

〈論 文〉

유한체적법을 이용한 터보기계 회전차내부의 천이음속·층류 유동해석(Ⅱ)

상대유면 유동해석

조강래* · 오종식**

(1992년 7월 13일 접수)

Numerical Analysis of Transonic Laminar Flow in Turbomachinery Using Finite Volume Method(Ⅱ)

Flow on Relative Stream Surfaces

Cho Kang-Rae and Oh Jong-Sik

Key Words: Relative Stream Surface(상대유면), Axisymmetric Hub-to-Shroud Stream surface(축대칭 H-S 유면), Blade-to-Blade Stream Surface of Revolution(B-B 회전유면)

Abstract

For the calculation of transonic laminar relative flow fields on the axisymmetric H-S and B-B stream surfaces in turbomachinery, a finite volume method developed in Part (I) is extended. Energy equation is replaced for simplicity by the condition of constant rothalpy throughout the flow fields. For axisymmetric H-S flow the circumferential components of absolute velocity are given in advance so that this component of momentum equations can be neglected. Some numerical results show good agreement with experimental data.

기 호 설 명

- B : B-B유면두께에 비례하는 양
 - m : 자오면 유선방향 좌표
 - U : 주속도
 - W : 상대속도
 - I : 상대 총 엔탈피
 - r, θ, z : 실린더좌표
 - V : 절대속도
 - ω : 회전 각속도
- (기타기호는 제1보 참조)

1. 서 론

터보기계 회전차의 공기역학적인 설계를 위해서는 회전차 내부의 상대유동장(relative flow fields)을 해석할 수 있는 수치계산법이 필수적으로 요구된다. 보통 수치해석을 위한 대표적인 가정으로서, 회전차 내부유동을 정상유동과 비정상유동, 압축성유동과 비압축성유동, 점성유동과 비점성유동, 그리고 3차원유동과 2차원유동의 네종류로 구분할 수 있지만, 설계과정에서는 대부분 정상유동해만을 관심의 대상으로 하며, 3차원 유동의 수치해석은 그 복잡성 및 엄청난 기억용량에 따르는 오랜 계산시

*정회원, 연세대학교 기계공학과

**정회원, 금성전선 중공업 사업본부

간으로 인하여 설계단계에 효과적으로 이용되기에
 는 아직 문제점이 많은 형편이다. 1952년 C.H.Wu
 (1)에 의해 제시된 H-S 유면(Hub-to-Shroud
 stream surface: Meridional flow, 혹은 Through-
 flow)과 B-B유면(Blade-to-Blade stream surface
 of revolution)의 조합으로 이루어지는 준3차원
 (quasi three-dimension)적 접근방법은 그 간결성
 과 편리함으로 인하여 현재까지 많은 연구자들에
 의해 이를 보완하고 개선하는 방향으로 이용되고
 있다. 아음속·비점성유동의 경우, 대표적인 수치
 해법으로서 속도구배 방정식을 이용한 유선곡률법
 (2,3)과, 유한차분법(4) 또는 유한요소법(5,6)을 이용하
 여 유동함수로 표현되는 타원형 준포와송(elliptic
 quasi-Poisson) 방정식을 해석하는 방법으로 구분
 할 수 있다. 그러나 초음속 유동장이 되면 쌍곡선
 형(hyperbolic)으로 바뀌게 되어 밀도가 유량의 유
 일한 함수가 되지 않고 아음속 및 초음속유동에 각
 각 해당하는 두개의 값을 갖게 되기 때문에, 일반
 적으로 이 경우 천이음속 유동해석은 불가능에 가
 깝다. 따라서 천이음속 상대유동장을 해석하기 위
 해서는 최근에 많이 연구되고 있는 시간진행방법을
 이용하는 추세이다.(7,8)

본 연구에서는 제1보(9)의 유동해석 이론에 실제
 의 회전차가 경험하는 3차원적인 회전효과를 고려
 하기 위하여 컴퓨터 용량면에서 우수한 준3차원적
 접근방법을 택하여 그 기본단계를 이루고 있는 축
 대칭 H-S 유면과 B-B 회전유면상의 천이음속 충
 류유동을 각각 제1보의 방법을 확장하여 회전차 내
 부의 점성 유동장을 해석하는 수치해석법을 개발하
 는 데에 목적을 두었다.

2. 유한체적 방정식

일정한 각속도 ω 로 회전하는 상대좌표계에서 표
 현되는 2차원, 압축성 유동의 연속방정식과 운동방
 정식은 다음과 같이 보존형으로 나타낼 수 있으며
 각각의 유동장에 해당하는 유동변수는 Table 1에
 제시되어 있다.

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} = L \quad (1)$$

여기서 B-B유동에서의 점성응력항들은 식(2)로,
 그리고 축대칭 H-S유동에서의 점성응력항들은 식
 (3)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \tau_{mm} &= rB\mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial W_m}{\partial m} - \frac{2}{3} \frac{\partial W_\theta}{r\partial\theta} \right) \\ \tau_{\theta\theta} &= rB\mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial W_\theta}{r\partial\theta} - \frac{2}{3} \frac{\partial W_m}{\partial m} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \tau_{m\theta} &= rB\mu \left(\frac{\partial W_m}{r\partial\theta} + \frac{\partial W_\theta}{\partial m} \right) \\ \tau_{rr} &= -\frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial W_z}{\partial z} + \frac{\partial W_r}{\partial r} + \frac{W_r}{r} \right) + 2\mu \frac{\partial W_r}{\partial r} \\ \tau_{\theta\theta} &= -\frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial W_z}{\partial z} + \frac{\partial W_r}{\partial r} + \frac{W_r}{r} \right) + 2\mu \frac{W_r}{r} \\ \tau_{zz} &= -\frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial W_z}{\partial z} + \frac{\partial W_r}{\partial r} + \frac{W_r}{r} \right) + 2\mu \frac{\partial W_z}{\partial z} \\ \tau_{zr} = \tau_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial W_z}{\partial r} + \frac{\partial W_r}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

충류 점성계수 μ 는 Sutherland법칙을 적용하여
 온도의 영향을 고려한다. 에너지 방정식은 Prandtl
 수가 1인 단열유동이라고 가정하면 다음으로 표시
 되는 상대 총 엔탈피(rothalpy)가 일정하다는 조건

Table 1 Flow variables in equation

Flow	ξ	η	E	F	G	L
B-B	m	θ	$rB\rho$	$rB\rho W_m$	$B\rho W_\theta$	0
			$rB\rho W_m$	$rB(\rho W_m^2 + p) - \tau_{mm}$	$B\rho W_m W_\theta - \tau_{m\theta}/r$	$B\rho V_\theta^2(dr/dm) + P \cdot d(rB)/dm$
			$rB\rho W_\theta$	$rB\rho W_m W_\theta - \tau_{m\theta}$	$B(\rho W_\theta^2 + P) - \tau_{\theta\theta}/r$	$-\rho B W_m (W_\theta + 2r\omega) \cdot (dr/dm)$
H-S OF AXIAL SYMMETRY	z	r	ρ	ρW_z	ρW_r	0
			ρW_z	$\rho W_z^2 + P - \tau_{zz}$	$\rho W_z W_r - \tau_{rz}$	τ_{rz}/r
			ρW_r	$\rho W_z W_r - \tau_{zr}$	$\rho W_r^2 + P - \tau_{rr}$	$(\tau_{rr} - c_{\theta\theta})/r + \rho V_\theta^2/r$

으로 대신할 수 있게 되어 압력은 밀도의 함수로 표현될 수 있다.

$$I = H - UV_0 = \text{constant} \quad (4)$$

수치해석을 위한 기본 알고리즘과 경계조건들은 제1보⁽⁹⁾에서 언급한 내용과 같다.

3. 축대칭 H-S 유동

H-S 유면의 완전한 유동해석에 있어서는 운동량 방정식의 r , z 뿐만 아니라 θ -방향성분식까지도 함께 풀어야 하지만, 준3차원 해석의 첫 단계인 H-S 유동해석을 위해서는 보통 축대칭 가정을 하여 간단히 해석한다. 본 연구에서는 축대칭 H-S 유동해석으로 국한하였으며 H-S 유면두께의 효과는 무시하였다. 이와 같은 유동해석을 위해서는 전체 유동장에 걸쳐 절대속도의 회전방향 성분의 분포를 미리 알고 있어야 한다. 본 연구에서는 다음과 같은 분포방식을 적용하였다.

- 회전차 전방영역 : $V_\theta = 0$
- 회전차 내부영역 : 상대유동의 방향은 날개의 평균 캠버선 방향과 같다.
- 회전차 후방영역 : $rV_\theta = \text{constant}$ (자유와류형)

4. 계산결과 및 고찰

4.1 축대칭 H-S 유동

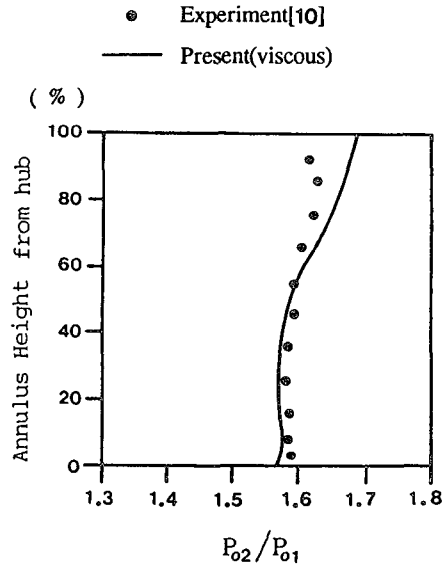
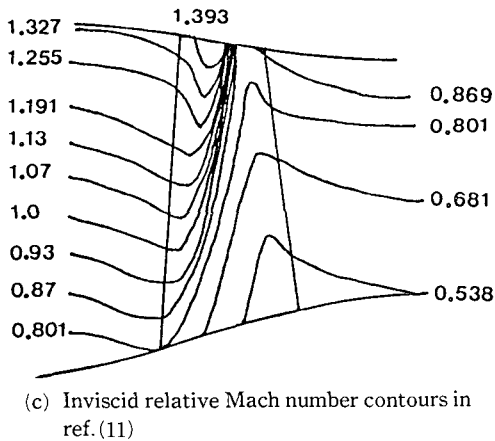
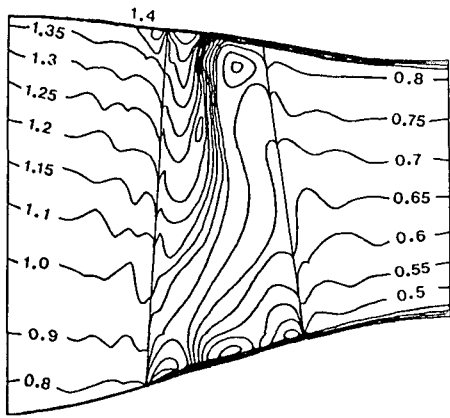
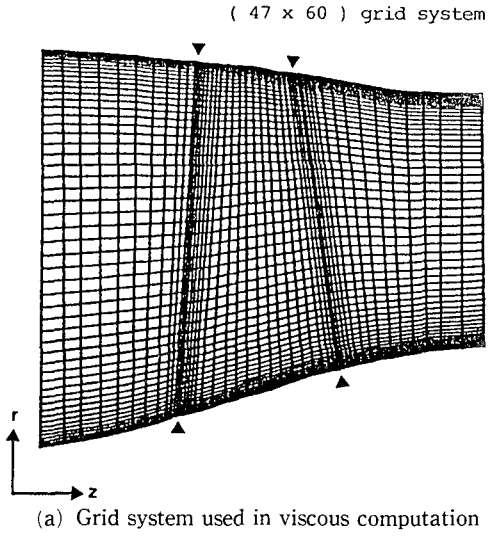
축대칭 H-S 유동계산을 위해 Dunker⁽¹⁰⁾가 실험 결과를 제시한 바 있는 DFVLR 천이음속 압축기의 동익(rotor) 회전차를 계산대상으로 삼았다. 운전조건은 100% 설계속도에 해당하는 유량 17.17 kg/s와 회전속도 20,260 rpm이며, MCA(multiple circular arc)형의 익형으로 이루어진 28개의 날개가 부착되어 있다. 입구 팁(tip) 직경이 399 mm이고 허브-팁 반경비가 0.5이며, 상류정체온도가 즉 288.2K, 상류정체압력이 101,600 N/m²으로 계산하였다. 계산에 사용한 컴퓨터는 VAX이고 수렴한 계는 z -방향 모멘트항인 ρW_z 의 상대적 변화량의 값을 10^{-6} 이하로 주었으며, 약 20,000회 정도(약 16시간)의 반복계산이 필요했다.

본 계산에서 사용한 격자계(47×60)가 Fig. 1(a)에 나타나 있다. Fig. 1(b)는 본 연구의 점성 계산 결과로부터 얻은 상대 등마하수 선도이고 Fig.

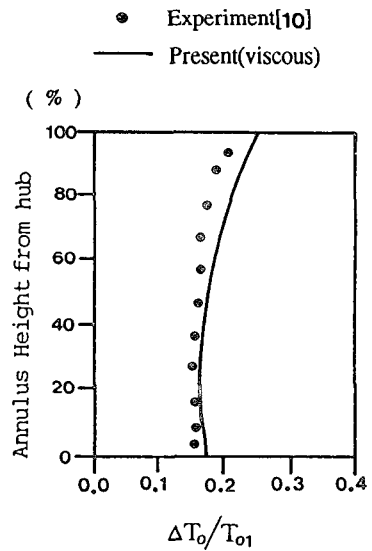
1(c)는 $Lu^{(11)}$ 가 비점성으로 계산하여 얻은 상대 등마하수 선도이다. Lu 에 의하면 Fig. 1(c)의 전연부근에서의 마하수 분포는 실험치와 잘 일치하지만 후연부근에서는 9.1 정도 실험치보다 작았으며 충격파의 위치도 실험에서 얻은 위치보다 익현길이의 6~9% 정도 하류쪽이었다고 보고되어 있다. Fig. 1(b)를 Fig. 1(c)와 비교해 볼 때 마하수의 크기는 거의 비슷하지만 충격파가 Fig. 1(c)에 비하여 상류쪽에 위치한 것을 알 수 있다. 충격파의 위치를 실험결과 및 Lu 의 결과와 정량적으로 정확하게 비교할 수는 없지만 본 연구결과가 대체적으로 실험치에 정성적으로 일치하는 경향이 있다고 볼 수 있다. 본 점성계산은 허브에서 케이싱에 이르는 평균 유면상에서 이루어지고 있기 때문에 허브와 케이싱에서의 층류경계층 효과만이 고려되고 있다. 따라서 후연 부근에서의 마하수의 크기가 실험치에 비하여 작게 나타나고 있는데, 이것은 유면두께의 영향이 무시되어 있고, 익면상에서의 점성경계층 효과가 계산에 반영되어 있지 않기 때문이라고 할 수 있다. 또한 팁과 케이싱간의 틈새가 무시되어 있기 때문에 누설유동의 효과도 계산에 반영되어 있지 않다. Fig. 1(d)-(e)는 후연 부근에서 날개의 스팬(span) 방향으로 각각 정체압력비와 정체온도비를 나타낸 것으로 실험결과와 비교되고 있다. 이 실험 결과는 익말단 누설유동이 있는 상태에서 피치방향으로 평균하여 측정된 값인 반면에 계산결과는 축대칭유면에서의 값이라는 점과, 상류에서의 속도분포를 균일한 속도분포로 주어 계산된 값이라는 점, 그리고 유면두께의 영향을 무시하여 얻어진 값이라는 점에서 본 계산치와 실험치간의 차이의 주요원인을 찾을 수 있다. 이러한 점을 고려할 때, 본 H-S 유동 계산방법은 충분히 만족스러운 결과를 주고 있다고 생각된다.

4.2 B-B 유동

본 연구에서는 Erdos & Alzner⁽¹²⁾에 의해 실험결과와 계산결과가 제시된 바 있는 천이음속 팬(fan)의 동익 회전차에 대해 B-B 유동을 계산하였다. 팁에서의 지름이 0.927 m이고 허브-팁 반경비가 0.5이며 날개수는 44개이다. 운전조건은 설계점에 해당하는 팁속도 457 m/s(회전속도 9,308 rpm)이며 입구 상대마하수는 1.526이다. Erdos & Alzner는 유선곡률법을 이용하여 H-S 유동을 계산한 후에 팁(여기서는 케이싱)에서의 자오면 유선



(d) Distributions of total pressure ratio along annulus height at rotor outlet



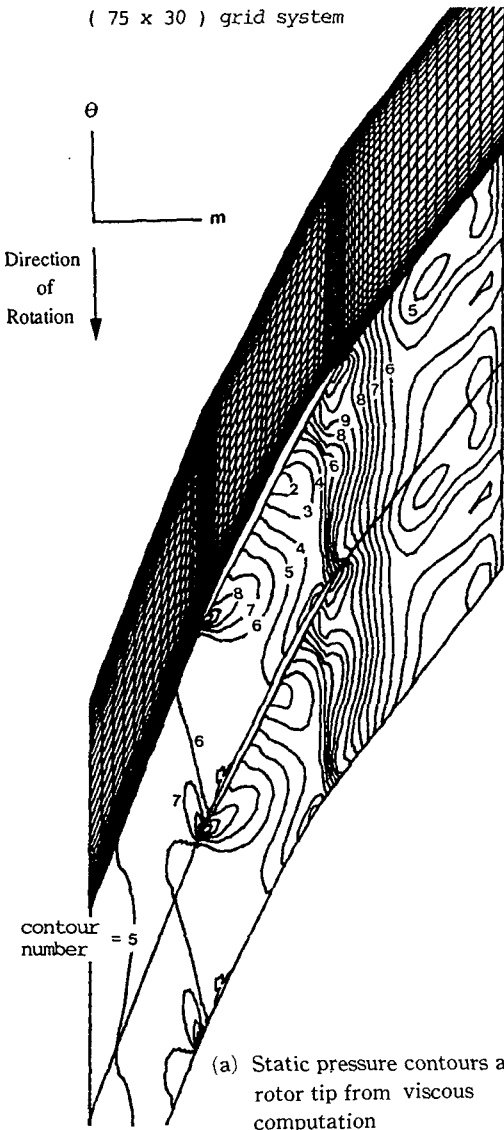
(e) Distributions of total temperature ratio along annulus height at rotor outlet

Fig. 1 Axisymmetric H-S flow solutions in a blade row of DFVLR transonic compressor rotor

좌표와 각 위치에서의 반경좌표, 그리고 B-B 유면 두께를 제시한 바 있다.⁽¹²⁾ 본 연구에서는 이러한 자료를 이용하여 B-B 유동을 계산하였다. 계산에 사용한 컴퓨터는 VAX이고 수렴한계는 m-방향 모우멘트항인 ρW_m 의 상대적 변화량의 값을 10^{-6} 이하로 주었으며 약 25,000회 정도(약 19시간)의 반복계산이 필요했다.

Fig. 2(a)는 계산에 사용한 격자계와 계산결과로부터 얻은 등압력 선도를 나타내며 Fig. 2(b)에서는 날개 영역에서의 등압력 선도가 실험결과와 비

교되어 있다. 전연부근에서는 두 압력분포 사이에 많은 차이가 보이고 있다. 그 원인으로 생각할 수 있는 것은 실험결과와 비교하여, 압력분포는 정지하고 있는 케이싱에서 측정된 것이므로 익달단 틈새에서의 누설유동의 영향이 포함되어 있다는 점이다. 한편, 계산결과에 대하여는 전연의 형상이 실제로는 유한한 두께를 갖고 있지만 격자계에서는 날카로운 형상으로 간주하였기 때문에, 전연의 실제 형상을 격자계에서 충분히 묘사하지 못한 점을 지적할 수 있다. 그러나 부압력면의 후연부근에서 열날개 압



contour	P/P_{∞}	contour	P/P_{∞}	contour	P/P_{∞}
1	0.7647	6	1.1895	11	1.6143
2	0.8496	7	1.2744	12	1.6992
3	0.9346	8	1.3594	13	1.7842
4	1.0195	9	1.4444		
5	1.1045	10	1.5293		

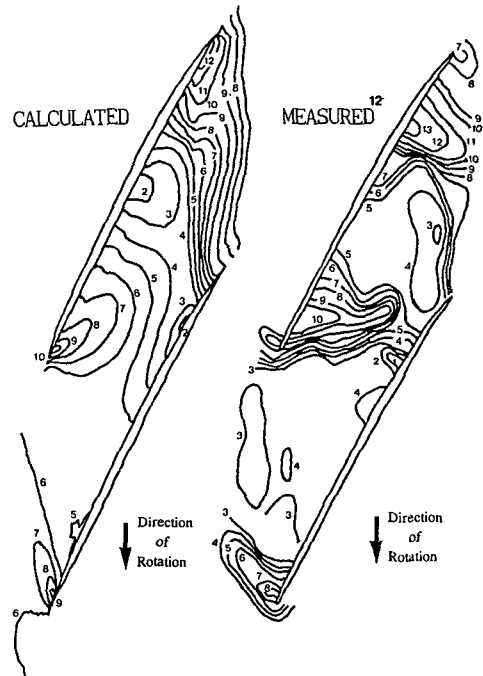


Fig. 2 B-B flow solutions of transonic fan rotor

력면의 익현길이 70% 부근에 이르는 충격파의 위치는 실험결과와 잘 일치하고 있다. 따라서 이러한 점들을 고려해 볼 때, 본 B-B 유동 계산방법은 대체적으로 만족스러운 결과를 준다고 생각된다.

5. 결 론

터보기계 회전차내부의 준3차원 상대유동장을 해석하기 위하여 제1보에서 개발된 계산법을 확장하여 축대칭 H-S 유면의 점성유동과 B-B 회전유면의 점성유동을 계산하는 방법을 각각 개발하였다. 계산결과는 비록 층류라는 가정을 하였지만 대체적으로 실험결과와 만족스러운 결과를 나타냈다. 본 계산법은 두개의 유면 사이를 상호 반복계산하는 준3차원적 계산법의 기초가 되며 이는 앞으로 수행해야 할 과제이다.

후 기

이 논문은 한국과학재단의 협력연구비에 의해 이루어진 것으로, 관계기관에 심심한 감사의 뜻을 표한다. (KOSEF 92-13-02-023)

참고문헌

- (1) Wu, C.H., 1952, A General Theory of Three-Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial-, Radial-, and Mixed-Flow Types," NACA TN 2604.
- (2) Katsanis, T., 1964, "Use of Arbitrary Quasi-Orthogonals for Calculating Flow Distribution in the Meridional Plane of Turbomachine," NASA TN D-2546.
- (3) Katsanis, T., 1965, "Use of Arbitrary Quasi-Orthogonals for Calculating Flow distribution on a Blade to Blade Surface in a Turbomachine," NASA-TN-D-2809.
- (4) Marsh, H., 1968, "A Digital computer Program for the Through Flow Fluid Mechanics in an Arbitrary Turbomachines Using a Matrix Method," ARCR & M 3509.
- (5) Adler, D. and Krimerman, Y., 1978,, "The Complete 3-Dimensional Calculation of the Compressible Flow Field in Turbo Impellers," Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 20, pp. 149~158.
- (6) 조강래, 오종식, 1991, "터보기계 내부의 비가역 H-S유동을 고려한 준 3차원 유동해석," 공기조화·냉동공학회 창립 20주년 기념논문집, 제 3권 제4호, pp. 241~249.
- (7) Spurr, A., 1980, "The Prediction of 3D Transonic Flow in Turbomachinery Using a Combined Throughflow and Blade-to-Blade Time Marching Method," International Journal of Heat & Fluid Flow, Vol. 2, No. 4, pp. 189~199.
- (8) Denton, J.D., 1976, "Extension of the Finite Area Time Marching Method to Three Dimensions," V.K.I. Lecture Series 84.
- (9) 조강래, 오종식, 1993, "유한체적법을 이용한 터보기계 회전차내부의 천이 음속·층류 유동해석(Ⅰ)-익렬 유동해석-, " 대한기계학회논문집, 제17권 제2호, pp.445~451.
- (10) Dunker, R., 1988, "Test Case E/CO-4 Single Transonic Compressor Stage," AGARD-AR-275.
- (11) Lu, P.M. and Wu, C.H., 1985, "Computation of Potential Flow on S_2 Stream Surface for a Transonic Axial-Flow Compressor Rotor," Trans. ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 107, pp. 323~328,
- (12) Erdos, J.I., and Alzner, E., 1977, "Computation of Unsteady Transonic Flows Through Rotating and Stationary Cascades," NASA CR 2900.