될 수 있고 이 두가지 모우드는 서로 90도 회전한 모양일 뿐 유효 굴절률과 진폭분포의 모양이 똑 같다. 따라서 그림 2의 두번째 분산곡선은 실은 두개의 분산곡선이 겹쳐 있는 것이다. 그런데 광섬유의 십지가 타원이 되면 90도 회전 대칭성이 깨어지므로 이 두가지 모우드는 성질이 더이상 같지 않게 되고, 따라서 진폭분포의 모양과 유효굴절률도 달라진다. 그 결과로 그림 4의 두번째와 세번째의 두 분산곡선으로 갈라진다. 겹쳐져 있던 두 모우드가 분리될 때는 하나는 유효굴절률이 더 커지고, 다른 하나는 더 작아지므로 하나는 왼쪽으로, 다른 하나는 오른쪽으로 이동하는데 이 모습은 그림 2와 그림 4를 비교하면 쉽게 알 수 있다.

그림 5는 십지가 타원형인 광섬유의 저차 고유모우드들의 진폭분포의 등고선이다. 그림 3과 비교하면 그림 5의 나)와 다)가 이제 완전히 같은 모양은 아니며, 그림 라)와 마)도 마찬가지이다. 십지의 모양은 장축이 수평 방향인 타원이므로 그림 5의 나)에 해당하는 모우드가 다)에 해당하는 모우드보다 십지 안에 더 많이 갇혀 있고 따라서 유효굴절률도 더 커서 그림 4의 두번째 분산곡선은 나)에, 세번째 분산곡선은 다)에 해당된다. 이러한 모양의 변화가 그림 4의 분산곡선의 분리와 이동방향을 잘 설명한다.

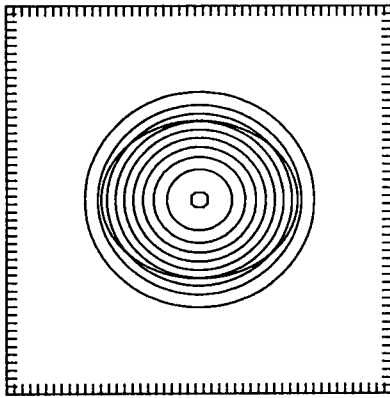
십지가 동그란 광섬유에서도 기본모우드가 차단되는 것처럼 그림 2에는 나타나는데, 그 주된 이유는 행렬요

소의 값을 셈할 때 계산의 효율성을 위해 적분공간의 크기를 제한했기 때문이다. 수치계산법을 쓸 때는 언제나 적분공간의 크기를 제한해야 하는데 차단조건 가까운 곳에서는 도파 모우드의 진폭이 아주 넓은 영역에 퍼져있게 되므로 적분영역의 크기를 제한하기 때문에 생기는 오차가 커진다. 따라서 수치계산을 통해 얻은 차단조건에는 다소간의 오차가 들어 있음을 고려해야 한다. 실제로는 이러한 오차는 이론적으로 엄밀하게 따질 때만 문제가 된다. 왜냐하면 차단조건을 겨우 벗어난 광도파로에서는 도파모우드가 생겨도 진폭분포가 아주 넓은 영역에 걸치므로 도파손실이 커서 광신호를 전송하는데는 쓸 수 없기 때문에 실제로는 차단조건에서 충분히 벗어나게 광도파로를 만들며, 이러한 경우에는 적분공간을 충분히 크게 잡으면 문제가 되지 않는다. 고유모우드의 진폭이 넓은 영역에 걸쳐 퍼지면 적분공간의 크기가 계산결과에 영향을 주고 이에 따라 계산된 진폭분포의 모양이 실제와는 다르게 변형된다. 그러므로 적분공간의 크기가 충분한지는 고유 도파모우드의 진폭 분포에 대한 등고선의 모양을 살펴보아 판단할 수도 있다.

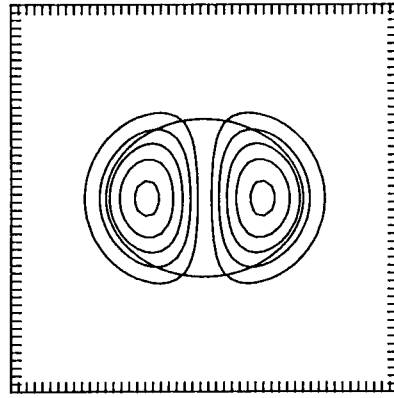
### 3. 단면이 네모꼴인 이산화규소 광도파로의 모우드의 특성 분석

그림 6은 단면이 네모꼴인 이산화규소 광도파로의 분산곡선이다. 이 광도파로의 단면의 모양은 가로와 세로의 길이가 같은 정사각형인데 십지의 굴절률은 1.4551, 클래드의 굴절률은 1.4457이고 빛의 파장은 1.55  $\mu\text{m}$ 으로 하여 계산한 것이다. 그림 6에서 도파층의 한 모서리의 길이의 범위는 0~12.0  $\mu\text{m}$ 이다. 이 분산곡선으로부터 단면이 정사각형인 광도파로에서는 대략 확산된 십지의 모서리의 길이가 약 9.1  $\mu\text{m}$  이하일때 두번째 도파모우드가 차단되어 단일모우드 광도파로가 됨을 알 수 있다.

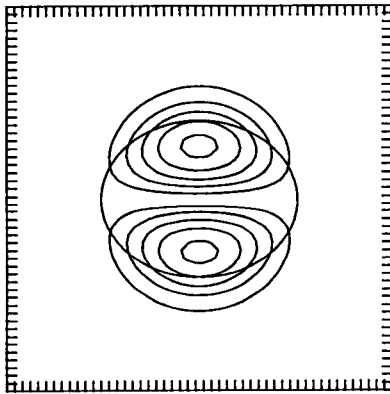
그림 7은 이 광도파로의 고유도파모우드의 진폭분포의 등고선 그림인데, 이들로부터 최저차 도파모우드에서는 광도파로의 십지를 중심으로 한가운데에서는 진폭이 최대이고 십지의 중심을 벗어나면서 진폭이 급격히 줄어드는 것을 볼 수 있다. 또한 광도파로의 아래쪽에는 완충막과 기판이 있고, 위쪽에는 덮개층과 공기가 있으므로 광도파로에서의 위아래의 대칭성이 깨어져 아래쪽에서는 도파모우드의 진폭이 조금 더 옆으로 퍼져 있음을 볼 수 있다. 이처럼 위 아래의 대칭성이 깨지기 때문에 그림 6의 두번째와 세번째 모우드에서는 두 분산곡선이 조금 분리된다.



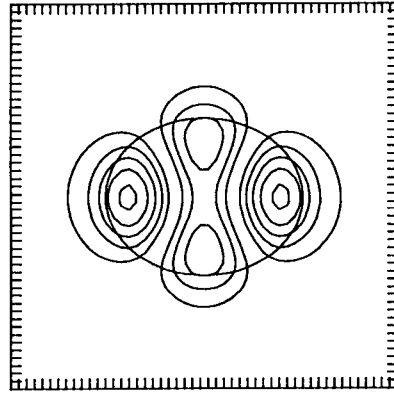
(가) 모우드  $m_{00}$



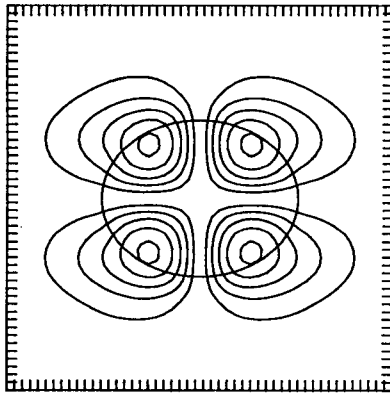
(나) 모우드  $m_{10}$



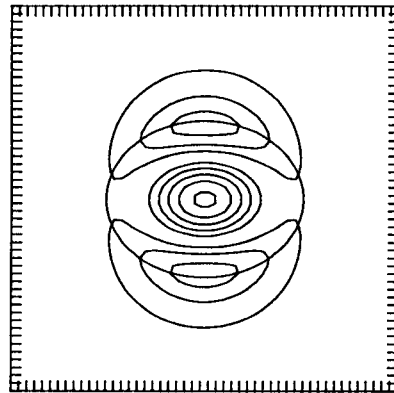
(다) 모우드  $m_{01}$



(라) 모우드  $m'_{11}$



(마) 모우드  $m_{11}$



(바) 모우드  $m_{02}$

그림 5. 심지의 모양이 타원형인 광섬유(타원도  $(a-b)/a=0.2$ )에서의 저차 도파모우드들의 진폭분포를 나타내는 등고선. 이 광섬유의 심지의 등가반지름(단면의 면적이 같은 원의 반지름)은  $9.0 \mu\text{m}$ 이며 나머지 조건은 그림 3과 같다.



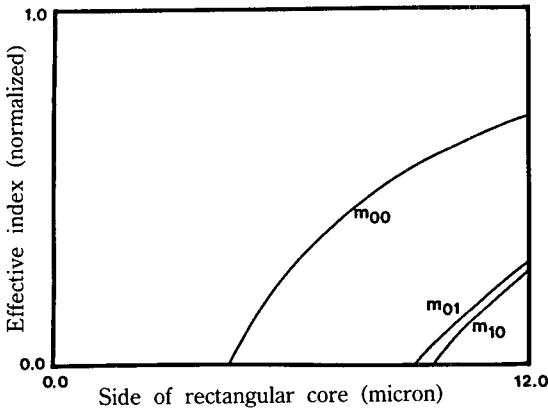


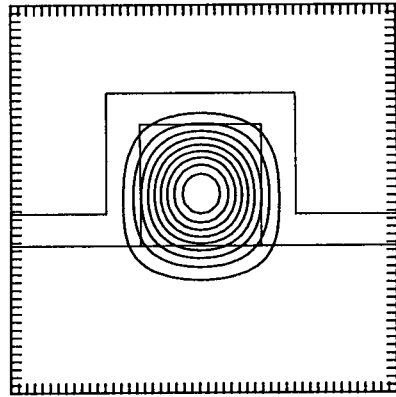
그림 6. 단면이 네모꼴인 이산화규소 광도파로의 분산 특성. 이 광도파로의 심지는 단면의 모양이 가로와 세로의 길이가 같은 정사각형이다. 완충막의 두께는  $15.0\ \mu\text{m}$ , 덮개층의 두께는  $3.0\ \mu\text{m}$ , 심지의 굴절율은 1.4551, 클래드의 굴절율은 1.4457이고 빛의 파장은  $1.55\ \mu\text{m}$ 으로하여 계산한 것이다. 적분공간의 크기는  $40\ \mu\text{m} \times 40\ \mu\text{m}$ , 바탕합수의 수는 가로, 세로 방향 각각 11개이다.

**4. 단면이 반달꼴인 이산화규소 광도파로의 모우드의 특성 분석**

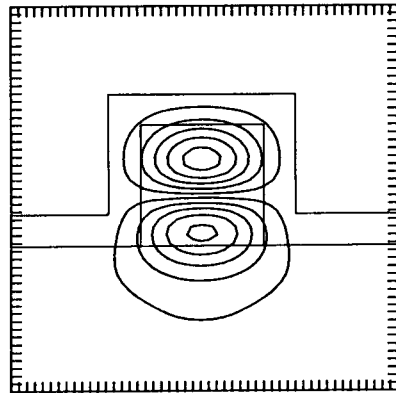
그림 8은 단면이 반달꼴인 이산화규소 광도파로의 분산곡선인데, 반달꼴 심지의 굴절율은 1.4551, 덮개층과 완충막의 굴절율은 1.4457이고 빛의 파장은  $1.55\ \mu\text{m}$ 로 하여 계산한 것이다. 이 광도파로에서는  $m_{10}$  모우드가 차단되는 때의 반달의 반지름은 약  $6.9\ \mu\text{m}$ 이다. 이 때의 광도파로의 단면적은 앞서의 네모꼴 광도파로의 차단조건에서의 면적보다 더 작운데, 그 까닭은 아마도 반달꼴 광도파로에서는 단면의 특성상 실제로 광도파로로 쓰이는 부분의 유효면적이 네모꼴 광도파로에 비해 더 크기 때문일 것으로 생각한다. 앞서의 네모꼴 광도파로에서는 단면의 모양은 정사각형이지만 도파층 아래의 완충막과 기판층 그리고 위의 덮개층과 공기층이 다르기 때문에 위아래 대칭성이 아주 약하게 깨졌는데 비해 이 반달꼴 광도파로에서는 단면의 모양 자체가 위아래의 대칭성이 없기 때문에 두번째와 세번째 모우드가 더 멀리 분리되고, 그 모습은 두 고차 모우드의 진폭분포의 등고선 그림 7(나)와 (다) 그리고 그림 9(나)와 (다)를 비교하면 쉽게 예상할 수 있다.

**V. 결론 및 요약**

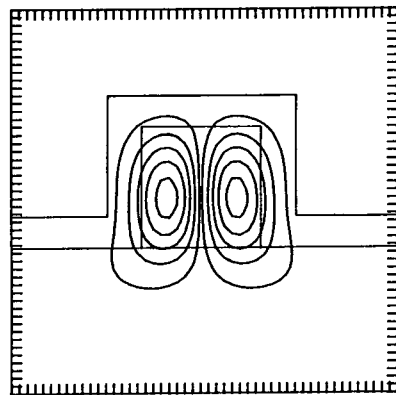
이산화규소를 주재료로 하는, 단면이 반달꼴인 광도



(가) 모우드  $m_{00}$



(나) 모우드  $m_{01}$



(다) 모우드  $m_{10}$

그림 7. 단면이  $12.0\ \mu\text{m} \times 12.0\ \mu\text{m}$ 인 네모꼴 광도파로의 도파모우드들의 진폭분포를 보여주는 등고선. 완충막의 두께는  $15.0\ \mu\text{m}$ , 덮개층의 두께는  $3.0\ \mu\text{m}$ 이다.

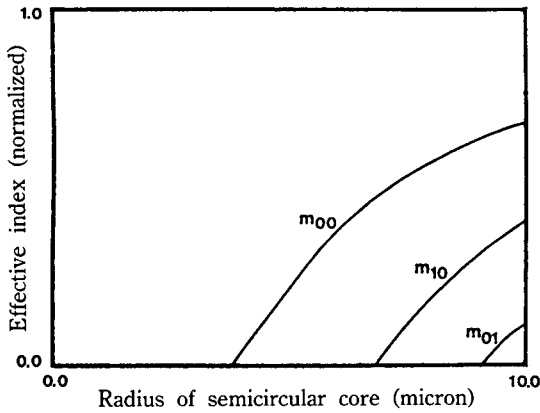
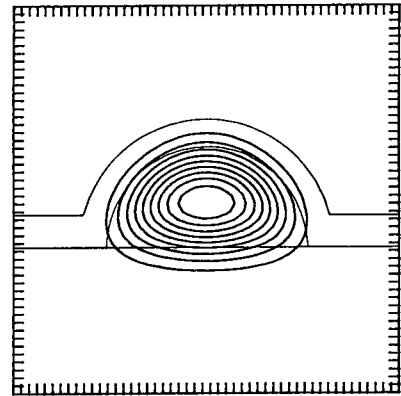


그림 8. 단면이 반달꼴인 이산화규소 광도파로의 분산 특성. 이 반달꼴 광도파로의 반지름은 0~10.0  $\mu\text{m}$ 의 범위안에 있다. 완충막의 두께는 15.0  $\mu\text{m}$ , 덮개층의 두께는 5.0  $\mu\text{m}$ , 심지의 굴절율은 1.4551, 클래드의 굴절율은 1.4457이고 빛의 파장은 1.55  $\mu\text{m}$ 으로하여 계산한 것이다. 적분공간의 크기는 40  $\mu\text{m} \times 40 \mu\text{m}$ , 바탕함수의 수는 가로, 세로 방향 각각 11개이다.

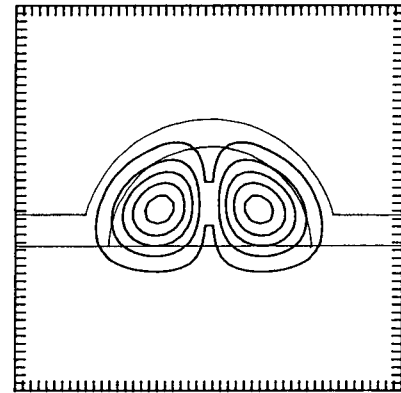
파로의 모우드 특성을 수치계산을 통하여 분석할 수 있는 프로그램을 완성하였다. 이 프로그램의 기본구조는 응용성이 있어서 광도파로의 단면이 반달꼴이 아닌 다른 모양일 경우에는 프로그램의 일부만을 고쳐 쓸 수 있다. 앞으로는 이 프로그램을 바탕으로 도파축을 따라가며 단면의 모양이나 굴절을 분포가 변화하는 경우에 대해 도파모우드들의 전파특성을 분석할 수 있는 프로그램을 개발하여 3dB 방향성 결합기, adiabatic 모우드 변환소자<sup>[11,16]</sup>, Mach-Zender 간섭계형 광소위치<sup>[18]</sup>, Bragg 반사를 이용한 필터와 공진기<sup>[19]</sup> 등 여러가지 광소자의 특성분석과 설계에 쓰일 수 있도록 할 계획이다. 현재로서는 PC/AT의 DOS와 CPU의 한계때문에 바탕함수의 수를 충분히 여유있게 잡지는 못하지만 앞으로 PC와 DOS의 성능개선이 이루어지거나 engineering workstation을 쉽게 쓸 수 있게 되면 그에 따라 바탕함수의 수와 적분공간의 크기를 충분히 여유있게 키워줄 수 있을 것이다. 그 때는 이 논문에서 설명한 방법을 바탕으로 프로그램을 확장하여 광도파로의 특성을 최적화하는 일까지도 할 수 있을 것으로 생각한다.

VI. 감사의 글

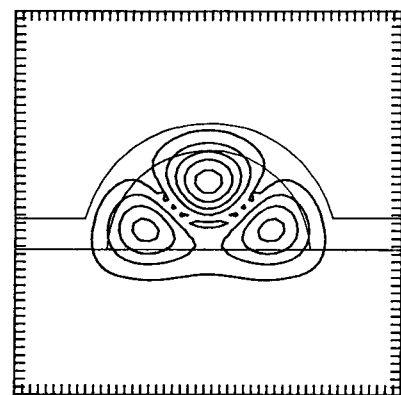
이 논문에서 도파모우드의 등고선을 그려내는데 도움



(가) 모우드  $m_{00}$



(나) 모우드  $m_{10}$



(다) 모우드  $m_{01}$

그림 9. 반지름 10  $\mu\text{m}$ 인 반달꼴 광도파로의 도파모우드들의 전폭분포를 보여주는 등고선. 완충막의 두께는 15.0  $\mu\text{m}$ , 덮개층의 두께는 3.0  $\mu\text{m}$ 이다.

을 주신 전북대학교 자연과학대학 지질학과의 조봉곤 교수님께 감사의 뜻을 전합니다.

참 고 문 헌

- [1] T. L. Koch and U. Koren, IEEE J. of Quantum Electron., **QE-27**, 641-653 (1991).
- [2] C. H. Henry, G. E. Blonder, and R. F. Kazarinov, IEEE J. of Lightwave Tech., **LT-7**, 1530 (1989).
- [3] S. Valette, J. P. Jadot, P. Gidon, S. Renard, A. Fournier, A. M. Grouillet, H. Denis, P. Philippe, and E. Desgranges, Solid State Tech., Feb., 69 (1989).
- [4] E. A. J. Marcatili, Bell Syst. Tech. J. **48** 2071 (1963).
- [5] K. S. Chiang, Appl. Opt. **25**, 348 (1986).
- [6] J. E. Goell, Bell Syst. Tech. J. **53**, 2133 (1963).
- [7] B. M. Azizur Rahman and J. B. Davies, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, **MTT-32**, 20 (1984).
- [8] E. Schweig and W. B. Bridges, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, **MTT-32**, 531 (1984).
- [9] S. M. Saad, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, **MTT-33**, 894 (1985).
- [10] C. H. Henry and B. H. Verbeek, IEEE J. Lightwave Tech. **LT-7**, 308 (1989).
- [11] C. H. Henry and Y. Shani, IEEE Journal of Quantum Electron., **QE-27**, 523-530 (1991).
- [12] 이형중, 임기건, 정창섭, 정환재, 김진승, "Si를 기판으로한 P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>-SiO<sub>2</sub> 광도파로의 제작 및 손실특성 측정," 한국광학회지 3권 4호, 258 (1992).
- [13] H. J. Lee, C. H. Henry, J. K. Orlowsky, R. F. Kazarinov, and T. Y. Kometani, Appl. Opt. **27**, 4104 (1988).
- [14] R. L. Gallawa, I. C. Goyal, Y. Tu, and A. K. Ghatk, IEEE J. of Quantum Electron., **QE-27**, 518-522 (1991).
- [15] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling *Numerical Recipes: The Art of Scientific Programming-FORTRAN version*, (Cambridge University Press, London, 1986), 11 장에 있는 두 subroutine TRED2와 TQLI를 썼다.
- [16] C. H. Henry, R. F. Kazarinov, H. J. Lee, J. K. Orlowsky, and L. E. Katz, Appl. Opt. **26**, 2621 (1987).
- [17] H. Nishihara, M. Haruna, T. Suhara, *Optical Integrated Circuits* (McGraw-Hill, New York, 1989).
- [18] M. Gawachi, Optical and Quantum Electron. **22**, 391-416 (1990).
- [19] 이형중, 정환재, "열광학 효과를 이용한 Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>-SiO<sub>2</sub> 도파로 가변 브래그 필터," 한국광학회지 3권 4호, 244 (1992).

**Mode Analysis of Silica Waveguides with Semi Circular Cross Section by using the Method of Harmonic Expansion in Finite Area**

Jin Seung Kim

*Department of Physics, Chonbuk National University, Chonju 560-756, Korea*

Hyung Jong Lee, Kigeon Im and Chang Sub Chung

*Department of Physics, Chonnam National University, Kwangju 500-757, Korea*

Hwanjae Jung

*Department of Physics Education, Chonnam National University, Kwangju 500-757, Korea*

(Received: November 14, 1992)

A computer routine for personal computer(PC/AT class) is developed to analyze the mode characteristics of silica based optical waveguides whose cross sections are of semi circular and other typical shapes. The basic algorithm used in the routine is to convert the wave equation into a matrix equation by expanding the wave function in terms of simple harmonic functions. The matrix elements are a set of overlap integrals of sinusoidal functions with appropriate weight given by the distribution of refractive index over the waveguide cross section. The eigenvectors and eigenvalues of the matrix is then computed via diagonalization. We explain some practical problems that arises when implementing the algorithm into the routine. By using this routine we analyze the mode characteristics of silica based optical waveguides of semi circular and some other typical cross sections.