

〈論 文〉

경계요소법에 의한 이방성 이중재 접합계면 균열의 응력확대계수 해석

조상봉* · 권재도** · 변성주*** · 김태규****

(1992년 7월 23일 접수)

Analysis of Stress Intensity Factors for An Interface Crack in Anisotropic Dissimilar Materials by Boundary Element Method

S.B. Cho, J.D. Kwon, S.J. Bun and T.G. Kim

Key Words : Boundary Element Method(경계요소법), Interface Crack(접합계면 균열), Anisotropic Dissimilar Materials(이방성 이중재), Stress Intensity Factor(응력확대계수)

Abstract

Up to now, most studies are on interface crack problems in isotropic-isotropic dissimilar materials, but it seems to be not so much on anisotropic dissimilar materials. In this study, the stress intensity factors for an interface crack in anisotropic dissimilar materials are analysed using author's proposed extrapolation method by BEM and we have done a parametric study about material properties or shapes of crack affecting to the stress intensity factors. However, as there are not other's comparable numerical results on these anisotropic dissimilar materials to the best of author's knowledge, the reliability of the present results was proved by following two methods. The first is considering the asymptotic characteristic about stress intensity factors for an interface crack in anisotropic materials when the anisotropic material approaches to the isotropic material. The second is considering the discontinuity of stress intensity factors between of a crack in an identical homogeneous anisotropic material and an interface crack in anisotropic dissimilar materials.

1. 서 론

최근 세라믹, 복합재료와 같은 신소재 등이 구조물의 고강도, 경량화를 목적으로 사용되고 있으며, 세라믹-금속, 수지-복합재료, 복합재료-금속과 같

은 이중접합재료가 여러분야에서 사용이 늘어나고 있는 추세다. 이에 따라 접합기술의 발전과 접합구조물의 응력해석이 중요하게 대두되었다. 그런데 이방성 이중재의 접합계면에서는 대개 응력의 특이성이 존재하므로 접합계면에서 균열이 발생하는 원인이 되고 접합계면에서 주로 파괴가 일어나게 된다. 따라서 이중재 접합계면균열에 대한 연구가 활발해 지고 있고, 특히 등방성 이중재 접합계면 균열문제(Fig. 1(a))에 대한 연구결과는 많이 발표되어 진 바 있다.⁽¹⁻⁸⁾ 그런데, Fig. 1의 (b)~(f)와

*정회원, 경남대학교 기계설계학과

**정회원, 영남대학교 기계설계학과

*** (주) 대원

****정회원, 영남대학교 대학원

같은 이방성 재료와 접합된 경우의 접합계면 균열 문제는 몇몇 연구자들에 의해 연구되어 진 바 있으나^(9,10) 연구결과가 그다지 많지 않은 것으로 생각되어 진다. 그리고, 이방성 이종재 접합계면 균열 문제에 대한 연구로서 수치해석결과는 저자들이 아는 바에 의하면 아직 거의 없는 실정이며 실험에 의한 연구결과 또한 실험상의 여러가지 어려움 때문에 더욱 그러하다.

이러한 배경에서 Suo⁽¹¹⁾가 정의한 이방성 이종재 접합 계면균열에 대한 응력확대계수를 경계요소법 등을 이용하여 수치해석적으로 결정하는 방법을 제안하고, 몇 가지 간단한 모델에 대하여 해석한 바 있다.^(12,13) 본 논문에서는 제안한 이방성 이종재 접합계면균열의 응력확대계수 해석법으로 응력확대계수에 영향을 미칠 수 있는 파라미터 즉, 재료의 물성치 및 균열의 형태 등을 바꾸어 저자중 한 사람이 개발한 복합재료에 대한 경계요소법(BEM) 프로그램^(14,15)을 이용하여 응력확대계수를 계산하고 여러 데이터를 제시하면서 해석 결과의 타당성에 대한 고찰을 하고자 한다. 이방성 접합계면균열에 대한 응력확대계수의 결과들이 믿을 만한지의 여부를 확인할 수 있는 비교 자료가 없으므로 등방성으로 접근시켜 봄으로서 등방성 재료내 균열의 결과와 같아짐을 확인하고 본 논문의 결과들이 신뢰성이 있음을 검토하고자 한다. 또한, 이방성 재료내의 균열에 대한 응력확대계수의 결과가 이방성 접합계면균열로 해석한 응력확대계수와는 불연속성이 나타나지만 하나의 환산식에 의하여 상호관계가 있음을 제시하고 이 관계를 이용하여, 본 논

문의 해석결과의 타당성을 이방성 재료내의 균열에 대한 Gandhi⁽¹⁶⁾의 결과와 비교 검토하여 확인하고자 한다.

2. 기초이론

2.1 일반적인 이방성 재료접합계면의 응력과 변위

일반적인 균질 이방성 재료에 대한 응력과 변형율과의 관계 즉, 구성법칙은 다음과 같다.

$$\epsilon_i = \sum_{j=1}^6 a_{ij} \sigma_j, \quad \sigma_i = \sum_{j=1}^6 c_{ij} \epsilon_j \quad (1)$$

여기서

$$\{\epsilon_i\} = [\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, 2\epsilon_{23}, 2\epsilon_{31}, 2\epsilon_{12}]^T$$

$$\{\sigma_i\} = [\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{31}, \sigma_{12}]^T$$

이며, a_{ij} 와 c_{ij} 는 재료의 물성치로 구성되는 재료상수이다.

2차원 문제에서 탄성응력장 및 변위장은 세 복소함수 $\phi_1(z_1), \phi_2(z_2), \phi_3(z_3)$ 로써 변위 u , 응력 σ 는 다음과 같이 표현되어 질 수 있다.⁽¹⁷⁾

$$u_i = 2Re[\sum_{j=1}^3 A_{ij} \phi_j(z_j)] \quad (2)$$

$$\sigma_{1i} = -2Re[\sum_{j=1}^3 L_{ij} S_j \phi'_j(z_j)] \quad (3)$$

$$\sigma_{2i} = 2Re[\sum_{j=1}^3 L_{ij} \phi'_j(z_j)] \quad (4)$$

, (i=1, 2, 3)

여기서,

$$z_j = x + S_j y, \quad (j=1, 2, 3)$$

이고, S_j 는 다음의 6계 특성방정식의 근이다.⁽¹⁷⁾

$$l_2(S) l_4(S) - [l_3(S)]^2 = 0 \quad (5)$$

여기서,

$$l_2(S) = a_{55} S^2 - 2a_{45} S + a_{44},$$

$$l_4(S) = a_{11} S^4 - 2a_{16} S^3 + (2a_{12} + a_{66}) S^2 - 2a_{26} S + a_{22},$$

$$l_3(S) = a_{15} S^3 - (a_{14} + a_{56}) S^2 + (a_{25} + a_{46}) S - a_{24}.$$

식(5)의 계수들은 식(1)에서 정의되는 탄성계수들이며, 근 S_j 로서 이루어지는 행렬 A, L 는 다음과 같다.

$$L = \begin{bmatrix} -S_1 & -S_2 & -S_3 \eta_3 \\ 1 & 1 & \eta_3 \\ -\eta_1 & -\eta_2 & -1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

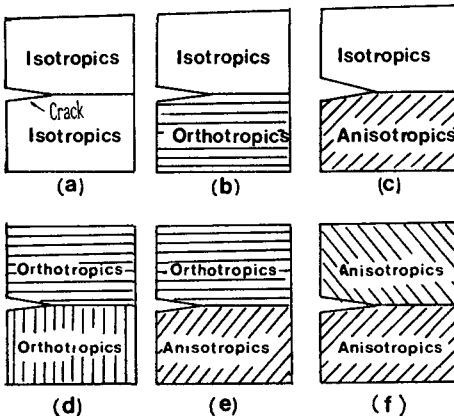


Fig. 1 Material type of interface cracks in dissimilar materials

그리고,

$$\begin{aligned}
 A_{1h} &= a_{11}S_h^2 + a_{12} - a_{16}S_h + \eta_h(a_{15}S_h - a_{14}) \\
 A_{2h} &= a_{21}S_h + a_{22}/S_h - a_{26} + \eta_h(a_{25} - a_{24}/S_h) \\
 A_{3h} &= a_{41}S_h + a_{42}/S_h - a_{46} + \eta_h(a_{45} - a_{44}/S_h), \\
 &\quad (h=1, 2) \\
 A_{13} &= \eta_3(a_{11}S_3^2 + a_{12} - a_{16}S_3) + a_{15}S_3 - a_{14} \\
 A_{23} &= \eta_3(a_{21}S_3 + a_{22}/S_3 - a_{26}) + a_{25} - a_{24}/S_3 \\
 A_{33} &= \eta_3(a_{41}S_3 + a_{42}/S_3 - a_{46}) + a_{45} - a_{44}/S_3
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

여기서,

$$\eta_h = -\frac{l_3(S_h)}{l_2(\eta_h)}, \quad (h=1, 2), \quad \eta_3 = -\frac{l_3(S_3)}{l_4(\eta_3)}$$

이다.

2.2 이방성 이종재 집합계면 균열에 대한 응력장과 변위장

Fig. 2와 같은 반무한판의 경우 이방성 이종재료 사이의 집합계면에 있는 균열에서 $y=0$, x 축 상의 표면력이 0인 조건을 사용하여 Suo⁽¹¹⁾는 집합계면 균열선단 근방의 응력장과 변위장을 구하였고, Suo의 결과식에서 r 대신 무차원화 시킨 r/l 로 표현하면 다음과 같이 된다.

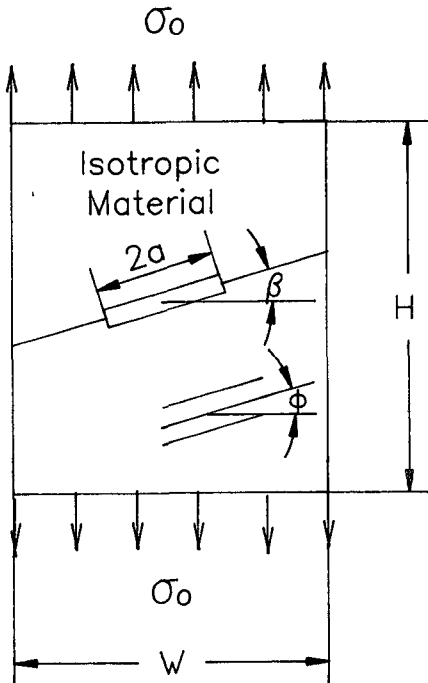


Fig. 2 An inclined interface center-crack in the finite isotropic-anisotropic dissimilar plate under uniform tension

$$\sigma(r) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} [KW(r/l)^{i\epsilon} + \bar{K}\bar{W}(r/l)^{-i\epsilon} + 2K_3W_0] \tag{8}$$

$$\delta(r) = 2\sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\frac{\cosh\pi\epsilon}{1+2i\epsilon} KV(r/l)^{i\epsilon} + \frac{\cosh\pi\epsilon}{1-2i\epsilon} \bar{K}\bar{V}(r/l)^{-i\epsilon} + 2K_3V_0 \right] \tag{9}$$

여기서,

$$\delta_j(r) = u_j(r, \pi) - u_j(r, -\pi) \quad (j=x, y)$$

이고, 그리고 $K=K_1+iK_2$ 이며, l 는 임의의 길이를 취할 수 있으나 본 논문에서는 $2a$ 로 하였다. 또, W, W_0 는 고유벡터이며 ϵ 은 다음의 고유치 문제로부터 결정되는 bimaterial constant number이다.

$$H^{-1} V = e^{2\pi\epsilon} \bar{H}^{-1} V \tag{10}$$

또, V 와 V_0 는 다음에 의해 정규화(normalize)된 고유벡터가 된다.

$$(H^{-1} + \bar{H}^{-1}) V = [-i, *, *]^T = W \tag{11}$$

$$(H^{-1} + \bar{H}^{-1}) V_0 = [*, *, 1]^T = W_0 \tag{12}$$

여기서, *는 식(10)에 의해 결정되는 고유벡터의 성분을 나타내며 두 보조 벡터 W 와 W_0 는 편의상 도입되었다. 면내 2차원 문제는 $V_0=W_0=0$ 가 되고, $(\bar{\quad})$ 는 복소수의 공액을 의미한다. 식(10)의 행렬 H 는 항상 양(+)인 Hermitian 행렬이

$$H = B_I + \bar{B}_{II} \tag{13}$$

이 되고, 여기서 행렬 B 는

$$B = iAL^{-1} \tag{14}$$

로 Hermitian 행렬이다.

2.3 면내문제의 이방성 이종재 집합계면 균열에 대한 고유벡터 V와 W

일반적으로 이방성재료에 대해 응력과 변위장은 식(2), (3), (4)에서 $\phi_3(z_3)$ 를 뺀 두 복소함수 $\phi_1(z_1), \phi_2(z_2)$ 에 의해 표현되어 질 수 있다. 식(6)에서 $\eta_1=\eta_2=0$ 일 때 A, L, B 의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 B &= iAL^{-1} \\
 &= \begin{bmatrix} a_{11}I_m(S_1 + S_2) & -i(S_1S_2a_{11} - a_{12}) \\ i(\bar{S}_1\bar{S}_2a_{11} - a_{12}) & -a_{22}I_m(S_1^{-1} + S_2^{-1}) \end{bmatrix} \tag{15}
 \end{aligned}$$

여기서 S_1, S_2 는 다음 특성방정식의 근이다.

$$a_{11}S^4 - 2a_{16}S^3 + (2a_{12} + a_{66})S^2$$

$$-2a_{26}S + a_{22} = 0 \tag{16}$$

여기서,

$$S_1 = \alpha_1 + i\xi_1, S_2 = \alpha_2 + i\xi_2, \bar{S}_3 = S_1, \bar{S}_4 = S_2$$

이다.

두 이방성 재료에 대하여 식(13)의 행렬 H 를 표현하면 다음과 같다.

$$H = B_I + \bar{B}_{II} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} - i\xi\sqrt{H_{11}H_{22}} \\ H_{12} + i\xi\sqrt{H_{11}H_{22}} & H_{22} \end{bmatrix} \tag{17}$$

여기서,

$$H_{11} = [a_{11}(\xi_1 + \xi_2)]_I + [a_{11}(\xi_1 + \xi_2)]_{II}$$

$$H_{22} = \left[a_{22} \left(\frac{\xi_1}{\alpha_1^2 + \xi_1^2} + \frac{\xi_2}{\alpha_2^2 + \xi_2^2} \right) \right]_I$$

$$+ \left[a_{22} \left(\frac{\xi_1}{\alpha_1^2 + \xi_1^2} + \frac{\xi_2}{\alpha_2^2 + \xi_2^2} \right) \right]_{II}$$

$$H_{12} = [a_{11}(\alpha_1\xi_2 - \alpha_2\xi_1)]_I + [a_{11}(\alpha_1\xi_2 + \alpha_2\xi_1)]_{II}$$

$$\xi\sqrt{H_{11}H_{22}} = [a_{11}(\alpha_1\alpha_2 - \xi_1\xi_2) - a_{12}]_I - [a_{11}(\alpha_1\alpha_2 - \xi_1\xi_2) - a_{12}]_{II}$$

이다.

식(10)에 식(17)을 대입하면 bimaterial constant를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\epsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1-\beta}{1+\beta} \tag{18}$$

여기서,

$$\beta = \xi \frac{\sqrt{H_{11}H_{22}}}{\sqrt{H_{11}H_{22} - H_{12}^2}}$$

이다.

일반적인 이방성 재료의 면내 접합계면 균열문제에서 식(11)의 W 를 구하면 다음과 같다. ^(12,13)

$$W = \begin{bmatrix} -i \\ (\sqrt{H_{11}H_{22} - H_{12}^2}/H_{22}) - i(H_{12}/H_{22}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i \\ W_1 - iW_2 \end{bmatrix} \tag{19}$$

식(19)를 식(11)에 대입하면 고유벡터 V 는

$$V = d \begin{bmatrix} \frac{H_{12}}{H_{22}} - i \frac{(H_{11}H_{22} + H_{12}^2)}{(H_{22}\sqrt{H_{11}H_{22} - H_{12}^2})} \\ 1 - i \frac{2H_{12}}{\sqrt{H_{11}H_{22} - H_{12}^2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 - iP_1 \\ G_2 - iP_2 \end{bmatrix} \tag{20}$$

이 되고, 여기서,

$d = \{H_{11}H_{22}(1 - \zeta^2) - H_{12}^2\} / 2\sqrt{H_{11}H_{22} - H_{12}^2}$ 를 나타낸다. 따라서, 면내문제에 대한 에너지 해방률 G 는

$$G = \frac{1}{4} \bar{W}^{-T} V |K|^2 = \frac{1}{4} |K|^2 \frac{(H_{11}H_{22} + H_{12}^2)(H_{11}H_{22} - H_{12}^2 \cosh^2 \pi \epsilon)}{H_{22} \cosh^2 \pi \epsilon (H_{11}H_{22} - H_{12}^2)} \tag{21}$$

로 구하여진다. 여기서, 만약 직교이방성 문제로 되면, 즉 $H_{12} = 0$ 이므로

$$G = \frac{H_{11}}{4 \cosh^2 \pi \epsilon} |K|^2 \tag{22}$$

로 표현되며 Suo⁽¹¹⁾의 결과와 일치한다.

2.4 이방성 이중재 계면균열의 응력확대계수 결정을 위한 외삽식

면내문제에서, 이방성 이중재 계면균열 선단으로부터 얼마간 떨어진 점에 있어서의 응력과 변위의 결과를 이용하여 식(8)과 (9)에서 정의된 응력확대계수를 다음의 응력 및 변위 외삽식으로 결정하는 방법을 제안한 바 있다. ^(12,13)

응력외삽식은 다음과 같다.

$$K_I = \sqrt{K_1^2 + K_2^2} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \frac{\sqrt{(W_1^2 + W_2^2) \sigma_{xy}^2 + \sigma_{yy}^2 - 2W_2 \sigma_{xy} \sigma_{yy}}}{W_1} \tag{23}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{A - C(\sigma_{xy}/\sigma_{yy})}{D(\sigma_{xy}/\sigma_{yy}) - B} \tag{24}$$

여기서,

$$A = \sin \theta, B = \cos \theta, C = (W_1 \cos \theta + W_2 \sin \theta), D = (W_2 \cos \theta - W_1 \sin \theta), \theta = \epsilon \ln(r/l)$$

이고, W_1 과 W_2 는 식(19)에서 정의된 값이다.

식(9)의 상대변위를 K_1, K_2 로 표현하면 σ_x, σ_y 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta_x &= d_1 K_1 + t_1 K_2 \\ \delta_y &= d_1 K_1 + t_2 K_2 \end{aligned} \tag{25}$$

여기서,

$$\begin{aligned} d_k &= G_k (\cos \theta + 2\epsilon \sin \theta) + P_k (\sin \theta - 2\epsilon \cos \theta) \\ t_k &= G_k (2\epsilon \cos \theta - \sin \theta) + P_k (\cos \theta + 2\epsilon \sin \theta), \\ &(k=1, 2) \end{aligned}$$

이고, G_k 와 P_k 는 식(20)에서 정의되어진 것이다. 그러므로 변위의삼식은 다음과 같다.

$$K_I = \sqrt{K_1^2 + K_2^2} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1 + 4\epsilon^2}{4 \cosh \pi \epsilon} \sqrt{\frac{2\pi}{r} \frac{\sqrt{(t_2 \delta_x - t_2 \delta_y)^2 + (d_1 \delta_y - d_2 \delta_x)^2}}{d_1 t_2 - t_1 d_2}} \quad (26)$$

또,

$$\frac{K_2}{K_1} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{d_2 - d_1 (\delta_y / \delta_x)}{t_1 (\delta_y / \delta_x) - t_2} \quad (27)$$

이방성 이중재 접합계면 균열에 대한 응력확대계수의 외삼식(23), (24), (26)과 (27)로부터 이방성재료가 직교이방성이 될 때 즉, $H_{12}=0$ 일 때 S_{u0} 의 결과와 일치하며 또 만일 등방성이 될 때엔 $H_{11}=H_{22}=0$ 에 의해 Yuuki와 Cho⁽¹⁸⁾의 표현과 일치하는 것을 확인한 바 있다.

3. 균질 이방성재료내 균열과 이방성 이중재 접합계면 균열의 응력확대계수 관계

이방성 이중재 계면균열의 문제에서 이방성 이중재가 동일한 이방성 재료로 접근할 때를 생각해 보면 결국은 균질 이방성재료내 균열문제에 도니다. 즉, 균질 이방성재료내 균열을 이방성 등중재 접합계면 균열로 보는 결과이다. 이 두 가지 경우의 응력확대계수 사이에는 같은 응력 및 변위장인데도 불구하고 응력확대계수의 정의가 다르기 때문에 불연속이 생기는 것을 Suo⁽¹¹⁾가 이미 지적한 바 있다.

면내문제에서 균질이방성 재료내의 균열에 대한 응력확대계수를 K_I, K_{II} 라 하면, 식(8), (9)로부터 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다. 완전한 이방성일 때

$$K_I = K_1 \frac{\sqrt{H_{11}H_{22} - H_{12}^2}}{H_{22}} + K_2 \frac{H_{12}}{H_{22}} \quad (28)$$

$$K_{II} = K_2$$

이 되고, 직교이방성일 경우는 즉, $H_{12}=0$ 이므로 다음과 같이 된다.

$$K_I = K_1 \sqrt{\frac{H_{11}}{H_{22}}} \quad (29)$$

$$K_{II} = K_1$$

그리고, 등방성일 경우는 다음 관계가 성립한다.

$$K_I = K_1$$

$$K_{II} = K_2. \quad (30)$$

4. 경계요소법(BEM)에 의한 이방성 이중재 접합계면 균열의 응력확대계수 해석 및 고찰

경계요소법에 의한 응력해석 결과를 이용하여 의 삼법으로 이방성 이중재 접합계면균열의 응력확대계수를 구하여 실험등에 이용될 수 있는 자료 마련과 동시에 이방성 이중재 접합계면 균열의 응력확대계수에 영향을 미칠 파라미터를 변화시켜 해석결과와 타당성을 검토하여 보았다. 본 논문에서 응력확대계수의 전 해석결과는 평면응력상태이며, 한 영역의 요소수를 55개내지 65개 정도의 2차요소로 분할하여 해석한 것이다.

4.1 이방성재료와 등방성재료간의 접합계면 균열문제에서 이방성재료가 등방성재료로 접근할 때 응력확대계수의 접근성 검토

이방성 이중재 접합계면 균열문제에 Fig. 2와 같은 영역 I 이 등방성재료이고 영역 II 가 이방성 재료로 접합된 경우에 균열각도 $\beta=45^\circ$ 인 중앙접합계면 균열이 있을 때, 영역 I 의 영율을 $E_I=7.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ 로, 영역 II 의 영율(E_{II}) $_{II}=7.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ 로 고정하여 두고, 영역 II 의 영율(E_{22}) $_{II}$ 을 변화시켜 영역 I 의 등방성재료에 가까워지도록 즉, (E_{22}/E_{11}) $_{II}=0.3$ 혹은 0.5에서 1.0으로 접근시킬 때 응력확대계수의 접근성을 검토하고자 한다. 또한, 동시에 판폭 W 에 대한 균열 길이의 비 $2a/W$ 를 0.1에서 0.7까지 변화시키고, 영역 II 의 이방성 재료의 섬유방향 $\phi_{II}=0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 로 하였을 때 접합계면 균열의 무차원 응력확대계수 $F_I=K_I/\sigma_0\sqrt{\pi a}$ 와 $K_2/K_1=F_2/F_1$ 를 각각 Fig. 3, 4, 5, 6, 7에 도시하였다.

이방성재료와 등방성재료간의 접합계면 균열문제에서 이방성재료가 등방성재료로 접근하여 두 재료가 동일한 등방성재료로 될 경우에 접합계면 균열로 볼 때의 응력확대계수와 등방성재료 내 균열로 볼 때의 응력확대계수는 식(30)에서 볼 수 있듯이 같아짐을 알 수 있고, 따라서 접근성이 나타나야 함을 예측할 수 있다. Fig. 3, 4, 5, 6, 7의 결과에서

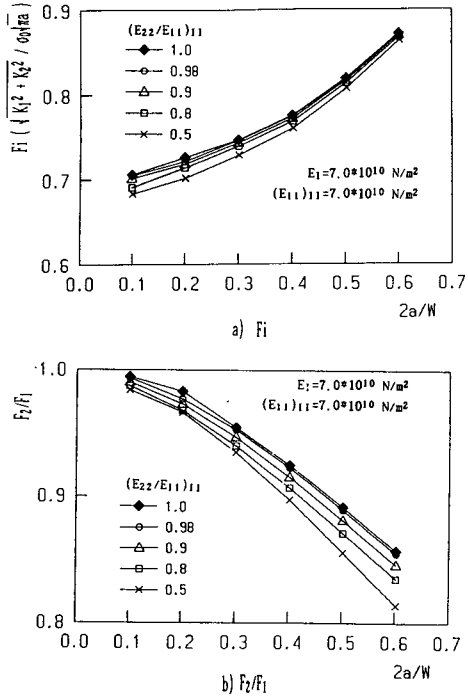


Fig. 3 Non-dimensional stress intensity factors F_i and F_2/F_1 (Region I: isotropic material, $\Phi_{II} = 0^\circ$, $\beta = 45^\circ$)

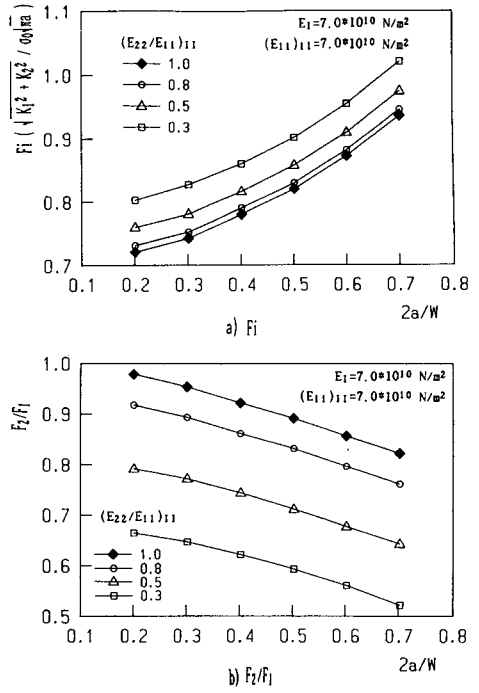


Fig. 5 Non-dimensional stress intensity factors F_i and F_2/F_1 (Region I: isotropic material, $\Phi_{II} = 45^\circ$, $\beta = 45^\circ$)

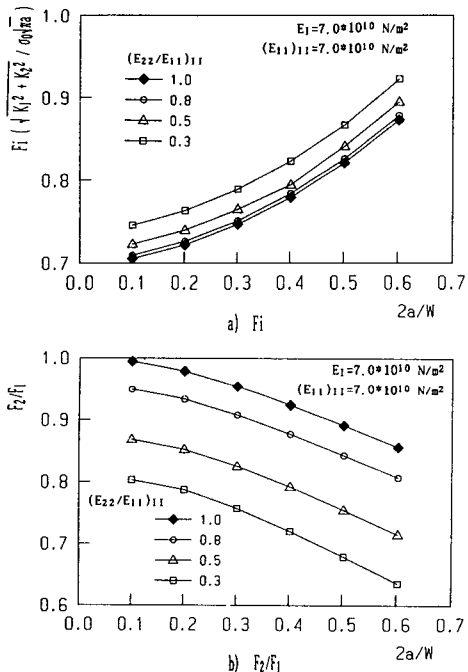


Fig. 4 Non-dimensional stress intensity factors F_i and F_2/F_1 (Region I: isotropic material, $\Phi_{II} = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$)

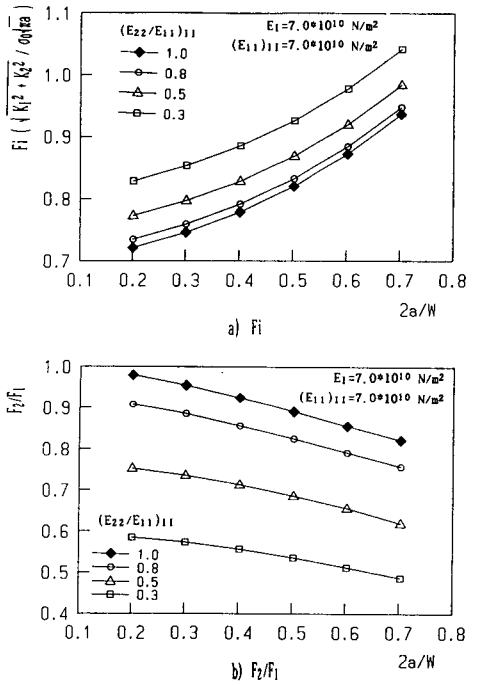


Fig. 6 Non-dimensional stress intensity factors F_i and F_2/F_1 (Region I: isotropic material, $\Phi_{II} = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$)

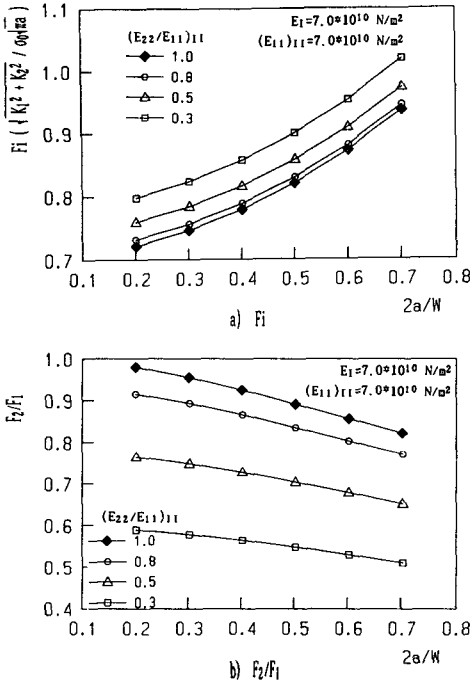


Fig. 7 Non-dimensional stress intensity factors F_I and F_2/F_1 (Region I: isotropic material, $\phi_{II} = 90^\circ$, $\beta = 45^\circ$)

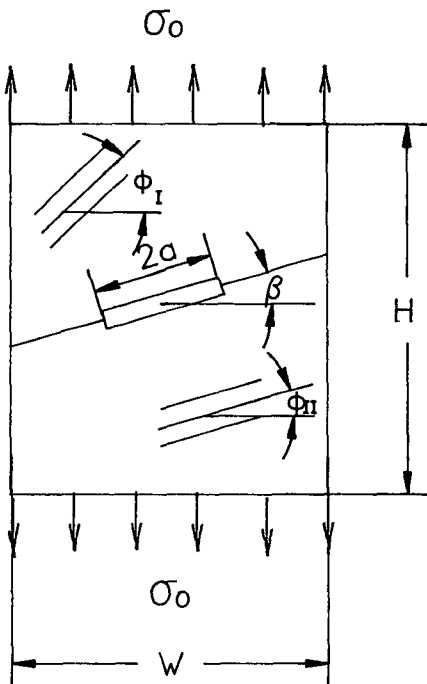


Fig. 8 An inclined interface center-crack in the finite anisotropic-anisotropic dissimilar plate under uniform tension

는 예측한 바와 같이 이방성재료와 등방성재료간의 접합계면 균열문제에서 이방성재료가 등방성재료로 접근할 때 응력확대계수의 점근성이 잘 나타나고 있음을 보여 주고 있다.

4.2 이방성 이종재 접합계면 균열문제에서 한 쪽의 이방성재료가 다른 한 쪽과 같은 이방성 재료로 접근할 때 응력확대계수의 검토

이방성재료간의 접합계면 균열문제에서 한 쪽의 이방성재료가 다른 한 쪽과 같은 이방성재료로 되었을 때, 접합계면 균열로서의 응력확대계수와 균질이방성 재료내 균열로서의 응력확대계수 사이에는 식(29), (30)에서 보는 바와 같이 불연속적임을 알 수 있다. 즉, 이방성재료간의 접합계면 균열문제에서 한 쪽의 이방성재료가 다른 한 쪽과 같은 이방성재료로 접근할 때, 접합계면 균열의 응력확대계수는 균질이방성 재료내 균열의 응력확대계수에 대한 점근성을 가지지 않음을 의미하고 있다.

Fig. 8의 이방성 이종재 접합계면 균열문제에 $H/W=3.0$, 판폭과 균열길이의 비 $2a/W$ 가 0.2에서 0.7로 변화시키면서, 균열각도 $\beta=0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 로 하고 두 영역의 재료물성치로 영률 $(E_{11})_{I=II}=7.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $(E_{22})_{I=II}=2.5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, 전단탄성계수 $(\mu_{12})_{I=II}=1.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, 푸아송 비 $(\nu_{12})_{I=II}=0.29$ 일 때 영역 I의 섬유 방향을 30° 로 고정하고 영역 II의 섬유 방향을 $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 로 하였을 때에 대한 무차원 응력확대계수 F_I 와 F_2/F_1 를 해석하였고 결과를 Fig. 9, 10, 11, 12에 도시하였다. 해석결과가 타당한 지를 비교해 볼 만한 자료가 없으므로 앞의 해석에서 균열각도 $\beta=30^\circ$, 영역 I과 영역 II에서 동일한 재료로 섬유방향이 30° 일 때와 같은 경우는 접합계면

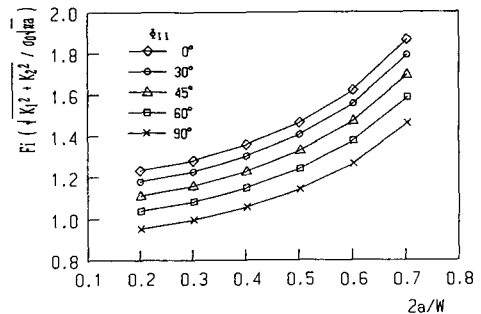
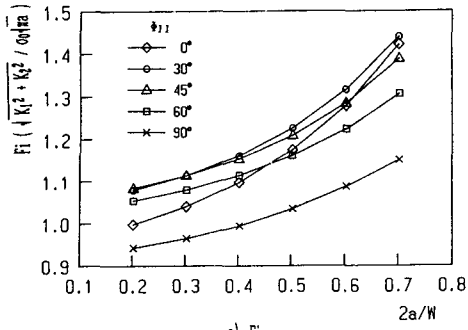
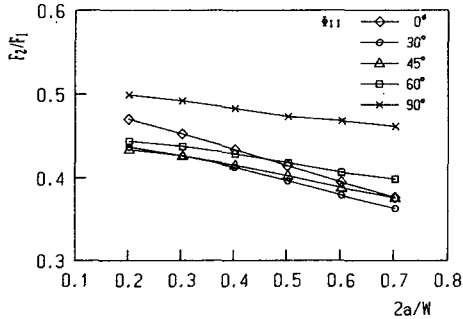


Fig. 9 Non-dimensional stress intensity factors, F_I and F_2/F_1 ($H/W=2.0$, $\beta=0^\circ$)

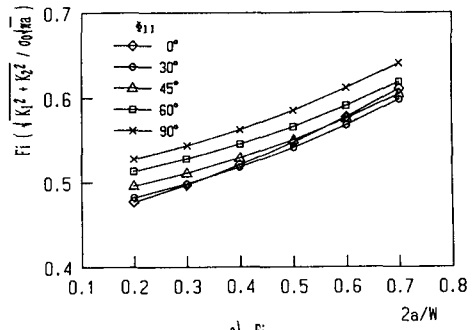


a) F_I

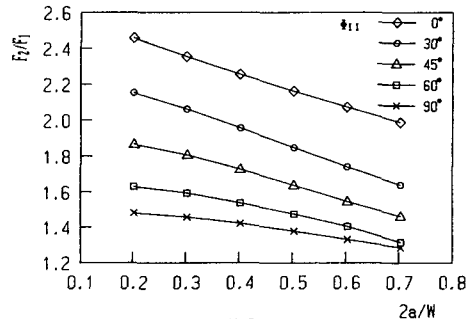


b) F_2/F_1

Fig. 10 Non-dimensional stress intensity factors, F_I and F_2/F_1 ($H/W=2.0$, $\beta=30^\circ$)

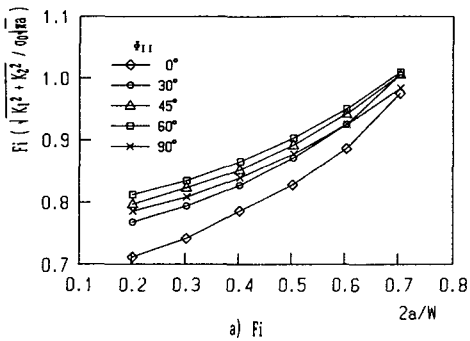


a) F_I

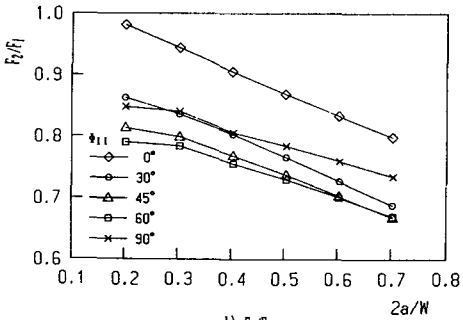


b) F_2/F_1

Fig. 12 Non-dimensional stress intensity factors, F_I and F_2/F_1 ($H/W=2.0$, $\beta=60^\circ$)



a) F_I



b) F_2/F_1

Fig. 11 Non-dimensional stress intensity factors, F_I and F_2/F_1 ($H/W=2.0$, $\beta=45^\circ$)

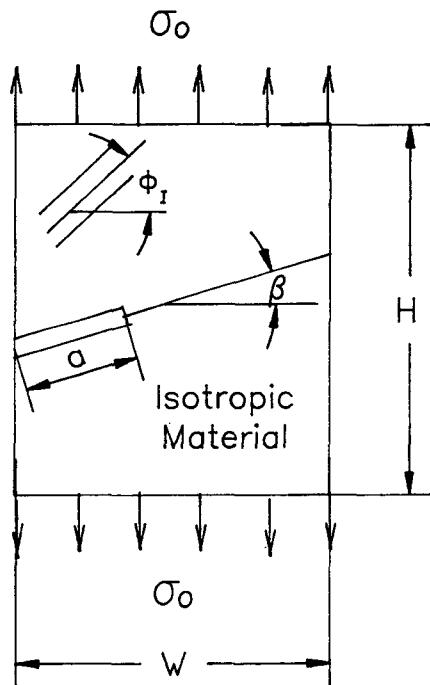


Fig. 13 An inclined interface edge-crack in the finite anisotropic-isotropic dissimilar plate under uniform tension

균열로서의 응력확대계수 균질 이방성 재료내 균열로서의 응력확대계수 사이에 식(29), (30)의 관계가 있어야 함을 이용하여 해석결과가 타당한 지를 검토하도록 하였다.

Fig. 8의 이방성 이종재 접합문제에서 양쪽재료가 같아진 즉, 균질이방성 재료내의 균열문제로 된 경우를 $H/W=2.0$, 판폭과 균열길이의 비 $2a/W=0.2$, 균열각도 $\beta=30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 로 하고 재료물성치로 영율 $E_{11}=7.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $E_{22}=2.5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, 전단탄성계수 $\mu_{12}=1.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, 포아슨 비 $\nu_{12}=0.29$ 일 때 섬유방향이 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ 로 변할 경우에 접합계면 균열로서의 무차원 응력확대계수 $F_I=K_I/\sigma_o\sqrt{\pi a}$ 와 $K_2/K_1=F_2/F_1$ 을 해석하고 식(29), (30)의 관계를 이용하여 $F_I=K_I/\sigma_o\sqrt{\pi a}$ 과 $F_{II}=K_{II}/\sigma_o\sqrt{\pi a}$ 를 환산하여 구한 결과와 이방성 재료내 균열로서의 무차원 응력확대계수 F_I 과 F_{II} 를 직접 해석한 결과를 Table 1, 2, 3에 나타내었다. 특히, Table 2의 균열각도가 $\beta=45^\circ$ 인 경우는 이방성 재료내 균열로서의 무차원 응력확대계수 F_I 과 F_{II} 를 Gandhi⁽¹⁵⁾가 선점법을 이용하여 해석한 결과를 나타내었다. 접합계면 균열로서의 무차원 응력확대계수 F_I 와 F_2/F_1 를 해석하고 식(29), (30)의 관계를 이용하여 F_I 과 F_{II} 를 환산하여 구한 결과와 이방성 재료내 균열로서의 응력확대계수 K_I 과 K_{II} 를 직접 해석한 결과가 거의 일치함을

Table 1, 2, 3을 통하여 알 수 있으므로 유추하여 다른 접합계면 균열의 무차원 응력확대계수의 해석 결과도 믿을 수 있을 것으로 생각할 수 있다.

4.3 이방성재와 Epoxy재의 편측 접합계면 균열에 대한 응력확대계수 해석

이방성 이종재 접합계면 균열문제에서 파괴법칙을 확립하기 위하여 선결조건으로 유한판의 이방성 이종재 접합계면 균열의 응력확대계수를 해석해야만 한다. 영역 I에 $E_{11}=3.543169 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $E_{22}=1.38367 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\mu_{12}=3.87823 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, $\nu_{12}=0.24$ 인 유리강화섬유(glass fiber reinforced, GFR)와 영역 II에 순수 등방성 재료로 $E=7.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $\mu=1.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $\nu=0.3$ 인 Epoxy가 균열각도 $\beta=60^\circ$ 의 편측접합계면 균열을 가지고 접합되어진 Fig. 13과 같은 경우에 대해 판폭비 $H/W=3.0$, a/W 가 0.1에서 1.0까지 변할 때에 대한 무차원 응력확대계수 $F_I, F_2/F_1$ 그리고, $F_I=K_I/\sigma_o\sqrt{\pi a}$, $F_2=K_2/\sigma_o\sqrt{\pi a}$ 를 해석하여 Table 4에 나타내었다. Table 4에서 보면 a/W 가 커지면서 $F_I=K_I/\sigma_o\sqrt{\pi a}$ 가 커지고 있는데 이것은 식(21)에서 에너지해방율이 커지는 것을 의미한다. 또한, F_2/F_1 도 커지고 있는데 이는 계면균열이 접합면을 따라 진전하다가 어느 순간 약한 재료쪽으로 균열이 굴절하게 되는 요인이 될 수 있음을 시사하는

Table 1 Non-dimensional stress intensity factors, F_I and F_{II} calculated by using non-dimensional stress intensity factors $F_I, F_2/F_1$ and of the identical anisotropic material when $\beta=30^\circ$.

() : identical anisotropic material

$\Phi_{I=II}$	F_I	F_2/F_1	F_I	F_2	F_I	F_{II}
0°	0.9123	0.5356	0.8042	0.4307	0.7747 (0.7715)	0.4307 (0.4321)
45°	1.1055	0.4275	1.0166	0.4346	0.7627 (0.7652)	0.4346 (0.4346)
90°	0.9040	0.5532	0.7910	0.4376	0.7666 (0.7672)	0.4376 (0.4392)
120°	0.7414	0.7288	0.5992	0.4367	0.7751 (0.7789)	0.4367 (0.4368)
135°	0.7197	0.7595	0.5731	0.4353	0.7794 (0.7855)	0.4353 (0.4337)
180°	0.9123	0.5356	0.8042	0.4307	0.7747 (0.7715)	0.4307 (0.4321)

것으로 생각되며, 앞으로 실험을 통하여 접합계면 균열의 파괴진로에 관한 법칙을 규명하는데 이와 같은 해석방법 및 해석결과가 이용될 수 있을 것으로 생각된다.

5. 결 론

이방성 이종재 접합계면 균열에 대한 응력확대계수를 경계요소법 등을 이용하여 수치해석적으로 결정하는 이미 제안된 방법으로, 이방성 이종재 접합

Table 2 Non-dimensional stress intensity factors, F_I and F_{II} calculated by using non-dimensional stress intensity factors F_i , F_2/F_1 and of the identical anisotropic material when $\beta=45^\circ$.

() : Gandhi's results

$\Phi_{I=II}$	F_i	F_2/F_1	F_1	F_2	F_I	F_{II}
0°	0.6524	1.2320	0.4112	0.5065	0.5255 (0.5220)	0.5065 (0.5070)
45°	0.8328	0.7596	0.6631	0.5037	0.5130 (0.5150)	0.5037 (0.5050)
90°	0.8567	0.7580	0.6827	0.5176	0.5303 (0.5130)	0.5175 (0.5090)
120°	0.7304	1.0260	0.5099	0.5231	0.5468 (0.5240)	0.5231 (0.5120)
135°	0.6525	1.2572	0.4062	0.5106	0.5254 (0.5320)	0.51063 (0.5110)
180°	0.6524	1.2320	0.4112	0.5065	0.5255 (0.5220)	0.5065 (0.5070)

Table 3 Non-dimensional stress intensity factors, F_I and F_{II} calculated by using non-dimensional stress intensity factors F_i , F_2/F_1 and of the identical anisotropic material when $\beta=30^\circ$.

() : identical anisotropic material

$\Phi_{I=II}$	F_i	F_2/F_1	F_1	F_2	F_I	F_{II}
0°	0.4638	3.1768	0.1393	0.4436	0.2649 (0.2623)	0.4436 (0.4415)
45°	0.5111	1.6368	0.2665	0.4361	0.2568 (0.2578)	0.4361 (0.4371)
90°	0.5892	1.1055	0.3952	0.4369	0.2550 (0.2545)	0.4369 (0.4371)
120°	0.5525	1.3215	0.334	0.4405	0.2592 (0.2603)	0.4405 (0.4419)
135°	0.5182	1.6431	0.2694	0.4427	0.2621 (0.2660)	0.4427 (0.4436)
180°	0.4638	3.1768	0.1393	0.4436	0.2649 (0.2623)	0.4436 (0.4415)

Table 4 Stress intensity factors F_i , and F_2/F_1 , F_1 , F_2 , ($H/W = 3.0$, $\beta = 60^\circ$, Region I : GFR, Region II : Epoxy)

a/W	F_i	F_2/F_1	F_1	F_2
0.1	0.2986	0.6302	0.2518	0.1625
0.2	0.3881	0.6318	0.3271	0.2114
0.3	0.4573	0.6317	0.3854	0.2490
0.4	0.5187	0.6337	0.4367	0.2830
0.5	0.5689	0.6366	0.4857	0.3163
0.6	0.6404	0.6398	0.5375	0.3520
0.7	0.7094	0.6452	0.5939	0.3925
0.8	0.7902	0.6508	0.6597	0.4402
0.9	0.8999	0.6733	0.7465	0.4933
1.0	1.0239	0.6808	0.8463	0.5765

계면 균열의 응력확대계수에 영향을 미칠 수 있는 파라미터 즉, 재료의 물성치 및 균열의 형태 등을 바꾸어서 해석하고, 응력확대계수에 관한 여러 데이터를 제시하고 해석결과와 타당성에 대한 고찰을 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 이방성 접합계면 균열에 대한 응력확대계수의 해석결과들이 믿을 만한 지의 여부를 확인할 수 있는 비교 자료가 없으므로 균질 등방성 재료내의 균열에 관한 값을 알고 있음을 바탕으로 이방성 재료의 물성치를 등방성으로 접근시켜 봄으로서 등방성 재료내 균열의 결과와 같아짐을 확인하고 본 논문의 결과들이 신뢰성이 있음을 확인할 수 있었다.

(2) 균질 이방성 재료내의 균열에 대한 응력확대계수의 결과가 이방성 접합계면 균열로 해석한 응력확대계수와는 불연속성이 나타나지만 하나의 환산식에 의하여 상호관계가 있음을 제시하였고 이 관계들을 이용하여 해석결과와 타당성을 확인할 수 있었다.

(3) 어떠한 이방성 이종재 접합계면 균열의 응력확대계수도 해석이 가능하므로 접합계면 균열에 대한 실험과 더불어 접합계면 균열의 진전방향 등 파괴법칙에 대한 연구가 기대되어진다.

참고문헌

(1) Williams, M.L., 1959, "The Stress Around a

Fault or Crack in Dissimilar Media," Bull. Seism. Soc. Am. 49, pp. 199~204.
 (2) Erdogan, F., 1965, "Stress Distribution in Bonded Dissimilar Materials with Crack," J. appl. Mech. 87, pp. 403~410.
 (3) England, A. H., 1965, "A Crack Between Dissimilar Media," J. appl. Mech. 32, pp. 400~402.
 (4) Sih, G. C. and Rice, J. R., 1964, "The Bending of Plate of Dissimilar Materials with Cracks," J. appl. Mech. 86, pp. 477~482.
 (5) Comninou, M., 1977, "The Interface Crack," J. Appl. Mech, 44, pp. 631~636.
 (6) Dundurs, J. and Gdoutos, A. K., 1988, "An Opportunistic Analysis of the Interface Crack," Int. Jour. Fracture 36, pp. 151~159.
 (7) Atkinson, C., 1982, "The Interface Crack with Contact Zone(an analytical treatment)," Int. Jour. Fracture 36, pp. 161~177.
 (8) Mak, A.F., Keer, L.M., Chen, S.H. and Lewis, J. L., 1980, "A No-slip Interface Crack," . Appl. Mech. 47, pp. 347~350.
 (9) Ting, T. C., 1986, "Explicit Solution and Invariance of The Singularities at an Interface Crack in Anisotropic Composites," Int. J. Solids Structures, Vol. 22, No. 9, pp. 965~983.
 (10) Wang, S. and Choi, I., 1983, "The Interface Crack Between Anisotropic Composite Materials," J. appl. Mech. 50, pp. 169~178.
 (11) Suo, Z., 1989, "Singularity, Interface and Crack in Dissimilar Anisotropic Media," Havard University Report Mech-137.
 (12) 이갑래, 조상봉, 최용식, 1991, "이방성 이종 재료의 접합계면 균열에 대한 응력확대계수 결정에 대한 연구," 대한기계학회논문집 제15권 제3호, pp. 887~897.
 (13) Cho, S. B., et al, 1992, "Determination of Stress Intensity Factors and Boundary Element Analysis for Interface Cracks in Dissimilar Anisotropic Materials," Engng Fracture Mech, 43, pp. 603~614.
 (14) 이갑래, 조상봉, 최용식, 1990, "직교이방성 재료에 대한 경계요소법(BEM)의 기본해에 대한 연구," 한국자동차공학회지, 제12권 제2호, pp.

- 51~58.
- (15) 이갑래, 조상봉, 최용식, 1991, "경계요소법 (BEM)에 의한 복합재료의 응력확대계수 해석," 대한기계학회논문집 제15권 제1호, pp. 179~189.
- (16) Gandhi, K., 1972, "Analysis of an Inclined Crack Centrally Placed in an Orthotropic Rectangular Plate," J. Strain Analysis, 7, pp. 157~162.
- (17) Lekhnitskii, G., 1963, "Theory of Elasticity on an Anisotropic Elastic Body," Holden-Day Inco., pp. 117~128.
- (18) Yuuki, R. and Cho, S.B., 1989, "Efficiency Boundary Element Analysis of Stress Intensity Factors for Interface Cracks in Dissimilar Materials," Engng. Fracture Mech., 34, pp. 179~188.