

〈論 文〉

## 탄성관절을 갖는 로봇 매니플레이터의 안정한 합성제어기 설계

이만형\* · 백운보\*\*

(1992년 8월 24일 접수)

### A Stable Composite Controller Design for Flexible Joint Robot Manipulators

Man Hyung Lee and Woon Bo Baek

**Key Words :** Flexible Joint(탄성관절), Singular Perturbation(특이섭동), Integral Manifold Condition(적분 다양체 조건), Corrected Reduced-Order Model(수정된 저차모델), Stabilizing Control Law(안정화 제어칙), Sliding Mode(슬라이딩 모드), Stable Composite Controller(안정한 합성제어기)

#### Abstract

This paper presents a new stable composite control law for the flexible joint robot manipulators, which incorporate an additional stabilizing control law with the sliding property. The singularly perturbed models in this paper include inertia moments which are functions of the deformations of actuators as well as link positions. The values of renewedly defined fast controller variables are computed from the corrected reduced-order model without additional computational loads. Proposed schemes are compared with the conventional one. The simulations for 2 DOF flexible joint manipulator show that the proposed schemes are more stable than the conventional scheme, and especially effective for the manipulator with high joint-flexibilities.

#### 1. 서 론

근래에 탄성을 고려한 매니플레이터의 모델링과 제어에 대한 연구가 진행되어 왔다. 고속운동을 포함하는 넓은 작업영역에서는 매니플레이터의 변형에 따른 복잡한 동특성과 유연성(flexibility) 등에 의해 시스템 성능에 미치는 영향이 두드러지게 나타나게 된다.

매니플레이터의 유연성에서 기계적인 두 요소는 링크 유연성과 구동부 동역학이다. 일반적으로 유

연성을 무시한 제어방법은 로봇 매니플레이터의 고속 및 고정밀도 성능을 제한하게 된다. Nicolo 등<sup>(1)</sup>과 Sweet 등<sup>(2)</sup>은 해석 및 실험 결과를 토대로 구동부 동역학 즉 관절탄성이 보다 큰 영향을 끼친다는 것을 보였다. 현재 이러한 시스템을 제어하는데 사용되는 방법은 특이섭동<sup>(3-5)</sup>(singular perturbation), 적분 다양체<sup>(6,7)</sup>(integral manifold), 폐환 선형화<sup>(8,9)</sup>(feedback linearization), 적응 제어의 방법<sup>(10)</sup> 등이 있다.

고차의 유연한 시스템에 대해 일반적으로 정확한 폐환 선형화 방법이 가능하지 않은 것으로 알려져 있다. 그런데 폐환 선형화가 가능한 저차 모델을 얻는데 적분 다양체의 개념이 사용될 수 있으며,

\*정회원, 부산대 제어기체공학과

\*\*정회원, 부산대 기계기술연구소 전임연구원

체계적인 절차를 통해 근사적으로 케환선형화된 시스템을 얻는 것이 가능하다. Spong<sup>(6)</sup>은 링크 운동이 회전자의 운동에너지에 미치는 영향을 무시함으로써, 케환선형화가 가능해지는 유연한 매니플레이터의 모델을 유도하였다. 그런데 그 결과 선형화 제어방법의 실현을 위해서는 가속도뿐만 아니라 가속도(jerk)의 측정이 요구되는 제약을 안고 있다. 그리고 이러한 제약은 동적 케환선형화 방법에 대해서도 마찬가지이다. 또한 케환선형화 방법을 사용해서 바람직한 성능을 얻기 위해서는 시스템 파라미터들을 알고 있어야 하며, 모델화 되지 않은 동역학에 대한 강인성의 문제를 고려하여야 한다.

강체 모델을 기초로 한 제어방법은 유연한 관절 매니플레이터에 대해서는 직접적으로 적용될 수 없다. 그 이유는 대부분의 매니플레이터는 벨트나 체인 및 기어를 통해 전동기에 연결되어 있어서 구동속도를 증가시킴에 따라 구동부분의 탄성효과가 커지게 되며 시스템의 성능을 크게 저하시키게 되어, 심각한 안정성 및 강인성 문제를 야기시키는 모델화되지 않은 고주파 동역학의 영향때문이다. 이러한 모델화 되지 않은 동역학을 포함하는 특이섭동 모델에 대해 강인한 제어법의 구성을 위해서 불확실성 그리고 외란에 대해서도 고성능의 매니플레이터를 위한 실제적인 제어기법이 필요하게 된다.

탄성관절 시스템은 고차 및 부적합한 조건으로서 역동역학(inverse dynamics)적 방법의 적용이 어려우므로, 근사적으로 수정된 저차모델(corrected reduced-order model)에 대해 합성제어기법이 적용되어 왔다. Spong<sup>(6-8)</sup>과 Khorasani<sup>(11)</sup>는 계산토크법(computed torque method)이나 역동역학적 접근법의 일반화를 기초로 한 방법으로 적분다양체 개념을 적용하여 수정된 저차 모델을 구하고 합성 제어기법을 적용하였으나 보다 유연한 관절인 경우에 안정성을 잃게 되거나 성능저하를 초래하게 된다.

본 연구에서는 관성모멘트가 링크의 각 위치 및 구동부의 변형의 함수로 표현되는 일반적인 특이섭동 모델이 사용된다. 추가되는 안정화 제어책  $u_f$ 의 설계시에 강체모델의 거동이 탄성모델로부터 벗어나는 정도를 나타내는 변수  $\eta = z - \Phi_0$  대신에 수정된 강체모델의 거동이 탄성모델로부터 벗어나는 정도를 나타내는 변수  $\eta = z - \Phi_0 - \mu\Phi_1$ 를 사용하며, 안정화 제어책의 설계시 상태 피드백대신에 슬라이딩 모드를 이용하는 방법이 제시된다. 유연한

관절매니플레이터에 변동기준 입력이 인가될 때 기존의 방법에 비해 제안된 방법이 갖는 우수한 성능을 예증해 보이기 위해 2자유도 탄성관절 매니플레이터에 대한 시뮬레이션이 소개된다.

## 2. 수정된 저차모델 및 합성제어책

일반적인  $n$ 자유도 탄성관절 매니플레이터는 다음의 식과 같이 표현된다.<sup>(11)</sup>

$$(M_1(q, \mu z) + M_2(q, \mu z)) \ddot{q} - \mu M_2(q, \mu z) \dot{z} + h_1(q, \dot{q}, \mu z, \mu \dot{z}) + z = 0 \quad (1a)$$

$$(M_2(q, \mu z) + M_3(q, \mu z)) \ddot{q} - \mu M_3(q, \mu z) \dot{z} + h_2(q, \dot{q}, \mu z, \mu \dot{z}) - z = u \quad (1b)$$

여기서,  $q, z, h_1, h_2, u \in R^n$ 이고,  $M_1, M_2, M_3$ 는 각각  $n \times n$  관성모멘트 행렬이다.  $q$ 는 링크의 각 위치,  $z$ 는 관절의 탄성력을 나타내며,  $h_1, h_2$ 는 코리올리스력과 원심력 및 중력을 포함하는 항이고,  $u$ 는 제어입력이다. 그리고  $\mu = 1/k$ ,  $k$ 는 스프링 상수이다.

식(1)에서  $\mu = 0$ 로 두고 계산토크법을 적용하여 구한 제어입력  $u$ 는 다음과 같다.

$$u(\mu=0) \equiv u_0 = (M_1(q, 0) + 2M_2(q, 0) + M_3(q, 0))v + h_1(q, \dot{q}, 0, 0) + h_2(q, \dot{q}, 0, 0) \quad (2a)$$

$$v = \ddot{q}^d - k_1(q - q^d) - k_2(\dot{q} - \dot{q}^d) \quad (2b)$$

탄성매니플레이터 모델에 Spong<sup>(6)</sup>의 적분다양체 개념을 도입하면, 정확한 저차모델의 운동방정식은  $z = \Phi(q, \dot{q}, u, \mu)$ 와  $\dot{z} = \dot{\Phi}(q, \dot{q}, u, \mu)$ 의 함수로 정의되는 적분다양체상에서 다음과 같이 기술된다.

$$(M_1(q, \mu\Phi) + 2M_2(q, \mu\Phi)) \ddot{q} + h_1(q, \dot{q}, \mu\Phi, \mu\dot{\Phi}) + h_2(q, \dot{q}, \mu\Phi, \mu\dot{\Phi}) - \mu(M_2(q, \mu\Phi) + M_3(q, \mu\Phi)) \dot{\Phi} = u \quad (3)$$

여기서,  $\Phi$ 는 다음의 다양체 조건은 만족하여야 한다.

$$(M_1 + M_2) \ddot{q} - \mu M_2 [(\partial\Phi/\partial q) \dot{q} + (\partial\Phi/\partial \dot{q}) \dot{q} + (\partial\Phi/\partial u) \dot{u}] + h_1 + \Phi = 0 \quad (4a)$$

$$(M_2 + M_3) \ddot{q} - \mu M_3 [(\partial\Phi/\partial q) \dot{q} + (\partial\Phi/\partial \dot{q}) \dot{q} + (\partial\Phi/\partial u) \dot{u}] + h_2 + \Phi = u \quad (4b)$$

위의 다양체 조건은 비선형이므로 해석적인 해를 구하는 대신에 근사적인 방법을 사용하여 그 해를 다음과 같이 둔다.

$$\Phi \cong \Phi_0 + \mu\Phi_1 \quad (5a)$$

$$\mu \cong u_0 + \mu u_1 \quad (5b)$$

여기서는  $\mu$ 의 2차 이상의 항이 고려되지 않았으며,  $\Phi_0$ 와  $u_0$ 는 강체모델( $\mu=0$ )의 해이다. 이 근사적인 해를 사용하여 식(4)를 전개하면 다음과 같다.

$$(M_1(q, \mu\Phi_0) + M_2(q, \mu\Phi_0)) \ddot{q} - \mu M_2(q, 0) \ddot{\Phi}_0 + h_1(q, \dot{q}, \mu\Phi_0, \mu\dot{\Phi}_0) + \Phi_0 + \mu\Phi_1 = 0 \quad (6a)$$

$$(M_2(q, \mu\Phi_0) + M_3(q, \mu\Phi_0)) \ddot{q} - \mu M_3(q, 0) \ddot{\Phi}_0 + h_2(q, \dot{q}, \mu\Phi_0, \mu\dot{\Phi}_0) - \Phi_0 - \mu\Phi_1 = u_0 + \mu u_1 \quad (6b)$$

위 두식을 조합하면 다음과 같다.

$$(M_1(q, \mu\Phi_0) + 2M_2(q, \mu\Phi_0) + M_3(q, \mu\Phi_0)) \ddot{q} + h_1(q, \dot{q}, \mu\Phi_0, \mu\dot{\Phi}_0) + h_2(q, \dot{q}, \mu\Phi_0, \mu\dot{\Phi}_0) - \mu(M_2(q, 0) + M_3(q, 0)) \ddot{\Phi}_0 = u_0 + \mu u_1 \quad (7)$$

위 식은 수정된 저차모델이라고 일컬어지며,<sup>(11)</sup>  $u_1$ 은 다음과 같이 기술된다.

$$u_1 = \partial_2(M_1 + 2M_2 + M_3) \ddot{q} - (M_2(q, 0) + M_3(q, 0)) \ddot{\Phi}_0 + \partial_3(h_1 + h_2) + \partial_4(h_1 + h_2) \quad (8a)$$

여기서,

$$\partial_2 M_i(x, \mu y) = \partial M_i / \partial(\mu y) |_{\mu=0} \quad (8b)$$

$$\partial_3 h_i(x, y, \mu z, \mu w) = \partial h_i / \partial(\mu z) |_{\mu=0} \quad (8c)$$

$$\partial_4 h_i(x, y, \mu z, \mu w) = \partial h_i / \partial(\mu w) |_{\mu=0} \quad (8d)$$

### 3. 안정한 합성제어기의 설계

앞 장에서 구한 수정된 저차모델에 기초한 제어책 식(8)을 식(7)에 대입함으로써 정확한 탄성저차모델 식(3)에  $0(\mu^2)$ 의 수준까지 근사되는 강체모델에 대한 제어책이 얻어진다. 다시말하면 강체모델에 대한 제어책에 수정 제어책을 합성함으로써 탄성시스템이 강체 모델과 거의 같이 거동하도록 할 수 있다.

이러한 방법은 적분 다양체조건을 만족하는 경우에 대한 것이며 이 조건이 만족되지 않는 경우에는 탄성관절 매니퓰레이터의 동역학이 점근적 안정성을 보장받기 위한 안정화 제어책이 추가로 설계되어야 한다. 이를 위해서 다른 시간 척도로서 빠른 도드를 나타내는  $\tau = t/\mu^{1/2}$ 가 사용되며, Spang과 Kokotovic 등<sup>(6,7,10)</sup>은 안정화 제어책  $u_r$ 의 설계를 위해 상태 피이드백 제어책을 적용하였다. 그리고

적분 다양체로부터  $z$ 가 벗어나는 정도를 표시하는 변수로  $\eta = z - \Phi_0$ 를 사용하였다. 여기서는 다음의 두 가지 사실에 근거하여 새로운 안정화 제어책이 제시된다.

첫째로  $z - \Phi_0$ 의 크기는  $0(\mu)$ 인 데 비해 수정된 강체모델의 거동이 탄성모델로부터 벗어나는 정도를 나타내는  $z - \Phi_0 - \mu\Phi_1$ 는  $0(\mu^2)$ 이므로,  $\eta = z - \Phi_0 - \mu\Phi_1$ 로 정의함으로써 나온 추적 성능을 얻을 수 있다. 또한  $\Phi_0 + \mu\Phi_1$ 은 수정된 저차모델에서 직접 구해질 수 있으므로 별도로  $\Phi_1$ 의 계산이 요구되지 않는다. 다음으로  $\eta$ 는 이상적인 적분다양체( $\eta=0, (d/d\tau)\eta=0$ )로부터  $z$ 가 벗어난 정도를 나타내므로 슬라이딩 제어책을 구성함으로써 외란이나 불확실성에 둔감한 슬라이딩(sliding)<sup>(11)</sup> 특성을 갖도록 할 수 있다는 것이다. 이와같이 제시된 방법에 대한 안정성 해석을 위해 먼저 정확한 탄성저차모델 식(3)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$(M_1(q, \mu\Phi) + 2M_2(q, \mu\Phi) + M_3(q, \mu\Phi)) \ddot{q} - \mu(M_2(q, \mu\Phi) + M_3(q, \mu\Phi)) \ddot{z} + h_1(q, \dot{q}, \mu\Phi, \mu\dot{\Phi}) + h_2(q, \dot{q}, \mu\phi, \mu\dot{\phi}) = u \quad (9)$$

강체모델에 기초한 제어입력 식(2)의  $u_0$ 와 수정된 저차모델에 기초한 제어입력 식(8)의  $u_1$  그리고 안정화 제어입력  $u_r$ 를 합성한 제어책  $u = u_0 + \mu u_1 + u_r$ 를 식(9)에 대입하면 다음과 같다.

$$(M_1(q, \mu\Phi) + 2M_2(q, \mu\Phi) + M_3(q, \mu_2)) \ddot{q} - \mu(M_2(q, \mu\Phi) + M_3(q, \mu\Phi)) \ddot{z} + h_1(q, \dot{q}, \mu\Phi, \mu\dot{\Phi}_0) + h_2(q, \dot{q}, \mu\Phi, \mu\dot{\Phi}) = (M_1(q, 0) + 2M_2(q, 0) + M_3(q, 0)) (\ddot{q}_a - k_1(q - q^a) - k_2(\dot{q} - \dot{q}^a)) + h_1(q, \dot{q}, 0, 0) + h_2(q, \dot{q}, 0, 0) + \mu[\partial_2(M_1 + 2M_2 + M_3) \ddot{q} - (M_2(q, 0) + M_3(q, 0)) \ddot{\Phi}_0 + \partial_3(h_1 + h_2) + \partial_4(h_1 + h_2)] + u_r \quad (10)$$

전개의 편의를 위해  $h_i(q, \dot{q}, \mu\Phi, \mu\dot{\Phi}) = h_i$ ,  $M_i(q, \mu\Phi) = M_i$ 로 표기한다. 식(10)에서  $\ddot{q} - \ddot{q}^a = \ddot{e}$ ,  $\dot{q} - \dot{q}^a = \dot{e}$ ,  $q - q^a = e$ 로 두고,  $z = \Phi_0 + \mu\Phi_1 + \eta$ 를 대입하면 다음과 같다.

$$\ddot{e} + k_2 \dot{e} + k_1 e = (M_1(q, 0) + 2M_2(q, 0) + M_3(q, 0))^{-1} (M_2 + M_3) \cdot [\mu \ddot{\eta} + (M_2 + M_3)^{-1} u_r + \Delta f] \quad (11a)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Delta f = & (M_2 + M_3)^{-1} [\mu \partial_2 (M_1 + 2M_2 + M_3) \ddot{q} \\ & + (M_1(q, 0) + 2M_2(q, 0) + M_3(q, 0)) \\ & - (M_1 + 2M_2 + M_3) \dot{q} + \mu (\partial_3 (h_1 + h_2) \\ & + \partial_4 (h_1 + h_2) + h_1(q, \dot{q}, 0, 0) \\ & + h_2(q, \dot{q}, 0, 0) - (h_1 + h_2)) \\ & + \mu (M_2 + M_3 - M_2(q, 0) \\ & - M_3(q, 0)) \ddot{\Phi}_0 + \mu^2 (M_2 + M_3) \ddot{\Phi}_1] \end{aligned} \quad (11b)$$

식(11)에서  $\mu=0$ 일 때는  $\Delta f=0$ 가 됨을 볼 수 있으며, 식(11)의 우변을 지속적으로 0으로 유지시키는 것이 원하는 제어의 목적이다.  $(M_2 + M_3) = N$ 으로 표기하고, 식(11)의 우변을 0으로 두면 다음과 같다.

$$\mu \ddot{\eta} + N^{-1} u_f + \Delta f = 0 \quad (12)$$

$\eta (= z - \Phi_0 - \mu \Phi_1)$ 는 이상적인 적분 다양체로부터  $z$ 가 벗어난 정도를 나타내므로  $u_f$ 를 설계하기 위해 다음과 같이 슬라이딩면(sliding surface)을 구성한다.

$$S_i = (d/dt + \lambda_i) \eta_i, \quad \tau = t/\mu^{1/2} \quad (13)$$

여기서,  $\lambda_i$ 는 양수이다. 식(13)을 미분하고 식(12)를 적용하여 0으로 두면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} d/dt S_i = & (d^2/d\tau^2 + \lambda_i d/d\tau) \eta_i \\ = & -N^{-1} u_{fi} - \Delta f_i + \lambda_i d\eta_i/d\tau = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,  $N^{-1} u_{fi}$ 는  $N^{-1}$ 의  $i$ 번째 열벡터이다. 그리고 등가 제어칙  $\tilde{u}_f$ 는 다음과 같다.

$$\tilde{u}_{fi} = -N_i \Delta \tilde{f}_i + N_i \lambda_i d\eta_i/d\tau \quad (15)$$

슬라이딩 조건<sup>(12)</sup>을 만족하도록 하기위해 스위칭(switching) 입력을 추가하면 안정화 제어칙  $u_{fi}$ 는 다음과 같다.

$$u_{fi} = \tilde{u}_{fi} + b_i \operatorname{sgn}(S_i) \quad (16)$$

여기서,  $\operatorname{sgn}$ 은 부호함수이다. 식(16)에서  $b_i = N_i (d_i + \Delta F_i)$ ,  $d_i > 0$ ,  $|\Delta \tilde{f}_i - \Delta f_i| \leq \Delta F_i$ 로 두면, 다음과 같이 슬라이딩 조건을 만족함을 보일 수 있다.

$$\begin{aligned} 1/2 d/d\tau S_i^2 = & S_i (-N^{-1} u_{fi} - \Delta f_i + \lambda_i d\eta_i/d\tau) \\ = & S_i (-N^{-1} \tilde{u}_{fi} - \Delta f_i + \lambda_i d\eta_i/d\tau - N^{-1} b_i \operatorname{sgn}(S_i)) \\ = & S_i (\Delta \tilde{f}_i - \Delta f_i - (d_i + \Delta F_i) \operatorname{sgn}(S_i)) \\ = & S_i (\Delta \tilde{f}_i - \Delta f_i - \Delta F_i \operatorname{sgn}(S_i)) \\ - d_i S_i \operatorname{sgn}(S_i) \leq & -d_i |S_i| \end{aligned} \quad (17)$$

연속적인 제어칙을 얻기위해 부호함수대신에 포

화함수를 적용할 수 있으며, 안정화 제어칙의 점근적 안정성을 보장하기 위해서 적분다양체상에서는  $u_{fi}$ 가 작동되지 않도록 즉,  $\eta_i=0, (d/dt) \eta_i=0$ 일 때  $u_{fi}=0$ 가 되도록 다음과 같이 근사칙이 사용될 수 있다.

$$u_{fi} = N_i \lambda_i d\eta_i/d\tau + c_i \operatorname{sat}(S_i) \quad (18a)$$

$$\operatorname{sat}(S_i) = \begin{cases} S_i & \text{if } |S_i| < 1 \\ \operatorname{sgn}(S_i) & \text{if } |S_i| \geq 1 \end{cases} \quad (18b)$$

#### 4. 시뮬레이션 및 고찰

본 시뮬레이션에 사용된 로봇 매니퓰레이터의 모델은 Fig. 1에 나타내었으며, Euler-Lagrange 방법으로 유도된 운동방정식은 다음과 같다.<sup>(9,11,14)</sup>

$$m_{11} \ddot{q}_1 + m_{12} \ddot{q}_3 + c_{221} \dot{q}_3^2 + g_1 + k_1 (q_1 - q_2) = 0 \quad (19a)$$

$$m_{21} \ddot{q}_1 + m_{22} \ddot{q}_3 + c_{112} \dot{q}_1^2 + g_2 + k_2 (q_3 - q_4) = 0 \quad (19b)$$

$$n_1^2 J_1 \ddot{q}_2 - k_1 (q_1 - q_2) = u_1 \quad (19c)$$

$$n_2^2 J_2 \ddot{q}_4 - k_2 (q_3 - q_4) = u_2 \quad (19d)$$

여기서,  $m_{ij}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_{11} = & m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1, \quad m_{12} = m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2 - q_1) \\ m_{21} = & m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2 - q_1), \quad m_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{aligned} \quad (19e)$$

여기서,  $m_i, I_i$ 는 각각  $i$ 번째 링크의 질량, 관성모멘트를 나타내고,  $l_i, l_{ci}$ 는 각각  $i$ 번째 링크의 길이, 각 관절축으로부터  $i$ 번째 링크의 무게중심까지의 거리를 나타낸다. 그리고  $c_{221} = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2 - q_1)$ ,  $c_{112} = m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2 - q_1)$ ,  $g_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos(q_1)$ ,  $g_2 = m_2 l_{c2} g \cos(q_3)$ ,  $g$ 는 중력이

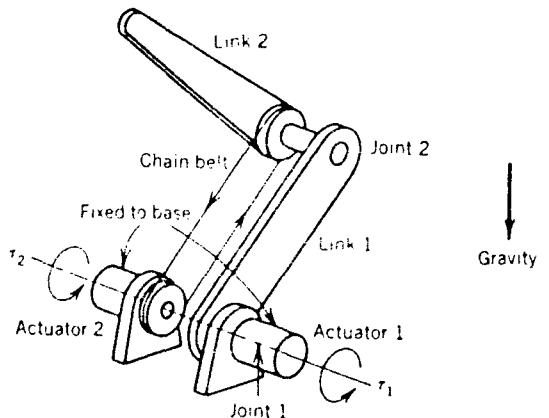


Fig. 1 The two-link manipulator with remotely driven link

다.  $J_i, k_i, n_i$ 는 각각  $i$ 번째 구동기의 관성모멘트, 스프링 상수, 기어감속비이다. 그리고 입력토크  $u_1, u_2$ 는 제어변수이다. 각 매개변수의 공칭값으로  $m_1=m_2=1, I_1=I_2=1, n_1^2 J_1=n_2^2 J_2=1, l_1=l_2=1, l_{c1}=l_{c2}=0.5, k_1=k_2=k=100$ 이다. 여기서  $\mu=1/k, z_1=k(q_1-q_2), z_2=k(q_3-q_4)$ 로 두면 식(1)과 같은 모델로 된다. 따라서 식(2)의  $u_0=(u_{01}, u_{02})^T$ 와 식(8)의  $u_1=(u_{11}, u_{12})^T$ 은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} u_{01} \\ u_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.25 & 0.5 \\ 0.5 & 2.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 14.7 \cos q_1 \\ 4.9 \cos q_3 \end{bmatrix} \quad (20a)$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1^d \\ \ddot{q}_3^d \end{bmatrix} - k_1 \begin{bmatrix} q_1 - q_1^d \\ q_3 - q_3^d \end{bmatrix} - k_2 \begin{bmatrix} \dot{q}_1 - \dot{q}_1^d \\ \dot{q}_3 - \dot{q}_3^d \end{bmatrix} \quad (20b)$$

$$\begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \dot{q}_3^2 & -\ddot{\Phi}_{01} \\ -0.5 \dot{q}_1^2 & -\ddot{\Phi}_{02} \end{bmatrix} \quad (20c)$$

안정화 제어칙  $u_f$ 의 계산을 위한  $\eta=z_1-\Phi_0-\mu\Phi_1$ 는 식(6b)를 이용하고,  $\dot{q}$ 의 측정값을 사용하는 대신에 정상상태 근사해인  $v$ 를 대치하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \eta_1 &= z_1 - (v_1 - \mu\ddot{\Phi}_{01} - u_{01} - \mu u_{11}) \\ \eta_2 &= z_2 - (v_2 - \mu\ddot{\Phi}_{02} - u_{02} - \mu u_{12}) \end{aligned} \quad (21)$$

기존의 피드백 제어이득은  $k_{f1}=k_{f2}=0.5$ 로 두었으며, 식(20b)의 상수  $k_1=k_2=2$ 로 선정하였다. 그리고 제안된 방법에서는 식(13)에서의 설계상수는  $\lambda_1=\lambda_2=0.2$ 로, 식(18)에서는  $c_1=c_2=0.2$ 로 두었다. 이와같은 설계상수값들은 기존방법과 제안된 방법의 공칭 계단응답이 비슷하도록 선정되었다.

샘플링 주기는 10 msec, 섭동 매개변수는  $\mu=0.01$ 로 두었으며, 공칭 매개변수 값들이 변동이 없는 상태에서 계단응답을 조사하였다. 그리고 링크-2의 질량이 50% 증가된 경우와  $\mu$ 가 0.02로 증가된 경우에 대해 각각 시뮬레이션하였으며, 기준 궤적은  $q_1^d=1+\sin(4t), q_2^d=2+\cos(4t)$ 로, 초기 추적오차는  $e_1=1, e_2=2$ 로 각각 두었다.

이러한 조건으로 시뮬레이션을 수행한 결과 및 고찰은 다음과 같다. 편의상 제안된 방법과 「기존 방법」<sup>(11)</sup>과 달리 식(21)의  $\eta$ 를 사용하는 방법을 「제1방법」, 그리고 제시된 슬라이딩 제어칙 식(18)을 사용하는 방법을 「제2방법」이라 하고, 공칭 플랜트에서  $\mu=0.01(k=100N-m/rad)$ 일 때 계단응답을 Fig. 2에 도시하였다.

Fig. 2에서 기존방법, 제1방법, 제2방법 모두 유사한 결과를 나타냄을 보여준다. 링크-2의 응답에서는 기존방법과 제안된 방법들과의 차이는 나타나지

않으며, 다만 링크-1의 과도응답에서 기존방법에 비해 제안된 방법들이 비교적 작은 요동을 나타냄을 보여줄 뿐이다.

정현파의 변동기준 입력,  $q_1^d=1+\sin(4t), q_2^d=2+\cos(4t)$ 을 인가하고, 초기 추적오차를  $e_1=1, e_2=2$ 로 각각 두어 그 응답을 Fig. 3에서 Fig. 5까

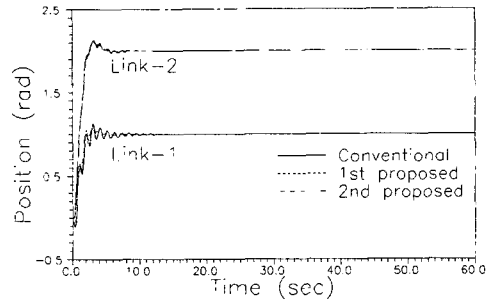
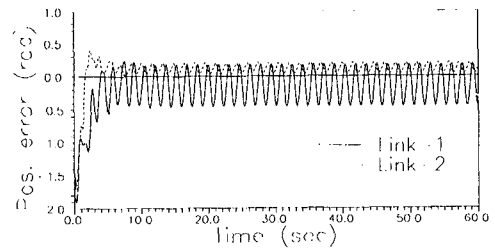
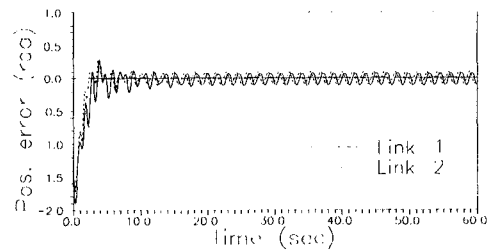


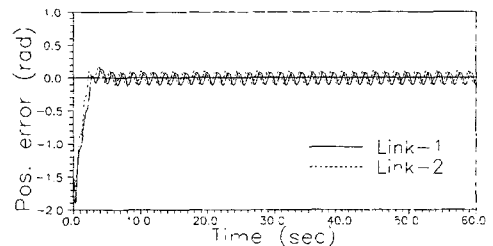
Fig. 2 The step responses of the flexible system with  $\mu=0.01$



(a) Conventional



(b) 1st proposed



(c) 2nd proposed

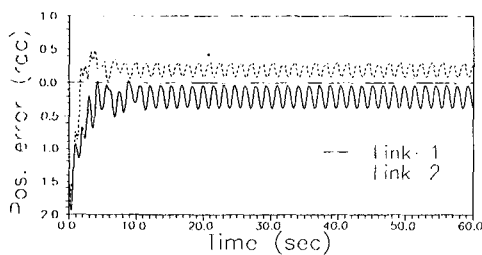
Fig. 3 The positoin error of the flexible system with  $\mu=0.01$

지 도시하였다.

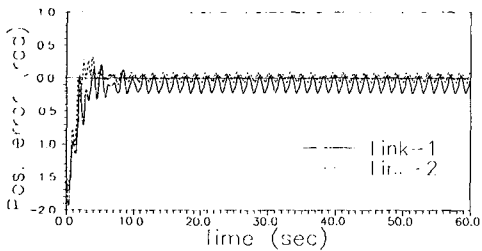
$\mu=0.01$ 인 경우, 기존방법을 적용하였을 때의 오차 응답을 Fig. 3(a)에 도시하였으며, 제1방법의 결과를 Fig. 3(b)에, 제2방법의 결과를 Fig. 3(c)에 각각 나타내었다.

Fig. 3(a), 3(b)의 링크-1의 응답에서와 같이, 제1방법에서  $\eta$ 의 계산식 (21)의 근사값이 적용되었음에도 기존방법에 비해 작은 추적오차를 나타내며 과도응답도 개선됨을 볼 수 있다. Fig. 3(b) 3(c)의 링크-1의 응답에서, 제2방법은 제1방법과 유사한 결과를 나타내는 데, 다만 과도 응답에서 보다 작은 요동을 나타냄을 볼 수 있다. 링크-2의 응답에서는 제안된 방법들이 기존방법과 유사한 응답을 나타냄을 볼 수 있다.

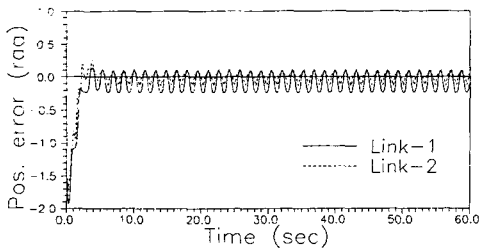
Fig. 3에 도시된 경우에 비해 링크-2의 질량이 50% 증가된 경우에 기존방법, 제1방법, 제2방법의 결과를 각각 Fig. 4(a), 4(b), 4(c)에 나타내었다.



(a) Conventional



(b) 1st proposed



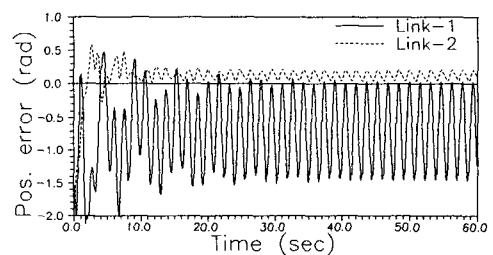
(c) 2nd proposed

Fig. 4 The position error of the flexible system with  $\mu=0.01$ , 50% variation of mass of link-2

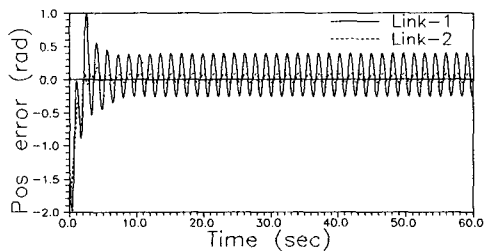
각 링크의 오차 응답에 대한 전체적인 경향은 Fig. 3에 대해 비교 및 고찰될 바와 유사하게 언급될 수 있다. 링크-1의 응답에서 기존방법은 기준제적과 큰 오차를 가지는데 비해서, 제1방법과 제2방법은 작은 오차를 가지며 보다 우수한 추적성능을 보여준다. 그리고 기존방법보다는 제1방법이, 제1방법보다는 제2방법이 양호한 과도응답 특성을 나타내었다.

$\mu=0.02$ 로 증가되어 더욱 유연한 관절인 경우에 기존방법, 제1방법, 제2방법의 결과를 각각 Fig. 5(a), 5(b), 5(c)에 나타내었다.

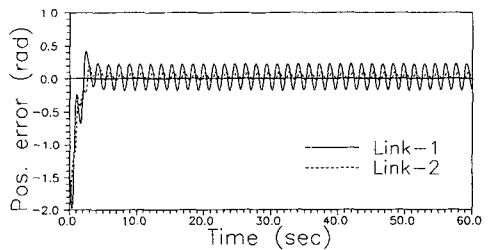
Fig. 5(a)에서 기존방법은 링크-1의 응답이 매우 큰 진동폭을 보여준다. 이러한 결과는 보다 유연한 관절인 경우에 탄성 매니퓰레이터의 거동은 강체모델의 거동으로부터 크게 벗어나게 되며, 더구나 변동 기준입력이 인가됨에 따라 그 거동은 원하는 제적과는 더욱 벗어나게 되기 때문이다.



(a) Conventional



(b) 1st proposed

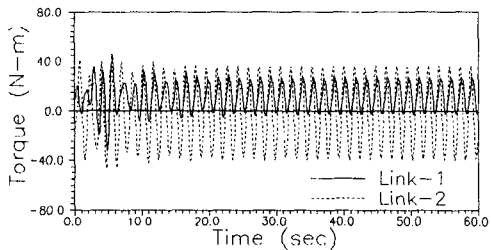


(c) 2nd proposed

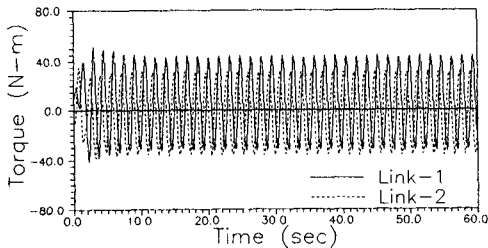
Fig. 5 The position error of the flexible system with  $\mu=0.02$

바로 이러한 면에서 기존의 합성제어치에 추가되는 안정화 제어치  $u_f$ 의 설계시에 강체모델의 거동이 탄성모델로부터 벗어나는 정도를 나타내는 변수 대신에, 수정된 강체모델의 거동이 탄성모델로부터 벗어난 정도를 나타내는 변수를 사용하는 방법이 필요함을 알 수 있다. 그리고 Fig. 5(b)와 5(c)에서 도시된 바와같이 제1방법에 비해 제2방법의 응답이 보다 작은 요동폭을 가지며 안정한 추적성능을 보여준다. 여기서 주지할 것은 슬라이딩 모드를 이용한 제2방법에서 연속적인 입력을 얻기위한 근사적인 제어치를 사용하였음에도 제1방법보다 효과적인 안정성을 보여준다는 점이다.

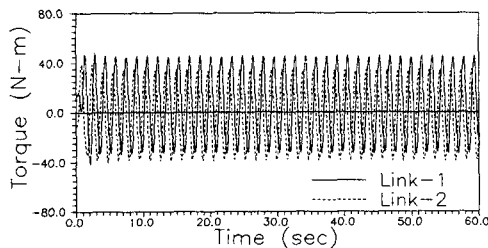
$\mu=0.02$ 인 경우에 기존방법을 적용하였을 때의 구동토크를 Fig. 6(a)에 도시하였으며, 제1방법과 제2방법의 구동토크를 Fig. 6(b)와 6(c)에 각각 나타내었다.



(a) Conventional



(b) 1st proposed



(c) 2nd proposed

Fig. 6 Driving torques of the flexible system with  $\mu=0.02$

Fig. 6(a)의 링크-1의 경우에, 구동토크는 Fig. 5(a)에서와 같이 매우 큰 오차 응답이 발생하였는데도 효과적으로 제어되지 못하고 있음을 보여준다. 또한 여기서 주지할 것은 Fig. 6에서와 같이 제안된 방법을 적용함으로써 기존방법에 비해 제어 입력의 증가없이 보다 안정한 성능을 보여준다는 점이다.

이상의 시뮬레이션 결과 및 고찰을 종합하면, 수정된 저차 모델 식(6b)를 이용하여  $\Phi_0 + \mu\Phi_1$  값을 직접 구하는 제안된 제1방법을 사용함으로써 기존방법에 비해 연산량의 증대없이 우수한 추적성능을 얻을 수 있음을 보였다. 그리고 본 연구에서 제안된 제2방법을 사용함으로써 보다 우수한 추적 성능을 나타내었으며, 보다 유연한 관절을 갖는 로봇 매니퓰레이터에 대해 변동 기준입력이 인가될 경우에 효과적인 안정화 성능을 보였다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 탄성관절을 갖는 로봇 매니퓰레이터에 대한 안정한 합성제어기의 설계에 관한 연구를 수행하였다. 기존의 합성제어치에 추가되는 안정화 제어치  $u_f$ 의 설계시에 강체모델의 거동이 탄성모델로부터 벗어나는 정도를 나타내는 변수( $\eta=z-\Phi_0$ )대신에, 수정된 강체모델의 거동이 탄성모델로부터 벗어난 정도를 나타내는 변수( $\eta=Z-\Phi_0-\mu\Phi_1$ )를 사용하고, 기존의 피드백 제어대신에 슬라이딩 모드를 이용하는 방법을 제안하였다.

2자유도의 탄성관절 매니퓰레이터에 대한 시뮬레이션을 통해서, 제안된 방법보다 우수한 성능을 가짐을 확인할 수 있었으며, 특히 보다 유연한 관절인 경우에 효과적인 안정한 성능을 가짐을 보였다.

본 논문의 기여로는 안정화 제어치  $u_f$ 의 설계시에 변수( $\eta=Z-\Phi_0-\mu\Phi_1$ )를 사용하고, 저차 모델 식으로부터  $\Phi_0 + \mu\Phi_1$ 값을 구함으로써  $\Phi_1$ 의 계산없이 즉, 기존의 방법에 비해 연산량의 증대없이 나은 추적성능을 얻을 수 있음을 보였다는 데 있다. 또한 기존의 피드백 대신에 슬라이딩 모드를 이용하는 방법을 제안하고, 보다 유연한 관절을 갖는 로봇 매니퓰레이터에 대해 변동 기준입력이 인가될 경우에 보다 안정한 추적성능을 가짐을 보였다는 데 있다.

## 참고문헌

- (1) Nicolo, F., Marino, R. and Nicosia, S., 1983, "A Singular Perturbation Approach to the Control of Elastic Robots," Proc, 21st Allerton Conf. Commun., Computing, Univ. of Illinois, Champaign-Urbana.
- (2) Sweet, L.M. and Good, M.C., 1984, "Redefinition of the Robot Motion Control Problem: Effect of Plant Dynamics, Driving System Constraint, and User Requirements," Proc., 23rd IEEE Conf. Decision Control. Las Vegas, NV.
- (3) Kokotovic, P.V., Khalil, H.K. and O'Reilly, J., 1986, Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design, Academic Press, pp. 94~102, 315~332.
- (4) Paul, M. Sharkey and O'Reilly, J., 1988, "Composite Control of Nonlinear Singularly Perturbed Systems: A Geometric Approach," Int. J. Control, Vol. 48, No. 6, pp. 2461~2506.
- (5) Juhng-Perng Su and Jer-Guang Hsieh, 1990, "Composite Feedback Control for a Class of Nonlinear Singularly Perturbed Systems with Fast Actuator," Int. J. Control, Vol. 22, No. 3, pp. 571~579.
- (6) Spong, M.W., Khorasani, K. and Kokotovic, P. V., 1987, "An Integral Manifold Approach to the Feedback Control of Flexible Joint Robot," IEEE J. of Robotics and Automation, Vol. RA-3, No. 4, pp. 291~300.
- (7) Ghorbel, F. and Spong, M.W., 1992, "Adaptive Integral Manifold Control of Flexible Joint Robot Manipulators," Proc. of IEEE, Int. Conf. on Robotics and Automation, Nice France, May., pp. 707-714.
- (8) Spong, M.W., 1987, "Modelling and Control of Elastic Joint Manipulators," J. Dynamic Syst., Meas. Contr., Vol. 109, pp. 310~319.
- (9) Spong, M.W. and Vidyasagar, M., 1989, Robot Dynamics and Control, John Wiley & Sons, Inc., pp. 259~283.
- (10) Lozano, R. and Brogliato, B., 1992, "Adaptive Control of Robot Manipulator with Flexible Joint," IEEE Automat. Contr., Vol. 37, No. 2, pp. 174~181.
- (11) Khorasani, K., 1992, "Adaptive Control of Flexible-Joint Robots," IEEE J. of Robotics and Automation, Vol. RA-8, No. 2, pp. 250~267.
- (12) Slotine, J.J. and Li, W., 1991, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall Inc., pp. 276~307.
- (13) Readman, M.C. and Belanger, P.R., 1992, "Stabilization of the Fast Modes of a Flexible Joint Robot," The Int. J. of Robotics Research, MIT Press, Vol. 11, No. 2, pp. 123~134.
- (14) Asada, H. and Slotine, J.J.E, 1986, Robot Analysis and Control, John Wiley & Sons, Inc., pp. 93-131.