

〈論 文〉

박판 성형 공정의 유한요소 해석을 위한 마찰접촉 모델

금 영 탁*

(1993년 2월 20일 접수)

Frictional Contact Model for Finite Element Analysis of Sheet-Metal Forming Processes

Young T. Keum

Key Words : Frictional Contact Model(마찰접촉 모델), Mesh-Normal Formulation(유한요소기초 수식화), Mesh-Normal Vector(유한요소기초 수직벡터), Tool-Normal Vector(금형기초 수직벡터), Tool-Normal Formulation(금형기초 수식화), Sheet-Metal Forming Process(박판성형공정), Sheet-Metal Forming Analysis(박판성형 해석)

Abstract

The mesh-based frictional contact model has been developed which does not rely on the spatial derivatives of the tool surface. Only points on the surface are evaluated from the tool description, which can then be simplified because of the relaxed demands placed on it. The surface tangents, normals, and corresponding derivatives at each finite-element node are evaluated directly from the finite-element mesh, in terms of the connecting nodal positions. The advantages accrue because there is no longer a need for a smooth tool surface to assure reasonable normals and derivatives. Furthermore, it can be shown that the equilibrium equations can only be properly written with a special normal derived from the mesh itself. The validity, accuracy, computation time, and stability of mesh-based contact model were discussed with the numerical examples of rounded flat-top and rough, flat-top rounded punch forming operations. Also, the forming process of a automobile inner panel section was simulated for testing the robustness of new contact model. In the discussion, the superiority of new model was examined, comparing with tool-based contact one.

기 호 설 명

$\Delta \bar{\epsilon}$: 유효변형률 증분

Δu^* : 시도변위 증분

Δu : 미소시간 동안의 변위증분

δu : 수정변위 증분

$\bar{\epsilon}$: 유효변형률

$\bar{\epsilon}_0$: $t = t_0$ 에서 유효변형률

F_i : 내부저항력 벡터

F_e : 접촉력 벡터

Γ : 접촉력 방향 벡터

h_0 : 변형전의 박판두께

K : 강성행렬

M^- : 유한요소 기초

μ : Coulomb 마찰 계수

n : 단위 법선 벡터

n_m : 유한요소 기초 법선 벡터

*정회원, 한양대학교 정밀기계공학과

- n_r : 금형표면 기초 법선 벡터
- $\bar{\sigma}$: 유효 응력
- T^- : 금형표면 기초
- t : 시간
- \mathbf{t} : 단위접선 벡터
- V_0 : $t=t_0$ 에서 유한요소 체적
- t_0 : 현재 단계의 시간

1. 서 론

박판재 성형공정을 해석하기 위하여 다양한 역학적 수식화에 기초를 둔 유한요소 모델링이 과거 20여년 동안 개발되어 왔으나, 임의의 3차원 형상을 갖는 스탬핑 금형의 성형공정 해석을 성공한 예는 흔치 않다. 이의 주된 원인은 수치해석에서 잘 수렴하는 금형표면의 수학적 기술법 개발이 미흡하고, 유한요소 모델과 금형(편치와 다이) 면의 기술이 서로 모순되지 않는 수학적 표면이 필요하기 때문이다. 성형공정의 유한요소 수식화가 갖는 도형적, 물성적 비선형 때문에 수치해석의 수렴해를 위하여 금형 면은 변곡이 없이 매끄럽게 수학적으로 표현되어야 한다. 특히 1차 및 2차 미분치들의 변화 정도는 해석의 성공여부를 결정하는 요소들 중의 하나이다. 이러한 요구 조건들 때문에 수식화는 수학적으로 점점 더 복잡해지고 계산시간은 비효율적으로 증가한다.

박판과 금형간의 접촉 상태를 기술하기 위하여 마찰조건이 관계되고, 박판재가 금형 속으로 침투되어서는 안된다는 비침투 조건이 만족되어야 한다. 마찰조건을 수학적으로 기술하는데 사용되는 비등 조건식의 적용 방법에 따라, 마찰 접촉 처리 알고리즘은 시행착오법, Lagrangian 계수법, 그리고 벌칙법으로 구별된다. 시행착오법은 마찰접촉 문제를 취급함에 있어서 가장 널리 사용되는 기법이다. 이 방법은 먼저 기하학적 경계조건을 부여하고 콜롱 마찰법칙을 사용하는 시도기하(trial geometry)로 부터 접촉력을 구한다. 접촉상태가 정확하게 추정되고, 수렴이 결정될 때까지 접촉조건은 반복적으로 수정된다. Wang 등은^(1,2) 금형 내부에 침입된 절점을 금형표면으로 투사하고, 금형표면에 대한 국부 단위 법선을 사용한 접촉조건에 의해 절점별로 접촉력을 계산하였다. Kobayashi와 Kim은⁽³⁾ 기하학적 경계조건에 대한 금형표면 및 표면력 경

계조건에 대한 금형기초 법선벡터의 선형화된 방정식을 사용했다. Toh와 Kobayashi는⁽⁴⁾ 이 방법을 비대칭 스트레칭 문제에 적용하였으며, Anderson은⁽⁵⁾ 디프 드로잉 공정을 시뮬레이션하기 위해 금형기초 법선벡터를 이용한 축대칭 유한요소 프로그램을 개발하였다. Onate 등은⁽⁶⁾ 마찰 좌표계를 사용하였으며 이웃하는 요소들의 평균 법선방향에 대하여 수직인 접선방향으로 마찰력을 산출했다. 이 방법은 LINEFORM에서 Wenner에⁽⁷⁾ 의해 채택되었으며, 그는 시간증분을 절점의 접촉상태에 변화를 일으키는 양으로 설정하였다. Tang은⁽⁸⁾ 미끄럼 조건에서 접촉력을 묘사하기 위해 금형기초 법선벡터를 사용했다. Makinouchi와 Liu는⁽⁹⁾ Yamada 등에⁽¹⁰⁾ 의해 제안된 r -최소법을 사용하고, 금형표면에 대하여 외향인 법선벡터를 이용한 새로운 접촉 알고리즘을 개발하였다. Germain 등은⁽¹¹⁾ 먼저 뉴턴랩슨(Newton-Raphson)법에 의해 수정된 시도변위를 구하고, 금형에 침입된 절점을 법선벡터를 따라 금형표면으로 투사하는 불침입 접촉조건을 부과하였다.

Larangian 계수법은 고착 마찰조건에 대해서 전단구속을 부과하는 방법중의 하나이다. 새로운 미지의 힘이 절점변위 변수외에 더해 진다. Rebelo 등은⁽¹¹⁾ 접촉점의 압력에 대하여 Lagrangian 계수를 사용하였다. 그들은 금형기초 법선벡터를 근간으로 하고 금형 내부로 절점의 침입량과 판재와 공구 사이의 상대적 미끄럼을 접촉문제에 도입하였다.

벌칙법(penalty method)은 유한요소 방정식의 체계를 변화시키지 않고, 상대적 미끄럼을 묘사하며, 절점의 침입을 피하기 위해 사용되는 기법이다. Gelin과 Daniel은⁽¹²⁾ 불침입 조건을 구성하기 위해 포텐셜 에너지 원리에서 유도된 벌칙항을 도입하였다. 그들은 다이에 대한 내향 법선과 다이의 변화 및 콜롱 마찰법칙과 관련된 벌칙항을 도입하고, Oden과 Martins의 방법으로⁽¹³⁾ 접촉문제를 해결하였다. Dalin과 Onate는⁽¹⁴⁾ 판재와 공구 사이의 상대적 위치의 기하학적 검색에 근간을 두고 유한요소 기초 법선벡터(mesh-normal vector)를 사용하여 기하학적 접촉을 정의하는 새로운 접촉 알고리즘을 개발하였다.

새로운 모델의 주된 이점은 임의 형상의 금형면을 쉽게 모델링할 수 있고 수치해석에서 금형면의 1차 및 2차 미분치들을 사용하지 않는다는 점이다.

대신 편치와 다이의 위치와 시도해로 부터 유한요소 표면을 구하고 필요한 미분치들을 유한요소 표면에서 계산한다. 제안된 유한요소 수식화는 임의의 금형형상을 쉽게 취급할 수 있을 뿐만 아니라, 금형면 형상의 복잡함에 관계없이 성형 공정의 수치해석에서 정도(精度)를 높인다.

본 논문에서는 유한요소 기초 마찰접촉 모델과 금형표면 기초 마찰접촉 모델은 점강소성 유한요소법을 이용하여 각각 소개하고, 제한된 유한요소 기초 마찰 접촉 모델의 이론적 타당성을 힘 평형도와 수직벡터 특성 곡선을 통하여 알아본 다음, 임의의 형상을 갖는 금형에 대한 박판성형공정의 단면 수치해석을 통하여 개발된 마찰접촉 모델의 우수성을 입증해 보고자 한다.

2. 마찰접촉 모델 수식화

2.1 평형상태 방정식

평형상태 방정식은 가상일의 원리(virtual work principle)로 부터 유도된다. 최소에너지 경로를 따라 미소한 시간 Δt 동안 이루어진 소성일량 ΔW_p 는 다음과 같다.

$$\Delta W_p = \int_{V_0} \int_{\bar{\epsilon}_0}^{\bar{\epsilon}_0 + \Delta \bar{\epsilon}} \bar{\sigma}(\bar{\epsilon}) d\bar{\epsilon} dV_0 \quad (1)$$

식(1)을 가상일의 원리에 적용하고 절점의 가상변위값은 공간좌표 파라미터의 함수가 아님을 고려할 때 평형상태 방정식이 다음과 같이 유도된다.⁽¹⁵⁾

$$\mathbf{F}_i(\Delta \mathbf{u}) = \mathbf{F}_e(\Delta \mathbf{u}) \quad (2)$$

여기서, \mathbf{F}_i 는 소성변형에 대한 내부 저항력이고, \mathbf{F}_e 는 금형과의 접촉에 의한 외부접촉력이다.

테일러(Taylor) 급수로 식(2)를 전개하고 선형화를 위하여 2차 이상의 미분항들을 무시하면, 다음과 같은 뉴턴랩슨(Newton-Raphson) 방정식을 얻을 수 있다:

$$\mathbf{K} \cdot \delta \mathbf{u} = \mathbf{F}_e - \mathbf{F}_i \quad (3)$$

여기서, \mathbf{K} 는 시도변위 증분($\Delta \mathbf{u}^*$)으로 표현되는 강성행렬로서 다음과 같이 표현된다:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_i - \mathbf{K}_e = \left(\frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \Delta \mathbf{u}} - \frac{\partial \mathbf{F}_e}{\partial \Delta \mathbf{u}} \right)_{\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^*} \quad (4)$$

식(3)에선 $\delta \mathbf{u}$ 는 평형상태에서 "0"인 값을 갖는

수정 변위증분 벡터이고, \mathbf{F}_i 는 식(1)로 부터 다음과 같이 유도된다:

$$\mathbf{F}_i = \int_{V_0} \bar{\sigma} \frac{\partial \Delta \bar{\epsilon}}{\partial \Delta \mathbf{u}} \Big|_{\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^*} dV_0 \quad (5)$$

또한, \mathbf{F}_e 는 금형과 접촉되는 절점에서 콜롱 마찰력에 의한 외력으로 다음과 같다:

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{F}_n(\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\phi}(\Delta \mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{t} + \mathbf{n}) \quad (6)$$

여기서, \mathbf{F}_n 과 $\boldsymbol{\mu}$ 는 각기 접촉력의 수직성분과 마찰계수이고, \mathbf{t} 와 \mathbf{n} 는 금형과 박판이 접촉되는 절점에서 접선벡터 및 수직벡터이다. 식(6)에서 $\boldsymbol{\phi}$ 는 편치 운동에 대한 절점의 상태변위($\Delta \mathbf{u}_i$)로 기술되는 함수이다.⁽¹⁵⁾

따라서, 식(4)의 \mathbf{K}_e 는 식(6)을 사용하여 다음과 같이 표현된다:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_e &= \frac{\partial \mathbf{F}_e}{\partial \Delta \mathbf{u}} \Big|_{\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^*} \\ &= \left[\boldsymbol{\mu} \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{\phi}(\Delta \mathbf{u}_i)}{\partial \Delta \mathbf{u}} \mathbf{t} + \boldsymbol{\phi}(\Delta \mathbf{u}_i) \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial \Delta \mathbf{u}} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \Delta \mathbf{u}} \right] \mathbf{F}_n \Big|_{\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^*} \\ &\quad + \left\{ \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\phi}(\Delta \mathbf{u}_i) \mathbf{t} + \mathbf{n} \right\} \frac{\partial \mathbf{F}_n}{\partial \Delta \mathbf{u}} \Big|_{\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}^*} \end{aligned} \quad (7)$$

2.2 접촉처리 알고리즘⁽¹⁶⁾

유한요소 절점과 금형이 맞 닿는 접촉부에서는 절점이 금형면을 따라 움직이어야 하는 구속조건이 부과된다. 다음은 이러한 구속 조건을 부과하기 위한 알고리즘을 x - z 평면의 2차원 문제에 한정하여 기술한다. 시도해로 부터 창출되는 절점들의 위치는 금형내부에 위치하기도 한다. 이러한 절점들은 수치해석 과정에서 금형표면에 위치하도록 투사되어야 한다. 금형내부에 침투된 절점들의 위치는 금형 표면으로 투사시키기 위하여 유한요소 기초 수직벡터(mesh-normal vector)와 금형 표면과의 교점을 구한다. 접촉절점에서 박판 유한요소에 수직인 단위벡터 $\mathbf{n}_0 = (n_x, n_z)$ 를 구하고 다음과 같은 비선형 방정식으로 부터 길이 파라미터 d 를 풀면 투사되는 점 ($d \cdot \mathbf{n}_x, d \cdot \mathbf{n}_z$)을 발견할 수 있다:

$$S(d \cdot \mathbf{n}_x) - d \cdot \mathbf{n}_z = 0 \quad (8)$$

여기서, $S(x)$ 는 금형 표면을 함수로 혹은 수직적으로 표시하는 방정식이다.

시간 $t + \Delta t$ 에 편치 표면에 위치한 절점은 접선 방향으로 움직이는 구속조건을 갖는다. 따라서, 접

촉점점에서 수정변위 증분 $\delta u = (\delta u_x, \delta u_z)$ 의 구성은 다음과 같이 표현된다.

$$\delta u_z = Z_x \cdot \delta u_x \quad (9)$$

여기서, Z_x 는 절점에서 유한요소로 부터 구한 기울기 즉 1차 미분치이다.

접촉력 방향 $\Gamma = \mu\phi t + n$ 의 단위벡터 성분을 (Γ_1, Γ_3)라 하면, 접촉절점에서 유한요소 평행상태 방정식은 다음과 같은 과정으로 부터 유도된다. a 를 Γ 의 수직 벡터라면 평행상태에서는

$$F_i \cdot a = 0 \quad (10)$$

이다. (Fig. 1 참조) a 의 정의, 즉 $\Gamma \cdot a = 0$ 로부터 a 는 Γ 성분으로 다음과 같이 표시된다:

$$a = (1, -\Gamma_1/\Gamma_3) \quad (11)$$

$F_i = (F_x, F_z)$ 를 감안하면, 식(10)과 식(11)로 부터 다음과 같은 스칼라 식이 구해진다:

$$\Gamma_3 \cdot F_x - \Gamma_1 \cdot F_z = 0 \quad (12)$$

따라서, 접촉조건식인 식(10)은 식(12)로 재현된다.

식(12)의 선형화 과정으로 부터 시도해 Δu^* 에서 식(12)는 다음과 같이 표현된다:

$$\frac{\partial}{\partial \Delta u} (\Gamma_3 F_x - \Gamma_1 F_z) \Big|_{\Delta u = \Delta u^*} \cdot \delta u = (\Gamma_1 F_z - \Gamma_3 F_x) \Big|_{\Delta u = \Delta u^*} \quad (13)$$

$$\text{혹은 } K' \cdot \delta u = F' \quad (14)$$

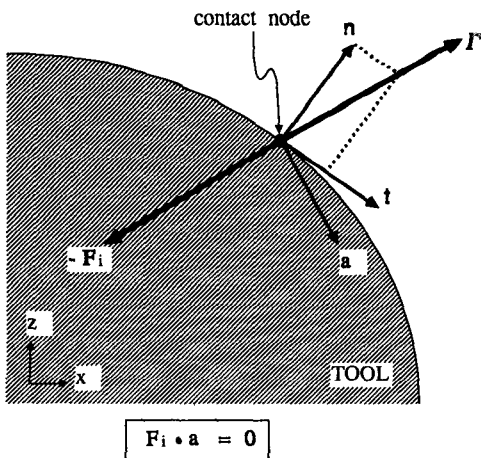


Fig. 1 Equilibrium state at a contact node

$$K' = (F_x \frac{\partial \Gamma_3}{\partial \Delta u} + \Gamma_3 \frac{\partial F_x}{\partial \Delta u} - \Gamma_1 \frac{\partial F_z}{\partial \Delta u} - F_z \frac{\partial \Gamma_1}{\partial \Delta u}) \Big|_{\Delta u = \Delta u^*} \quad (15)$$

$$F' = (\Gamma_1 F_z - \Gamma_3 F_x) \Big|_{\Delta u = \Delta u^*} \quad (16)$$

식(15)에서, $\frac{\partial F_x}{\partial \Delta u}$ 와 $\frac{\partial F_z}{\partial \Delta u}$ 는 식(13)으로 부터 얻어진 K_i 의 첫째 열과 둘째 열이고, $\frac{\partial \Gamma_3}{\partial \Delta u}$ 와 $\frac{\partial \Gamma_1}{\partial \Delta u}$ 는 $\frac{\partial \Gamma}{\partial \Delta u} = \mu\phi \frac{\partial \Gamma}{\partial \Delta u} + \mu \frac{\partial \phi}{\partial \Delta u} \cdot t + \frac{\partial n}{\partial \Delta u}$ 의 첫째와 둘째 열이다.

따라서, 식(9)와 식(14)로 부터 접촉 수직력 F_n 을 계산하지 않고 접촉조건을 만족시키는 δu 를 구할 수 있다.

2.3 수직 및 접선 벡터

식(6)에서 외력 F_e 와 식(7)에서 접선 강성 (tangent stiffness) K_e 를 산출하는데는 단위 수직 벡터 n , 단위 접선벡터 t , 그리고 절점변위에 관한 이들의 미분치들이 사용된다. 금형과 접촉하는 유한요소 절점에서 수직벡터 n 을 정의하는 데 2가지 방법이 있다. 첫째는 표준방법으로 "TOOL-NORMAL"이다. 이 방법은 절점위치에서 금형표면을 묘사하는 공간좌표계에 관한 미분으로 직접 계산한다. 둘째는 "MESH-NORMAL"로, 인접한 유한요소 격자망의 절점위치를 이용하여 수직벡터를 계산한다. 접선벡터 t 는 수직벡터에 수직이고 미끄럼 방향과 반대 방향으로 정의된다. 식(6)과 식(7)에서 사용되는 수직벡터와 접선벡터의 종류에 따라 금형표면 기초 수직화(tool-normal for mulation 혹은 T-수직화)와 유한요소 기초 수직화(mesh-normal formulation 혹은 M-수직화)로 구분된다.

Fig. 2는 금형 표면과 접촉 절점번호 2에서 유한요소 격자망으로 부터 계산된 수직벡터 n_T 와 n_M 을 나타낸다. 금형기초 수직벡터(tool-normal vector)는 공간좌표계에 관한 미분으로 정의된다. 즉,

$$n_T = \frac{1}{SN} \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ 1 \end{Bmatrix}; SN = \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + 1} \quad (17)$$

여기서, S_x 와 S_y 는 접촉점에서 금형곡면에 대한 x 및 y 에 관한 1차 미분치들이다. 한편, 유한요소

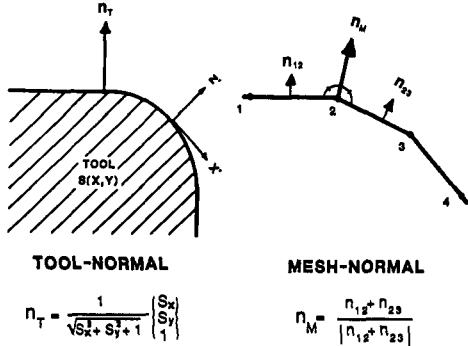


Fig. 2 Normal vectors defined by tool(n_T) and mesh(n_M)

기초 수직벡터(mesh-normal vector)는 접촉절점을 공유하고 있는 이웃 유한요소들의 수직단위벡터들을 벡터합하여 구한다.^(17,18) x - z 평면의 2차원의 경우에는

$$n_M = \frac{1}{ZN} \begin{Bmatrix} Z_x \\ -1 \end{Bmatrix}; ZN = \sqrt{Z_x^2 + 1} \quad (18)$$

이고, Z_x 는 접촉절점에서 경사를 의미하며 이는 이웃 유한요소들에서 구한 수직단위벡터들을 벡터합하여 구한 평균 수직단위벡터에서 계산된다. 따라서 M -수직 벡터는 접촉된 유한요소 절점변위들의 함수이며 편평한 영역에서는 T -수직 벡터와 동일하나, 곡률이 있는 영역에서는 서로 다르다.

2.4 유한요소 기초 수직 벡터 특성

절점 2에서 힘의 평형을 생각할 때(Fig. 3 참조), 순수 내력 F_i 는 이웃하는 요소의 내력들의 벡터합으로 얻어지며($F_i = f_1 + f_2$), 접촉력 F_e 에 의해 힘의 평형 상태가 된다. 마찰이 없는 경우에는 식(6)에서 외력 F_e 가 단지 수직성분만 있고, F_i 와는 방향이 반대이고 평행이다. 그러므로 실제적인 평형상태는 유한요소를 기초로 한 수직화에서만 얻어질 수 있다.

Fig. 4는 계단함수의 형상을 갖는 전형적인 금형의 단면성형 해석에서 볼 수 있는 두 수식화의 변형률 분포를 비교한 것이다. 굽힘효과가 고려되지 않은 박막이론에서는 유한요소 기초해에서 보는 바와 같이 전체 무마찰 영역을 통하여 힘 평형에 의해 균일변형률 분포가 요구된다. 그러나 금형 기초해는 불균일 분포를 보여주며 이는 외력을 수직화하는데 사용된 부적절한 수직벡터에서 기인된 것으

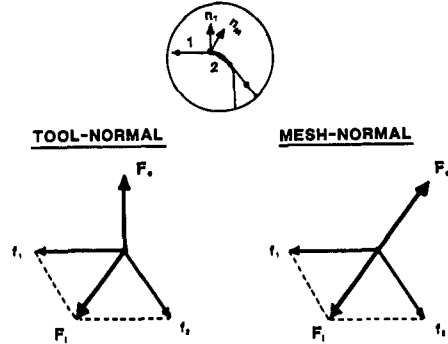
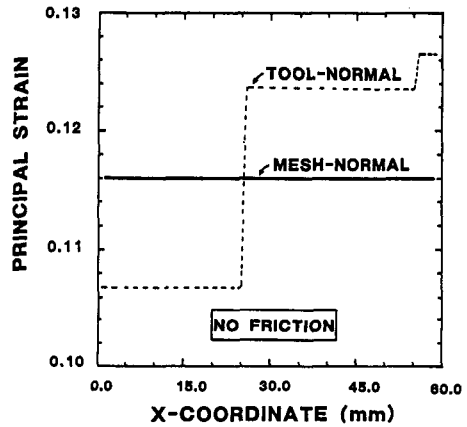


Fig. 3 Free body diagram at a contact node in the case of $\mu=0$



$F_i \neq F_e$ (No equilibrium satisfied for constant $|f_1|=|f_2|=f_{max}$) vs $F_i = F_e$ (Equilibrium satisfied for constant $|f_1|=|f_2|=f_{max}$)

Fig. 4 Comparison of strain distributions in mesh-normal formulation and tool-normal formulation in the case of $\mu=0$

로 보인다.

Fig. 5는 금형기초 및 유한요소 기초식을 토대로 한 Fig. 2의 곡선영역(반경 50 mm)에서 접촉절점 2의 1차 및 2차 미분치의 변화를 보여준다. T -수식화에서 미분치들은 접촉절점이 공구표면의 편평영역(Fig. 2의 절점 1의 위치)에 접근함에 따라서 크게 변화한다. 그러나 M -수식화에서는 전체 곡선영역에서 점진적으로 변화한다. 식(6)과 식(7)은 증분절점 변위에 관한 수직벡터와 접선벡터의 미분치들의 함수이기 때문에 점진적 미분치를 제공하는 M -수식화가 T -수식화보다 선천적으로 더 안정된 식으로 볼 수 있다.

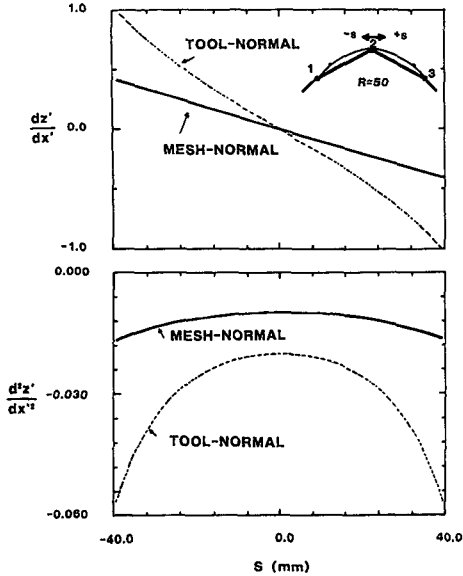


Fig. 5 Comparison of first and second derivatives for tool-normal and mesh-normal schemes in the curved region

3. 수치해석 비교

3.1 등근 각과 편평한 상면을 가진 펀치의 성형 (rounded flat-top punch forming)

곡률반경과 마찰 상태에 따라 M -수식화와 T -수식화가 얼마나 다르게 수치해석되는 지를 알아보기 위하여 평면 변형률 상태를 가정한 등근각과 편평한 상면을 가진 펀치의 성형공정을 Fig. 6과 같은 금형과 박판의 배치로 성형 해석되었다. Fig. 6에서 보는 바와 같이 펀치의 각 반경은 2 mm, 10 mm, 그리고 30 mm이고 순수 스트레칭이 되도록 박판재의 양단이 구속되었다. 유한 요소망은 30개의 등간격의 선형요소로 되어 있고, 금형면은 0.1 mm 간격으로 조정점을 만들어 선요소로 보간하여 곡률변화가 매끄럽게 하였다. 박판재의 물성치는 다음과 같은 무마찰의 경우와 마찰 계수 (μ)가 0.15인 경우를 시뮬레이션 하였다 :

- 수직이방성 계수 : $r=0.707$
- Hill의 항복함수 파라미터 : $M=2.0$
- 유효응력-변형률 : $\bar{\sigma}=589(\bar{\epsilon}+0.0001)^{0.266}$ (MPa)

Fig. 7은 박판과 금형간에 마찰이 없을 경우, 펀치가 22 mm 진행하여 성형되었을때 변형률 분포도

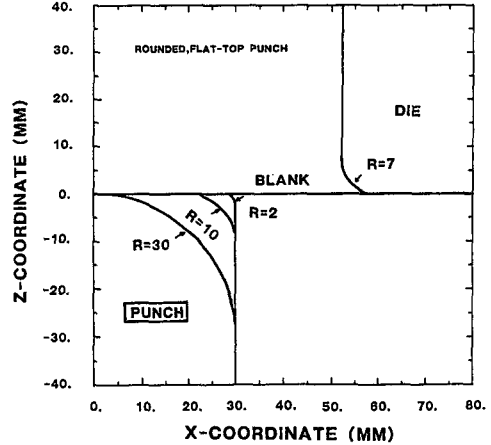


Fig. 6 Tooling geometry for simulation strip section in the rounded flat-top punch forming process

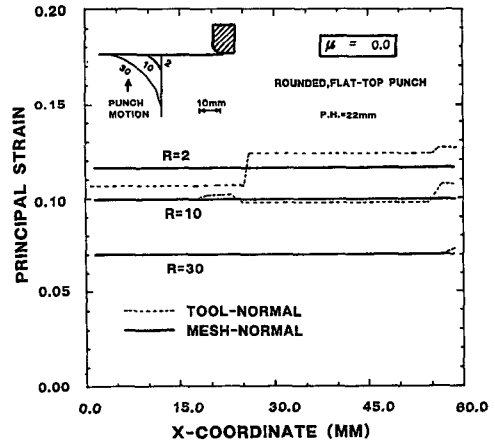


Fig. 7 Comparison of strain distribution between tool-normal and mesh-normal formulations in the strip section of rounded flat-top punch forming process in the case of $\mu=0.0$

이다. 박막 이론이 가정되었기 때문에 M -수식화의 해와 같이 변형률이 전 구간에 걸쳐 균일하게 분포되어야 한다. 그러나 곡률 반경이 비교적 작은 경우에는 (10 mm와 2 mm) T -수식화는 논리에 맞지 않는 해를 제공하였다. 이는 수식화에 적합하지 않은 접선 및 법선 벡터를 사용하였기 때문이다. 마찰이 있는 경우에는 무마찰의 경우와는 달리 비논리적인 해를 제공하지 않았다. (Fig. 8) 펀치 곡률 반경이 큰 30 mm에서는 2가지 수식화가 거의 같은 변형률 분포를 보였으나 반경이 작은 10 mm와 2 mm에서는 변형률간에 최대 5%의 차이를 보

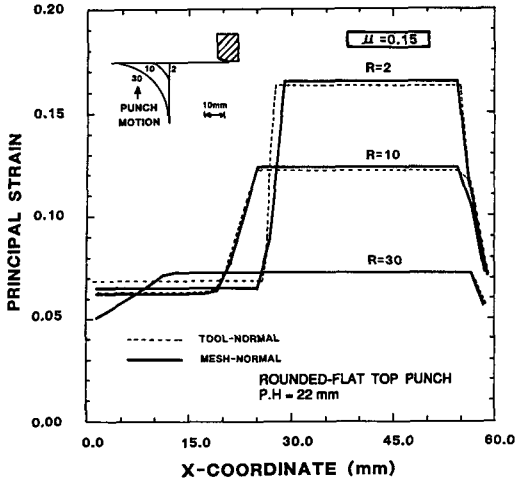


Fig. 8 Comparison of strain distribution between tool-normal and mesh-normal formulations in the strip section of rounded flat-top punch forming process in the case of $\mu=0.15$

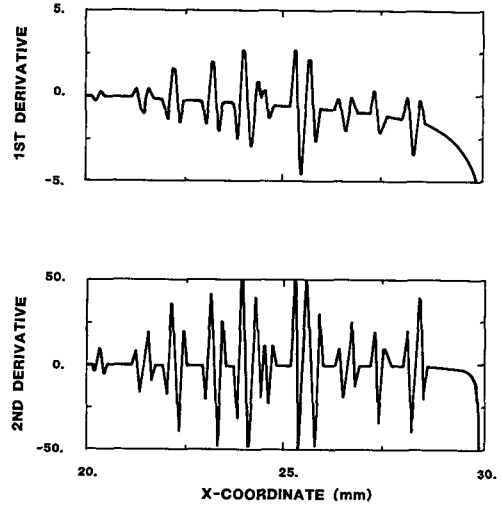


Fig. 10 Variation of first and second derivatives in the rough, curved region of the rounded, flat-top punch forming process

었다.

3.2 거친, 둥근각과 편평한 상면을 가진 펀치의 성형(rough, flat-top rounded punch forming)

금형의수학적 모델에서 있을 수 있는 거친 표면이 수치해석에 미치는 영향을 살펴 보기 위하여 매끈한, 둥근각과 편평한 상면을 가진 펀치에서 둥근

각 부분을 거칠게 모델링하고 성형공정을 시뮬레이션하였다. (Fig. 9 참조) 둥근각 부분에서 표면 거칠기는 최대 0.6 mm, 평균 0.3 mm 정도가 되게 조정점을 편위시켰다. 유한요소 모델 특성과 박판재 물성치는 둥근각과 편평한 상면을 가진 펀치 성형의 경우와 같다. (3.1절 참조) 금형면은 등간격으로 301개의 조정점을 설정하고 B-Spline으로 보간하였다. 거칠고 둥근 영역에서 1차 및 2차 미분 값

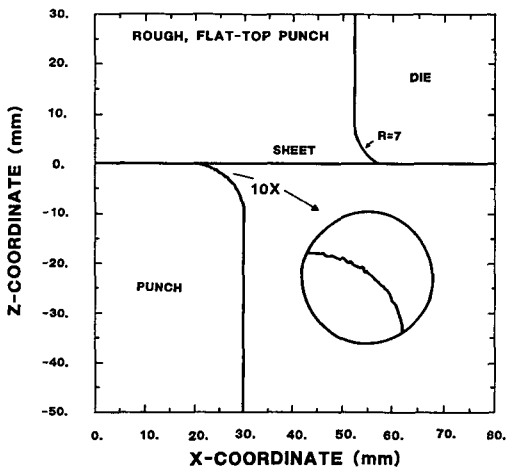


Fig. 9 Tooling geometry for simulating strip section in the rough, flat-top rounded punch forming process

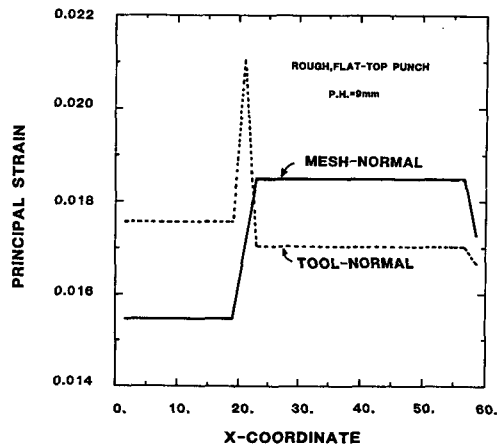


Fig. 11 Strain distribution in the strip section of rough, flat-top rounded punch forming process at punch travel of 9 mm

은 Fig. 10과 같다.

상기한 데이터를 갖고 두 수식화로 수치해석한 결과 똑같은 펀치 진행거리 9 mm를 도달하는데 T-수식화가 140%정도 해석시간이 더 걸리고 뉴턴 램슨 반복회수는 70% 더 많았다. 수렴된 해를 얻을 수 있는 최대 펀치 진행거리는 M-수식화와 T-수식화가 각각 27.4 mm와 9 mm이었다.

Fig. 11은 T-수식화가 수치 해석할 수 있는 최대 펀치 진행거리 9 mm에서 두 수식화가 제공하는 변형률 분포도이다. Fig. 11에서 보는 바와 같이 변형률 분포 경향은 두 수식화 해들이 서로 상반되며 최대 변형률도 상당히 다르다. M-수식화 해는 실질적인 의미를 가지고 있으나, T-수식화는 한 요소에서만 국부적으로 연신되었다. 이러한 국부적 연신은 수치적 발산이 뉴턴 램슨 과정에서 조기에 일어나는 원인으로 볼 수 있다.

3.3 임의의 형상을 가진 펀치의 성형 (arbitrarily-shaped punch forming)

다음은 임의의 형상을 갖는 자동차 후드 내부판넬의 한 단면에 대한 성형공정 해석에서 개발한 마찰접촉 모델과 종전의 마찰접촉 모델을 비교하였

다. 새로운 접촉 모델의 가장 큰 이점은 다른 방법보다 정확히 접촉력을 표현하여 힘 평형상태를 찾는 뉴턴 램슨 반복에서 안정된 수치 수렴이 보장되는 것이기 때문에 힘 평형을 찾는 반복횟수를 점검하였다. 수치해석에서 사용된 금형과 박판의 배치도는 Fig. 12와 같다. Fig. 12에서 다이와 펀치 사이의 굽은 실선은 초기 박판의 모양(바인더랩)을 나타낸다. 완전히 성형될때 깊이는 약 16 mm로 Fig. 12에서 하단의 배치와(final) 같다. 금형과 박판간의 마찰은 $\mu=0.09$ 의 현실성있는 마찰을 가정하였다.⁽¹⁹⁾

Fig. 13에서 보는 바와 같이, 제안된 유한요소 기초 마찰접촉 모델은 최대 성형 깊이까지 수치적 발산없이 수렴하여 성형성을 예견할 수 있었으나, 종전방식의 금형기초 마찰접촉 모델은 성형 깊이 6.75 mm 직후에 수치적 발산이 발생하여 성형성 예측을 할 수 없었다. 금형의 굴곡이 큰 부분이 박판과 접촉하기 전 즉, 편평한 부분의 접촉에서는 T-수식화가 M-수식화보다 빨리 수렴하였다. 그러나 굴곡부가 접촉됨에 따라 T-수식화는 곧 발산되었다.

Fig. 14는 금형기초 모델이 수렴된 최종 성형 깊

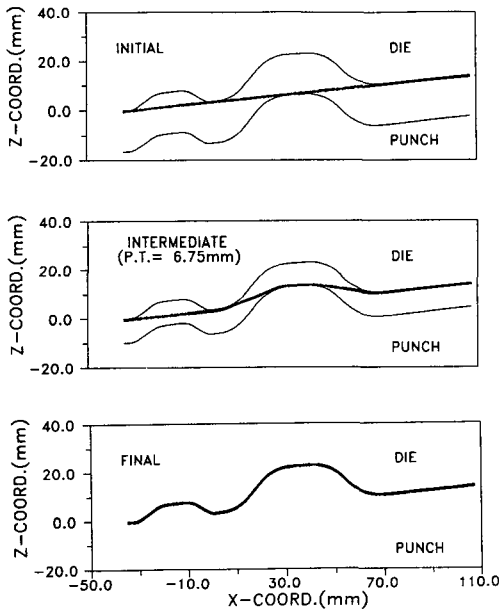


Fig. 12 Tooling geometry for simulating strip section in the arbitrarily-shaped punch forming process

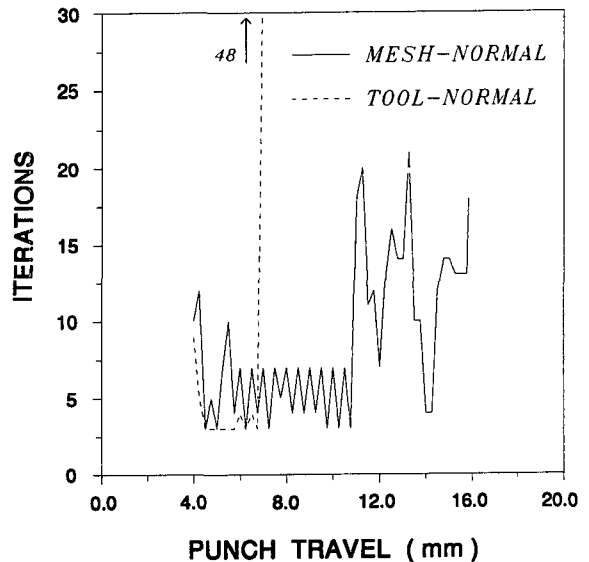


Fig. 13 Comparison of number of Newton-Raphson iterations between tool-normal and mesh-normal formulations in the numerical simulation of arbitrarily-shaped punch forming process

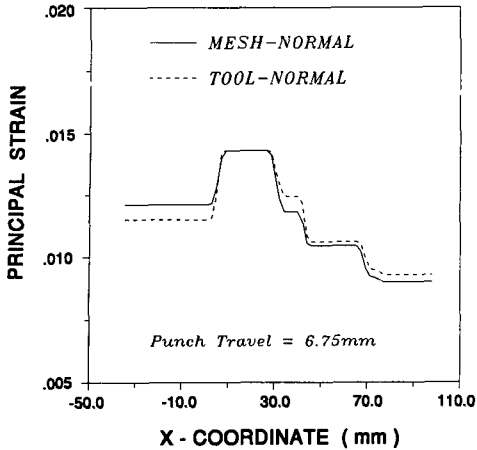


Fig. 14 Comparison of strain distribution between tool-normal and mesh-normal formulations in the strip section of arbitrarily-shaped punch forming process at punch travel of 6.75 mm

이 6.75 mm에서 각 수식화의 변형률 분포를 나타낸다. 금형기초 모델과 유한요소 기초 모델간에 변형률 분포가 비교적 큰 차이는 없지만 상이하다는 사실은 주목된다. 성형 깊이 6.75 mm에서 수렴된 해가 다음 단계의 뉴튼랩슨 반복에서 초기치로 사용된다는 것을 감안할때, T -수식화의 해가 정확하다면 다음 뉴튼랩슨 반복에서 발산되지 않을 것이다. 반면, M -수식화는 현 단계의 해로 다음단계에서 별다른 어려움 없이 수렴해를 얻을 수 있다. 따라서, 유한요소 기초 마찰 모델이 제공하는 변형률 분포가 정확한 수치해로 사료된다.

4. 결 론

유한요소 표면과 금형을 양립적으로 기술하고 마찰 접촉 모델을 유한요소망 표면을 기초로 한 유한요소 수식화가 개발되었다. 제안된 마찰접촉 모델은 점진벡터와 법선벡터를 유한요소망의 질점 좌표로부터 직접 계산하기 때문에 평형 상태 방정식을 금형표면 기초 수식화보다는 더 쉽게 그리고 더 정확하게 만족한다. 또한 유한요소 벡터 수식은 변화가 점진적인 미분치들을 사용하기 때문에 임의 형상의 스탬핑 공정에 대하여 안정된 유한요소 해석이 가능하다.

수치해석 예를 통하여 제안된 유한요소 기초 수식화가 수치 해석의 발산 문제를 향상시킬 뿐만아

니라 계산시간을 단축시키고 금형표면 기초 수식화가 갖는 무마찰성형의 비현실적 해를 수정하였다. 또한, 자동차 내부 판별 한 단면의 성형해석을 통하여 새로 개발된 마찰접촉 모델이 수치적 발산 문제를 해결할 수 있음을 보여 주었다.

참고문헌

- (1) Wang, N.M. and Wenner, M.L., 1978, "Elastic-viscoplastic Analysis of Simple Stretch Forming Problems," Mechanics of Sheet Metal Forming, D.P. Koistinen and N.M. Wang eds., GMR, Warren, MI, Plenum Press, N.Y., pp. 367~391.
- (2) Wang, N.M., 1984, "A Rigid-Plastic Rate-Sensitive Finite Element Method for Modeling Sheet Metal Forming Processes," Proc. Numerical Analysis of Forming Processes, J.F.T. Pittsman, et. al. eds., John Wiley & Sons, pp. 117~164.
- (3) Kobayashi, S. and Kim, J.H., 1978, "Deformation Analysis of Axisymmetric Sheet Metal Forming Processes by the Rigid-plastic Finite Element Method," Mechanics of Sheet Metal Forming, D.P. Koistinen and N.M. Wang eds., Plenum Press, New-York, pp. 341~363.
- (4) Toh, C.H. and Kobayashi, S., 1985, "Deformation Analysis and Blank Design in Square Cup Drawing," Int. J. Mech. Tool Des. Res., 25, pp. 15~32.
- (5) Anderson, B.S., 1982, "A Numerical Study of the Deep-Drawing Process, Numerical Methods in Industrial Forming Processes," J.F.T. Pittsman, R.D. Wood, J.M. Alexander and O.C. Zienkiewicz eds., Pineridge Press, Swansea, U.K., pp. 709~721.
- (6) Onate, E. and Zienkiewicz, O.C., 1983, "A Viscous Formulation For the Analysis of Thin Sheet Metal Forming," Int. J. Mech. Sci., 25-5, pp. 305~335.
- (7) Frey, W.H. and Wenner, M.L., 1987, "Development and Applications of a One-Dimensional Finite Element Code for Sheet Metal Forming Analysis," GMR-5982, General Motors Research Laboratories; Interdisciplinary Issues in Mate-

- rials Processing and Manufacturing, S. Samanta et al. eds..
- (8) Tang, S.C., 1976, "Elasto-Plastic and Large Deformation Analysis Thin Shells by the Deformation Theory of Plasticity," *Comp. Structures*, 6, pp. 297~303.
- (9) Makinouchi, A. and Liu, S.-D. 1989, "Finite Element Analysis of Contact Problems at Finite Elasto-Plastic Deformation," *Proc. NUMIFORM '89*, E.G. Thompson et. al. eds., Fort Collins, Colorado, pp. 197~202.
- (10) Yamada, Y., Yoshimura N. and Sakurai, T., 1968, "Plastic Stress-Strain Matrix and its Application for the Solution of Elastic-Plastic Problems by the Finite Element Method, *Int. J. Mech. Sci.*, 10 pp. 343~354.
- (11) Germain, Y., Chung, K. and Wagoner, R.H., 1989, "A Rigid Visco-Plastic Finite Element Program for Sheet Metal Forming Analysis," *Int. J. Mech. Sci.*, 31-1, pp. 1~24.
- (12) Gelin, J.C. and Daniel, J.L., 1989, "A Finite Element Simulation of Sheet Metal Forming Processes Using A General Non-Flat Shell Element," *Proc. NUMIFORM '89*, E.G. Thompson et. al. eds, Fort Collins, Colorado, pp. 425~430.
- (13) Oden, J.T. and Martins, J.A.C., 1985, "Models and Computational Methods of Dynamic Friction Phenomena," *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg*, 52, pp. 527~634.
- (14) Dalin, J.B. and Onate, E., 1989, "An Automatic Algorithm for Contact Problems : Application to Sheet Metal Forming," *Proc. NUMIFORM '89*, E.G. Thompson et. al. eds. Fort Collins, Colorado, pp. 419~424.
- (15) Keum, Y.T., 1990, "Compatible Description of Tool Surfaces and FEM Meshes for Analyzing Sheet Forming Operation in Two-and Three-Dimensions," Ph.D.Dissertation, The Ohio State University.
- (16) Keum, Y.T., Wang, C.T., Saran, M.J. and Wagoner, R.H., 1992, "Practical Die Design via Section Analysis," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 35, pp. 1~36.
- (17) Keum, Y.T., Nakamachi, E., Wagoner, R.H., and Lee, J.K., 1990, "Compatible Description of Tool Surfaces and FEM Meshes for Analyzing Sheet Forming Operation," *Int. J. Num. Methods Engrg*, Vo. 30, pp. 1471~1502.
- (18) 김영탁 · R.H. Wagoner, 1991, "프레스 금형 단면의 성형평 평가를 위한 유한요소법," *대한기계학회논문집*, 제15권 제4호, pp. 1108~1122.
- (19) 김영탁 · N.-M. Wang, 1990, "단면성형 해석에 의한 자동차 내부 판넬의 설계," *한국자동차 공학회*, 제12권 제6호, pp. 48~59.