

위상변조가 쌍안경 대물경 OTF에 미치는 영향

홍 경 희

육군사관학교

(1993년 2월 1일 받음)

개구상에서 위상을 변조하였을 때에 국산 쌍안경 대물경계의 OTF에 미치는 영향을 살펴보았다. 설계 data로부터 유한광선추적을 하여 파면수차를 계산하고 수치적으로 시계각 0°와 1.5°에 대하여 OTF를 계산하였다. 위상변조는 개구상에 아놀라 형태로 위상을 π 만큼 지연하는 것이다. 위상형태에 따라서 OTF값이 변화하는 것을 위상변조하지 않은 경우와 비교하였다. 결과적으로 시계각이 0°일 때는 낮은 값을 보이나 1.5°일 경우에는 특정한 주파수 영역에서 높은 값을 보여주고 있다. 따라서 적절한 위상변조에 의해 OTF값을 증진할 수가 있다.

I. 서 론

광학계의 결상능력을 향상시키기 위해 각 분야에서 수 많은 연구가 수행되어 오고 있는데 이들 중 개구 변조가 OTF에 미치는 영향은 본 연구팀에서도 이론적으로 및 실험적으로 연구 된 바가 있다.^[1,2,3,4] 이러한 연구들은 실제 광학기구를 통과하는 빛의 차단 때문에 많은 광에너지를 요하는 광학적이용상의 어려움이 많다. 그러나, 위상변조는 이러한 제한에서 벗어나 어떠한 광 학기구에도 응용할 수 있을 것으로 판단된다. 입사동 (入射瞳)에서 개구상에 annular형으로 위상을 일정량만큼 지연(遲延)시켜 결상능력을 증진시키도록 시도하였다. 위상지연의 정도는 π 만큼이며 annular의 크기 및 위치를 변화시켜 가며 결상계(結像系)의 OTF에 미치는 영향을 조사하였다. 결상계 시험렌즈로는 국산 쌍안경 대물경 으로 이중렌즈이다.

II. 시험렌즈 및 위상변조

1. 시험렌즈의 특성

그림 1에는 반시계각(FOV) 0° 및 1.5°에 대하여 광 선수차특성을 sagittal ray-fan 및 tangential ray-fan으로 나타낸 것이다. 윗부분에는 시계각 0°에 대한 tangential ray-fan을 나타낸 것으로 최대반경을 1.0으로 할 때 반 경이 0.8 부근에서 부호가 바뀌는 것을 볼 수 있다. 시 계각이 0°에서는 tangential ray-fan과 sagittal ray-fan이

일치된다. 축상에 물체가 있을 때의 수차특성으로 광축에 대하여 대칭적이기 때문이다. 아랫부분에는 시계각이 1.5°에 대한 tangential ray-fan을 Tan으로 표시하였고 sagittal ray-fan을 Sag으로 표시하였다. tangential ray-fan을 보면 상대적반경이 약 0.8일 때에 최대 수차를 나타내고 있다. sagittal ray-fan은 반경이 -0.8에서 최대 수차를 나타내고 있고 +0.7 근처에서 최소값을 보여 절대값으로는 매우 큰 값을 나타내고 있다. 그림 2에는 시계각 0°일 때의 spot diagram을 윗부분에 나타내었고 시계각 1.5°일 때의 spot diagram을 아랫부분에 나타내 었다. 그림에서 보면 시계각 0°일 때는 -0.05 mm만큼 초점이동하였을 때가 best of focus로 되나 시계각 1.5°일 때는 -0.10 mm만큼 초점이동하였을 때가 best of fo-cus가 되는 것을 볼 수 있다. 대체적으로 말하면 매우 전형적인 수차특성을 가지고 있다. 시험렌즈의 초점거 리는 19.2 cm이며 유효경은 5 cm이다.

2. 위상변조

본 연구에서 다루게 되는 위상변조는 위상차가 π 만큼 있는 경우에 투과함수, $\tau(x, y)$ 가

$$\begin{aligned} \tau(x, y) &= 1 && : r < r_2 \\ \tau(x, y) &= \exp[i\pi] && : r_2 \leq r \leq r_1 \\ \tau(x, y) &= 1 && : r_1 < r \leq 1 \\ \tau(x, y) &= 0 && : r < 1 \end{aligned} \quad (1)$$

단, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$,

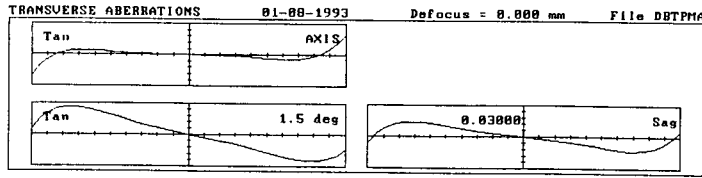


그림 1. Ray fan of the binocular objective lens undertest.

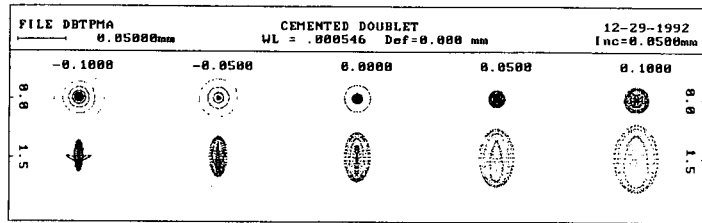


그림 2. Spot diagram of the binocular objective lens undertest.

과 같이 주어지며, 이 경우를 PMA(phase modulated aperture)이라 부른다.본 연구에서 고려한 위상변조 aperture의 형태를 그림 3에 보였다. 여기에서 위상변조된 부분의 내측 및 외측 반경을 식 (1)에서와 같이 각각 r_2 , r_1 로, 두 반경의 평균을 R_1 , 그 폭을 δ 로 표현하였다. 위상변조의 형태는 표 1과 같다.

III. OTF 계산방법

1. OTF의 정의

2차원 공간주파수(空間周波數) s, t 에 대한 OTF는

$$D(s, t) = \frac{1}{A_S} \iint P(x+s/2, y+t/2) P^*(x-s/2, y-t/2) dx dy \quad (2)$$

로 주어진다.^[5,6,7] 여기에서 적분면적은 광학계가 원형 aperture를 갖는 경우 그림 4의 빗금친 부분이며, A는 규격화(規格化)를 위한 상수로서

$$A = \iint_S P(x, y) P^*(x, y) dx dy \quad (3)$$

와 같이 주어지며, 이때의 적분면적은 동전체(瞳全體)가 된다. 한편 $P(x, y)$ 는 동함수(瞳函數)로서 출사동(出射瞳)상의 환산좌표(換算座標) x, y 에서

$$\begin{aligned} P(x, y) &= \exp[iW(x, y)] & : r \leq 1 \\ &= 0 & : r > 1 \end{aligned} \quad (4)$$

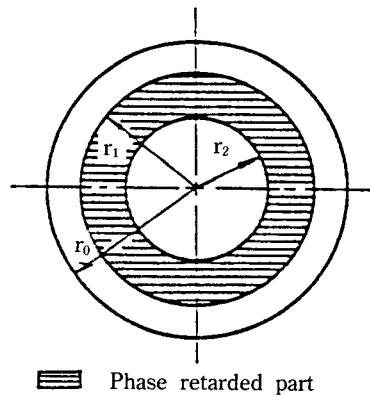


그림 3. Modulated aperture.

표 1. Phase modulation types.

	r_2	r_1	R_1	δ
(A)	0.0	0.0	0.00	0.0
(B)	0.4	0.7	0.55	0.3
(C)	0.5	0.8	0.65	0.3
(D)	0.6	0.9	0.75	0.3
(E)	0.6	0.7	0.65	0.1
(F)	0.4	0.9	0.65	0.5

단, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

으로 주어지며, $W(x, y)$ 는 파면함수(波面函數)로서 설계 data로부터 광선추적(光線追蹟)에 의해 계산될 수 있는데

여기서는 위상으로 나타낸 것이다. 또한 위상변조를 고려한다면 수차함수, $W_p(x, y)$ 는

$$\begin{aligned} W_p(x, y) &= W(x, y) & : r < r_2, r_1 < r < 1 \\ &= W(x, y) + \pi & : r_2 \leq r \leq r_1 \end{aligned} \quad (5)$$

과 같이 표현된다.

2. OTF의 수치계산

sagittal OTF는 식 (2)로부터

$$D(s) = \frac{1}{A} \iint_S P(x+s/2, y) P^*(x-s/2, y) dx dy \quad (6)$$

가 되며, 위 식은 식 (4)와 식 (5)로부터

$$D(s) = \frac{1}{A} \iint_S \exp\{i[W_p(x+s/2, y) - W_p(x-s/2, y)]\} dx dy \quad (7)$$

가 되며, 이는 다시 그림 4(a)에서 겹쳐진 면적에 대해

$$\begin{aligned} D(s) &= \frac{1}{A} \iint_S [\cos\{W_p(x+s/2, y) - W_p(x-s/2, y)\} \\ &+ i \sin\{W_p(x+s/2, y) - W_p(x-s/2, y)\}] dx dy \quad (8) \end{aligned}$$

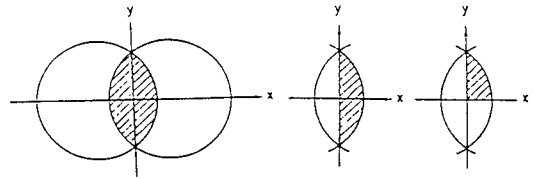
와 같이 cosine과 sine항의 합으로 주어지며, 한편 광학계가 회절대칭이므로 파면수차함수(波面收差函數) $W_p(x, y)$ 는 y -축에 대해서 우함수가 된다. 그리고 sine함수는 기함수(奇函數)이다. 따라서 식 (8)에서 허수부(虛數部)는 대칭면적 S 에 대한 적분으로 '0'이 되고, 실수부(實數部)의 적분만 남아

$$D(s) = \frac{1}{A} \iint_S \cos\{W_p(x+s/2, y) - W_p(x-s/2, y)\} dx dy \quad (9)$$

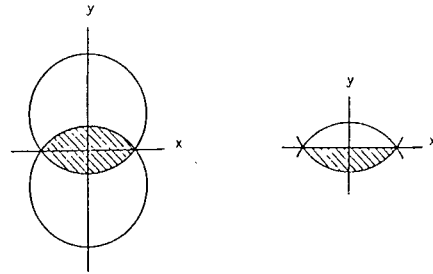
로 정리되며,^[8] 이는 우함수들의 곱으로 주어지므로 다시 x 가 양(+)인 면적 $S/2$ 에 대한 적분의 2배로 계산된다. 시계각이 0°인 경우에는 y -축에 대하여도 대칭이므로 $S/4$ 에 대한 적분의 4배로 된다. 실제 계산에서는 동의 반경을 20등분하여 작은 정방형으로 동을 나누었다. 그 정방형의 중심좌표를 지나는 광선의 파면수차가 그 정방형 조각의 파면수차를 대표하는 것으로 보았다. 그리고 그림 4(a)에서와 같이 서로 겹쳐지는 부분에 대하여 식 (9)를 계산한다.^[9]

tangential case의 OTF는 식 (2)로부터

$$D(t) = \frac{1}{A} \iint_S P(x, y+t/2) P^*(x, y-t/2) dx dy \quad (10)$$



(a)



(b)

그림 4. OTF calculation scheme. (a) sagittal OTF, (b) tangential OTF.

가 되며, 여기에서 적분면적 S 는 그림 4(b)와 같다. 위 식은 식 (4)로부터

$$D(t) = \frac{1}{A} \iint_S \exp\{i[W_p(x, y+t/2) - W_p(x, y-t/2)]\} dx dy \quad (11)$$

가 되며 sagittal case와 마찬가지로

$$\begin{aligned} D(t) &= \frac{1}{A} \iint_S [\cos\{W_p(x, y+t/2) - W_p(x, y-t/2)\} \\ &+ i \sin\{W_p(x, y+t/2) - W_p(x, y-t/2)\}] dx dy \quad (12) \end{aligned}$$

으로 되며 sine함수가 기함수 이므로 동함수의 y -축에 대한 대칭성으로 인하여 허수부분의 적분값은 '0'이 되어 실수부분만 남게 되어

$$D(t) = \frac{1}{A} \iint_S [\cos\{W_p(x, y+t/2) - W_p(x, y-t/2)\}] dx dy \quad (13)$$

로 정리되며, 이는 우함수들의 곱으로 주어지므로 다시 x 가 양(+)인 면적 $S/2$ 에 대한 적분의 2배로 계산된다.^[8] 실제의 계산은 sagittal OTF와 같은 방법으로 동의 반경을 20등분한 grid로 나누어 식 (13)에 의해 그림 4(b)와 같이 겹쳐지는 부분에 대해 계산한다.^[9]

IV. OTF 계산결과 및 결과분석

1. 축상 물체점에 대한 OTF

그림 5에는 시계각 0°일 때 즉, 축상물체에 대한 OTF를 각각 위상변조한 조건에 따라서 계산한 결과를 비교하여 제시하였다. 모든 계산은 Gauss 상면을 상평면으로 하였다. 그림 5(a)에서 보는 바와 같이 위상폭을 $\delta=0.3$ 으로 일정하게 유지하며 그 위치를 $R=0.55$ 로부터 0.75까지 변화하며 살펴보았으나 전체적으로 위상변조하지 않은 경우보다 결상력이 떨어진다. 수차보정효과는 오히려 역효과를 나타내고 있으나 위치가 밖으로 이동되면서 즉, R 가 커질 수록 OTF값의 부호가 바뀌어 PTF값이 커짐을 의미하며 작은 bump가 나타나는 것을 보아 공간주파수 여과효과를 보이고 있다. 그림 5(b)에는 위상변조의 위치 $R=0.65$ 로 고정하고 그 폭을 $\delta=0.1$ 부터 0.5로 증가하여가며 조사한 결과 전체적으로 결상력이 떨어지고 있으며 위상변조의 폭이 커질수록 저주파 영역에서 결상력이 향상된다. 특히 $\delta=0.5$ 일 때에는 상대공간주파수가 0.4근처에서는 위상변조하지 않은 경우보다 다소 OTF값의 절대값이 증가하여 MTF값이 증가함을 볼 수 있다. 또한 OTF의 부호가 바뀌어 큰 PTF값을 가짐을 의미한다.

2. 비축상 물체점에 대한 OTF

그림 6에는 시계각 1.5°일 때의 sagittal OTF를 위상 조건에 따라서 계산한 결과이다. 그림 6(a)에서는 위상변조의 폭이 $\delta=0.3$ 으로 고정하고 그 중심위치 $R=0.55$ 부터 0.75까지 변화할 때의 OTF의 변화를 나타낸 것이다. 저주파 영역에서는 위상변조한 경우가 낮은 OTF값을 가지며 특히 R 가 커질수록 더욱 낮아진다. $R=0.55$ 인 경우에는 상대공간주파수 $\nu=0.1$ 근처에서부터 0.25근처까지는 위상변조하지 않은 경우보다 훨씬 좋은 특성을 보여주고 있으며 0.4부터 0.5까지도 약간 높은 OTF값을 보여주고 있다. $R=0.65$ 인 경우에는 전반적으로 좋지 않은 특성을 보여주고 있으며 $R=0.75$ 인 경우에는 작은 bump가 나타나 축상물체의 경우와 마찬가지로 공간주파수 여과 효과가 나타난다. $\nu=0.4$ 부근에서는 $R=0.75$ 일 때 OTF의 절대값이 극대가 된다. 그림 6(b)에서는 위상변조 위치 $R=0.65$ 로 고정하고 그 폭이 $\delta=0.1$ 부터 0.5로 변화할 때의 OTF값의 변화를 나타낸 것이다. $\delta=0.3$ 일 때는 전반적으로 저조한 OTF값을 보이며 $\delta=0.1$ 일 때에는 $\nu=0.15$ 부터 0.3부근의 넓은 bump를 보이고 있으며 OTF값의 부호가 고주파로 갈수록 자주 바뀌는 것으로 보아 PTF값이 큼을 알 수 있다. $\delta=0.5$ 일 때에는 고주파로 갈수록 높은 OTF값을 보여주고 있고 그 부호도 변화하지 않아 PTF값이 작고 우수한 특성을 보여주고 있다.

그림 7에는 시계각 1.5°인 경우의 tangential OTF값을

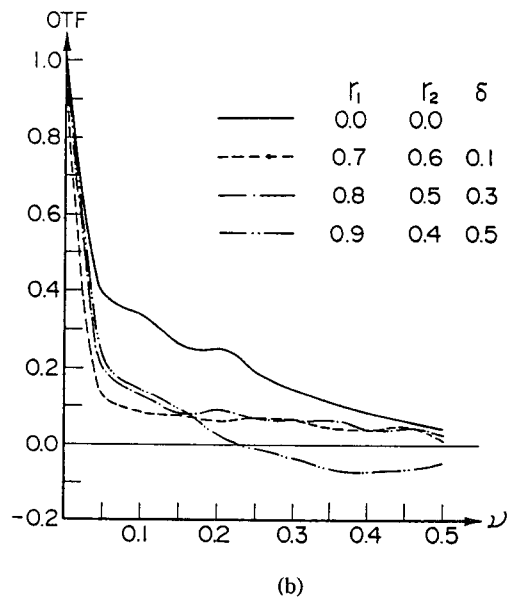
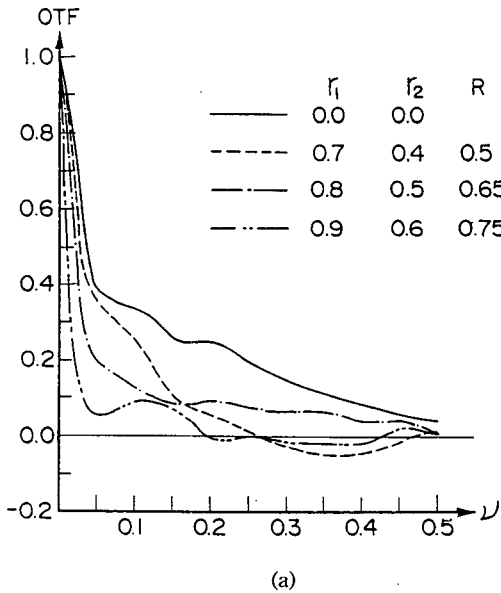
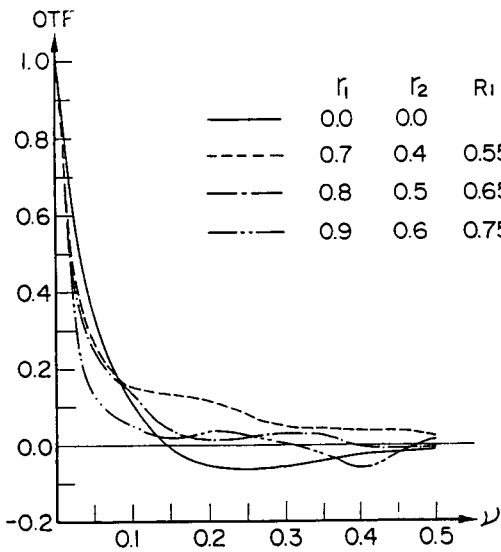
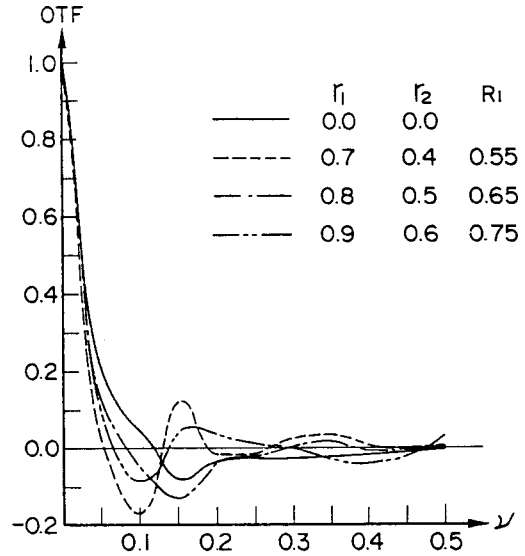


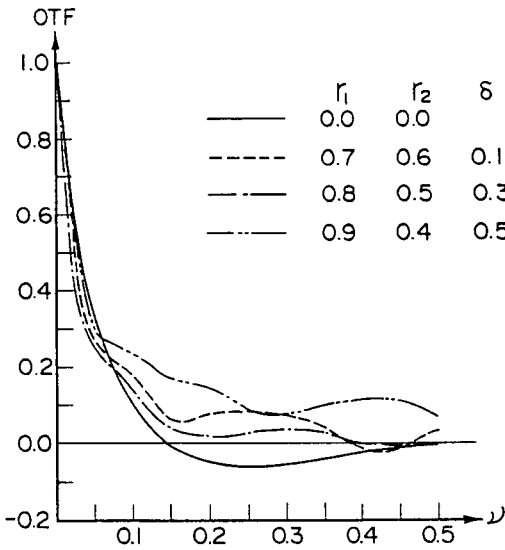
그림 5. Sagittal OTF's of PMA ($\beta=0^\circ$), (a) $\delta=0.3$, $R=0.55\sim 0.75$, (b) $R=0.65$, $\delta=0.1\sim 0.5$.



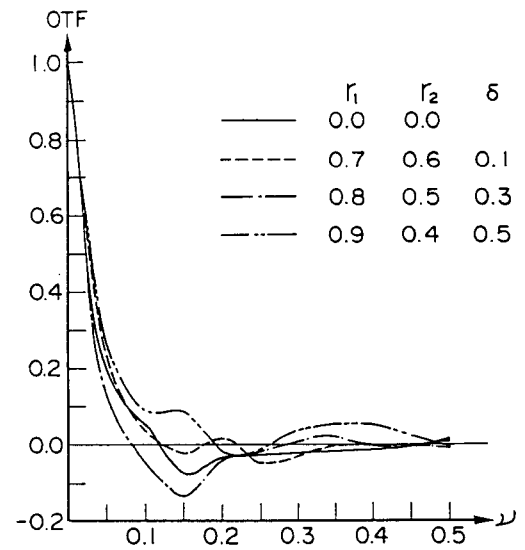
(a)



(a)



(b)



(b)

그림 6. Sagittal OTF's of PMA ($\beta=1.5^\circ$), (a) $\delta=0.3$, $R=0.55\sim 0.75$, (b) $R=0.65$, $\delta=0.1\sim 0.5$.

그림 7. Tangential OTF's of PMA ($\beta=1.5^\circ$), (a) $\delta=0.3$, $R=0.55\sim 0.75$, (b) $R=0.65$, $\delta=0.1\sim 0.5$.

위상변조하는 조건에 따라 서로 비교하여 제시하였다. 그림 7(a)에는 $\delta=0.3$ 으로 고정하고 $R=0.55$ 부터 0.75 까지 변화할 때의 OTF값을 보여주고 있다. R 가 작을수록 더욱 크게 극대, 극소 값을 가지는 것을 볼 수 있으며 특히 $R=0.55$ 인 경우에는 매우 심한 변화를 볼 수 있다. 공간주파수 여과 특성이 높다고 말할 수 있다. 그림 7(b)

에는 $R=0.65$ 로 고정하고 $\delta=0.1$ 부터 0.5 까지 변화할 때의 OTF의 변화를 보여주고 있다. 그 폭 δ 가 커질수록 고주파 영역에서 높은 OTF값을 보여주고 있다. 전체적으로 말하면 $R=0.65$ 이고 $\delta=0.5$ 인 경우가 고주파 영역에서의 높은 OTF값을 보여주고 있어서 고주파영역에서의 결상력이 증진된다고 말할 수가 있다.

V. 결 론

계산상으로 보아 분명하게 위상변조를 통하여 OTF 값이 증진되며 특히 비축상 물체점에 대한 OTF값이 높아지고 결상력이 향상됨을 볼 수 있었다. Gauss상평면상에서의 OTF계산결과를 살펴보았으며 분명하게 위상변조에 의하여 특정한 공간주파수 영역에서 결상력을 증진할 수 있다는 것을 확인하였다.

참 고 문 헌

[1] 홍경희, 박사학위논문 (한국과학기술원, 1980).

[2] K. H. Hong and J. U. Lee, *Appl. Opt.* **26**, 4425 (1987).
 [3] 홍경희, 이종용, *새물리*, **27**, 24 (1987).
 [4] H. B. Chung, K. H. Hong and S. S. Lee, *Appl. Opt.* **22**, 1812 (1983).
 [5] Leo Levi, *Applied Optics*, John Wiley and Sons, Inc., New York (1968).
 [6] Max Born and Emil Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, New York, 1975).
 [7] K. R. Barnes, *The Optical Transfer Functions*, American Elsevier Publishing Company, Inc., New York (1971).
 [8] 홍경희, 정창섭, 한순희, *새물리*, **30**, 646 (1990).
 [9] 홍경희, 이상수, *새물리*, **19**, 72 (1979).

Phase Modulation Effects on the OTF of the Binocular Objective

Kyung Hee Hong

Korea Military Academy, Seoul 139-799, Korea

(Received: February 1, 1993)

We investigate the phase modulation effects on the OTFs of a binocular objective which is made in Korea. The OTFs are calculated from design data for FOV 0° and 1.5°. The phase modulation is carried out by giving phase retardation π on the aperture. The areas where the phases are retarded π on the aperture are of an annular type. The OTFs of phase modulated aperture are also compared with that of unmodulated one. The OTFs of an aberration loaded system can be improved by proper phase modulation.