

〈論 文〉

내적가역 사이클의 최대출력 조건

정평석* · 김수연** · 김종엽* · 류제욱***

(1992년 5월 26일 접수)

The Maximum Power Condition of the Endo-reversible Cycles

Pyung Suk Jung, Soo Youn Kim, Joong Youp Kim and Je Wook Ryu

Key Words : Endo-reversible Cycle(내적가역 사이클), Pseudo-Brayton Cycle(유사브레이크이론 사이클), Maximum Power Condition(최대출력 조건), Flow Heat Capacity(유동열 용량), Heat Transfer Capacity(전열용량)

Abstract

Pseudo-Brayton cycle is defined as an ideal Brayton cycle admitting the difference between heat capacities of working fluid during heating and cooling processes. The endo-pseudo-Brayton cycle which is a pseudo-Brayton cycle with heat transfer processes is analyzed with the consideration of maximum power conditions and the results were compared with those of the endo-Carnot cycle and endo-Brayton cycle. As results, the maximum power is an extremum with respect to the cycle temperature and the flow heat capacities of heating and cooling processes. At the maximum power condition, the heat capacity of the hot side working fluid is larger than that of heat source flow and the heat capacity of the cold side is smaller than that of heat sink flow. And the heat capacity of endo-Brayton cycle is always between those of heat source and sink flows and those of the working fluids of pseudo-Brayton cycle. There is another optimization problem to decide the distribution of heat transfer capacity to the hot and cold side heat exchangers. The ratios of the capacities of the endo-Brayton and the endo-pseudo-Brayton cycles at the maximum power condition are just unity. With the same heat source and sink flows and with the same total heat transfer capacities, the maximum power output of the pseudo-Brayton cycle is the most, that of the Brayton cycle is the next, and that of the Carnot cycle is the least as expected, but the differences among them were small if the heat transfer capacity is not so large. The thermal efficiencies of the endo-Brayton and endo-Carnot cycle were proved to be $1 - \sqrt{(T_7/T_1)}$ but it is not applicable to the pseudo-Brayton case, instead it depends on comparative sizes of heat capacities of the heat source and sink flows.

기 호 설 명

C : 유동열용량
Q : 열전달량

S : 엔트로피
T : 온도
 T_e : 평형온도
U : 전열용량
W : 출력
 η_{th} : 열효율

*정회원, 영남대학교 기계공학과
**정회원, 영남대학교 기계설계학과
***영남대학교 대학원

ϵ : 합리적 효율
 \emptyset : 잠재일

하첨자

H : 고온측 또는 고온열원
 h : 고온측 작동유체
 L : 저온측 또는 저온열원
 l : 저온측 작동유체
 m : 최대출력조건
 1, 2, 3 : 사이클 내의 각 지점

1. 서 론

연소가스나 원자력 발전소의 일차 매체와 같은 주어진 열원유동으로부터 동력을 추출하기 위하여서는 열역학적 사이클을 겪는 작동유체를 이용하게 되는데, 작동유체는 열원으로 부터 열을 흡수한 다음 열역학적 사이클을 겪으면서 동력을 발생시키고 한편으로는 저온열원으로 열을 방출하게 된다. 이때 작동유체 자체는 대체로 높은 가역도를 유지하므로, 열원과 작동유체 사이의 열전달 과정만을 유일한 비가역과정으로 취급하고 작동유체가 겪는 사이클은 완전히 가역적으로 가정하는 동력발생 장치를 내적가역 사이클이라한다. 즉 내적가역 사이클은 외연기관의 특성을 열역학적으로 해석하는 한 모델로서, 이에 관한 연구는 내부의 사이클을 카노 사이클이나 랭킨 사이클 또는 기타 잘 알려진 열역학적 사이클 등으로 가정하여 동력발생 장치 전체의 작동특성 및 성능해석에 관한 연구 결과가 1970년대 중반 이후 다수 발표되고 있다.^(1~7)

내적가역사이클의 해석결과는 항상 최대출력 조건에 초점이 맞추어지는데 이것은, 열원과 작동유체 사이의 열전달 과정을 고려해 보면, 사이클의 온도가 열원온도에 접근하면 열효율은 증가하나 사이클로 유입되는 열량이 감소하여 출력이 감소하고, 반대로 사이클의 온도가 열원온도에서 너무 멀어지면 사이클로의 열유입은 증가하나 이 때는 열효율이 저하되어 역시 출력이 감소하므로 적절한 작동조건에서 최대의 출력이 발생되기 때문이다. 예를 들어 온도가 일정한 두 열원 사이에서 작동유체가 카노 사이클을 겪을 때 최대출력을 발생하는 조건에서의 열효율이 $1 - \sqrt{(T_L/T_H)}$ 가 됨이 유명하

며 이를 커전-일본 효율이라 한다.⁽¹⁾ 연구자 등은 여기서 한걸음 더 나아가 열원의 열용량이 유한하여 열이 전달됨에 따라 온도가 변하는 경우에도 내부가 카노 사이클인 경우 최대출력 조건에서 위와 비슷한 효율식이 얻어짐을 밝힌바 있으며 나아가서 내부의 사이클이 브레이튼 사이클인 경우에도 같은 식이 적용될 수 있음을 유도한 바 있다.^(6,7)

이러한 내적가역 사이클에 관한 연구는, 열원유동의 열용량과 열교환기의 열전달용량이 유한하게 주어진 조건하에서 최대의 출력을 발생할 수 있는 사이클의 일반적 형태가 무엇인가 하는 문제로 귀결되는데, 앞선 연구에 의하면 열원의 비열유량이 유한하고 일정한 경우, 최대출력 사이클은 단열과정-흡열과정-단열과정-방열과정으로 구성되고 이때의 흡열 및 방열과정에서의 작동유체의 비열유량 역시 열원과 마찬가지로 일정한 값이 되는 것으로 밝혀져 있다.^(8,9) 이는 비열이 일정한 작동유체로 구성되는 브레이튼 사이클과 유사하나 흡열부와 방열부의 비열이 서로 다를 수 있다는 점만이 추가로 허용되므로 이를 유사-브레이튼 사이클(pseudo-Braton cycle)이라 부르기로 하고, 본 연구에서는 이 사이클 주위에 열전달이 추가된 열기관에 대하여 최대출력 조건 등을 구하고, 내부의 사이클이 각각 카노 사이클 및 브레이튼 사이클인 경우의 결과와 비교하여, 내적가역 최대출력 사이클들의 특성을 밝히고자 한다.

2. 내적가역 최대출력 사이클(유사 브레이튼 사이클)

2.1 정의 및 열역학적 특성

Fig. 1과 같이 두 열원 사이에서 두 개의 대항류 열교환기를 가지고 구성되는 내적가역인 카노 사이클, 브레이튼 사이클 그리고 유사 브레이튼 사이클을 생각하자. 브레이튼 사이클의 경우 작동유체의 열용량이 흡열과정과 방열과정에서 같은 값으로 일정한 반면, 유사 브레이튼 사이클의 경우, 열용량의 값은 일정하나 흡열과정과 방열과정에서 서로 다를 수 있으며, 카노 사이클의 경우 열용량이 무한대로서 열전달에 따른 온도변화가 없다. 즉, 브레이튼 사이클은 유사 브레이튼 사이클의 특수한 경우에 해당하고 카노 사이클은 다시 브레이튼 사이클의 특수한 경우에 해당하며, 특히 유사 브레이튼 사이클은 열원의 유동열용량이 일정한 경우의

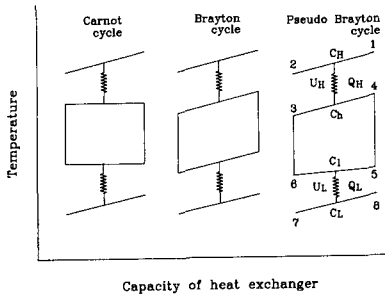


Fig. 1 Schematic diagram of the endo-reversible cycles with counter-flow heat exchangers

최대출력 사이클임이 증명되어 있으므로, (8,9) 본 연구에서는 유사 브레이튼 사이클을 내부 사이클로 하는 내적유사 브레이튼 사이클의 작동특성 및 성능 등을 주로 해석해 보고 필요에 따라 특수한 경우로서 브레이튼 사이클이나 카노 사이클을 고려하고자 한다.

유사 브레이튼 사이클에서, 출력은 흡수열량과 방출열량의 차이로서

$$W = Q_H - Q_L \quad (1)$$

이고, 열전달량은 흡열부 및 방열부 열교환기에서 작동유체와 열원유동을 대향류로 가정하면 각각

$$Q_H = U_H \Delta T_{mH} = C_H (T_1 - T_2) = C_H (T_4 - T_3) \quad (2)$$

$$Q_L = U_L \Delta T_{mL} = C_L (T_5 - T_6) = C_L (T_8 - T_7) \quad (3)$$

와 같이 계산된다. 여기서 열교환기의 전열용량 U 는 열관류율과 전열면적의 곱을 나타내고, 유동열용량 C 는 비열과 질량유량의 곱을 나타내며, 이 값들을 일반적으로 온도와 압력의 함수이지만 본 연구에서는 유한한 값으로 일정한 경우를 고려해 보자. 또한 위 식에서 ΔT_{mH} 와 ΔT_{mL} 은 대수평균 온도차로서

$$\Delta T_{mH} = \frac{(T_1 - T_4) - (T_2 - T_3)}{\ln[(T_1 - T_4)/(T_2 - T_3)]} \quad (4)$$

$$\Delta T_{mL} = \frac{(T_5 - T_8) - (T_6 - T_7)}{\ln[(T_5 - T_8)/(T_6 - T_7)]} \quad (5)$$

으로 주어진다.

구성되는 사이클이 내적 가역이므로

$$\oint ds = 0 \quad (6)$$

와 같이 사이클 전체의 엔트로피 증감은 0이 되어

야 하고 압축 및 팽창과정에서 엔트로피가 일정하므로 정리하면

$$C_H \ln(T_4/T_3) = C_L \ln(T_5/T_6) \quad (7)$$

이 성립한다.

이 때 사이클의 열효율은

$$\eta_{th} = W/Q_H \quad (8)$$

이 되고, 열역학 제2법칙적 효율은

$$\varepsilon = W/\Phi \quad (9)$$

와 같이 정의할 수 있는데, 여기서 Φ 는 주어진 두 열원으로 부터 추출할 수 있는 기계적 일의 한계치로서 추출가능 최대일(possible maximum work) 또는 잠재일(potential work)이라 할 수 있으며

$$\Phi = C_H (T_1 - T_e) + C_L (T_7 - T_e) \quad (10)$$

이 된다. (11) 여기서 T_e 는 두 열원이 가역적으로 상호작용하여 일을 방출하며 도달하는 평형온도로서 비열이 일정한 이 경우

$$T_e = (T_1 \wedge C_H T_7 \wedge C_L) \wedge (1/(C_H + C_L)) \quad (11)$$

이 된다. (10) 그런데 이러한 잠재일은 외부조건이 주어지면 하나의 일정한 값으로 결정되므로, 열역학 제2법칙 효율은 곧 출력에 단순비례하게 되고 따라서 열역학 제2법칙 효율이 최대가 되는 조건은 곧 최대출력 조건과 일치한다.

2.2 최대출력 운전조건

하나의 동력발생 장치가 있어서 사이클의 작동온도와 유동열용량을 조절할 수 있다고 가정해 보자. 이러한 동력발생 장치는 열원과 열교환기가 주어졌으므로 두 전열용량 U_H , U_L 이 고정되어 있고 또 두 열원의 초기온도 T_1 과 T_7 , 열원의 유동열용량 C_H 와 C_L 또한 일정한 값으로 고정되어 있으므로, 이들을 제외한 미지수는 W , Q_H , Q_L , T_2 , T_3 , T_4 , T_5 , T_6 , T_8 , ΔT_{mH} , ΔT_{mL} , C_1 , C_H 로서 13개이고 수식은 10개이므로 3개의 독립변수가 지정될 수 있다. 본 연구에서는 독립변수로서 사이클의 작동온도 중의 하나로서 T_3 , 작동유체의 흡열부 및 방열부의 유동열용량 C_H 와 C_L 를 선택하였다. 복잡한 계산을 거쳐 미지변수들을 소거하면 목적함수인 출력은 외부조건으로서의 매개변수와 독립변수들만의 함수로서 다음과 같이 정리된다.

$$W = C_H H (T_1 - T_3)/(1+H) + C_L (1-A)$$

$$L = T_7 / [1 - (1 - L) A] \quad (12)$$

여기서,

$$H = -(1 - X_H) / (1 - C_h^*) \quad (13)$$

$$L = -(1 - X_L) / (1 - C_l^*) \quad (14)$$

$$X_H = \exp[U_H(1/C_h^* - 1) / C_H] \quad (15)$$

$$X_L = \exp[U_L(1/C_l^* - 1) / C_L] \quad (16)$$

$$C_h^* = C_h / C_H \quad (17)$$

$$C_l^* = C_l / C_L \quad (18)$$

$$A = (T_3 / T_4) \wedge (C_h / C_l) \quad (19)$$

$$T_4 = H T_1 / (1 + H) + T_3 / (1 + H) \quad (20)$$

이고, 외부조건 $T_1, T_7, C_H, C_L, U_H, U_L$ 을 매개변수로 하여 여러가지 경우에 대하여 출력 등을 직접 계산할 수 있다.

우선 각 독립변수의 변화에 대한 출력의 거동을 알아보기 위하여, 주어진 U_H, U_L 에 대하여 C_l 을 고정시키고, 사이클의 온도 T_3 와 작동유체의 고온 열교환기에서의 유동열용량 C_h 에 따른 출력을 계산해 보면 Fig. 2와 같이 나타난다. 이 그림에서

보는 바와 같이 출력이, T_3 에 대하여는 명확히 극대값을 가지고, C_h 에 대하여는 그림상에서는 명확하지 않으나 수치적으로는 역시 극대값을 가지며, C_l 에 대하여도 마찬가지로 극대값을 가진다. 즉 3개의 독립변수 모두에 대하여 출력의 최대값이 극대값으로 나타나며, 이 극대값 또는 극대조건은, 수식의 복잡성으로 인하여 해석적으로 일반해를 구할 수는 없으며, 최적화 기법에 의하여 주어진 외부조건에 대하여 수치적으로 구해보면 그 결과는 다음과 같다.

주어진 조건하에서 출력이 극대값이 되는 C_l 과 T_3 , 즉 C_{lm} 과 T_{3m} 에 대하여 고온 열교환기의 전열용량을 매개변수로 하여 C_h 에 따른 출력을 살펴보면 Fig. 3과 같다. 이것은 C_l 대신 C_{lm} 을 대입하면 Fig. 2를 전면에 투영한 그림에 해당하며, 출력이 극대가 되는 점에서 C_h 는 C_H 보다 항상 큰 값을 가지고, 그 값은 고온열교환기의 전열용량이 증가함에 따라 C_H 에 점근적으로 접근하게 된다. Fig. 4는 C_l 에 따른 출력으로서 극대조건에서의 C_l 은 C_L 보다 작은 값을 가지고, 그 값은 저온 열교환기의 전열용량이 증가함에 따라 C_L 에 접근하게 된다. 그런데 이것은 C_H 가 C_L 보다 작은 경우이나 그 반대의 경우에도 같은 결과가 유지되는데, 일반적으

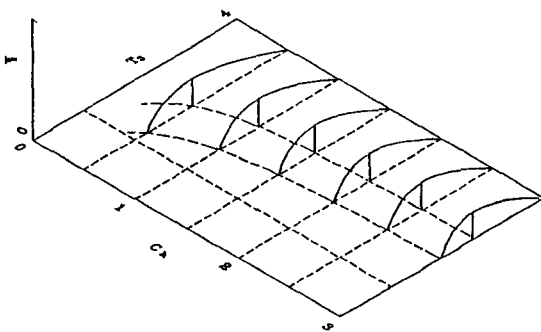


Fig. 2 Power output as a function of T_3 and C_h with fixed C_l
 ($T_1=4, T_7=1, C_H=1, C_L=2, U_H=1, U_L=1, C_l=2$)

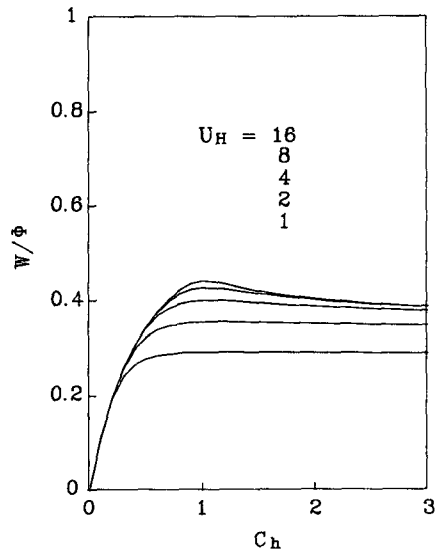


Fig. 3 Power output as a function of C_h with various U_H 's
 ($T_1=4, T_7=1, C_H=1, C_L=2, U_L=1, T_3=T_{3m}, C_l=C_{lm}$)

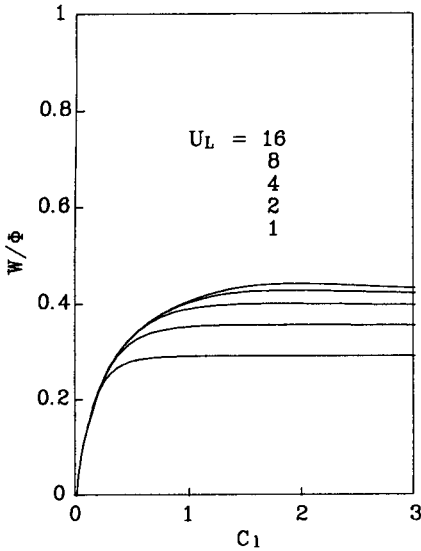


Fig. 4 Power output as a function of C_1 with various U_L 's at T_{3m} and C_{hm} ($T_1=4, T_7=1, C_H=1, C_L=2, U_H=1, T_3=T_{3m}, C_h=C_{hm}$)

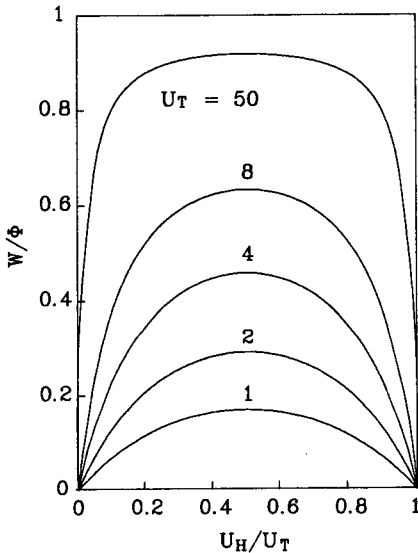


Fig. 5 Power output as a function of U_H/U_T with various U_T 's at T_{3m}, C_{hm} and C_{1m} ($T_1=4, T_7=1, C_H=1, C_L=2, T_3=T_{3m}, C_h=C_{hm}, C_1=C_{1m}$)

로 하나의 대향류 열교환기에서 가용일 최대전달조건에서 방열유체보다 흡열유체의 유동열용량이 커야한다는 점과 일치한다.⁽¹²⁾ 특히 전체 전열용량이

무한대로 커지는 경우, C_h, C_l 은 각각 C_H, C_L 과 같은 값을 가지며, 이 때 출력은 두 열원으로 부터 추출할 수 있는 한계출력 즉, 두 열원유 등의 잠재일이 된다.

2.3 최대출력 설계조건

이상에서와 같이, 두 열교환기의 전열용량이 각각 일정한 값으로 지정된 경우에는 동력발생장치 자체가 이미 주어진 경우이며, 작동유체의 온도와 비열용량의 변화에 따른 출력이나 효율의 거동특성은 주어진 장치의 운전조건을 표시한다고 할 수 있다.

그런데 이번에는 한 걸음 더 나아가, 열교환기의 전열면적을 의미하는 전열용량 자체의 변화에 따른 출력이나 효율의 거동특성을 생각할 수 있는데 이것은 운전조건에 추가하여 장치의 설계조건에 대한 고려라고 할 수 있다. 물론, 열교환기 전체의 전열용량이 증가하면 출력이나 효율의 최대값도 당연히 단조증가할 것으로 예상할 수 있으며, 따라서 두 열교환기의 전열용량의 합이

$$U_T = U_H + U_L = \text{constant} \quad (21)$$

으로서 일정한 경우를 생각하면 사이클의 운전특성에 따른 출력 조건 외에, 열교환기의 주어진 전체 전열용량을 두 열교환기에 어떻게 배분할 것인가 하는 문제가 성립하게 된다.

이와 같이 열교환기의 전열용량 분배에 따른 출력을 계산하여 보면 Fig. 5와 같이 나타나며, 대체로

$$u = U_H/U_T = 0.5 \quad (22)$$

즉 흡열부와 방열부의 전열용량이 같을 때 출력의 최대값이 극대값으로 나타남을 알 수 있다. 이것은 수식의 복잡성으로 인하여 해석적으로 증명하기는 어려우나 여러가지 경우에 대하여 수치계산하여 보면 항상 정확히 0.5 즉 고온부와 저온부 열교환기의 전열용량이 같을 때 출력이 최대가 됨을 확인할 수 있다.^(13,14)

Fig. 6은 최대출력 설계조건에서 사이클 내의 온도분포의 예를 나타내며 대체로 저온측 열교환기 내의 온도차가 고온측보다 작게 나타난다.

Fig. 7은 주어진 열원온도에 대하여 전열용량 변화에 따른 사이클 내부의 온도의 변화를 표시하며 전열용량이 무한대로 커지는 경우 T_4 는 T_1 에 접근

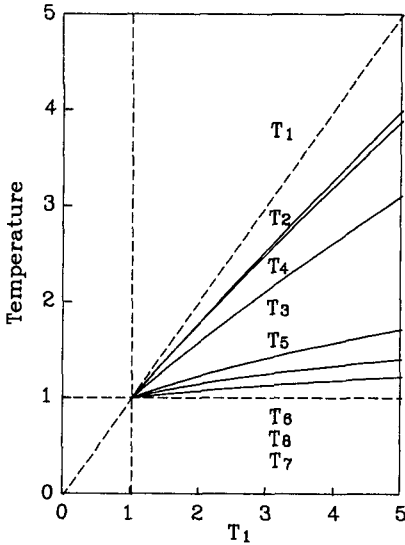


Fig. 6 Cycle temperatures as functions of T_1 at maximum power conditions. ($T_7=1, C_H=1, C_L=2, U_T=2, T_3=T_{3m}, C_h=C_{hm}, C_1=C_{1m}, U_H=U_{Hm}=1$)

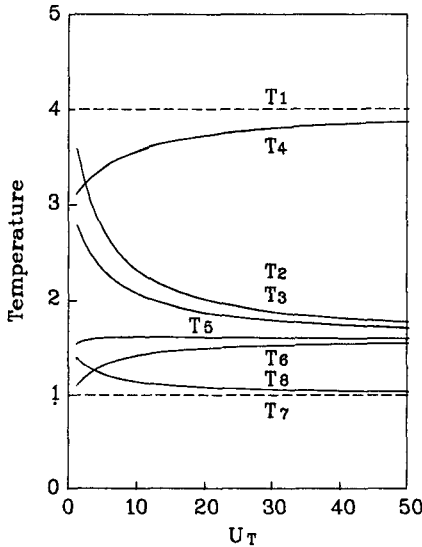


Fig. 7 Cycle temperatures as functions of U_T at maximum power conditions. ($T_1=4, T_7=1, C_H=1, C_L=2, U_T=2, T_3=T_{3m}, C_h=C_{hm}, C_1=C_{1m}, U_H/U_T=U_{Hm}/U_{Tm}=0.5$)

하고 이 때 추출되는 출력은 곧 고온 및 저온열원으로 부터 추출할 수 있는 이론적 최대출력 즉 잠재일이 된다.

2.4 카노 및 브레이튼 사이클과의 비교

이러한 유사 브레이튼 사이클의 결과는, 동일한 외부조건에서 내부에서 작동하는 사이클을 카노 사이클 또는 브레이튼 사이클로 대체한 결과와 유사하나, 브레이튼 사이클의 경우 흡열부와 방열부의 비열유량이 동일하다는 조건이 추가되므로 독립변수가 하나 줄어 사이클의 온도, 작동유체의 유동열용량 및 전열용량비만에 대하여

$$W_{Brayton} = f(T_3, C, U_H) = CH(T_1 - T_3)/(1+H) + C(1-A)LT_7/[1 - (1-L)A] \quad (23)$$

와 같이 출력의 최대가 극대값으로 나타난다.⁽⁷⁾ 여기서,

$$H = -(1 - X_H)/(1 - C^*) \quad (24)$$

$$L = -(1 - X_L)/(1 - C^*) \quad (25)$$

$$X_H = \exp[U_H(1/C^* - 1)/C_H] \quad (26)$$

$$X_L = \exp[U_L(1/C^* - 1)/C_L] \quad (27)$$

$$C_h^* = C/C_H \quad (28)$$

$$C_l^* = C/C_L \quad (29)$$

$$A = (T_3/T_4) \quad (30)$$

으로서 유사 브레이튼 사이클에서의 C_h 와 C_l 을 단순히 동일한 C 로 대체한 결과이다.

카노 사이클의 경우에는 위의 조건에 추가하여 작동유체의 유동열용량이 무한대로 지정되는 경우에 해당하며, 사이클의 온도와 열교환기의 전열용량분배 만에 대하여

$$W_{Carnot} = f(T_3, U_H) = H(T_1 - T_h)\{1 - LT_7 - (L+H)(T_1 - T_h)\} \quad (31)$$

$$x_H = \exp(-U_H/C_H) \quad (32)$$

$$x_L = \exp(-U_L/C_L) \quad (33)$$

$$H = C_H(1 - x_H) \quad (34)$$

$$L = C_L(1 - x_L) \quad (35)$$

와 같이 출력이 계산되고 출력의 최대가 T_3, U_H 에 대하여 역시 극대값으로 나타난다.⁽⁶⁾

열원의 유동열용량에 따른 최대출력조건에서의 작동유체의 유동열용량을 살펴보면 Fig. 8에서 보

하고, T_6 는 T_7 에, T_2, T_3, T_5, T_6 은 모두 T_e 에 접근함을 알 수 있는데 이것은 온도 뿐만 아니라 사이클의 비열도 각각 열원의 비열과 같아짐을 의미

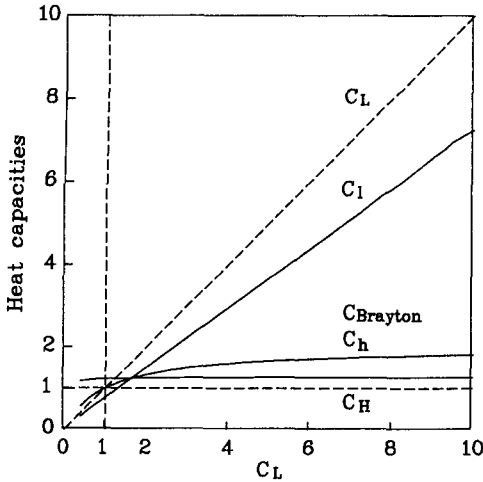


Fig. 8 Heat capacities of Brayton and pseudo-Brayton cycles as functions of C_L with fixed C_H and U_T at maximum power conditions ($T_1=4, T_7=1, C_H=1, U_T=2, T_3=T_{3m}, C_h=C_{hm}, C_1=C_{1m}, U_H/U_T=U_{Hm}/U_T=0.5$)

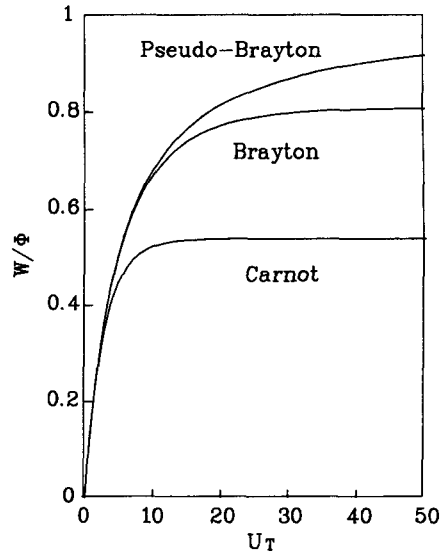


Fig. 9 Comparison of power outputs of endoreversible cycles as functions of U_T at maximum power conditions. ($T_1=4, T_7=1, C_H=1, C_L=2$)

는 바와 같으며, 열원의 열용량이 증가함에 따라 작동유체의 열용량도 증가함을 보이고 있다. 이 때 작동유체의 유동열용량은 고온측의 경우 항상 고온 열원의 것보다 크며, 저온측의 경우는 반대로 저온 열원보다 항상 작음을 확인할 수 있다. 또한 브레이튼 사이클의 경우 작동유체의 유동열용량은 항상 C_h 와 C_1 사이 또는 C_H 와 C_L 사이에 존재한다.

동일한 열원 및 열교환기 전체의 전열용량에 대하여 작동 사이클에 따른 최대출력을 살펴보면 Fig. 9와 같이 나타나며, 내적 사이클이 유사 브레이튼 사이클일 때 최대출력이 가장 많고, 카노 사이클일 때 가장 적게 된다. 물론 이것은 고려하는 독립변수의 수의 증가로 인한 당연한 결과로서, 내적 카노 사이클이나 내적 브레이튼 사이클의 경우 열교환기에서 방열유체와 흡열유체의 열용량이 다르므로 인하여 비가역성을 줄이는데 한계가 있기 때문이다. 특히 유사 브레이튼 사이클의 경우, 비열용량이 일정한 열원 사이에서 유한한 전열용량의 열교환기로 구성할 수 있는 최대출력 사이클임이 증명되어 있으며, 열교환기의 전열용량이 무한대에 접근할 때 그 최대출력은 잠재일이 된다.^(8,9)

내적가역 사이클에서는 최대출력조건에서의 열효율과 전열용량분배비가 특이한 값에 접근해 있으며, 먼저 열효율부터 살펴보자.

서론에서 언급한 바와 같이 열원의 온도가 일정하고 작동유체의 과정이 카노 사이클일 때 최대출력 조건하에서 열효율은 커전-알본 효율로 알려져 있는

$$\eta_{th} = 1 - \sqrt{T_L/T_H} \quad (36)$$

가 된다.⁽¹¹⁾ 그런데 그후의 연구결과에 의하면 위 효율은 상당히 광범하게 적용 가능한 것으로서 실제의 발전소 등에서의 운전조건도 이상적인 카노 효율보다는 커전-알본효율에 가까운 상태로 운전되고 있음이 밝혀져 있다.⁽¹⁴⁾

본 연구에서와 같이 열원의 온도가 변하는 경우에는 위 식을 그대로 적용할 수는 없으나, 내부과정인 카노 사이클이나 브레이튼 사이클의 경우에는, 커전-알본 효율에서 T_L 과 T_H 을 각각 열원의 초기온도 T_7 과 T_1 으로 대치한

$$\eta_{th} = 1 - \sqrt{(T_7/T_1)} \quad (37)$$

이 됨을 해석적으로 증명할 수 있으며, 이것은 U_H 나 U_L 에 무관하게 성립함이 특이하다.^(6,7) 그러나 위의 결과는, 내부사이클이 유사 브레이튼 사이클인 경우는 수식의 복잡성으로 인하여 해석적으로 증명하기는 어려우나, 여러가지 경우의 수치를 대

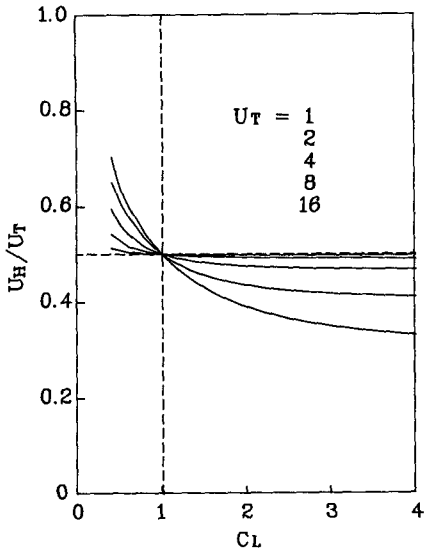


Fig. 10 Thermal efficiency as a function of C_L with various U_T 's at maximum power conditions. ($T_1=4, T_7=1, C_H=1, T_3=T_{3m}, C_h=C_{hm}, C_1=C_{1m}$)

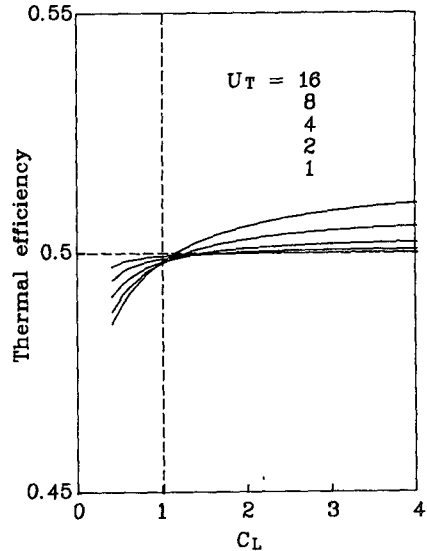


Fig. 11 Heat transfer capacities of endo-Carnot cycle as functions of C_L with various U_T 's at maximum power conditions. ($T_1=4, T_7=1, C_H=1, T_3=T_{3m}, C_h=C_{hm}, C_1=C_{1m}$)

입하여 계산해 보면 Fig. 10에서 보는 바와 같이 최대출력조건에서의 윗식이 적용되지 않으며, Fig. 8에서 C_h 와 C_1 이 같아지는 지점을 중심으로 C_h 가 C_1 보다 작으면 효율은 위의 값보다 약간 더 크게 나타나고 크면 위의 효율값보다 작게 나타난다.

다음으로 최대출력조건에서의 고온측 및 저온측의 열교환기의 전열용량 분배비를 살펴보면 앞에서 언급한 바와 같이 유사-브레이튼 사이클이나 브레이튼 사이클의 경우 정확히 0.5에서 최대출력이 나

Table 1 Example of the calculation results for the maximum power conditions of endo-reversible cycles ($T_1=4, T_H=1, C_H=1, U_T=5$)

cycle	endo-Carnot			endo-Brayton			endo-pseudo-Brayton			
	C_L	0.5	1.0	10.0	0.5	1.0	10.0	0.5	1.0	10.0
T_2		3.353	3.082	2.696	3.167	2.889	2.604	3.083	2.879	2.569
T_3		3.315	3.000	2.543	2.584	2.444	2.302	2.761	2.499	2.114
T_4		3.315	3.000	2.543	3.833	3.556	3.069	3.583	3.474	3.291
T_5		1.657	1.500	1.271	1.916	1.778	1.535	2.186	1.842	1.365
T_6		1.657	1.500	1.271	1.292	1.222	1.151	1.132	1.179	1.274
T_8		1.648	1.459	1.065	1.833	1.556	1.070	1.932	1.563	1.071
C_m		∞	∞	∞	0.667	1.000	1.818	1.116	1.152	1.215
C_1		∞	∞	∞	0.667	1.000	1.818	0.442	0.848	7.846
u_H		0.580	0.500	0.450	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
W		0.324	0.459	0.652	0.416	0.556	6.698	0.452	0.559	0.721
η_{th}		0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.492	0.498	0.504
ϵ		0.449	0.459	0.428	0.578	0.556	0.458	0.627	0.559	0.474

Table 2 Characteristics of endo-reversible cycles at the maximum power condition

cycles	variables	thermal efficiency	heat transfer capacity	heat capacity flow
Curzon-Ahlborn	(T_h, U_H)	$1 - \sqrt{(T_H/T_L)}$	$U_H = U_L$	infinite
endo-Carnot	(T_h, U_H)	$1 - \sqrt{(T_7/T_1)}$	$U_H < U_L, \text{ if } C_H < C_L$ $U_H = U_L, \text{ if } C_H = C_L$ $U_H > U_L, \text{ if } C_H > C_L$	infinite
endo-Brayton	(T_3, C, U_H)	$1 - \sqrt{(T_7/T_1)}$	$U_H = U_L$	$C_L < C < C_H$ $C_1 < C < C_h$
endo-pseudo-Brayton	(T_3, C_h, C_1, U_H)	$\eta_{th} > 1 - \sqrt{(T_7/T_1)},$ if $C_h < C_1$ $\eta_{th} = 1 - \sqrt{(T_7/T_1)},$ if $C_h = C_1$ $\eta_{th} < 1 - \sqrt{(T_7/T_1)},$ if $C_h > C_1$	$U_H = U_L$	$C_H < C_h, C_1 < C_L$

타나지만 카노 사이클의 경우 Fig. 11에서 보는 바와 같이 0.5에서 최대출력이 나타나지 않는 것이 밝혀져 있다.⁽⁹⁾ 그러나 카노 사이클의 경우에도 고온열원유동과 저온열원유동의 열용량이 서로 같거나 무한대인 경우(커전-알본 사이클)에는 열용량비가 역시 0.5에서 최대값을 나타낸다.

이상의 논의에 대한 계산례가 Table 1에 나타나 있으며, 이러한 결과들을 정리하면 Table 2와 같다. 즉, 최대출력조건에서, 내적 카노 사이클은 열효율이 특이한 값을 가지고 내적 유사 브레이튼 사이클은 전열용량 분배비가 특이한 값이 되는데, 브레이튼 사이클은 이 두 가지 특성을 모두 가지며 커전-알본 사이클은 내적 카노사이클이면서 동시에 내적 브레이튼 사이클에도 해당되므로 역시 위 두 가지 특성을 모두 나타낸다고 할 수 있다.

3. 결 론

연소가스와 같은 유한하게 주어진 열원유동으로부터 외연기관을 이용하여 동력을 추출하는 경우 열역학적 사이클을 겪는 작동유체를 이용하게 되는데, 이 때 작동유체 자체는 대체로 높은 가역도를 유지하므로, 열원과 작동유체 사이의 열전달 과정만을 유일한 비가역과정으로 취급하고 사이클은 가역적으로 작동하는 것으로 가정하는 내적가역 사이

클을 해석하였다. 내적가역 열기관의 출력이 작동 사이클의 형태에 의존한다는 점에 유의하여 본 연구에서는, 열원유동과 전체 열교환기의 전열용량이 일정하게 주어진 경우에 대하여 내부의 작동 사이클이 카노 사이클, 브레이튼 사이클 그리고 유사 브레이튼 사이클의 세가지 경우에 대하여 최대출력 조건 등을 구하고 그 결과를 비교하여 보았다. 그 결과 내적 유사 브레이튼 사이클의 경우, 출력은 사이클의 온도, 작동유체의 유동열용량에 대하여 최대값이 극대값으로 나타나며, 작동유체의 비열용량이 고온흡열부에서는 고온열원보다 크고 저온방열부에서는 저온열원 보다 작았으며, 브레이튼 사이클의 경우 고온열원과 저온열원의 유동열용량 사이에 존재하였다.

고온측 및 저온측의 열교환기의 전열용량이 증가하면 최대출력은 단조증가하여 한계값에 접근하며 이 두 열교환기의 합이 일정하게 주어진 경우, 고온측 및 저온측의 열교환기의 전열용량을 어떻게 분배하여야 하는가 하는 문제에서는 카노 사이클을 제외하고는 서로 같을 때 출력이 최대가 되었다. 그리고 동일한 외부 및 설계조건에 대하여 최대출력은 작동 사이클이 유사 브레이튼 사이클일 때 가장 크게 나타나며 특히 열교환기의 전열용량이 클 때 그 차이가 현격하였다. 그리고 최대출력조건에서의 열효율은, 내부 사이클이 카노 사이클이나 브

레이튼 사이클의 경우, 커전-알본 효율에서 열원 온도 대신 열원의 초기온도를 대입한 식으로 되나, 유사 브레이튼 사이클의 경우에는 적용될 수 없었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 연구비 지원에 의하여 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Curzon, F.L. and Ahlborn, B. 1975, "Efficiency of a Carnot engine at maximum power output," Am. J. Phys., vol. 43, pp. 22~24.
- (2) Salamon, P. Band Y.B. and Kafri, O. 1982, "Maximum power from a cyclic working fluid," J. Appl. Phys., vol. 53, No.1, pp. 197~202.
- (3) Alex De Vos, 1985, "Efficiency of Some Heat Engines at Maximum Power Conditions," Am. J. of Physics, Vol.53, No.6, pp. 570~573.
- (4) Harvey S. Leff, 1987, "Thermal Efficiency at Maximum Work Output: New Results For Old Heat Engines," Am. J. of Physics, Vol.55, No.7, pp. 602~610.
- (5) Alex De Vos, 1987, "Reflections on the Power Delivered by Endoreversible Engines," J. Phys. D: Appl. Phys., Vol.20, pp. 232~236.
- (6) 김성진, 정평석, 노승탁, 1984, "열전달에 의한 비가역성을 고려한 열기관 성능해석", 대한기계학회논문집, 제8권, 제6호, pp. 564~568.
- (7) 정평석, 차진걸, 노승탁, 1985, "열교환 과정을 고려한 브레이튼 사이클의 최대출력조건", 대한기계학회논문집, 제9권, 제6호, pp. 795~800.
- (8) 김수연, 정평석, 노승탁, 김효경, 1990 "열기관의 최대출력 사이클", 대한기계학회논문집, 제14권, 제3호, pp. 225~229.
- (9) 김수연, 1989, "열기관의 최대 출력 사이클", 서울대학교 박사학위논문.
- (10) 정평석, 김수연, 1986, "두 단순고체 사이 상호작용의 잠재일 개념에 의한 해석", 영남대학교 공업기술연구소 연구보고, 제14권, 제2호, pp. 27~33.
- (11) 정평석, 1984, "가용에너지의 개념을 확장한 잠재일에 의한 열역학적 과정의 해석", 서울대학교 박사학위 논문.
- (12) 정평석, 김창욱, 김효경, 1990, "열교환기의 가용에너지 최대전달조건", 대한기계학회논문집, 제14권, 제4호, pp. 225~229.
- (13) 김수연, 정평석, 1989, "열전달을 고려한 열기관의 최대출력 설계조건", 대한기계학회논문집, 제13권, 제4호, pp. 734~738.
- (14) Bejan, A. 1988, "Advanced Engineering Thermodynamics, ch.8 Power Generation, Optimum Distribution of Heat Exchanger Equipment", Wiley, p. 409.