

(論 文)

# 유한체적법을 이용한 터보기계 회전차내부의 천이음속 · 층류 유동해석( I )

익렬 유동해석

조강래\* · 오종식\*\*

(1992년 7월 13일 접수)

## Numerical Analysis of Transonic Laminar Flow in Turbomachinery Using Finite Volume Method( I ) Cascade Flow Analysis

Kang-Rae Cho and Jong-Sik Oh

**Key Words :** Finite Volume Method(유한체적법), Transonic Laminar Flow(천이음속 층류 유동), Vertex-grid Scheme(Vertex-격자기법), Artificial dissipation(인공점성), Cascade(익렬)

### Abstract

For the calculation of transonic laminar flow fields in cascades of turbomachinery, a finite volume method employing Jameson's Runge-Kutta integration scheme as a basic algorithm is presented. The cell-vertex scheme introducing half-spacing mesh cells is developed. For the velocity gradients in the stress terms the integration with divergence theorem is used for the average concept. Some numerical results show good agreement with experimental data.

### 기 호 설 명

$D$	: 인공점성항	$C_p$	: 등압비열
$H$	: 총 엔탈피	$R$	: 기체상수
$c$	: 음속	$V$	: 속도
$P$	: 압력	$\Delta t$	: 시간간격
$T$	: 온도	$\mu$	: 점성계수
$T_o$	: 정체온도	$\tau$	: 점성응력 텐서
$\gamma$	: 비열비	$\Omega$	: 검사체적의 체적
$\rho$	: 밀도		
$\phi$	: 스칼라양		
$x, y$	: Cartesian 좌표		
$E, F, G, L$	: 식(1)의 유동변수 벡터		
$i, j$	: 격자기호		

### 1. 서 론

하나의 유동장 내에 아음속유동과 초음속유동이 공존하는 천이음속 유동을 수치적으로 해석하기 위해서는 대부분 최근에 개발되고 있는 시간진행방법(time marching method)이 이용된다. 이 방법은

\*정회원, 연세대학교 기계공학과  
\*\*정회원, 금성전선 중공업사업본부

비정상 연속방정식, 비정상 운동량방정식 그리고 비정상 에너지방정식을 보존형태로 표현한 후에 시간간격을 진행시켜 정상상태의 수렴해를 얻을 때까지 반복계산하는 방법으로서 이러한 방법이 가능한 이유는 비정상 보존형 방정식의 형태가 아음속이나 초음속유동에 관계없이 언제나 쌍곡선형이어서 하나의 수치기법만으로 해석할 수 있기 때문이다.

陽的(explicit) 방법은 알고리즘이 간단하고 프로그램화 하기에 간편하다는 장점이 있지만, 이른바 CFL(Courant, Friedrichs and Lewy) 안정한계를 만족시키기 위해 시간간격의 크기가 제한되기 때문에 정상상태에 이르는 계산시간이 오래 걸린다는 단점이 있다. 가장 고전적이고 자주 이용되는 유한차분법으로서 MacCormack 방법<sup>(1)</sup>을 들 수 있다. McDonald<sup>(2)</sup>는 지배방정식을 적분형태의 보존형으로 바꾼 후에 각각의 격자점으로 이루어진 검사체적(control volume 혹은 cell)에 이를 적용하는 유한체적법을 처음으로 제시한 바 있다. 이 방법은 검사체적간의 플럭스를 평가하여 계산을 진행시키기 때문에 다른 방법에 비하여 보다 물리적인 관점에서 해석하는 방법이라고 평가받고 있다. Denton<sup>(3)</sup>은 이 방법을 개선한 opposed-difference scheme을 개발하였으며 이는 최근에 많이 이용되는 방법 중의 하나가 되었다. 이와는 다른 각도에서 Jameson<sup>(4)</sup>은 비점성 보존형의 적분방정식을 시간에 관한 1계 상미분방정식으로 간주하여 4단계 Runge-Kutta 적분법으로 해석하는 방법을 개발하였는데 이 방법은 다른 陽的 유한체적법보다 CFL 안정한계가 커지기 때문에 시간간격을 더 크게 줄 수 있다는 장점으로 최근에 많이 이용되고 있다. Ni<sup>(5)</sup>는 계산시간을 보다 많이 단축시키기 위하여 다중격자법(multiple-grid)을 중심으로 한 분배공식(distribution formula)을 개발한 바 있다.

陰的(implicit) 방법은 시간간격의 크기에 관한 한계에 많은 제약을 받지 않는다는 장점이 있지만 선형화작업과 대수방정식을 얻기까지 복잡한 과정

을 거쳐야 하며 이를 프로그램화하는 데 어려움이 있다. 대부분은 Beam & Warming 방법<sup>(6)</sup>에 근거한 것이며, 이에 대한 연구는 陽的 방법에 비하여 상대적으로 적은 실정이다.

본 연구에서는 Jameson의 Runge-Kutta 적분법에서 계산방법의 단순화와 해의 정확성을 확보하기 위하여 vertex-격자기법을 도입하고 또한 지배방정식에 층류점성항을 추가함으로써 터보기계 회전차 내부익렬의 천이음속 층류유동장을 해석하는 수치기법을 개발하는 데에 목적을 두었다.

## 2. 유한체적 방정식

2차원, 압축성 Navier-Stokes 방정식의 연속방정식과 운동량방정식은 다음과 같이 보존형으로 표시될 수 있으며 각각의 유동장에 해당하는 유동변수는 Table 1에 제시되어 있다.

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} = L \quad (1)$$

여기서 점성응력항들을 Stoke's 가설에 근거하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) \\ \tau_{yy} &= \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial V_y}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial V_x}{\partial x} \right) \\ \tau_{xy} &= \mu \left( \frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

층류 점성계수  $\mu$ 는 다음의 Sutherland 법칙을 적용하여 온도  $T(K)$ 의 영향을 고려한다.

$$\mu = (1.45 \times 10^{-6}) \frac{T^{1.5}}{T + 110} \text{ [kg/(m}\cdot\text{s)]} \quad (3)$$

에너지 방정식은 Prandtl 수가 1인 단열유동이라고 가정하면 점성항의 영향이 무시되어 총 엔탈피가 일정하다는 조건으로 대체될 수 있고, 따라서 압력은 밀도의 함수로 표현될 수 있다.

Table 1 Flow variables in equation(1)

Flow	$\xi$	$\eta$	$E$	$F$	$G$	$L$
CASCADE	$x$	$y$	$\rho$	$\rho V_x$	$\rho V_y$	0
			$\rho V_x$	$\rho V_x^2 + P - \tau_{xx}$	$\rho V_x V_y - \tau_{xy}$	0
			$\rho V_y$	$\rho V_x V_y - \tau_{xy}$	$\rho V_y^2 + P - \tau_{yy}$	0

수치해석을 위한 격자계는 Fig. 1에 나타난 바와 같이 준유선(quasi-streamline) 방향을 따르는 선과 이와 교차하는 선들로 이루어진 사각형 검사체적으로 구성한다. 2차원이므로 높이를 단위높이로 하고, 임의의 검사체적에 대하여 식(1)을 체적적분한 후에 Green 정리를 적용하여 체적적분항을 면적분으로 변환하면 다음과 같다.

$$\int_a \frac{\partial E}{\partial t} dx dy + \int_s (F dy - G dx) = 0 \quad (4)$$

이를 Fig. 1의 검사체적 1, 2, 3, 4, 즉  $(i+1/2, j+1/2)$ 에 대하여 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} (\Omega E)_{i+1/2, j+1/2} + \sum_{14}^{21} (F \Delta y - G \Delta x) = 0 \quad (5)$$

여기서  $\Omega$ 는 검사체적의 체적(2차원의 경우는 면적)을, 그리고  $S$ 는 검사표면을 나타내며, 식(5)의 좌변의 둘째항을 풀어쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{14}^{21} (F \Delta y - G \Delta x) &= F_{14} \Delta y_{14} - G_{14} \Delta x_{14} \\ &+ F_{43} \Delta y_{43} - G_{43} \Delta x_{43} + F_{32} \Delta y_{32} - G_{32} \Delta x_{32} \\ &+ F_{21} \Delta y_{21} - G_{21} \Delta x_{21} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} F_{ab} &= 1/2 (F_a + F_b), & G_{ab} &= 1/2 (G_a + G_b), \\ \Delta x_{ab} &= x_b - x_a, & \Delta y_{ab} &= y_b - y_a \end{aligned}$$

이다. 식(5)의 좌변의 첫째항은 검사체적  $(i+1/2, j+1/2)$  전체에 대한  $E$  벡터의 평균값의 시간변화율을 나타내고, 둘째항은 검사체적  $(i+1/2, j+1/2)$ 이 이웃하는 모든 검사체적과 서로 교환하는 플

럭스의 합을 나타낸다.  $\Omega$ 가 시간에 대하여 일정할 경우에 식(5)는 다음으로 나타낼 수 있다. 여기서 모든 미지의 변수는 검사체적의 중심에서 정의되어 있다.

$$E_{i+1/2, j+1/2}^{new} = E_{i+1/2, j+1/2}^{old} - \frac{\Delta t}{\Omega_{i+1/2, j+1/2}} \sum_{14}^{21} (F \Delta y - G \Delta x) \quad (7)$$

### 3. Vertex-격자기법의 적용

식(7)을 이용한 Jameson의 방법은 격자점이 아닌 검사체적의 중심에 존재하는 유동변수의 값을 사용하는 center-격자기법이다. 본 연구에서는 center-격자기법 대신 일반적으로 여러 장점을 갖는다고 알려진 vertex-격자기법을 식(7)에 적용한다. vertex-격자기법은 유동변수를 격자점에서 정의하므로 경계조건을 적용하는데 있어서 더 유리하며, 비균일 격자계에서 유동해의 정확도가 감소하는 경향도 적다. 또한 충격파가 존재하는 경우에 수렴해의 진동폭이 center-격자기법보다 더 작아서 수렴성을 높이기 위해 추가로 고려해 주어야 하는 인공점성항(artificial dissipation)에 대한 의존도가 상대적으로 더 작다고 알려져 있다.<sup>(7)</sup> 따라서 본 연구에서는 Fig. 1에 나타난 바와 같이 격자점이 우선 검사체적의 각 꼭지점에 존재하도록 제1의 검사체적을 구성한 후에, 다시 각 검사체적의 중심을 꼭지점으로 하는 제2의 검사체적을 구성하여 격자점이 검사체적의 중심으로 변환될 수 있도록 한다. 제2의 검사체적  $(i, j)$ 에 대하여 식(7)을 쓰면 다음과 같다.

$$E_{i,j}^{new} = E_{i,j}^{old} - \frac{\Delta t}{\Omega_{i,j}} \sum_{14}^{11} (F \Delta y - G \Delta x) \quad (8)$$

여기서 예를 들어  $F_{11}$ 와  $G_{11}$ 의 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_{11} &= 1/4 (F_1 + F_2 + F_3 + F_4) \\ G_{11} &= 1/4 (G_1 + G_2 + G_3 + G_4) \end{aligned}$$

### 4. 점성응력의 계산

점성응력을 계산하기 위해서는 모든 격자점에서 속도의 공간미분항을 평가해야 한다. 본 연구에서는 發散定理를 이용하여 검사체적 내의 평균적인 의미로서의 미분항을 계산한다. 발산정리는 임의의 스칼라량  $\phi$ 의 평균미분을 검사체적의 경계값의 합

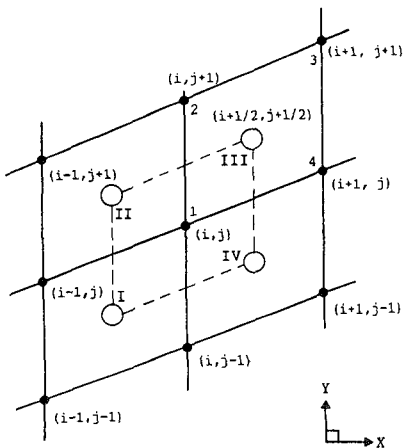


Fig. 1 View of discrete cells in grid system

수로 정의할 수 있어서 임의의 검사체적에 대하여 다음식이 성립한다.

$$\int_{\Omega} \nabla \phi d\Omega = \int_S \phi dS \quad (9)$$

따라서 평균적인 의미에서의 공간미분항은 다음과 같이 평가할 수 있으며

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \left( \int_S \phi dy \right) / \Omega \quad (10)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = - \left( \int_S \phi dx \right) / \Omega \quad (11)$$

이를 검사체적  $(i, j)$ 에 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{i,j} = \frac{1/2[(\phi_{IV} - \phi_{II})(y_{III} - y_I) - (\phi_{III} - \phi_I)(y_{IV} - y_{II})]}{1/2[(x_{IV} - x_{II})(y_{III} - y_I) - (x_{III} - x_I)(y_{IV} - y_{II})]} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{i,j} = \frac{1/2[(x_{IV} - x_{II})(\phi_{III} - \phi_I) - (x_{III} - x_I)(\phi_{IV} - \phi_{II})]}{1/2[(x_{IV} - x_{II})(y_{III} - y_I) - (x_{III} - x_I)(y_{IV} - y_{II})]}$$

여기서 예를 들어  $x_{III}$ 는 다음과 같다.

$$x_{III} = 1/2(x_{III}^1 + x_{III}^2)$$

$$x_{III}^1 = 1/3(x_1 + x_2 + x_4)$$

$$x_{III}^2 = 1/3(x_2 + x_3 + x_4)$$

## 5. 인공점성

검사체적의 경계면을 통과하는 플럭스를 계산할 때 평균을 취하는 것은 유한차분법에서의 中央差分에 해당하며, 이로 인해 발생하는 짝수 및 홀수번째 격자점에서의 유동해의 교란을 제거하기 위해서는 인공점성항을 지배방정식의 점성항쪽에 첨가하여야 한다. 특히, 충격파와 같이 유동의 급격한 변화를 수반하는 경우에는 2차 점성항보다는 4차 점성항이 더 좋은 결과를 주는 것으로 알려져 있다.<sup>(4)</sup> 본 연구는 2차와 4차 점성항을 선택적으로 결합한 Jameson의 인공점성을 이용한다.

## 6. Runge-Kutta 적분법

식(8)에  $D(x)$ 와  $D(y)$ 로 각각 표현되는 인공점성항의  $x$ -방향성분과  $y$ -방향성분을 첨가하여 4단계 Runge-Kutta적분법을 적용하면 다음과 같다. 여기서 상첨자  $n$ 과  $n+1$ 은 시간단계를 나타낸다.

$$\begin{aligned} E_{i,j}^{(1)} &= E_{i,j}^n - Q_{i,j}^n(\Delta t/2) \\ E_{i,j}^{(2)} &= E_{i,j}^n - Q_{i,j}^{(1)}(\Delta t/2) \\ E_{i,j}^{(3)} &= E_{i,j}^n - Q_{i,j}^{(2)}\Delta t \\ E_{i,j}^{n+1} &= E_{i,j}^n - Q_{i,j}^n(\Delta t/6) - Q_{i,j}^{(1)}(\Delta t/3) \\ &\quad - Q_{i,j}^{(2)}(\Delta t/3) - Q_{i,j}^{(3)}(\Delta t/6) \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $Q_{i,j}$ 는 다음과 같다.

$$Q_{i,j} = \frac{1}{\Omega_{i,j}} \left[ \sum_{IV}^{II} (F\Delta y - G\Delta x) - D(x)_{i,j} - D(y)_{i,j} \right]$$

## 7. 경계조건

입구와 출구경계에서는 쌍곡선형 지배방정식의 수학적 이론에 기초한 다음과 같은 특성경계조건(characteristic boundary condition)을 부과해야 한다. 입구유동이 아음속인 경우에는 경계면을 따라 정체온도와 정체압력, 그리고 유동각이나  $y$ -방향 속도성분 중 하나가 주어지며, 압력은 내부 격자점에서 외삽된다. 출구유동이 아음속인 경우에는 경계면을 따라 압력이 주어지고 나머지 변수들은 내부 격자점에서 외삽되어 결정되는데 이러한 출구조건도 주어진 해석영역의 형상과 유동조건에 따라 불안정한 해를 보이는 경우가 종종 있다. 본 연구에서는 출구유동이 아음속인 경우에 탁월한 효과가 있다고 알려진 Rudy & Strikwerda<sup>(6)</sup>의 경계조건을 이용한다. 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \rho c \frac{\partial V_x}{\partial t} + \alpha(P - P_{exit}) = 0 \quad (14)$$

여기서  $\alpha$ 는 수렴성을 증가시키기 위한 상수로서 보통  $0.2 < \alpha < 1.2$ 의 값이 주어진다.

벽면경계에서는 속도가 0인 점착조건을 부과하며 압력은 내부 격자점으로부터 외삽하여 결정하며 밀도는 총 엔탈피일정 조건식으로부터 구한다. 익렬과 같이 주기적인 경계가 존재하는 경우에는 해당되는 격자점들끼리 모든 변수의 값을 서로 일치시킨다.

## 8. 계산결과 및 고찰

본 연구에서 개발된 수치해석법의 타당성을 검증하기 위하여 실험결과가 알려져 있는 원호익형의 bump를 갖는 채널유동<sup>(9)</sup>에 대하여 수치계산을 하여 보았다. 그 결과는 비록 층류유동이지만 실험결과에 근접한 결과를 보여주고 있으므로 본

연구의 계산방법의 타당성과 정확성이 입증되었고 보았다. 이 자세한 내용은 참고문헌(10)에 제시되어 있다. 본 연구에서는 실험결과가 알려져 있는 두개의 압축기익렬을 계산대상으로 삼았다. 계산에 사용한 컴퓨터는 IBM PC-386DX(Co-processor 포함)이고 수렴한계는  $x$ -방향 모우멘트항인  $\rho V_x$ 의 상대적 변화량의 값을  $10^{-6}$  이하로 주었으며, 대체로 어느 유동의 경우에서나 약 15,000회 정도(약 40시간)의 반복계산이 필요했다.

첫번째의 계산 익렬은 Braembussche<sup>(9)</sup>에 의해 특이점법으로 계산된 바 있는 NACA 65(12A10)10 아음속 압축기 익렬이다. 실험결과<sup>(11)</sup>의 입구마하수는 0.656이고 입구유동각은 45°이다. Fig. 2는 계산에서 사용한 격자계와 등마하수 선도가 제시되어 있으며 계산으로 얻은 입구마하수는 0.645이다. 전체 유동이 아음속이므로 급격한 유동의 변화는 보이지 않으며, 벽면 근처에서는 경계층이 발달하고 있으므로 등마하수 선도가 밀집되고 있음을 알 수 있다. Fig. 3은 익면상의 압력계수를 익현길이 방향으로 표시된 것으로 실험결과와 Braembussche의 특이점법 계산결과, 그리고 본 연구의 비점성 및 점성 계산결과가 함께 제시되어 있다. 전체적으로 보아 모두가 실험결과와 비슷한 경향을 보이고 있다. 특히 후연 부근의 압력면을 제외한 영역에서는 점성경계층의 발달이 크지 않아서 비점성으로 가정한 계산결과와 비교적 잘 일치하고 있다. 그러나 후연 부근의 압력면에서는 경계층의 발달이 크기 때문에 본 연구의 점성 계산결과가 실험치에 가장 근접하는 것으로 생각된다.

두번째 익렬은 입구유동이 초음속인 DFVLR 천이음속 압축기익렬로서 Dawes<sup>(12)</sup>에 의해 수치계산결과와 실험결과가 비교된 바 있다. Fig. 4는 계산에서 사용한 격자계와 등마하수 선도를 나타내고 있으며 계산으로 얻은 입구마하수는 1.02이고 입구유동각은 60°이다. Fig. 5에서는 익면상의 등엔트로피 마하수가 익현길이 방향으로 나타내어 있다. 여기서는 충격파의 위치에 주목할 필요가 있다. 비점성 계산결과에 의하면 후연 근처의 부압력면에서 익현길이의 중앙 부근의 압력면에 이르는 사이에 강한 충격파가 존재하는 것으로 나타나 있으나 실험결과에 의하면 전연 부근에서 충격파가 확인되었다. 이러한 차이는 충격파를 수반하는 천이음속 익렬유동의 경우 충격파를 지난 후의 아음속유동 구간에서는 실제로 점성의 효과가 지배적이어서 충격

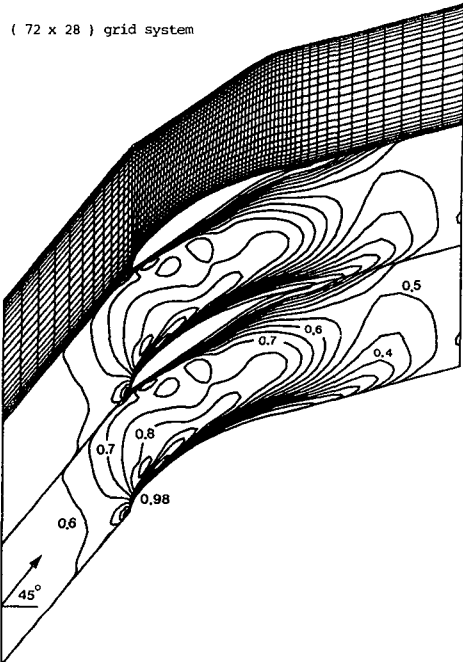


Fig. 2 Viscous Mach number contours of subsonic compressor cascade flow through NACA 65 (12A10)10 airfoils at  $M_{in}=0.645$  and  $\beta_{in}=45^\circ$

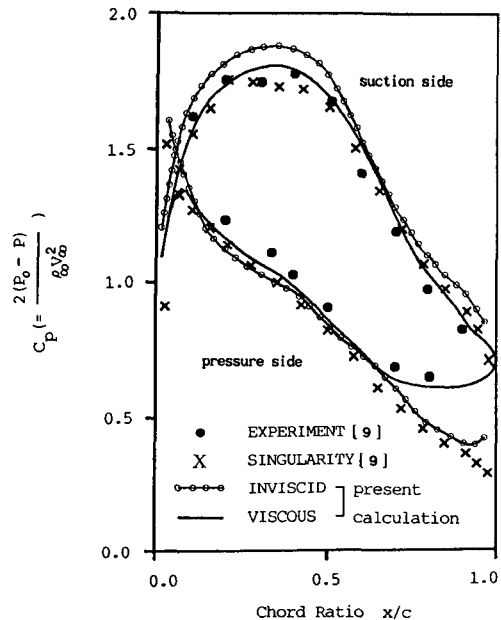


Fig. 3 Surface pressure distributions of subsonic compressor cascade flow through NACA 65 (12A10)10 airfoils

파의 위치가 비점성 계산결과와 크게 차이를 보이기 때문이다.<sup>(13)</sup> 따라서 강한 충격파가 수반되는 천이음속 유동의 경우에는 점성의 영향을 필수적으로 고려해 주어야만 합당한 결과를 얻을 수 있다는 사실을 본 연구결과로부터 알 수 있다. 본 연구의 계산결과가 실험결과와 대체적으로 잘 일치하고 있는 것으로 보이며, 후연 부근에서 실험결과와 차이를 보이는 것은 Fig. 4에서 나타난 부압력면에서의 유동박리가 실제보다 심하게 예측된 것으로 생각된다. 그러나 Dawes<sup>(12)</sup>가 난류로 계산한 Navier-Stokes해인 Fig. 5에 나타나 있는 점선의 결과를 본 연구의 결과와 비교해 볼 때, 층류유동이라는 가정이 안고 있는 한계를 확인할 수 있다. 비록 본 연구방법이 실제의 난류 유동현상을 정확히 예측할

수는 없지만, 비점성 계산방법보다는 더욱 실제 유동현상에 가까운 결과를 준다는 점에서 의미가 있다고 생각된다.

### 9. 결 론

(1) Jameson이 제시한 4단계 Runge-Kutta 적분법을 기본 알고리즘으로 하여 여기에 프로그램의 단순화 및 해의 정확성을 위해 좌표변환과정이 필요없는 vertex-격자기법을 도입하고 지배방정식에 층류점성항을 추가함으로써 천이음속 점성유동장을 해석할 수 있는 Navier-Stokes방정식 계산법을 개발하였다.

(2) 개발된 계산법을 아음속 익렬유동과 천이음속 익렬유동에 적용하여 계산한 결과 실험결과와 만족스러운 일치를 보았으며, 본 점성계산법의 타당성과 정확성이 확인되었다.

### 후 기

본 논문은 한국과학재단의 협력연구비에 의해 이루어진 것으로 관계기관에 심심한 감사의 뜻을 표한다. (KOSEF 92-13-02-023)

( 73 x 29 ) grid system

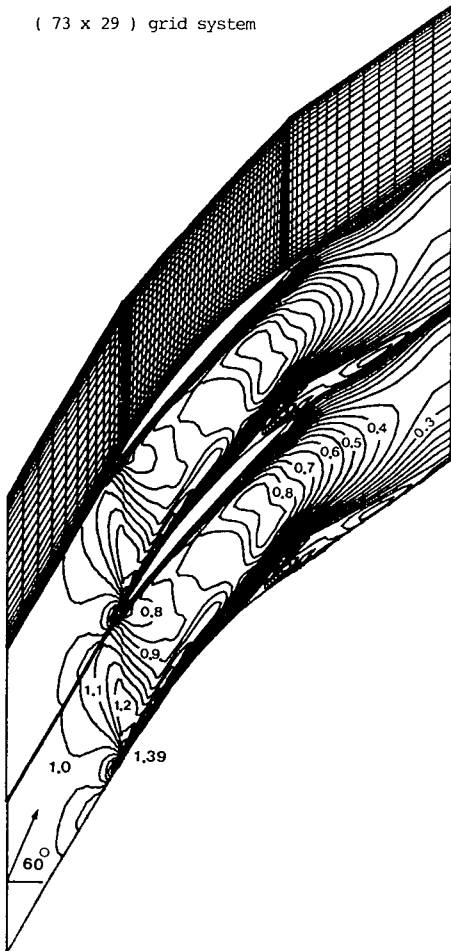


Fig. 4 Viscous Mach number contours of transonic flow through DFVLR compressor cascade at  $M_{in}=1.02$  and  $\beta_{in}=60^\circ$

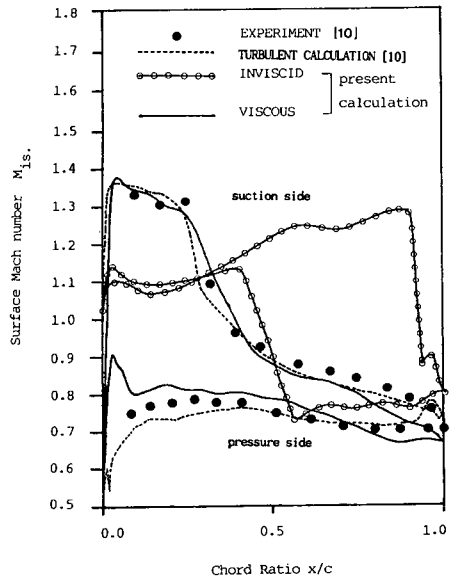


Fig. 5 Surface Mach number distributions of transonic flow through DFVLR compressor cascade

## 참고문헌

- (1) MacCormack, R.W., 1969, "The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering," AIAA Paper 69-345.
- (2) McDonald, P.W., 1971, "The Computation of Transonic Flow Through Two-Dimensional Gas Turbine Cascades," ASME Paper 71-GT-89.
- (3) Denton, J.D., 1983, "An Improved Time Marching Method for Turbomachinery Flow Calculation," Trans. ASME, Journal of Engineering for Power, Vol. 105, pp. 514~524.
- (4) Jameson, A., 1982, "Transonic Aerofoil Calculations Using the Euler Equations," Numerical Methods in Aeronautical Fluid Dynamics, Edited by P.L. Roe, Academic Press, pp. 289~308.
- (5) Ni, R.H., 1982, "A Multiple Grid Scheme for Solving the Euler Equations," AIAA Journal, Vol. 20, pp. 1565~1571.
- (6) Beam, R.M., and Warming, R.F., 1976, "An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law Form," Journal of Computational Physics, Vol. 22, pp. 87~110.
- (7) Fletcher, C.A.J., 1988, "Computational Techniques for Fluid Dynamics," Vol. II, Springer-Verlag.
- (8) Rudy, D.H., and Strikwerda, J.C., 1980, "A Nonreflecting Outflow Boundary Condition for Subsonic Navier-Stokes Calculations," Journal of Computational Physics, Vol. 36, pp. 55~70.
- (9) Deiwert, G.S., 1976, "Computation of Separated Transonic Turbulent Flows," AIAA Journal, Vol. 14, pp. 735~740.
- (10) 오종식, 1992, "터보기계 회전차내부 준3차원 아음속 유동과 천이음속 유동의 수치해석에 관한 연구," 연세대학교 기계공학과 대학원 박사 학위논문.
- (11) Braembussche, R.A., 1973, "Calculation of compressible Subsonic Flow in Cascades with Varying Blade Height," Trans. ASME, Journal of Engineering for Power, pp. 345~351.
- (12) Dawes, W.N., 1986, "Computation of Off-Design Flows in a Transonic Compressor Rotor," Trans. ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 108, pp. 144~150.
- (13) Starke, H., 1985, Discussion at the Conference: "Transonic Cascade Flow Solved by Separate Supersonic and Subsonic Computations with Shock Fitting" by Wu Wenquan, Trans. ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power.