

〈論 文〉

코세라 탄성론을 이용한 기공성 재료의 탄성거동에 관한 실험적 연구

정민호* · 윤성진* · 박현철*

(1992년 6월 23일 접수)

Experimental Study on Cosserat Elasticity of Porous Solids

M.H. Chung, S.J. Yun and H.C. Park

Key Words : Cosserat Elasticity(코세라 탄성론), Couple Stress(커플 응력), Size Effect(강성 증가현상), Coupling Number(커플링 수), Characteristic length(특성길이)

Abstract

Experiments are performed to determine the dependence of torsional rigidity upon the cross-sectional area for specimens of dense polyurethane foam. Testing equipment was designed and fabricated in the laboratory to satisfy the experimental characteristics. Results show the increase of torsional rigidity compared to the expected value based on the conventional elasticity. And this can be explained that the consideration of the internal motions of constitutive particles predicts the elastic behavior of the material better.

기 호 설 명

ρ : 밀도
 ΔV : 미소체적
 ΔV^* : 한계미소체적
 t_{ij} : 코시 응력 텐서(Cauchy stress tensor)
 ϵ_{ij} : 마이크로폴라 변형률 텐서(micropolar strain tensor)
 m_{ij} : 커플응력 텐서(couple stress tensor)
 ϕ_k : 마이크로회전 벡터(microrotation vector)
 e_{ij} : 변형률 텐서(strain tensor)
 r_m : 매크로회전 벡터(macrorotation vector)
 $\alpha, \beta, \gamma, k, \mu, \lambda$: 코세라 탄성론의 물질 상수
 u_i : 변위 벡터(displacement vector)
 θ, θ' : 시편의 단위 길이당 회전각
 n_i : 단위 법선 벡터(unit normal vector)

a, b : 사각단면 시편의 폭, 두께
 \vec{t} : 토크(torque)
 $\vec{\mu}$: 자기, 쌍극자 모멘트(magnetic dipole moment)
 \vec{B} : 자석의 인덕션
 I : 극관성 모멘트(polar moment of inertia)
 v_{res} : 공진 주파수
 K : 센서의 감도(fringe sensitivity)
 Δ : 회전 각변위(rotational displacement)
 J_t, J_b : 비틀림, 굽힘 강성(torsional, bending rigidity)
 L : 시편의 길이
 g : 중력 가속도
 G : 전단 탄성 계수(shear modulus)
 a : 단면 한변의 길이
 N : 커플링(coupling number)
 l_b : 굽힘 특성길이(bending characteristic length)

*정회원, 포항공과대학 기계공학과

- l_t : 비틀림 특성 길이 (torsional characteristic length)
- Ψ : 극비 (polar ratio)
- C : 재료의 상수

1. 서 론

총래의 연속체역학은 모든 영역에서 질량분포가 연속적이라고 가정하여 운동방정식이나 구성방정식이 물질의 모든 부분에서 만족한다는데 그 기본을 두고 있다. 그러나 여러가지의 서로 다른 미소체적과 그에 따른 미소질량을 측정하여 그 값을 밀도라 하고 밀도와 미소체적의 관계를 좌표축에 나타내면 Fig. 1과 같은 결과를 얻을 수 있다.⁽¹⁾

그림에서 알 수 있듯이 미소체적 ΔV 가 어떤 한계미소체적 (critical volume) ΔV^* 보다 커질 때 밀도는 미소체적에 관계없이 일정한 값을 갖게되며 한계미소체적보다 작을 경우 밀도는 미소체적의 값에 따라 큰 변화를 보이게 된다. 이러한 변화는 미소체적이 0에 가까워질수록 더욱 심하게 나타난다. 따라서 이런 상태에서는 기존의 연속체 역학을 이용한 물질의 수학적 모델링은 더 이상 정확할 수 없게 된다.⁽¹⁾ 이러한 이유로 관찰하고자 하는 물체의 크기가 그 물체를 이루는 구성입자나 분자의 크기와 상대적으로 비교할 수 있을 정도의 크기일 경우 외부 힘에 의한 물질내부의 거동을 고려해야만 한다. 이 경우 미소체적의 질량중심의 운동뿐만 아니라 미소체적을 이루는 구성입자의 질량중심에 대한 상대적인 운동 또한 전체 응답에 영향을 미치게 되기 때문이다. 따라서 구성입자의 운동을 충분히 고려해 줄 수 있는 새로운 확장된 개념의 연속체 역학이 필요하게 되었다. 기존의 연속체 역학에

기본을 둔 탄성론은 미소체적간에 작용하는 힘 (force)만을 가정하여 그 이론을 전개하였다. 그러나 물질 내부의 구성입자의 운동을 고려하여 미소체적의 표면에 작용하는 우력 (couple vector)도 지배방정식에 기여함에 따라 미소체적에 대해 대칭성을 가진 응력 (stress)의 기본 성질이 비대칭성을 갖게 되었고 우력의 밀도를 커플응력 (couple stress)이라 정의하여 새롭게 나타내게 되었다.⁽¹⁾ 이러한 커플응력의 개념은 1879년 최초로 Thomson과 Tait⁽²⁾이 보와 평판의 이론에서 표면력과 무관하게 우력의 존재를 주장함으로써 그 접근이 시도되었으며 가장 두드러진 연구는 1909년 Cosserat 형제⁽³⁾에 의해서였다.

코세라 형제 이후로 1960년대까지 여러가지 다른 일반화된 연속체 역학이론이 제안되었으며 많은 학자들이 이러한 일반화된 연속체 역학을 이용한 탄성이론으로 경계치문제의 해를 구하고자 하였다.^(4,5,6) 일반적으로 경계치문제의 해를 구하는 방법에는 유한요소 모델 (finite element model)로 모델링하여 해를 구할 수 있는 방법과 시편의 구조를 이상적인 수학적 모델로 모델링하여 이로부터 미분방정식을 유도하여 새로운 연속체 모델을 설정하는 것을 들 수 있다.^(7,8) 천연적인 복합재료인 뼈를 이러한 코세라 연속체 모델로 모델링하여 Swenson⁽⁹⁾과 Lakes⁽¹⁰⁾는 뼈가 이러한 탄성론을 만족하는 것을 밝혀 냈다. Yang과 Lakes⁽¹¹⁾에 의해 뼈에서의 커플응력이 나타남을 실험으로 확인하였고 다시 Lakes⁽¹²⁾는 뼈를 이용한 동적실험으로 커플응력을 이용한 탄성론의 타당함을 명백하게 밝혀냈다.

코세라 탄성론에 따른 정사각 단면의 보에서 비틀림 문제에 대한 해석적인 해가 Park과 Lakes에 의해 구해졌다.⁽¹³⁾ 이에 따르면 비틀림 실험에서의 비틀림 강성이 단면적에 비례하여 증가한다고 하였다. 이러한 단면적의 증가에 비례한 강성의 증가현상은 문헌⁽¹⁴⁾와 ⁽¹⁵⁾에서 처럼 간단한 문제에 대한 해에서도 나타나 있다.

본 논문에서는 Park과 Lakes⁽¹³⁾가 새롭게 제안한 실험양식에 의해 시편의 크기에 따라 나타나는 강성의 증가효과를 실험적으로 규명하여 그 해석해와 비교해 봄으로써 코세라 탄성론을 만족하는 재료에 대한 연구에서 이를 이용할 수 있음을 제시하고자 하였다. 그러나 이러한 미세 변형이나 미세 구조의 기계적 거동을 알기 위한 실험장치는 일반적인 실험장비를 사용하여 측정이 불가능하므로 이

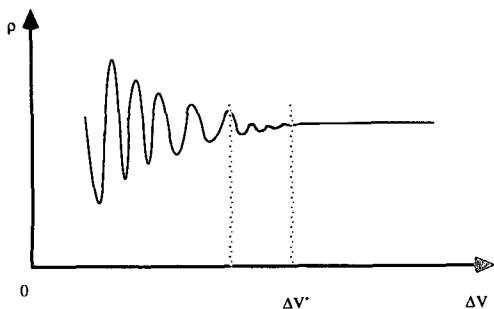


Fig. 1 Change of mass density vs volume

를 위하여 이러한 목적에 맞는 실험장치를 직접 개발하여 실험하였다.

2. 이론

2.1 코세라 탄성론의 지배 방정식

코세라 탄성론의 평형방정식은 균일한 등방성재료(homogeneous isotropic material)에서 체적력이 없는 경우 다음과 같이 표시된다.⁽¹⁾

$$t_{ji,i} = 0 \tag{1}$$

$$m_{ji,j} + e_{ikh}t_{ki} = 0 \tag{2}$$

여기서 반복되는 첨자는 합을 의미하며 첨자는 뒤의 첨자에 대한 편미분을 의미한다. 또한 구성 방정식과 변형률-변위 관계식은 각각 식(3), (4)와 식(5)로 표시되며 접합 조건은 식(6)으로 표시된다.

$$t_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + (\mu + k) \epsilon_{ij} + \mu \epsilon_{ji} \tag{3}$$

$$m_{ij} = \alpha \phi_{k,k} \delta_{ij} + \beta \phi_{i,j} + \gamma \phi_{j,i} \tag{4}$$

$$\epsilon_{ij} = u_{j,i} + e_{jik} \phi_k = e_{ij} + e_{ijm} (r_m - \phi_m) \tag{5}$$

$$\epsilon_{ikh,j} - \epsilon_{jki,i} + e_{ikm} \phi_{m,j} - e_{jkm} \phi_{m,i} = 0 \tag{6}$$

여기에서 t_j 는 코시응력 텐서(cauchy stress tensor), m_j 는 커플응력 텐서(couple stress tensor), ϵ_{ij} 는 마이크로폴라 변형률텐서(micropolar strain tensor), ϕ_i 는 마이크로회전 벡터(microrotation vector), r_m 은 매크로회전 벡터(macrorotation vector), 그리고 e_{ikh} 는 퍼뮤테이션 기호(permutation symbol)이며 $\alpha, \beta, \gamma, k, \mu, \lambda$ 는 등방성 코세라 탄성론의 6개의 물질상수들이다. 변형률 텐서(strain tensor) e_{ij} 와 매크로회전 벡터 r_m 은 식(7)과 (8)로 정의된다.

$$e_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2 \tag{7}$$

$$r_m = e_{min} u_{n,i}/2 \tag{8}$$

2.2 비틀림 강성의 계산

사각형의 단면을 가진 보가 비틀림 모멘트 M_t 를 받고 있을 때 자유물체도는 Fig. 2와 같다. 비틀림 강성 J 는 식(9)와 같이 작용하는 비틀림 모멘트 M_t 를 이용하여 나타낸다.

$$J = M_t z / \theta \tag{9}$$

여기서 θ 는 단위길이당 비틀림 각이다.

비틀림 모멘트 M_t 는 단면에 작용하는 표면력(surface traction)을 면적에 대해 적분함으로써 얻

$$\int_A (xt_{zy} - yt_{xz} + m_{zz}) dA = M_t \tag{10}$$

일반적인 비틀림 문제에 있어 해의 존재성(existence)이 Iesan⁽¹⁶⁾에 의해 증명되었으며 해가 존재 시 유일해의 정리(uniqueness theorem)에 의해 그 해가 유일하다고 알려졌다. 본 논문에서 다루고자 하는 사각보의 비틀림 문제에 있어서의 경계조건은 식(11), (12)로 쓸 수 있다.

$$t_{(n)i} = t_{ji} n_j \tag{11}$$

$$m_{(n)i} = m_{ji} n_j \tag{12}$$

코세라 탄성론에 따른 비틀림모멘트에 의한 단위길이당 비틀림각은 다음과 같이 θ' 로 새롭게 정의된다.

$$\theta' = \theta(1+2C) \tag{13}$$

여기서 C 는 마이크로회전을 기술할 때 그 전체적인 회전 정도를 나타내는 상수가 된다. 따라서 식(9)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$J' = M_t z / \theta' \tag{14}$$

J' 과 θ' 은 각각 코세라 탄성론에 의해 구해진 강성과 시편의 단위 길이당 비틀림 각(angle of twist per unit length)이다. 식(3), (4), (5)와 코세라 탄성론에 의한 경계치의 해를 식(10)에 대입, 적분하여 강성 J' 을 구한다.

$$\begin{aligned} J' = G \{ & \frac{(1+C)a^4}{3(1+2C)} - \frac{64}{(1+2C)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{ak_n^5} \tanh(k_n \frac{a}{2}) \\ & + 2l_i^2 a^2 \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4(-1)^n a A_n}{p_n} \cosh(p_n \frac{a}{2}) \\ & - \sum_{n=0}^{\infty} 8(-1)^n A_n (\frac{1}{k_n^2} + \frac{1}{p_n^2}) \sinh(p_n \frac{a}{2}) \\ & + (\frac{1}{\psi} - 1) l_i^2 \sum_{n=0}^{\infty} (F_n P_n - D_n K_n) \\ & \left. \frac{16(-1)^n}{k_n p_n} \sinh(p_n \frac{a}{2}) \right\} \end{aligned} \tag{15}$$

여기에서

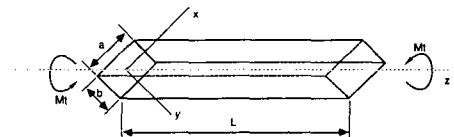


Fig. 2 Free body diagram of rectangular cross sectional bar subjected to twisting moment

$$k_n = (2n+1)\pi/a$$

$$p_n^2 = k_n^2 + (N/l_b)^2$$

$$A_n = 2N^2 D_n / p_n + (1 - N^2) 8 (-1)^n / [ak_n^2 p_n \cosh(p_n a / 2)]$$

$$D_n = [2(-1)^n l_t^2 \tanh(k_n a / 2) / (ak_n l_b^2) + 4(-1)^n \Psi C (l_t^2 / 2l_b^2 - 1) \tanh(p_n a / 2) / (ap_n)] / \{C[p_n + (l_t^2 / 2l_b^2 - 1)(1 - \Psi)k_n^2 / p_n] \sinh(p_n a / 2)\}$$

$$F_n = (1 - \Psi) D_n k_n / p_n + 4(-1)^n \Psi / [ak_n p_n \cosh(p_n a / 2)]$$

G : 전단 탄성 계수 (Shear Modulus)

a : 단면 한번의 길이

N : 커플링 수 (coupling number)

l_b : 굽힘특성길이 (bending characteristic length)

l_t : 비틀림특성길이 (torsional characteristic length)

Ψ : 극비 (polar ratio)

C : 재료에 따른 계수

그리고 기존 탄성론에서 단면이 정사각형인 보에 대한 비틀림 강성은 다음 식(16)으로 나타난다. (17)

$$J = G \left\{ \frac{a^4}{3} - 64 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{ak_n^2} \tan(k_n \frac{a}{2}) \right\} \quad (16)$$

2.3 실험장치 구성의 기본이론

균일한 자기장내에서 전류가 흐르는 도체가 받는 토오크는 이론적으로 식(17)과 같다. (18)

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (17)$$

이때 $\vec{\mu}$ 는 자기 쌍극자 모멘트 (magnetic dipole moment), \vec{B} 는 자석의 인덕션 (induction)을 나타낸다. 토크의 최대값은 $\vec{\mu}$ 와 \vec{B} 가 90°일때 얻을 수 있다.

균일한 자기장은 헬름홀츠코일을 사용함으로써 얻을 수 있으며 이에 의한 자기 쌍극자 모멘트 $\vec{\mu}$ 의 크기는 다음과 같다. (19)

$$\|\vec{\mu}\| = 2nir \quad (18)$$

n : 헬름홀츠 코일의 감전 수

i : 헬름홀츠 코일에 흐르는 전류 (ampere)

r : 헬름홀츠 코일 후우프의 반지름

3. 실험 장치의 개발과 실험

강성증가효과 (stiffening effect)를 알아보기 위한

본 연구의 목적에 맞는 실험 장치는 그 기능에 있어 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

(1) 여러가지 시편 크기에 따른 광범위한 강성을 측정할 수 있을 것.

(2) 세부장재 (slender member)의 시편 형상에 따른 오차가 없을 것.

(3) 동일한 시편에 대해 비틀림 시험과 굽힘 시험을 함에 있어 실험 장치의 보정 (calibration)에 변화가 없을 것.

본 연구에서는 이러한 요구조건을 만족하기 위한 실험장치를 설계함에 있어 다음의 사항을 그 방안으로 고려하였다. 먼저 시편의 마찰에 따른 오차방지를 위하여 힘을 전달하는 부분과 시편간에는 비접촉 상태가 이상적이므로 비접촉식으로 힘을 가할 수 있는 방법을 찾았다. 따라서 첫번째 요구조건인 광범위한 강성의 측정은 힘을 원하는 재료에 맞게 충분히 높여줄 수 있는 부수적인 방안이 마련되면 해결이 된다. 그리고 실험장치를 실험의 종류와 무관하게 한번의 보정으로 데이터를 일괄적으로 높은 정도 (precision)로 측정, 처리하기 위해 동일한 센서를 이용할 수 있어야 한다. 이 또한 직접접촉식 보다는 비접촉식이 우수하다. 동일한 센서를 이용하지 않는 하나의 예로는 MTS와 같은 만능 시험기의 굽힘과 비틀림의 탄성계수 측정시 자기 사용 되는 변형률 측정기 (extensometer)를 들 수 있다. 그러므로 고정된 시편과 센서를 제외한 다른 장치를 사용하여야 했으며 이에 가장 적절한 방법이 광학 센서를 이용하는 것이었다.

3.1 실험 장치의 설계

Fig. 3은 실험장치의 구성도를 나타낸다. 실험장

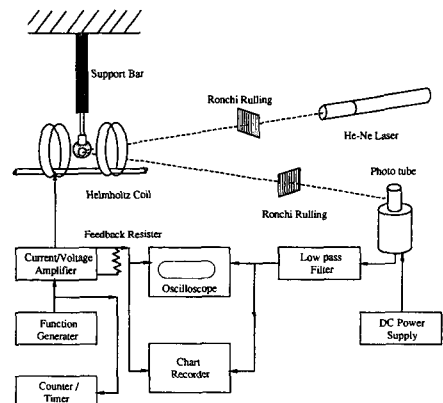


Fig. 3 Schematic diagram of experimental set-up

치를 이용하여 시편의 기계적 성질을 얻기 위한 힘을 구하는 방법은 다음과 같다. 시편의 한쪽 끝을 프레임(frame)에 고정된 지지봉에 부착시키고 다른 끝에는 영구자석과 반사경을 부착시킨다. 주파수 발생기(function generator)로부터 나온 정현파의 전류를 헬름홀츠 코일(Helmholtz coil)에 보내 균일한 자기장을 형성한다. 이때 자기장과 영구자석을 위치배열에 따라서 굽힘 또는 비틀림 토크의 종류가 결정되며 이러한 힘의 크기는 주파수 발생기로부터 나온 전류를 증폭시켜 그 강도를 조절한다. 시편의 변위를 광학센서를 이용하여 측정하는 방법은 다음과 같다. 광원으로 헬륨-네온 레이저를 사용한다. 레이저로부터 나온 빛은 영구자석 위의 반사경에 반사되어 포토튜브(photomultiplier tube)로 들어가게 된다. 레이저와 반사경 그리고 반사경과 포토튜브 사이에는 같은 격자간격을 갖는 란키롤링(Ronchi rulling)을 두어 빛을 통과시킨다. 반사경이 움직이면 두 개의 란키롤링에 의해 빛의 간섭현상으로 주기적 명암을 나타내는 줄무늬(fringe)가 얻어진다. 얻어진 줄무늬는 포토튜브를 통해 전기적인 파형으로 나타내게 되고 실험장치의 배열에 의하여 반사경의 회전각으로 환산되어 시편의 변위가 계산된다. 헬름홀츠 코일로 입력되는 전류와 포토튜브에서 얻어진 출력신호를 차트레코더(strip chart recorder)로 기록한다.

3.2 실험 장치 제작

레이저와 헬름홀츠 코일 그리고 포토튜브를 고정하는 프레임은 자기장에 영향을 주지 않기 위해 $\phi 13\text{mm}$ 의 알루미늄 봉으로 제작하였다. 레이저는 AEROTECH사의 5mW 헬륨-네온 레이저 LSR 2R을 사용하였다. 포토튜브는 튜브길이 28 mm인 Hamamatsu사의 C1556-01을 사용하며 이에 필요한 -1500volt의 고전압 직류를 얻기위해 동사의 HTV C448 직류 전원 공급기를 사용하였다. 그 외에 포토튜브에 부수적으로 필요한 직류 전원을 얻기위해 Hewlett Pac.사 623B 직류 전원 공급기를 사용하였다. 디지털 오실로스코프는 20 MHz의 Tektronics Tek2221을, 차트레코더는 입출력 단자가 각각 한 개씩 있는 2채널의 NEC San-ei사 8 K29스트립 차트레코더를 사용하였다. 전류를 증폭하기 위한 증폭기로서 KEPCO사의 프로그래머블 2극 전류/전압 증폭기 BOP 50-4M을 사용하여 최대 직류전압 $\pm 50\text{volt}$ 와 최대전류 $\pm 4\text{Amp}$ 의 항전

류/전압 공급기(current/voltage source)로 이용하였다. 따라서 헬름홀츠 코일의 저항이나 피이드백 저항에 관계없이 일정한 전류를 얻을 수 있다. 영구자석은 단위 체적당 쌍극자 모멘트의 값이 매우 우수한 samarium-cobalt계의 자석을 사용하였다. 시편이 외부로부터 받은 진동을 배제하기 위하여 조화전기전선(주)의 무진동테이블(vibration isolation table)을 사용하였다.

3.3 계의 보정(Calibration)

비틀림 실험이나 굽힘실험을 하는데 사용되는 토크나 굽힘 모멘트를 구하기 위한 기본실험으로 시편을 부착하기 위한 어댑터와 영구자석에 대해 계(system)를 구성하고 이를 Fig. 4와 같이 1자유도로 모델링한다.

주파수 발생기에서 나오는 정현파를 이용하여 비틀림 실험으로부터 계의 공진주파수 ν_{res} 를 실험적으로 구하였다. 실험에 쓰이는 비틀림 막대(torsional bar)는 점탄성 특성이 배제될 수 있는 물질이어야 한다. 계의 공진 주파수를 측정하는 본 실험에서는 구리선을 사용하였다.

Kramers-Kronig의 관계식에 의하면 점탄성에 의한 에너지 소산(energy dissipation)은 구리를 재료로 한 시편에서 무시할 수 있어 공진주파수로부터 구한 토크-각변위의 관계식은 본 연구의 정적, 동적실험 모두에 사용될 수 있다. 따라서 헬름홀츠 코일로 입력되는 전기적 신호의 종류와 주파수에 따라 크리프(creep)실험, 공진 실험, 등부하율(constant-load-rate) 실험 등 여러종류의 실험을 행할 수 있다.

3.4 토크의 측정

측정된 공진주파수, 정적변위, 그리고 극관성 모

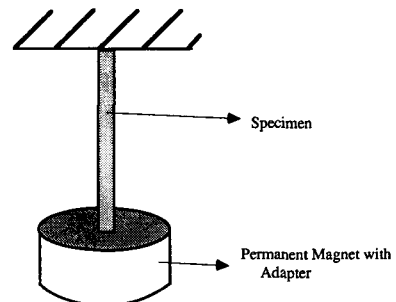


Fig. 4 System modelling

멘트로부터 다음의 토크-각변위식을 이용하여 토크를 계산할 수 있다.⁽²⁰⁾

$$\tau = (2\pi v_{res})^2 I A i \quad (19)$$

v_{res} : 공진주파수

i : 전류

A : 정적 변위 측정시 전류에 대한 각변위의 기울기

I : 극관성 모멘트

3.5 센서의 감도와 각변위의 측정

실험장치의 구성 배열로부터 센서의 감도(fringe sensitivity)가 결정된다. 반사경과 두번째 란키롤링 까지의 거리를 R 이라 하고 란키롤링의 격자 간격(slit spacing)을 d 라 하면 센서의 감도 K 는

$$K = d/2R \quad (20)$$

이 된다.

실험에 사용된 란키롤링은 300 lines/inch이므로 그 역수로써 격자의 간격이 결정되고 이로부터 구한 K 값은 10^{-5} 의 정도(precision)를 갖는다. 차트 레코더에 기록된 줄무늬의 수 N 은 다시 5/100이상까지 분석 가능하므로 시편의 회전 각변위의 해상도(resolution)는 10^{-6} 정도까지 가능하다. 이상과 같은 정도를 유지하기 위하여 레이저와 포토튜브 그리고 시편이 설치된 전체 프레임을 무진동 테이블(vibration-isolation table) 위에 설치한다. 각 변위 Δ 는 센서의 감도와 측정된 줄무늬수의 곱으로 구할 수 있다. 이를 식으로 나타내면 식(21)과 같다.

$$\Delta = KN \quad (21)$$

3.6 강성과 탄성계수의 측정

토크(τ)와 각변위(Δ)로부터 비틀림강성 J_t 또는 굽힘강성 J_b 는

$$J_t \text{ (또는 } J_b) = \tau L / \Delta \quad (22)$$

가 된다. 이때 L 은 시편의 길이가 된다.

굽힘실험에서 시편과 어댑터 그리고 자석에 대한 자유 물체도는 Fig. 5(b)와 같다. 도시된 바와 같이 시편은 어댑터와 영구자석의 무게에 의한 굽힘 모멘트(bending moment)도 받게 된다. 따라서 굽힘 실험에서는 굽힘 강성 J_b 를 보정해 주어야 한다.

차트 레코더에 기록되어 나타난 토크를 τ' 이라 하면 τ' 은 헬름홀츠 코일과 영구자석에 의해 시편에 가해진 토크 τ 와 Fig. 5(b)와 같이 어댑터와 영구자석의 무게에 의한 토크의 벡터 합으로 나타난다. 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\tau' = \tau + mgX_c \alpha \quad (23)$$

여기에서 m 은 자석과 어댑터의 질량을 의미하고 X_c 는 시편 끝으로부터 이들 질량의 무게중심까지의 거리를 의미하며 α 는 회전각을 나타낸다. 이로부터 보정된 굽힘강성 J'_b 을 구하면 식(24)와 같이 나타난다.

$$J'_b = J_b [1 + mg(X_c/L)L^2] \quad (24)$$

측정된 강성으로부터 단면이 직사각형인 재료의 영률(Young's modulus)과 전단 탄성계수(shear modulus)를 구하는 식은 다음과 같다.

$$E = 12J'_b / ab^3 \quad (25)$$

$$G = 12J_t / ab(a^2 + b^2) \quad (26)$$

3.7 실험장치의 타당성 검토

개발된 실험장치의 타당성을 검토하기 위하여 굽힘과 비틀림 실험을 하여 영률과 전단탄성계수를 측정하고 그 결과를 만능시험기의 결과와 비교하여 보았다. 재료로는 플라스틱의 한 종류인 PMMA(polymethyl methacrylate)를 사용하였다. 만능시험기로는 로드 콘트롤(load-control)과 스트레인 콘트롤(strain-control, elongation control) 모두가 가능한 2축 피로시험기 MTS를 사용하였다. 만능시험기의 실험조건은 개발실험장치와 동일하게 맞추었다. 개발실험장치의 입력전류는 0.1Hz의 정현파로써 이에 의한 시편의 거동은 스트레인 콘트

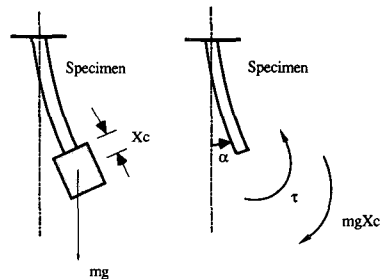


Fig. 5 (a) Deformation of the specimen in bending (b) Free body diagram of deformation of the specimen in bending

Table 1 Material property measurements of PMMA

	Developped experimental set	MTS	Reference ⁽²¹⁾
Young's Modulus	2.8 GPa	2.9 GPa	2.9~3.2 Gpa
Shear Modulus	1.02 GPa	1.10 Gpa	1.1 Gpa

률의 효과를 나타내게 된다. 따라서 MTS도 이와 같은 조건을 맞추기 위하여 측정하고자 하는 변형률(strain)의 범위를 개발실험장치와 동일하게 결정한 후 10초간에 걸쳐 같은 변형률에 이르도록 조작하였다. 개발실험장치와 MTS의 PMMA에 대한 실험결과와 비교가 Table 1에 나타나 있다. 시편을 채취한 모재의 위치가 각각 다른점을 고려하면 실험결과는 일치함을 알 수 있다.

3.8 재료와 실험

실험의 재료로 쓰인 균일한 등방성물질(homogeneous isotropic material)로 폴리우레탄 폼(closed-cell polyurethane foam, Table 2 참조)을 사용하였다.

먼저 가공여유를 고려하여 시편을 적당하게 잘라낸 후 소형선반을 이용하여 정사각형 단면의 막대로 가공한다. 선반은 소형부품 가공용으로 베드길이 300 mm인 EMCO사 Unimat 3를 사용하였다. 가공한 시편을 순간접착제(cyanoacrylate adhesive)를 이용하여 지지봉에 고정한 후 프레임에 장착한다. 헬름홀츠 코일과 란키롤링을 Fig. 3과 같은 방향으로 비틀림 실험을 행한 후 헬름홀츠 코일과 두개의 란키롤링을 90° 회전시켜 굽힘실험을 행한다. 이때 각 실험마다 반사경과 두번째 란키롤링 간의 거리 R을 측정하여 기록한다. 시편의 크기를 줄여가며 이와같은 과정을 반복한다. 헬름홀츠 코일로 입력되는 전류는 0.1 Hz의 정현파를 이용했으므로 시편 역시 정현파의 토크를 받는다. 오실로스코프에 나타난 입력전압과 출력 줄무늬를 기록한 차트 레코더의 기록이 Fig. 6에 나타나 있다.

시편은 점탄성 특성을 가진 재료이므로 등시성의 데이터(isochronal data)를 얻기 위해 토크를 가한 후 약 15초의 시간이 흐른 후 출력을 기록하였다. 시편은 부착효과(end effect)를 제거하기 위해 단면의 한변길이와 전체 시편길이의 비를 항상 1 : 10 정도로 유지하였다. 얻은 데이터를 이용하여 식

(22)로부터 강성을 구했다.

4. 결과 및 고찰

폴리우레탄 폼을 실험재료로 하여 실험한 결과는 Fig. 7,8과 같다.

시편의 치수변화에 따른 강성증가 효과를 그림으로 나타내기 위해 실험한 데이터로부터 구한 강성을 단면적으로 나눈 값을 y축에 나타내고 단면적을 x축에 나타내었다. 실험에서 구한 강성의 값들은 기존의 탄성론에서 예측하는 값들에 비해 전체적으로 약 20% 정도 높게 나타났다. 그 이유는 코세라 탄성론에 의해 구해진 강성 J'은 마이크로폴라 이론

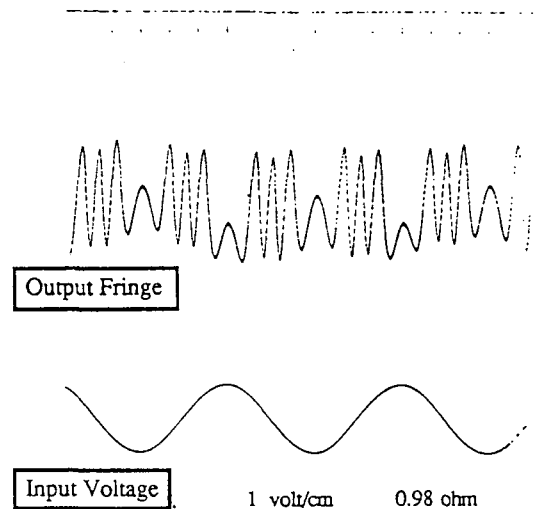


Fig. 6 Chart recorder recording of input voltage and outputfringes

Table 2 Specification of polyurethane foam

	Color	Density
Specimen #1	White	0.1112 g/cm ³
Specimen #2	Yellow	0.2450 g/cm ³

에 따른 거동으로 인하여 그 값이 증가하기 때문이다. 즉 재료를 이루는 내부 미세구조(microstructure)의 거동이 강성증가에 기여하기 때문이다. 그리고 증가량 20%는 이론적인 예측치와 일치함을 볼 수 있다.⁽¹³⁾ 실험에 사용된 폴리우레탄 시편의 구성입자 모양과 크기를 조사하기 위하여 전자현미경 사진을 촬영한 결과는 Fig. 9,10과 같다.

코세라 탄성론은 이론적으로는 크리스탈과 같이 결정이 직선으로 이루어진 격자모양을 가정하나⁽²⁰⁾ 폴리우레탄 시편은 그림에서 보는 바와 같이 구성입자가 구형이기 때문에 시편의 단면적이 작은 부근에선 코세라 현상이 뚜렷하게 나타나지 않고 있으며 이는 문헌^{(15),(21)}에서의와 동일한 현상으로 일관성이 있는 것으로 판단된다.

5. 결 론

코세라 탄성론으로부터 시편 크기에 따른 강성증가 효과와 특성길이의 범위를 알기 위해 개발한 실험장치를 이용한 실험 결과 다음과 같은 결론을 얻

었다.

(1) 재료의 미세 구조(micro-structure)에 따른 거동 해석을 위한 물질의 탄성계수 측정장치를 개



Fig. 9 Micrograph of Polyurethane Foam (density = 0.1112 g/cm³)

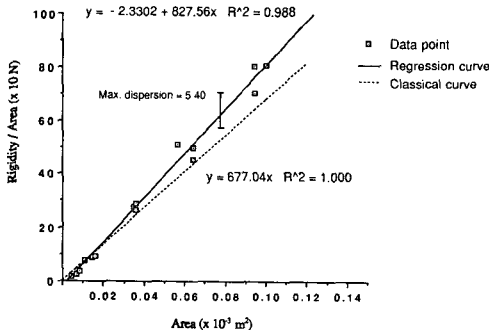


Fig. 7 Area-Rigidity diagram of Polyurethane Foam (density = 0.1112 g/cm³)

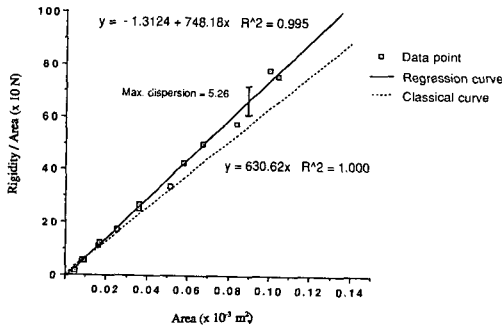


Fig. 8 Area-Rigidity diagram of Polyurethane Foam (density = 0.2450 g/cm³)

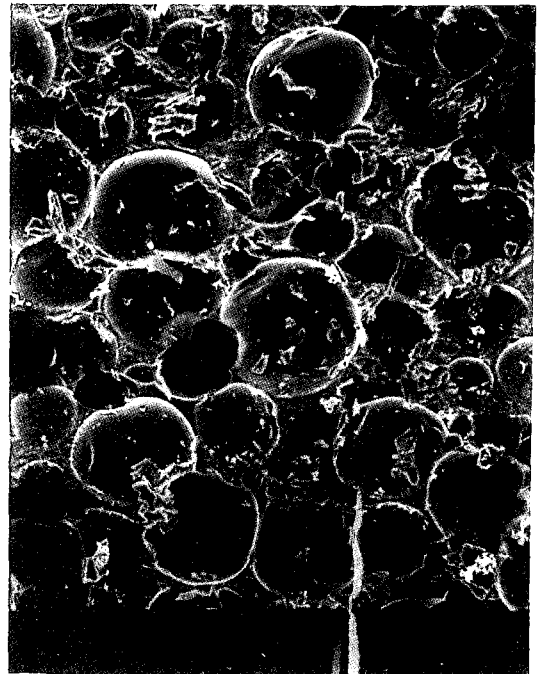


Fig. 10 Micrograph of Polyurethane Foam (density = 0.1112 g/cm³)

발하였으며 개발된 실험장치에 대하여 보정을 수행하고 MTS의 실험 결과와 비교하여 실험장치의 타당성을 확인하였다.

(2) 기공성 재료인 폴리우레탄 폼에 대하여 비틀림 강성을 측정하고 코세라 탄성론에 따른 강성증가효과가 나타남을 확인하였다. 측정된 강성 증가량은 해석해⁽¹³⁾에 따른 20%의 증가량과 일치하였다.

후 기

이 논문은 1990~1991년 교육부지원 한국학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

- (1) Eringen, A.C., 1968, "Theory of Micropolar Elasticity," Fracture (Edited by H. Liebowitz), Academic Press, New York, Vol. 2, pp. 62~729.
- (2) Thomson, W. and Tait, P.G., 1867, "Treatise on Natural Philosophy," 1st ed., Oxford University Press, London.
- (3) Cosserat, E. and F., 1909, "Treatise des Corps Deformables," A. Hermann et Fils, Paris.
- (4) Mindlin, R.D., 1964, "Stress Function for a Cosserat Continuum," Int. J. Solids and Structures, Vol. 1, pp. 265~271.
- (5) Cowin, S.C., 1970, "Stress Function for a Cosserat Continuum," Int. J. Solids and Structures, Vol. 6, pp. 389~398.
- (6) Neuber, H., 1965, "On the General Solution of Linear Elastic Problems in Isotropic and Anisotropic Cosserat Continua," Proceedings of 11th International Congress of Applied Mechanics, Springer-Verlag, pp. 153~158.
- (7) Mindlin, R.D., 1964, "Micro-Structure in Linear Elasticity," Archive for Rational Mechanics and Analysis, Vol. 16, pp. 51~78.
- (8) Green, A.E. and Rivlin, R.S., 1964, "Multipolar Continuum Mechanics," Archive for Rational Mechanics and Analysis, Vol. 17, pp. 113~147.
- (9) Swenson, L.W., Schurman, D.L. and Piziali, R. L., 1979, "A lattice theory for a continuum representation of cancellous bone," Trans. 24th ORS Annual Meeting, Dallas.
- (10) Lakes, R.S., 1980, "Compact Bone as a Cosserat Solid: Asymptotic model," Trans. 26th ORS Annual Meeting, Atlanta.
- (11) Yang, J.F.C. and Lakes, R.S., 1980, "Effect of couple stresses in compact bone Transient experiments," Advances in Bioengineering (Edited by Mow, V.C.), Am. Soc. Mech. Engrs., pp. 65~67.
- (12) Yang, J.F.C. and Lakes, R.S., 1981, "Transient study of couple stress effects in human compact bone: torsion," J. Biomech. Engng, Vol. 103, pp. 275~279.
- (13) Park, H.C. and Lakes, R.S., 1987, "Torsion of a Micropolar Elastic Prism of Square Cross Section," Int. J. Solids and Structures, Vol. 23, No. 4, pp. 485~503.
- (14) Krishna Reddy, G.V. and Venkatasubramanian, N.K., 1978, "On the Flexural Rigidity of a Micropolar Elastic Circular Cylinder," J. Applied Mechanics, Vol. 45, pp. 429~431.
- (15) Gauthier, R.D. and Jahsman, W.E., 1975, "A Quest for Micropolar Elastic Constants," J. Applied Mechanics, Vol. 42, pp. 369~374.
- (16) Iesan, D., 1971, "Torsion of Micropolar Elastic Beams," Int. J. Engng. Sci., Vol. 9, pp. 1047~1060.
- (17) Sokolnikoff, I.S., 1956, Mathematical Theory of Elasticity, 2nd ed., McGraw Hill, New York.
- (18) Halliday, D. and Resnick, R., 1981, Fundamentals of Physics, Wiley, New York.
- (19) Markus Zahn, 1979, Electromagnetic Field Theory, John Wiley & Sons, pp. 329~331.
- (20) Lakes, R.S., 1985, "Experimental Microelasticity of Two Porous Solids," Int. J. Solids Structures, Vol. 22, pp. 55~62.
- (21) Berglund, K., 1981, "Structural Models of Micropolar Media," Mechanics of Micropolar Media (edited by O. Brulin and R.K.T. Hsieh), World Scientific, Singapore, pp. 35~86.
- (22) International Plastics Handbook, Hanser Publishers, 1983, p. 199.