

복스펙트럼 스펙클 영상법의 성능기준

조 두 진

아주대학교 자연과학대학 물리학과

(1993년 3월 1일 받음)

수차가 정확히 알려지지 않은 결상계에 있어서, exit pupil에 인위적인 위상의 random fluctuation을 도입하고 복스펙트럼 스펙클 영상법(bispectral speckle imaging)을 이용하므로써 수차의 효과를 극소화하여 거의 회절한계의 영상을 얻을 수 있다. Defocus, 구면수차, 코마수차, 비점수차가 각각 1파장씩 있을 때, 주어진 사용영상수(50개)에 대해서 Gaussian random phase model의 correlation length가 어느 정도일 때 최적의 결과를 얻을 수 있는지를 점 물체에 대해 컴퓨터 시뮬레이션을 시행하므로써 연구하였다. 평가기준으로서는 복원된 점물체에 대한 point spread function의 FWHM, normalized peak intensity, MTF 그리고 visual inspection을 채용하였는데, exit pupil 위에서 Fried parameter r_0 범위에 대한 수차의 rms값 σ 가 구면수차에 대해서는 0.27~0.53 파장일 때, defocus와 비점수차에 대해서는 0.24~0.36 파장일 때 좋은 결과를 주는 것으로 나타났고, 코마수차의 경우에는 좋은 결과를 얻을 수 없었다.

I. 서 론

어떤 영상을 대기권이나 수차가 있는 결상계와 같은 왜곡된 매질(aberrated media)을 통하여 결상하는 것은 대단히 중요하고 복잡한 문제이다. 왜곡된 매질의 특성을 정확히 알면 그 효과를 상쇄해서 좋은 결상을 할 수 있고^[1], 또 경우에 따라서는 그 특성을 모르더라도 홀로그래피와 같은 방법을 사용할 수도 있다.^[2] 그 외에도 다른 여러가지 가능한 방법들이 있으나^[3], 모두 장단점이 있으며 경우에 따라서는 적용이 불가능할 수도 있다.

대기권을 통해서 천체들의 회절한계에 가까운 영상들을 얻어내는 방법 중에 스펙클 영상법이 큰 성과를 거두어 왔으며 이 방면에 많은 연구가 되어 왔는데, 1970년에 Labeyrie에 의해서 stellar speckle interferometry가 개발된 이후 스펙클 홀로그래피, Knox-Thompson algorithm, 복스펙트럼 스펙클 영상법(bispectral speckle imaging), phase-retrieval algorithm, phase-gradient 방법, exponential filtering, shift-and-add 방법 등 많은 방법들이 개발되었다.^[4-10] 이중에서 복스펙트럼 스펙클 영상법, 즉 복스펙트럼을 이용하는 방법이 영상의 이동(shift)에 대한 불변성, 양자한계결상(quantum-limited

imaging)에의 적합성, noise에 의한 영향을 별로 받지 않는 등, 여러가지 장점을 가지고 있어서 가장 일반적인 방법으로 평가되고 있는데, 천문학적 응용 외에도,^[7-11] 인공위성을 지상의 망원경으로 고분해능 결상하려는 연구가 있었고,^[12] 또 살아있는 인간 눈의 망막을 구면수차를 극복하여 고분해능 결상을 하는 데 사용하려는 연구가 진행중이다.^[13]

최근에 이 방법을 미지의 수차가 있는 결상계에 적용함으로써 좋은 실험결과를 얻은 바 있는데,^[14] 그 연구에서는 인위적으로 위상의 random fluctuation을 결상계의 exit pupil 면에 도입하므로써 스펙클 영상들을 얻어낸 다음 복스펙트럼 스펙클 영상법을 적용하여 회절한계에 가까운 영상을 복원하였으나 주어진 수차에 대해 어느 정도의 random fluctuation을 사용해야 좋은 결과를 얻을 수 있는지 대략적으로만 정할 수 있었다. 주어진 수차에 대해 최적의 결과를 주는 random fluctuation을 사용하는 것이 중요한 관건이므로, 본 연구에서는 Gaussian random phase model^[15]을 사용하여 점물체에 대해 defocus, 구면수차, 코마수차, 비점수차가 각각 1파장씩 있을 때 주어진 사용영상수(50개)에 대해서 PSF(point spread function)의 FWHM(full width at half ma-

* 본 연구는 1991년도 아주대학교 정작연구비와 교육부 기초과학연구 활성화 연구비(BSRI 92-237) 지원에 의하여 수행되었음.

ximum), NPI(normalized peak intensity), MTF(modulation transfer function), 그리고 visual inspection 등의 평가기준을 채용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 시행하였다. 이 방법의 연구로는 Knox-Thompson algorithm을 이용한 스펙클 영상법에 대해 행해진 바 있으나,^[16] 미흡한 점이 많으며, 복스펙트럼 스펙클 영상법에 관해서는 알려지지 않았다. 2절에서는 복스펙트럼 스펙클 영상법에 대하여 간략히 논의하고, 3절에서 본 연구에서 시행한 컴퓨터 시뮬레이션 과정과 결과를 기술한다.

II. 복스펙트럼 스펙클 영상법

2차원함수를 소문자로, 그리고 그 함수의 2차원 푸리에변환(Fourier transform)을 대문자로 나타내기로 한다. 즉, 2차원함수 $f(x)$ 와 그 푸리에변환 $F(u)$ 는

$$F(u) = \iint f(x) \exp(2\pi i u \cdot x) d^2x \quad (1)$$

$$f(x) = \iint F(u) \exp(-2\pi i u \cdot x) d^2u \quad (2)$$

의 관계를 가진다. 임의의 함수 $f(x)$ 에 대한 복스펙트럼 $F^{(3)}(u, v)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$F^{(3)}(u, v) = F(u)F(v)F(-u-v) \quad (3)$$

영상의 밝기(intensity)를 나타내는 실함수 $f(x)$ 에 있어서는 푸리에변환의 Hermitian대칭성에 의하여 (3)식을

$$F^{(3)}(u, v) = F(u)F(v)F^*(u+v) \quad (4)$$

로 쓸 수 있는데, 여기서 별표(*)는 공액복소수를 나타낸다. 한편 (3)식의 복스펙트럼 $F^{(3)}(u, v)$ 은

$$f^{(3)}(x', x'') = \iint f(x) f(x+x') f(x+x'') d^2x \quad (5)$$

로 표현되는 triple correlation의 2중 2차원 푸리에변환으로 주어진다.

복스펙트럼은 다음과 같은 여러가지 유용한 성질을 가지고 있다.^[7,8]

가. 여러가지 대칭성을 가진다. 예를 들면 $F^{(3)}(u, v) = F^{(3)}(v, u)$ 등등.

나. 영상의 이동(shift)에 대해 불변하다. 즉 임의의 변위 a 에 대해서 $f(x+a)$ 는 $f(x)$ 와 동일한 복스펙트럼을 갖는다.

다. 여러 경우에 있어서 additive noise에 의한 영향을 받지 않는다.

라. 복스펙트럼으로부터 푸리에변환의 크기 뿐만 아니라 위상까지도 결정할 수 있다. 즉, (4)식에서 $v=0$ 로 놓으면 $F(u)$ 의 크기는

$$|F(u)| = \left(\frac{F^{(3)}(u, 0)}{F(0)} \right)^{1/2} \quad (6)$$

로 주어지고, 역시 (4)식으로부터 위상 $Arg[F(u)]$ 는

$$Arg[F(u+v)] = Arg[F(u)] + Arg[F(v)] - Arg[F^{(3)}(u, v)] \quad (7)$$

와 같은 계차식을 만족하므로 결정할 수 있다.

그러나 단점으로서 2차원 영상에 대한 복스펙트럼이 4차원 함수로서 막대한 정보량을 가진다는 것이다. 예를 들면, 256 gray level을 갖는 128×128 pixels의 영상에 대응하는 복스펙트럼은 대략 100M Bytes에 해당한다. 물론 영상을 복원하는데 이 정보를 모두 이용해야만 하는 것은 아니고 최소한으로 $v=(0,0), (1,0), (0,1)$ 의 3 평면 만으로도 가능하지만, noise효과를 줄이기 위하여 더 많은 평면을 이용하여 평균을 취하기도 한다.

한편, 스펙클 영상법에서는 대기권의 무질서한 요동에 따라 노출시간을 짧게한 여러 개의 독립적인 스펙클영상을 기록하게 된다. Space-invariant incoherent 결상계에 있어서 n-번째 영상 $i_n(x)$ 는 다음과 같이 물체의 밝기를 나타내는 $o(x)$ 와 결상계의 PSF $h_n(x)$ 와의 convolution으로 주어진다 :

$$i_n(x) = \iint h_n(x-x') o(x') d^2x' \quad (8)$$

서론에서 열거한 여러가지 스펙클 영상법들은 (8)식으로 주어지는 여러개의 스펙클영상들을 자기 독특한 방법으로 처리하게 되는데, 복스펙트럼 스펙클 영상법에서는 (8)식을 푸리에변환하여 개개의 스펙클영상에 대한 영상복스펙트럼을 형성한 다음 평균을 취한다. 즉 평균영상복스펙트럼은

$$\langle I^{(3)}(u, v) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_n(u) I_n(v) I_n(-u-v) \quad (9)$$

로 주어지는데 여기서 괄호 $\langle \rangle$ 는 평균을 나타내고 N 은 사용된 영상수이다. PSF $h_n(x)$ 에 대한 평균복스펙트럼을 BSTF(bispectral speckle transfer function)라고 하는데

$$\langle T^{(3)}(u, v) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N H_n(u) H_n(v) H_n(-u-v) \quad (10)$$

로 주어진다. (8)식의 convolution 성질로부터 (9)식의 평균영상복스펙트럼은

$$\langle I^{(3)}(u, v) \rangle = O^{(3)}(u, v) \langle T^{(3)}(u, v) \rangle \quad (11)$$

와 같이 물체의 복스펙트럼 $O^{(3)}(u, v)$ 와 BSTF의 곱으로 주어진다. 따라서 복스펙트럼 스펙클 영상법에서는 BSTF가 중요한 역할을 하게 되는데, 많은 경우에 있어서 BSTF는 회절한계까지 positive일 뿐만 아니라 결상계의 수차에 의한 영향을 거의 받지 않는다.^[7,15,17] 그러므로 물체의 복스펙트럼 $O^{(3)}(u, v)$ 의 위상은 평균영상복스펙트럼 $\langle I^{(3)}(u, v) \rangle$ 의 위상과 같게 되고, 따라서 $o(x)$ 의 푸리에변환의 위상은 평균영상복스펙트럼의 위상으로부터 얻어지게 된다. 영상의 복원(image restoration)에서는 위상의 정보가 크기의 정보보다 훨씬 중요한 역할을 하므로^[18] 이상과 같은 방법에 의하여 원래 물체에 가까운 영상을 얻어낼 수 있다. 복스펙트럼 스펙클 영상법을 실제로 적용하는 데에는 많은 가능성이 있는데 본 연구에서는 TPARA(two-path average recursive algorithm)^[7]과 noise의 영향을 가장 덜 받는 ILSPA (iterative least-square phasor algorithm)^[9,10] 등을 사용하였고 그림 1에 영상처리과정을 보였다.^[14]

먼저 FFT(fast Fourier transform)를 이용하여 스펙클영상들의 푸리에변환을 계산하여 영상복스펙트럼을 형성한 다음 평균을 취한다. 이 평균영상복스펙트럼으로부터 TPARA와 ILSPA를 사용하여 원래 물체의 푸리에변환의 위상을 얻어내고, (11)식에서 δ -correlation을 가정하고 BSTF를 계산하여 $\underline{v}=(0, 0)$ 평면으로부터 (6)식에 따라 푸리에변환의 크기를 구한다. 이렇게 해서 얻은 원래 물체의 푸리에변환을 역변환 하므로써 원래 물체를 복원하게 되는데, 이는 스펙클noise, δ -correlation 가정 등의 여러가지 원인들로 인하여 왜곡되게 된다. 이러한 왜곡을 최소화하기 위하여 몇가지 구속조건을 사용하여 iterative transform algorithm^[19]과 유사한 iterative clean-up 과정을 시행하는데, 구속조건으로는 물체 영역에서는 positivity와 finite support, 그리고 푸리에 변환영역에서는 이전 과정에서 얻은 푸리에변환의 위상과 exit pupil의 크기를 사용한다.

III. 컴퓨터 시뮬레이션

앞에서 언급한 대로, 많은 경우에 있어서 BSTF는 결

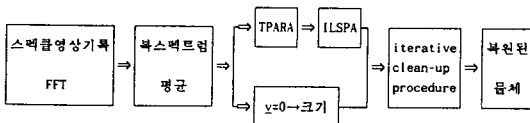


그림 1. 복스펙트럼 스펙클 영상법의 적용도식.

상계의 수차에 의한 영향을 거의 받지 않는다. 이것은 random fluctuation이 강할 수록 더욱 효과적이지만, 반면에 주어진 사용영상수에 대하여 스펙클noise에 의한 왜곡이 증가한다. 따라서 주어진 수차와 사용영상수에 대해서 어느 정도의 위상의 random fluctuation의 도입이 수차의 효과와 스펙클noise를 동시에 최소화하여 최적의 결과를 줄 수 있는지에 대한 성능 기준을 정하기 위해, 점 물체에 대해 결상계에 여러가지 수차가 있는 경우에 컴퓨터 시뮬레이션을 시행하였다. 위상의 random fluctuation으로는 Gaussian random phase model^[15]을 채택하였으며 correlation length(CL)를 parameter로 삼았는데, CL은 correlation function이 원점의 값으로부터 $e^{-0.5}$ 만큼 감소하는 거리를 의미하며 CL이 짧을수록 강한 fluctuation을 나타낸다.

주어진 사용영상수(50개의 256 gray level, 128×128 pixels)의 점물체에 대한 스펙클영상들은 주어진 수차에 따라 위상의 random fluctuation을 바꾸어 가면서 exit pupil함수(직경 $D=50$ pixels)를 형성하고 역(inverse) FFT를 취한다면 그 절대값을 제공하여 얻는다. 위상의 random fluctuation은 먼저 평균값 0, 표준편차 1의 정규분포 난수발생기(normal random number generator)를 사용하여 128×128 array를 얻은 다음 적절한 폭을 갖는 Gaussian함수와 convolution을 취하여 원하는 CL을 갖도록하고, 그 표준편차는 한 파장, 즉 rms phase error가 2π 가 되게 한다. 이 경우에 CL은 스펙클 영상법에서 중요한 역할을 하는 Fried parameter r_0 와 $r_0 = \sqrt{2}$ (CL)/ π 의 관계에 있다.^[15] CL은 10, 13, 15, 17.5, 20, 22, 25의 7가지 경우를 고려하였고, 주어진 수차로서는 defocus, 구면수차, 코마수차, 비점수차가 exit pupil의 가장 자리에서 한 파장만큼 있을 때를 각각 고려하였다. 따라서 수차가 없는 경우를 포함하여 총 $5 \times 7 \times 50 = 1750$ 개의 스펙클영상을 조사하였는데 ILSPA와 iterative clean-up procedure는 각각 50회씩 시행하였다.

복원된 점물체에 대한 평가기준으로서는 PSF의 FWHM, NPI, MTF 그리고 visual inspection을 채용하였다. 복스펙트럼 스펙클 영상법을 사용하여 복원한 점물체들에 있어서 PSF와 MTF는 각각 복원된 점물체와 그 푸리에변환의 크기를 의미하는 것으로 일반적인 의미와는 다르다. 다시 말하자면 (6)식과 (11)식을 이용하여 푸리에변환의 크기를 구하게 되므로 일반적인 의미의 PSF와 MTF에 비교하여 high spatial frequency(공간주파수) 성분이 low spatial frequency 성분보다 큰 비중을 갖게 된다. 그리고 NPI는 PSF의 전체 밝기로 각 pixel의 밝기를 나눈 normalized intensity의 최대값을 나타낸다.

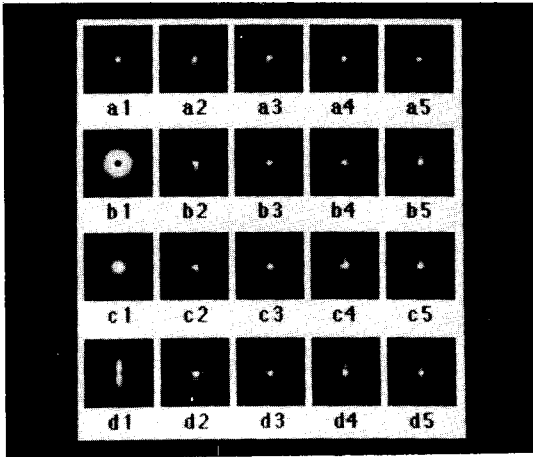


그림 2. 복스펙트럼 스펙클 영상법에 의해 복원된 점물체들. a2-a5: 수차가 없는 경우, b2-b5: defocus가 1파장 있는 경우, c2-c5: 구면수차가 1파장 있는 경우, d2-d5: 비점수차가 1파장 있는 경우. 맨 왼쪽 열에는 회절한계의 PSF(a1)와 수차만에 의해 왜곡된 PSF들(b1, c1, d1)이 있고, 왼쪽에서 2번째 열(a2, b2, c2, d2)부터 오른쪽 끝 열(a5, b5, c5, d5)까지는 순서대로 CL이 각각 10, 15, 20, 25 일 때의 PSF들이 있다.

그림 2에 복원된 점물체들의 중심부분(35×35 pixels)을 보였는데, 대략적인 흐름을 나타내기 위해서 CL이 10, 15, 20, 25인 경우만을 보였다. 여기에 보인 PSF들은 256 gray level을 갖는데 각각 최대 밝기를 255, 최소 밝기를 0로 한 것이다. 맨 왼쪽 열에 회절한계의 PSF(a1)와 여러 수차가 1파장씩 있을 때 크게 왜곡된 PSF들(b1, c1, d1)이 있는데 defocus(b1)와 비점수차(d1)의 경우에는 contrast reversal이 일어났음을 알 수 있다. 복스펙트럼 스펙클 영상법을 사용하여 복원한 점물체들은 모든 CL에 있어서 퍼져 있지만 Airy pattern에 가까운 모습을 보이며 왜곡된 PSF와 비교하여 월등한데, 앞에서 논의한 바와 같이 CL이 짧아짐에 따라 수차의 효과는 적어지지만 random fluctuation의 효과가 두드러지게 나타나는 것을 볼 수 있고, CL이 길어질 때는 반대현상이 관찰된다. 따라서 양 극단 사이에서 최적의 결과를 얻게 되는데, visual inspection결과 defocus의 경우에는 CL이 20일 때, 구면수차와 비점수차의 경우에는 CL이 15일 때가 최적인 것으로 나타났다. 물론 이는 필자의 주관적인 관찰에 의한 것으로 밝기의 비교보다는 PSF의 퍼진 정도와 왜곡된 정도로 판단한 것이다. 한편 코마수차의 경우에는 좋은 결과를 얻을 수 없었는데, 이는 시뮬레이션에서 사용한 random fluctuation의 범위에서 2절에

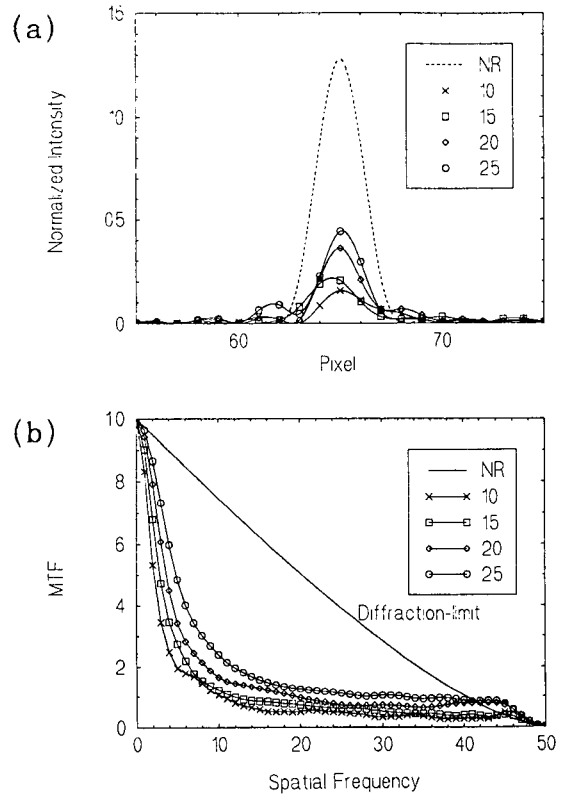


그림 3. 무수차의 경우에 (a) PSF의 단면과 (b) MTF. 네모상자안의 숫자(10, 15, 20, 25)들은 CL을 나타내고 NR은 회절한계를 나타냄.

서 논의한 바와 같이 BSTF가 positive가 아니라 일반적으로 복소수값을 갖는데 기인한다. 이와 같은 문제는 코마수차와 같이 수차함수(wave-front aberration function)가 exit pupil좌표의 odd-power로 주어지는 수차의 경우에 발생하는데,^[15] BSTF를 알 수 있으면 해결될 수 있다.

정량적인 평가를 위하여 PSF의 단면과 MTF를 조사하였는데 아래 그림들, 즉 그림 3부터 그림 6에서 너무 복잡해지는 것을 피하기 위해 CL이 10, 15, 20, 25인 경우만을 보였다. 여기서 PSF는 그림 2의 PSF에서 최대 밝기를 갖는 점에서 수직단면을 취하여 전체 밝기로 나눈 normalized intensity를 나타낸 것으로서 3차곡선으로 spline한 것이다. MTF의 경우에 공간주파수가 15부터 40정도의 중간영역에 유의하였는데, 이는 영상의 복원에 있어서 low spatial frequency 성분은 영상의 섬세한 내용에 영향을 거의 주지 않고 high spatial frequency 성분은 스펙클 등의 noise에 큰 영향을 받기 때문이다.

아래 그림들에 있어서 수차만의 영향을 받은 MTF는 실제로는 OTF(optical transfer function)를 나타내는데 이는 defocus, 구면수차, 비점수차의 경우에 OTF가 실수값을 가지기 때문에 가능하다.

1. 무수차

수차가 없는 경우에 PSF의 단면과 MTF를 그림 3a와 3b에 보였다. 복원된 점물체의 PSF와 MTF 모두 회절 한계와는 큰 차이를 보이는데, 이는 제한된 숫자(50개)의 영상을 사용했기 때문이고 CL이 길어짐에 따라 회절 한계에 접근하는 것이 관찰된다.

공간주파수가 40 이상의 영역에서 MTF가 회절 한계의 경우보다 큰 것이 관찰되는데 이는 위에서 논의한 바와 같이 복원된 점물체에 대한 MTF가 일반적인 의미의 MTF와 달리 high spatial frequency 성분이 강조되기 때문이며, 이러한 현상은 아래 그림들 4b, 5b, 6b에서도 관찰된다.

2. Defocus

Defocus가 1파장 있는 경우에 PSF의 단면과 MTF를 그림 4a와 4b에 보였다. Defocus만의 영향을 받은 PSF는 그림 2에서 본 바와 같이 contrast reversal이 되는데 이것은 그림 4b에서 보는 바와 같이 공간주파수가 10 이상일 때 MTF가 negative가 되기 때문이다. PSF의 FWHM은 CL이 15일 때 2.3으로 최소이지만 NPI는 CL이 20일 때 0.023으로 최대이고, MTF는 CL이 10인 경우를 제외하고는 큰 차이를 보이지 않으며 CL이 20일 때 최적인 것으로 판단된다. 전반적으로 CL이 13부터 20사이에서 좋은 결과를 보인다.

3. 구면수차

구면수차가 1파장 있는 경우에 PSF의 단면과 MTF를 그림 5a와 5b에 보였는데, PSF의 FWHM은 CL이 10일 때 2.2로 최소이지만 NPI는 CL이 15일 때 0.019로 최대이고, MTF는 별 차이를 보이지 않으며 CL이 15일 때 최적으로 판단된다. 전반적으로 CL이 10부터 17.5사이에서 좋은 결과를 보인다. 즉 defocus의 경우에 비해 CL이 짧을 때 더 좋은 결과를 주는 경향이 있는데, 이것은 급격히 변화하는 수차함수의 효과를 상쇄시키는데 더욱 강한 random fluctuation이 요구되기 때문이다.

4. 비점수차

비점수차가 1파장 있는 경우에 PSF의 단면과 MTF를 그림 6a와 6b에 보였다. Defocus의 경우와 마찬가지로

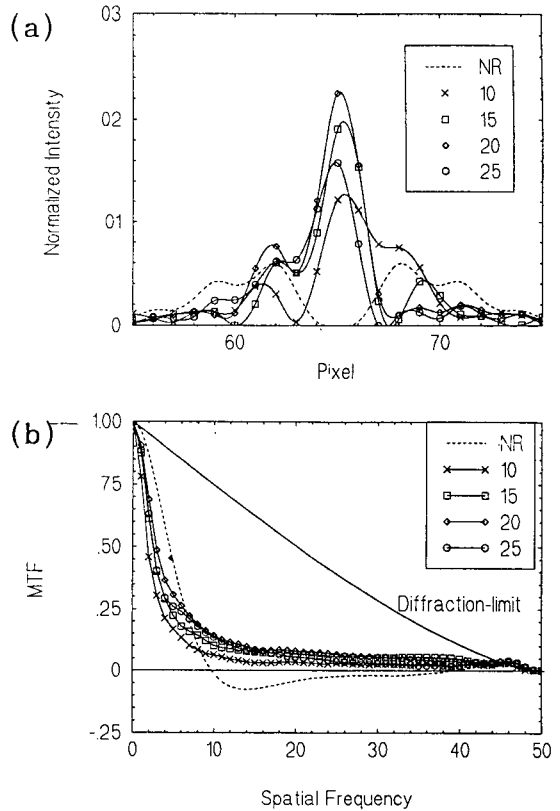


그림 4. Defocus가 1파장인 경우에 (a) PSF의 단면과 (b) MTF. 네모상자안의 숫자(10, 15, 20, 25)들은 CL을 나타내고 NR은 defocus만에 의해 왜곡되었음을 나타냄.

contrast reversal이 나타나는데 이것은 수차함수가 수직단면에서 defocus와 동일한 형태를 갖기 때문이다. 비점수차만에 의해 왜곡된 PSF가 상대적으로 큰 값을 갖는 것은 intensity가 수직축에만 국한되어 있는 데 기 인한다. 이러한 현상은 CL이 클 때, 즉 random fluctuation에 비해 비점수차의 효과가 커질 때, PSF가 크게 왜곡되지만 국부적인 밝기는 상대적으로 커져 NPI를 커지게 하므로, 비점수차의 경우에 NPI는 좋은 평가 기준이 아니다. 따라서 CL이 25일 때 NPI가 0.026으로 최대가 되지만 별 의미가 없고 PSF의 FWHM은 CL이 10과 13일 때 2.4로 최소이며, MTF는 큰 차이를 보이지 않지만 CL이 13일 때 최적이다. 전반적으로 defocus의 경우와 마찬가지로 CL이 13부터 20사이에서 좋은 결과를 보이지만 defocus의 경우에 비하여 짧은 CL쪽이 더 좋은 결과를 주는데, 이는 비점수차에 의해 한 방향으로만 왜곡되어 있는 것을 복원하는데 보다 강한 random

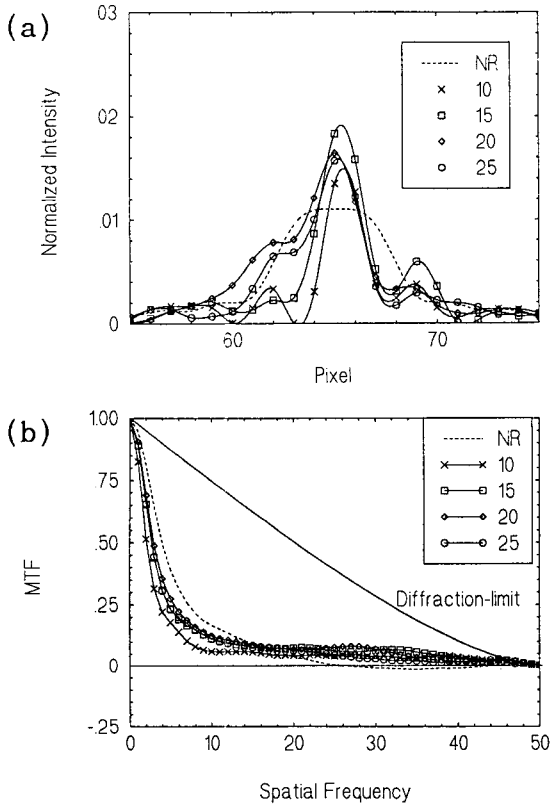


그림 5. 구면수차가 1파장인 경우에 (a) PSF의 단면과 (b) MTF. 네모상자안의 숫자(10, 15, 20, 25)들은 CL을 나타내고 NR은 구면수차만에 의해 왜곡되었음을 나타냄.

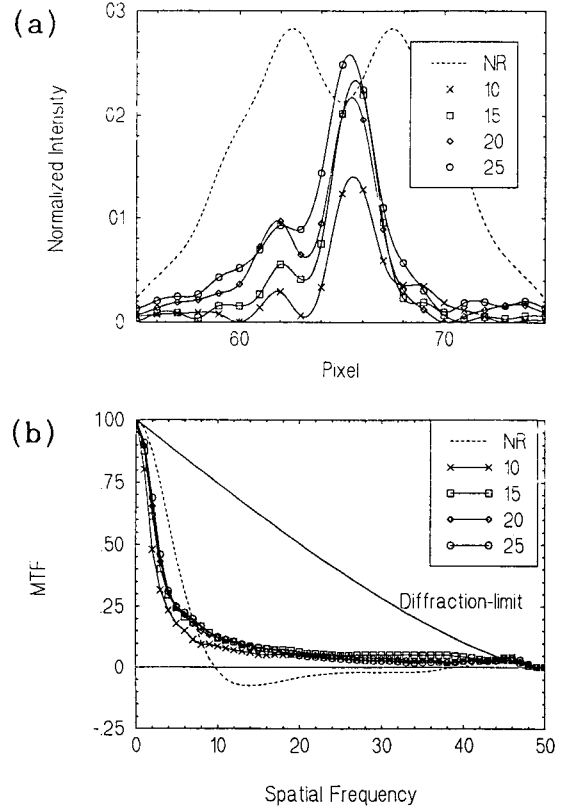


그림 6. 비점수차가 1파장인 경우에 (a) PSF의 단면과 (b) MTF. 네모상자안의 숫자(10, 15, 20, 25)들은 CL을 나타내고 NR은 비점수차만에 의해 왜곡되었음을 나타냄.

표 1. PSF의 NPI와 FWHM. 외곽선이 있는 숫자들은 최대 NPI와 최소 FWHM, NPI숫자 왼편의 #는 최적의 MTF를 나타내고 FWHM숫자 오른편의 *는 visual inspection의 결과 최적임을 나타낸다.

| | | 무 수 차 | | defocus | | | 구면수차 | | | 비점수차 | | |
|------|------------------|-------|------|---------|--------|------|------|--------|------|------|--------|------|
| CL | D/r ₀ | NPI | FWHM | σ | NPI | FWHM | σ | NPI | FWHM | σ | NPI | FWHM |
| 10 | 11.1 | 0.016 | 2.8 | 0.18 | 0.013 | 4.6 | 0.27 | 0.015 | 2.2 | 0.18 | 0.014 | 2.5 |
| 13 | 8.5 | 0.019 | 2.2 | 0.24 | 0.017 | 2.4 | 0.37 | 0.016 | 2.4 | 0.24 | #0.022 | 2.5 |
| 15 | 7.4 | 0.022 | 2.7 | 0.27 | 0.020 | 2.8 | 0.43 | #0.019 | 2.5* | 0.27 | 0.023 | 2.5* |
| 17.5 | 6.3 | 0.030 | 2.2 | 0.32 | 0.021 | 2.4 | 0.53 | 0.018 | 2.5 | 0.32 | 0.024 | 2.6 |
| 20 | 5.6 | 0.036 | 2.3 | 0.36 | #0.023 | 2.4* | 0.62 | 0.016 | 3.3 | 0.36 | 0.022 | 2.7 |
| 22 | 5.0 | 0.040 | 2.3 | 0.40 | 0.013 | 4.3 | 0.72 | 0.018 | 2.9 | 0.40 | 0.024 | 3.0 |
| 25 | 4.4 | 0.044 | 2.3 | 0.45 | 0.016 | 2.5 | 0.87 | 0.016 | 2.9 | 0.45 | 0.024 | 3.0 |

fluctuation을 필요로 하기 때문이다.

그림 2부터 그림 6에서는 너무 복잡해지는 것을 피하고 대략적인 흐름을 보이기 위해서, 또한 큰 차이를 보이지 않기 때문에, CL이 10, 15, 20, 25인 경우만을

보였는데, 표 1에 본 연구에서 시행한 모든 CL, 즉 10, 13, 15, 17.5, 20, 22, 25에 대해 NPI와 FWHM을 보였다. 비점수차에 있어서는 앞에서 논의한 것처럼 NPI가 별 의미를 가지지 않음을 부연한다. 여기서 D/r₀는 스펙클

영상법에서 random fluctuation의 정도를 나타내는데 주로 쓰이는 parameter로서 exit pupil의 직경 D와 Fried parameter r_0 의 비율이다. 그리고 σ 는 random fluctuation과 비교하여 주어진 수차의 정도를 하나의 숫자로 나타내는 parameter인데 Fried parameter r_0 범위에서의 수차의 차의 rms값으로 주어진다.^[16] 즉, 수차함수 $W(x, y)$ 에 대해 Fried parameter범위에서의 수차의 차를 $W_d = W(x + r_0 \cos \theta, y + r_0 \sin \theta) - W(x, y)$ 로 하고 W_d 와 W_d^2 의 exit pupil면에서의 평균을 $\bar{W}_d = \iint W_d dx dy / \iint dx dy$, $\bar{W}_d^2 = \iint W_d^2 dx dy / \iint dx dy$ 로 하면(여기서 적분은 exit pupil에 대한 면적분임)

$$\sigma = \sqrt{\bar{W}_d^2 - \bar{W}_d^2} \quad (12)$$

로 정의된다. 본 연구에서 사용된 영상수(50개)에 대해 구면수차에 대해서는 σ 가 0.27~0.53파장(CL이 10부터 17.5사이)일 때, defocus와 비점수차에 대해서는 0.24~0.36파장(CL이 13부터 20사이)일 때 좋은 결과를 주는 것으로 나타났다. 따라서 상당히 넓은 범위의 random fluctuation이 거의 동등한 결과를 주므로, 수차나 왜곡의 정도를 정확히 모르더라도 주어진 random fluctuation으로 넓은 범위의 수차를 효과적으로 상쇄시킬 수 있다.

IV. 결 론

정확히 알려지지 않은 수차가 있는 결상계에 있어서, exit pupil에 인위적인 위상의 random fluctuation을 도입하고, 여러가지 장점들로 인하여 스펙클 영상법 중에 가장 일반적인 방법으로 인정되는 복소스펙트럼 스펙클 영상법을 이용하므로써 수차의 효과를 극소화하여 거의 회절한계의 영상을 얻을 수 있다. 주어진 수차와 사용 영상수에 대해 어느 정도의 위상의 random fluctuation의 도입이 최적의 결과를 줄 수 있는지에 대한 성능 기준을 정하기 위해, 점 물체와 주어진 사용영상수(50개)에 대해서 defocus, 구면수차, 코마수차, 비점수차가 각각 1 파장씩 있을 때 Gaussian random phase model의 correlation length를 변화시키면서 컴퓨터 시뮬레이션을 시행하였다. 평가기준으로서는 PSF의 FWHM, NPI, MTF 그리고 visual inspection을 채용하였다. Exit pupil위에서 Fried parameter r_0 범위에 대한 수차의 차의 rms값 σ 가 구면수차에 대해서는 0.27~0.53 파장일 때, defocus와 비점수차에 대해서는 0.24~0.36 파장일 때 좋은 결과를 주는 것으로 나타났고, 코마수차의 경우에는 좋은 결과를 얻을 수 없었다. Defocus에 비하여 보다 급격한 변화를 하는 수차함수를 갖는 구면수차의 경우와 한 방향으로만

왜곡되는 비점수차의 경우에는 CL이 보다 짧은 쪽에서 더 좋은 결과를 얻는 경향이 관찰되었다. 상당히 넓은 범위의 random fluctuation이 거의 동등한 결과를 주므로, 수차나 왜곡의 정도를 정확히 모르더라도 주어진 random fluctuation으로 넓은 범위의 수차를 효과적으로 상쇄시킬 수 있다. 따라서 본 연구결과는 인간의 눈과 같이 정확히 분석하기 어려운 왜곡된 결상계, 여러가지 요인에 의해서 왜곡의 정도가 시간적으로 변화하는 결상계 등에 응용할 수 있다.

감사의 글

본 연구를 진행하는 데 유익한 토론으로 도움을 주신 University of Rochester의 Prof. G.M. Morris와 Mr. D. T. Miller에게 감사드리고, 그림 2를 사진촬영하는데 도움을 준 아주대학교 물리학과와 윤준웅군에게 감사하는 바입니다.

참 고 문 헌

- [1] J. Tsujiuchi, "Correction of optical images by compensation of aberrations by spatial frequency filtering," in *Progress in Optics* Vol. II, E. Wolf, ed. (North-Holland, Amsterdam, 1963) pp.131-180.
- [2] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill, New York, 1968) pp.261-268.
- [3] C. Roddier and F. Roddier, *J. Opt. Soc. Am.* **A7**, 1824 (1990).
- [4] F. Roddier, *Phys. Rep.* **170**, 97 (1988).
- [5] R. H. T. Bates, *Phys. Rep.* **90**, 203 (1982).
- [6] J. C. Dainty, "Stellar speckle interferometry," in *Laser speckle and related phenomena* 2nd ed., J. C. Dainty, ed. (Springer, New York, 1984) pp.255-320.
- [7] A. W. Lohmann, G. Weigelt, and B. Wirtzner, *Appl. Opt.* **22**, 4028 (1983).
- [8] A. W. Lohmann and B. Wirtzner, *Proc. IEEE* **572**, 889 (1984).
- [9] J. Meng, G. J. M. Aitken, E. K. Hege, and J. S. Morgan, *J. Opt. Soc. Am.* **A7**, 1243 (1990).
- [10] C. L. Matson, *SPIE* **1351**, 535 (1990).
- [11] G. Weigelt, "Triple Correlations and Bispectra in High-Resolution Astronomical Imaging," in *International Trends in Optics*, J. Goodman, ed. (Academic, New York, 1991) pp. 391-405.
- [12] T. W. Lawrence, J. P. Fitch, D. M. Goodman, N. A. Massie, R. J. Sherwood, and E. M. Johansson,

- Opt. Eng. **31**, 627 (1992).
- [13] G. M. Morris, private communications.
- [14] D. Cho and G. M. Morris, "Application of the triple-correlation technique to diffraction-limited imaging in the presence of unknown aberrations," in *OSA Annual Meeting Technical Digest 1990*, Vol. 15 of the OSA Technical Digest Series (Optical Society of America, Washington, D. C., 1990), p.169; D. Cho, E. A. Watson, and G. M. Morris, "Application of bispectral speckle imaging to near-diffraction-limited imaging of the detailed object in the presence of unknown aberrations," preparing for publication.
- [15] R. Barakat and S. Ebstein, J. Opt. Soc. Am. **A4**, 1756 (1987).
- [16] P. A. Bakut, A. D. Ryakhin, and K. N. Sviridov, Opt. Spectrosc. (USSR) **63**, 683 (1987).
- [17] O. von der Lühe, Astron. Astrophys. **150**, 229 (1985).
- [18] M. H. Hayes, "The unique reconstruction of multidimensional sequences from Fourier transform magnitude or phase," in *Image Recovery: Theory and Application*, H. Stark, ed. (Academic, New York, 1987) pp. 195-230.
- [19] J. C. Dainty and J. R. Fienup, "Phase retrieval and image reconstruction for astronomy," in *Image Recovery: Theory and Application*, H. Stark, ed. (Academic, New York, 1987) pp. 231-275.

Performance Criterion of Bispectral Speckle Imaging Technique

Doo Jin Cho

Department of Physics, Ajou University, Suwon 441-749, Korea

(Received: March 1, 1993)

In the case of an imaging system affected by aberrations which are not precisely known, the effect of aberrations can be minimized and near-diffraction-limited images can be restored by introducing artificial random phase fluctuations in the exit pupil of the imaging system and using bispectral speckle imaging. In order to determine the optimum value of the correlation length for Gaussian random phase model, computer simulation is performed for 50 image frames of a point object in the presence of defocus, spherical aberration, coma, astigmatism of 1 wave, respectively. In terms of the criterion of performance, the FWHM of the point spread function, normalized peak intensity, MTF and visual inspection of the restored object are employed. The optimum value for the rms difference σ of aberration on the exit pupil in the interval of Fried parameter r_0 is given by 0.27~0.53 wave for spherical aberration, and 0.24~0.36 wave for defocus and astigmatism, respectively. It is found that the bispectral speckle imaging technique does not give good results in the case of coma.