

〈論 文〉

푸아송 방정식을 이용한 격자 적응에 대한 연구

맹주성* · 문영준** · 김종태***

(1992년 5월 29일 접수)

A Study on Grid Adaptation by Poisson Equation

J.S. Maeng, Y.J. Moon and J.T. Kim

Key Words : Adaptive(적응), Poisson Equation(푸아송 방정식), Weight(가중치), Threshold(하한값), Compressible(압축성), FVM(유한체적법)

Abstract

To improve the resolution of complex flow field features, grid adaptation scheme of Anderson has been revised, which was based on the Poisson grid generator of Thompson. Anderson's original scheme adapts the grid to solution automatically, but if flow field is more or less complex, then the adaptivity is weak. So the technique of using threshold which is used in unstructured grid system is adopted. The regions of large variation in the solution are marked by marking function which has the property of total variation of the solution, and these regions have same values of weight but other regions are neglected. This updated method captures shocks clearly and sharply. Four examples are demonstrated, (i) Hypersonic flow past a blunt body, (ii) High speed inlet analysis, (iii) Supersonic flow of $M=1.4$ over a 4% biconvex airfoil in a channel, (iv) Hypersonic shock-on-shock interaction at $M=8.03$.

기 호 설 명

- Φ, Ψ : ξ, η 방향의 당김함수 (attraction function)
- w_1, w_2 : ξ, η 방향의 가중함수 (weight function)
- f_ξ, f_η : ξ, η 방향의 적응함수 (adaptation function)
- M_ξ, M_η : ξ, η 방향의 해의 변화율 (gradient of solution)
- Q : 보존 변수벡터 (conservative variable vector)
- F : x 방향 유속벡터 (flux vector in x direction)
- G : y 방향 유속벡터 (flux vector in y direction)
- A : F 벡터의 Jacobian matrix
- B : G 벡터의 Jacobian matrix
- J : metric Jacobian

1. 서 론

대부분의 공기역학 유동장은 비점성(euler) 영역, 경계층영역, 후류영역, 충격파영역 등을 포함하는 multi-scaled 영역이 된다. 물리적으로 scale이 작은 영역 (small scaled region)에 대해서는 격자 크기가 상대적으로 작은 것을 사용하는 것이 수치적 확산(diffusion)을 줄이고 더 정교한 해를 구할 수 있다. 경계층이나 후류영역에 대해서는 물리적 감각에 근거하여 격자를 밀집시킬 수 있다. 그러나 충격파영역 등은 정확한 위치와 그 scale을 알 수 없으므로 초기 격자(initial grid)에서 쉽게 격자를 밀집시킨다는 것은 힘들거나 혹은 격자수의 많은 증가를 가져오게 된다. Anderson⁽¹⁾은 Thompson 등의 Poisson 격자 생성 방정식을 이용하여 격자

*정회원, 한양대학교 기계공학과
 **정회원, 국민대학교 기계공학과
 ***정회원, 한양대학교 대학원

를 해에 적응시키는 방법을 개발하였다. Anderson은 격자 적응을 초기 격자(initial grid)에 대한 섭동(perturbation)으로 보았다. Anderson은 초기 격자로부터 얻은 해의 변화율을 이용하여 가중함수(weight function) 값을 계산하고 이 가중함수 값으로부터 당김함수(attraction function) 값을 구하여 초기 격자의 당김함수 값에 더하는 방법을 사용하였다. 이 방법은 전 영역(full domain)에서 해의 변화율을 그대로 이용하여 격자를 해의 변화율이 큰 곳으로 자동적으로 모이게 한다는 장점은 있으나 해의 변화율이 가장 큰 곳에 격자 적응효과가 집중되어 상대적으로 변화율이 작은 곳에서는 격자 적응효과를 거의 볼 수 없으며 특히 격자의 수가 모자라 해가 완전히 형성되지 못한 영역에 대해서는 해의 변화율이 가장 큰 곳에 격자 적응효과가 집중되어 오히려 해의 발달을 방해한다. 즉 Anderson의 격자 적응방법은 복잡하지 않은 유동장(monotonic profile of solution variation)에 대해서는 효과적이거나, 반사충격파가 있거나 충격파가 충돌하는 등의 물리적으로 복잡한 유동장에서는 격자 적응의 효과가 한곳으로 치우치는 경향이 있다. 이 논문에서는 한곳에 적응효과가 중복되는 것을 피하고 해의 변화율이 상대적으로 큰 곳에 대해 대등한 격자 적응효과를 주는 방법을 연구하였다. 전 유동장에서 해의 변화율을 계산하여 하한값(threshold)⁽²⁾보다 큰 값을 갖는 cell에 대해 같은 크기의 가중함수(weight function) 값을 갖게 한다. 하한값(threshold)은 전체 cell 수에 대해 상위의 변화율을 갖는 cell의 백분율(percentage)로부터 구한다. 이 방법은 하한값을 직접 대입해야 한다는 단점이 있으나 변화율이 상대적으로 큰 영역에 대해 고른 격자 적응 효과를 줌으로써 격자 적응의 회수를 줄일 수 있으며 해의 발달에 긍정적인 격자를 생성할 수 있다.

2. 격자 적응 지배방정식과 알고리즘

2.1 지배방정식

더 정확한 해를 얻기 위하여 Thompson⁽³⁾의 Poisson 격자 생성함수에 기초를 둔 격자 적응법을 사용한다.

$$\nabla^2 \xi = \xi_{xx} + \xi_{yy} = \Phi \quad (1)$$

$$\nabla^2 \eta = \eta_{xx} + \eta_{yy} = \Psi \quad (2)$$

여기서

$$\Phi = \Phi_I + \Phi_a$$

$$\Psi = \Psi_I + \Psi_a$$

Φ 와 Ψ 는 당김함수(attraction function)로, 초기 격자(initial grid)에서 격자를 밀집 시키기 위한 당김함수(Φ_I, Ψ_I)와 격자 적응을 위해 해로부터 얻어진 당김함수(Φ_a, Ψ_a)의 합이다.

격자 적응을 위한 당김함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi_a = (w_{1\xi} / w_1) \quad (3)$$

$$\Psi_a = (w_{2\eta} / w_2) \quad (4)$$

w_1 과 w_2 는 각각 ξ 와 η 방향으로의 가중함수를 나타낸다.

$$w_1 = 1 + C_\xi f_\xi \quad (5)$$

$$w_2 = 1 + C_\eta f_\eta \quad (6)$$

그리고 f_ξ 와 f_η 는 적응함수(adaptation function)로서 해의 변화율의 의미를 내포하고 있다. 실지로 우리가 구하고자 하는 것은 계산 영역(computational domain)에서의 ξ, η 점에 대응하는 물리영역(physical domain)에서의 좌표값(coordinates) x, y 이므로 독립변수와 종속변수를 치환(transformation)한다.

변수 치환된 지배방정식은 다음과 같다.

$$a(r_{\xi\xi} + \Psi r_\xi) - 2\beta r_{\xi\eta} + \gamma(r_{\eta\eta} + \Psi r_\eta) = 0 \quad (7)$$

여기서

$$r = (x, y) r$$

$$\alpha = x_\xi^2 + y_\xi^2$$

$$\beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta$$

$$\gamma = x_\eta^2 + y_\eta^2$$

이것은 x 에 대한 방정식과 y 에 대한 방정식을 벡터형태(vector form)로 표현한 것이다.

2.2 수정된 가중함수

격자의 밀집(clustering)을 필요로 하는 해의 변화율이 큰 대부분의 영역을 포함하게 변화율의 하한값(threshold)을 정한다. 이 하한값보다 큰 변화율을 갖는 cell은 같은 크기의 격자 적응함수(grid adaptation function) 값(여기서는 1)을 가지며, 그 이외의 cell에 대해서는 격자 적응함수 값을 0으로 한다.

$$\xi\text{방향 가중합수} : w_\xi = 1 + C_\xi f_\xi \quad (8)$$

$$\eta\text{방향 가중합수} : w_\eta = 1 + C_\eta f_\eta \quad (9)$$

C_ξ 와 C_η 는 각각 ξ 와 η 방향으로의 상수(constant)이다.

여기서 f_ξ 와 f_η 는 0과 1의 값만 갖는 2값 함수로 정의한다.

$$f_\xi = f_\eta = \begin{cases} 1 & \text{if } f \geq f_{\text{threshold}} \\ 0 & \text{if } f < f_{\text{threshold}} \end{cases} \quad (10)$$

f 를 marking 함수라 정의하고 다음과 같이 ξ, η 방향으로의 변화율의 합으로 표현한다.

$$f = (M_\xi + M_\eta) \quad (11)$$

여기서 M_ξ 와 M_η 는 각각 ξ 와 η 방향으로의 변화율이다.

각 cell에서 구한 격자 적응함수 f 의 값이 하한값보다 크면 f_ξ 와 f_η 는 1이 되고 하한값보다 작으면 0이 된다.

2.3 가중합수 값의 수정

격자 적응 지배방정식을 유한차분법(FDM)으로 차분화하고 가우스반복법(Gaussian iteration method)을 이용하여 수렴된 해를 구한다. 반복 동안에도 실제 물리적 공간에서의 유동해는 변하지 않으나 수치해석 공간에서의 유동해는 격자점(grid point)의 움직임으로 인해 변화하게 된다. 그래서 격자점의 움직임에 따라 가중합수의 값도 수정해야 한다. 즉, 물리적 공간에서의 가중합수 값은 격자점이 움직여도 변하지 않는다는 $w_t = 0$ 조건을 사용한다.

물리영역(physical domain)과 수치해석영역(computational domain) 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$\xi = (x, y, t), \quad \eta = (x, y, t), \quad \tau = t$$

Chain rule을 적용하면,

$$w_t = w_\tau + w_\xi \cdot \xi_t + w_\eta \eta_t = 0 \quad (12)$$

$$w_\tau = -(w_\xi \cdot \xi_t + w_\eta \eta_t) \quad (13)$$

1차 정확도(first order)의 양함수 표현기법(explicit scheme)을 사용하여 다음과 같이 시간에 따라 가중 값은 수정되어진다.

$$w^{n+1} = w^n - (w_\xi^2 \xi_t + w_\eta^2 \eta_t) \quad (14)$$

이상의 지배방정식을 풀기위해 가우스 반복법(Pointwise Gauss-Seidel iteration method)을 사용하였다.

3. 유동 지배방정식과 수치해법

3.1 지배방정식

질량, 운동량 그리고 에너지에 대해 완전한 보존 형태(strong conservation law form)⁽⁴⁾의 압축성 Euler 방정식을 지배방정식으로 하고 압력은 이상 기체의 상태방정식에 의해 보존변수(Q)로부터 구한다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \end{bmatrix}$$

$$p = (\gamma - 1) [e - \rho/2(u^2 + v^2)]$$

여기서 ρ 는 밀도, (u, v) 는 직각 좌표계에 대한 속도성분(cartesian velocities), e 는 단위 부피당의 총내부에너지(total energy per unit volume), γ 는 비열비(ratio of specific heats), 그리고 p 는 압력을 나타낸다.

3.2 좌표변환

일반적인 물체(arbitrary geometry) 주위의 유동을 해석할 때 일반 경계부착좌표계(generalized body-fitted coordinate system)를 사용하면 경계 조건을 주기가 아주 쉽다. 일반좌표와 직각 Cartesian 좌표 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$\xi = \xi(x, y), \quad \eta = \eta(x, y)$$

역으로,

$$x = x(\xi, \eta), \quad y = y(\xi, \eta)$$

Chain rule과 좌표변환에서의 불변량(invariants of transformation)을 이용하여 지배방정식을 변환하면,⁽⁵⁾

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \eta} = 0 \quad (16)$$

$$\hat{Q} = Q/J, \quad \hat{F} = (\xi_x F + \xi_y G)/J = y_\eta F - x_\eta G \\ \hat{G} = (\eta_x F + \eta_y G)/J = -y_\xi F + x_\xi G$$

좌표변환에서의 불변량(invariants)은

$$\partial_\xi(\xi_x/J) + \partial_\eta(\eta_x/J), \partial_\xi(\xi_y/J) + \partial_\eta(\eta_y/J)$$

이며 해석적으로(analytically) 0이 된다.

물리적으로 \hat{F} 는 ξ 가 일정한 면에 수직한 flux와 그 면의 면적과의 곱이 되며, \hat{G} 는 η 가 일정한 면에 수직한 flux와 그 면의 면적과의 곱이 된다. 그리고 Q 는 $Q/J = (\text{volume of cell}) \cdot Q$ 로 cell 체적과 Q 의 곱이다.

3.4 수치해법

(1) 시간에 대한 차분화

우리의 관심은 정상상태이므로 시간에 대해서는 1차 정확도(first order)의 Euler 음함수적 표현법(implicit scheme)을 사용하며, $(n+1)$ 번째 시간에 대한 flux는 Taylor 급수 전개를 이용하여 선형화한다.

$$\frac{\hat{Q}^{n+1} - \hat{Q}^n}{\Delta t} = \frac{\Delta \hat{Q}^n}{h} = - \left[\frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \eta} \right]^{n+1} \quad (17)$$

$$\hat{F}^{n+1} = \hat{F}^n + (\partial \hat{F} / \partial \hat{Q})^n \Delta \hat{Q}^n = \hat{F}^n + \hat{A}^n \Delta \hat{Q}^n$$

$$\hat{G}^{n+1} = \hat{G}^n + (\partial \hat{G} / \partial \hat{Q})^n \Delta \hat{Q}^n = \hat{G}^n + \hat{B}^n \Delta \hat{Q}^n$$

이용하여 다시 쓰면

$$\Delta \hat{Q}^n = -h [\delta_\xi(\hat{F} + \hat{A} \Delta \hat{Q}) + \delta_\eta(\hat{G} + \hat{B} \Delta \hat{Q})]^n$$

$\Delta \hat{Q}^n$ 이 포함된 항을 좌측으로 이항하여 정리하면,

$$[I + h \delta_\xi \hat{A} + h \delta_\eta \hat{B}] \Delta \hat{Q} = -h [\delta_\xi \hat{F} + \delta_\eta \hat{G}] \quad (19)$$

식(19)에서 위첨자 n 은 생략하였다.

식(19)의 좌변의 matrix를 역변환하는 것은 CPU 시간과 메모리를 많이 소비하기 때문에 근사적인 인수분해(approximate factorization)를 이용한다.

$$[I + h \delta_\xi \hat{A}] [I + h \delta_\eta \hat{B}] \Delta \hat{Q} = -h [\delta_\xi \hat{F} + \delta_\eta \hat{G}] \quad (20)$$

(2) 공간에 대한 차분화

Flux (F , G)와 Jacobian (A , B)은 cell centered FVM을 이용하여 차분화한다.

$$\delta_\xi \hat{F} = \hat{F}_{j+1/2} - \hat{F}_{j-1/2}, \delta_\eta \hat{G} = \hat{G}_{k+1/2} - \hat{G}_{k-1/2} \quad (21)$$

$$\delta_\xi \hat{A} = \hat{A}_{j+1/2} - \hat{A}_{j-1/2}, \delta_\eta \hat{B} = \hat{B}_{k+1/2} - \hat{B}_{k-1/2} \quad (22)$$

여기서 하첨자 $(j+1/2)$, $(j-1/2)$, $(k+1/2)$, $(k-1/2)$ 등은 셀(cell) 경계면을 나타낸다. 충격파나 접촉 경계면 등은 물리적 불연속적이므로 수치해석기법은 불필요한 진동을 없애기 위해 단조변화(monotonicity)의 특성을 갖고 있어야 한다. 최근

에 개발된 Roe⁽⁶⁾의 근사적 Riemann해법은 수치적 확산(diffusion)을 줄이면서 동시에 충격파를 아주 잘 포획(capturing)한다. 이 기법은 flux difference splitting(FDS)의 한 종류이며, 원래의 Roe의 기법은 1차의 정확도이므로 TVD(total variation diminishing) 조건을 만족하는 min-mod limiter와 Van Leer의 MUSCL 방법⁽⁷⁾을 사용하여 고정도로 정확도를 높이고 직각 좌표계에 대한 FDS 방법을 일반 좌표계에 적용시키기 위하여 국소 직각 좌표계⁽⁸⁾를 사용한다. 위의 차분화된 지배방정식에서 우변은 정상상태의 지배방정식과 같은 형태로 해가 정상상태로 수렴하면 우변은 0이 된다. 해의 정확도는 우변에 영향을 받으므로 우변의 항은 Roe의 기법을 이용한 고차(3차) 정확도로 계산하며, 좌변은 계산시간의 절약을 위하여 1차 정확도의 풍상(upwind) 차분법의 Van Leer FVS를 사용한다.

4. 결과 및 고찰

4.1 Blunt Body 주위의 극초음속 유동

마하수 8.03의 극초음속 유동장내에 끝이 무딘(blunt) 물체가 있는 경우 물체에서 떨어진 곳에 활모양의 충격파(bow shock)가 형성된다. Fig. 1은 중앙 대칭선을 따라 압력의 변화를 보여주고 있으며, 충격파의 강도가 아주 강함에도 불구하고 불필요한 진동없이 잘 포획(capturing)하고 있다. 이 유동장의 경우 상하 대칭성(symmetry)에 의해 중앙의 대칭선에 대해 충격파는 수직하며 수직 충격파의 전후 물리량의 상관 관계를 표현하는 Rankine-

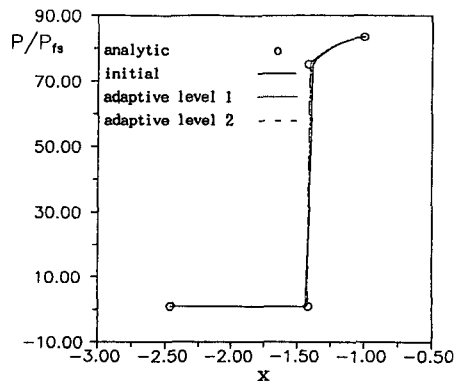


Fig. 1 Pressure distribution along the center line

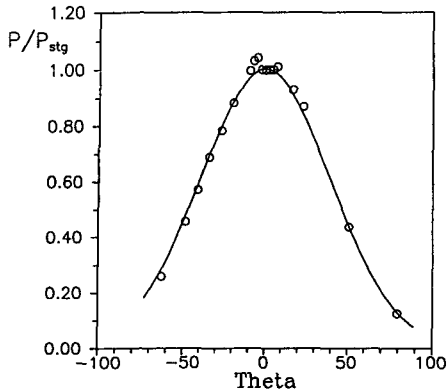


Fig. 2 Pressure distribution along the body surface

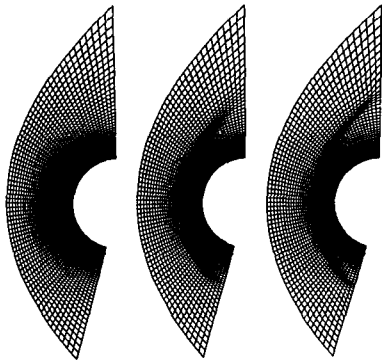


Fig. 3 Grid for blunt body (a) initial grid (b) adaptive level 1 (c) adaptive level 2

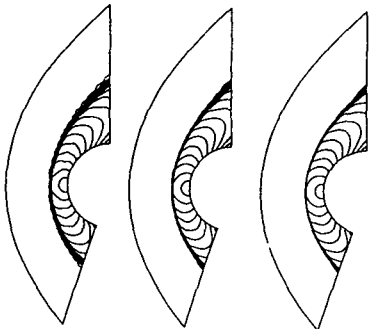


Fig. 4 Mach number contours at M=8.03 past a blunt body (a) initial (b) adaptive level 1 (c) adaptive level 2

Hugoniot 관계식으로부터 해석적으로 (analytically) 대칭선을 따른 압력의 변화를 구할 수 있다. 즉 충격파를 지난 뒤의 압력 p_s 는

$$p_s = p_\infty (1 + \gamma M_\infty^2) / (1 + \gamma M_s^2) \tag{23}$$

여기서

$$M_s^2 = [M_\infty^2 + 2 / (\gamma - 1)] / [2\gamma(\gamma - 1) M_\infty^2 - 1] \tag{24}$$

그리고 정체점에서의 압력은 충격파를 지난 뒤 가역단열과정 (isentropic)으로 유체입자가 정지된 경우의 압력으로

$$p_{stg} = p_s [1 + (\gamma - 1) / 2 M_s^2]^{\gamma / (\gamma - 1)} \tag{25}$$

이 되며, 충격파의 위치는 Billig의 실험식으로부터 구할 수 있다.

$$\delta = 0.386 \cdot R \cdot \exp(4.67 / M_\infty^2) \tag{26}$$

이 해석적으로 구한 결과를 이용하여 수치해석의 결과의 정확성을 입증할 수 있다(Fig. 1). Fig. 3과 Fig. 4는 격자 적응에 따른 격자와 해의 변화를 보여주고 있다. 그리고 Fig. 2는 물체 표면을 따라 압력의 분포를 실험치와 비교한 것인데 아주 잘 일치하고 있다.

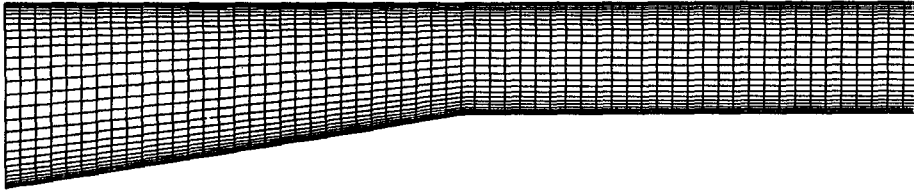
4.2 제트엔진 입구에서의 고속유동⁽⁹⁾

초음속, 극초음속 비행체의 추진장치로 터보램제트 (turboramjet), 스크램제트 (scramjet) 엔진이 사용된다. 이 고속 추진장치의 설계에 있어서, 입구 (inlet)를 지나는 고속유동의 해석은 중요한 역할을 한다. 스크램제트 입구 유동은 아주 강한 경사 충격파를 생성하며 이 경사 충격파는 내부에서 반사되어 나가는 형태가 된다. 여기서는 마하수 5로 스크램제트 입구에 유입되어 강한 경사 충격파를 생성하는 유동을 해석하였다. 입구의 램프 (ramp)의 각도는 9°이며, 해석영역의 출구에서는 초음속으로 유동이 빠져나가므로 모든 물리량을 외삽법 (extrapolation)으로 구하는 초음속 유출 (supersonic outflow) 조건을 사용하였다. Fig. 5(a)는 초기 격자를 이용하여 얻은 해와 그 격자이고, Fig. 5(b)는 격자 적응을 한 결과이다.

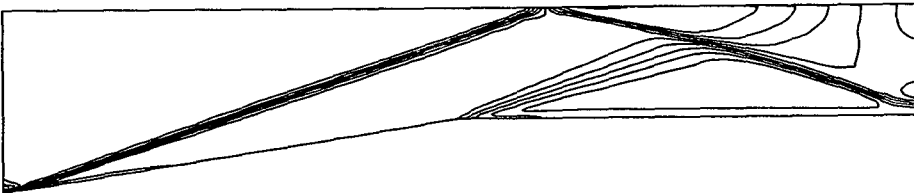
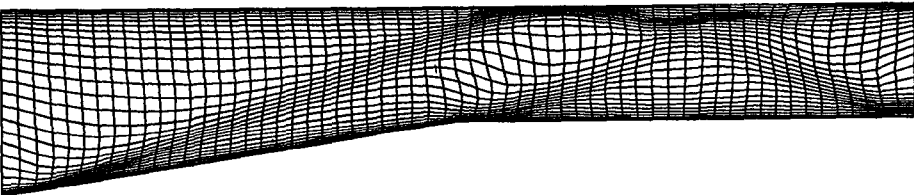
4.3 초음속 채널내에서 날개 주위의 유동

기체가 마하수 1.4의 입구속도로 흐르는 채널 내부에 최대 두께가 현의 8%인 익형이 있는 경우, 전연 충격파와 후연 충격파 그리고 반사 충격파 등이 서로 엇갈리는 매우 복잡한 유동장이 된다. 이 유동장은 상하 대칭이므로 위쪽 절반에 대하여 해석한다.

Fig. 6의 (a), (b)는 각각 초기 격자와 그 격자에



(a) initial grid, solution (Mach No. contours)



(b) adaptive level 1 grid, solution

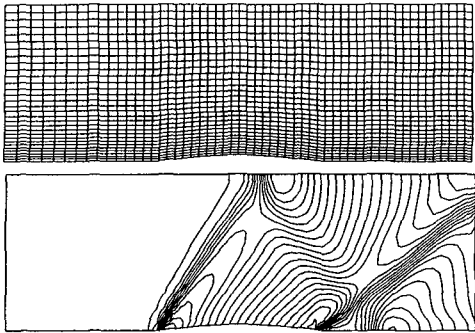
Fig. 5 Engine inlet flow at $M=5$

서 얻어진 해를 보여준다. 충격파의 대체적인 형상은 나타났으나 정확하게 충격파를 포획하기에는 격자수가 모자람을 알 수 있다. 여기서 얻어진 해를 이용해 격자 적응을 1번시킨 결과 Fig. 6의 (d)에서 보는 것과 같이 충격파의 형태가 더욱 뚜렷해졌음을 볼 수 있다. Fig. 6의 (f)는 격자 적응을 2번시킨 결과이며, 반사된 충격파까지 확연하게 보여주고 있다.

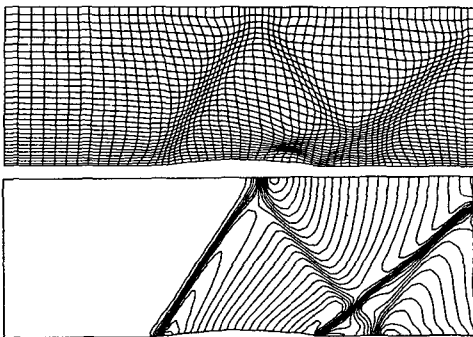
4.4 극초음속 유동장에서 충격파의 충돌 현상^(10,11)

최근, 극초음속 비행기에 대한 필요성이 대두됨에 따라 관련된 극초음속 유동장에서의 유동현상의 규명이 중요한 문제가 되었다. 극초음속 유동장에는 매우 강한 충격파가 발생하며, 특히 이런 충격

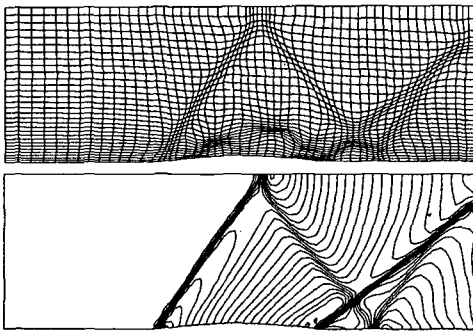
파의 상호충돌은 고온고압의 진단류, jet 등을 발생시키며 이것은 비행체에 치명적일 수도 있기 때문에 이에 대한 연구가 선행되어야 한다. Edney는 자유유동의 마하수, 충격파의 충돌각도, 물체의 형태, 그리고 마하수 1인 곳(sonic line in the shock-layer flow)에 대한 충격파의 충돌점의 위치 등에 따라 6가지 형태로 구분하였다. 특히 III, IV의 형태가 공학적으로 심각한 유동장이며 여기서는 III의 형태의 충격파 충돌현상에 대해서 해석하였다. 자유유동(free stream)의 마하수는 8.03이며 충격파 충돌각도는 자유유동(free stream) 방향에 대해 18.111° 기울어져 있다. Fig. 7은 변화율의 하한값을 정하는데, (a)는 전체 셀 수에 대해 상위값을 갖는 10%의 셀을 나타낸 것이며, (b)



(a) initial grid, solution (Mach No. contours)



(b) adaptive level 1 grid, solution



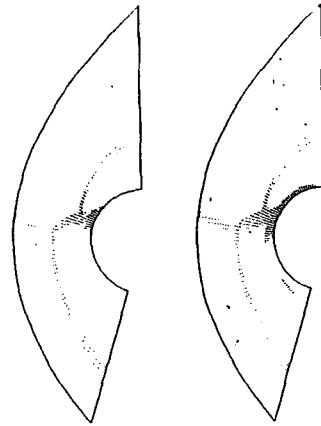
(c) adaptive level 2 grid, solution

Fig. 6 Supersonic channel flow at $M=1.4$ over 4% biconvex airfoil

는 상위 20%의 셀을 나타내었다. 이 범위 내에서 해의 변화율이 큰 영역이 다 포함되었다. Fig. 8의 (a)와 (b)는 초기 격자와 그 해를, (c)와 (d)는 격자 적응을 한 결과를 보여주고 있다.

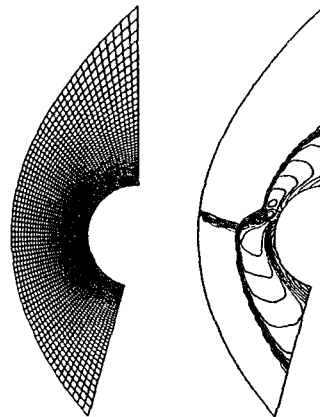
5. 결 론

Poisson 방정식에 기초한 위의 격자 적응 알고

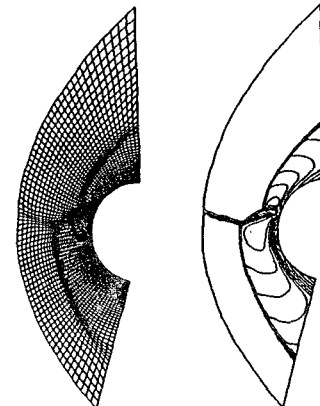


(a) 10% of total cells (b) 20% of total cells

Fig. 7 Comparison of the thresholds at the shock-on shock interaction problem



(a) initial grid, solution (Mach No. contours)



(b) adaptive level 1 grid, solution

Fig. 8 Hypersonic shock-on-shock interaction at $M=8.03$ past a blunt body

리즘을 네가지 예제에 적용시켜 보았다. 하한값은 전체 셀(cell) 중 상위 10%~20%의 셀을 포함하는 값으로 하였다.

이 범위내에서 해의 변화가 큰 영역을 전부 포함함을 알 수 있었다. 특히 상위 20%의 셀을 포함하게 하한값을 정하는 경우가 가장 적당한 경우임을 경험으로 알 수 있었다.

관심있는 유동영역에 대해 물리적 현상을 고려해 적절한 초기 격자를 사용하고 위의 격자 적응법을 사용한다면 아주 정확한 해를 얻을 수 있을 것이다.

참고문헌

- (1) Anderson, D.A., 1987, "Equidistribution Schemes, Poisson Generators and Adaptive Grids," Appl. Math. and Comp. Vol. 24, pp. 211~227.
- (2) Kallinderis, J.G. and Baron, J.R. 1987, "Adaptation Methods for a New Navier-Stokes Algorithm," AIAA paper 87-1167-CP.
- (3) Joe, F. Thomson, Numerical Grid Generation Foundations and Applications, North-Holland.
- (4) Richard M. Beam and Warming, R. F., 1976, "An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law Form," Journal of Comp. Physics, Vol. 22, 87~110.
- (5) Vinokur, M., 1974, "Conservation Equations of Gas Dynamics in Curvilinear Coordinate System," Journal of Comp. Physics, vol. 14, pp. 415~538.
- (6) Roe, P. L., 1981, "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Scheme," Journal of Comp. Physics, Vol. 43, pp. 357~372.
- (7) Van Leer, B., 1979, "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. A Second-Order Sequel to Godunov's Method," Journal of Comp. Physics, Vol. 32, pp. 101~136.
- (8) W. Kyle, Anderson, James L. Thomas and Bram Van Leer, 1985, "A Comparison of Finite Volume Flux Vector Splitting for the Euler Equation," AIAA-85-0122.
- (9) Seokkwan Yoon, and Antony Jameson, 1987, "Lower-Upper Implicit Scheme for High-Speed Inlet Analysis," Journal of AIAA, 1052-1053.
- (10) Young June Moon, 1988, "Interaction of an Oblique Shock Wave with Supersonic Flow Over a Blunt Body," thesis of Ph. D.
- (11) Klopfer, G. H. and Yee, H. C. 1988, "Viscous Hypersonic Shock-on-Shock Interaction on Blunt Cowl Lips," AIAA-88-0233.