

〈論 文〉

사다리꼴 밀폐공간 내에서 자연대류의 이중해에 관한 연구

강신형* · 김진권** · 이준식*

(1992년 7월 14일 접수)

Bifurcation Solutions of Natural Convection in a Trapezoidal Cavity

S.H. Kang, J.K. Kim and J.S. Lee

Key Words : Bifurcation Solutions(이중해), Natural Convection(자연대류), Trapezoidal Cavity(사다리꼴 밀폐공간)

Abstract

Natural convection in trapezoidal sections of cavity was numerically investigated using a Finite Volume Method. Temperatures of the upper inclined and lower horizontal walls are constant, with vertical side walls being insulated. When the top wall is hotter than the bottom one, a single cell of stratified flow field is obtained and heat transfer occurs only by conduction. For the colder top wall, bifurcation solutions are obtained for the higher Rayleigh numbers, while unique solutions for lower values. Flow structure is strongly dependent on the configuration and the Rayleigh number.

1. 서 론

밀폐공간 내에서의 자연대류에 대하여 지난 20여 년 동안 많은 연구가 이루어졌다. 직사각형 밀폐공간 내에서의 자연대류는 그 내부의 유동 및 열전달 현상의 관점에서 다른 형상의 밀폐공간 내에서의 자연대류에 대한 기초가 되므로 많은 실험적 또는 수치해석적 연구가 행해졌다. 균일 물성치의 가정 하에서도 부력 및 중력의 상대적인 변화에 따른 복잡한 현상은 물론, 성층화와 관련된 연구, 또는 물성치의 변화에 대한 연구 등 많은 연구 결과가 발표되어 있다. 최근 공학적인 응용을 위해서 복잡한 형상의 밀폐공간이나, 또는 내부공간에 장애물이 존재하는 경우 등에 관한 연구가 활발히 이루어지고 있다.

밀폐공간의 형상이 삼각형인 경우는 건물의 천정, 다락방과 같은 특수 공간의 열부하, 특수한 목적 저장조의 설계, 또는 특수 소재의 공정설계와 관련하여 관심을 받게 되었고, 이에 대한 자연대류의 연구가 최근 발표되고 있다. Flack⁽¹⁾은 이등변 삼각형의 위 두벽과 아랫벽이 각각 냉각 또는 가열되는 경우에 대한 실험적 연구에서, 아랫면이 냉각될 때는 유동은 항상 안정되고, 아랫면이 가열될 때에는 Grashof수가 3×10^5 과 10^6 사이에서 난류로의 천이가 일어나고, Nusselt수는 Grashof수에 따라서 변한다고 발표하였다. Iyican 등^(2,3)은 부채꼴 캐비티의 내벽과 외벽이 서로 다른 등온을 유지할 때, 캐비티를 0° 에서 180° 까지 회전시키면서 그 내부에서의 자연대류를 수치해석 및 실험적으로 연구하였다. 캐비티의 각도가 0° 와 90° 사이에서 Nu 수의 극소적인 최소값이 존재함을 관찰하고, 이는 Rayleigh수와 각도에 따라 전도 모드, 이차원 정상상태 단일 셀의 대류모드, 여러 개의 셀을 가진

*정회원, 서울대학교 기계공학과

**정회원, 서울대학교 기계공학과 대학원

삼차원 정상상태의 유동모드 및 비정상 난류유동모드가 존재하고, 이를 유동 천이의 결과라고 발표하였다. Akinsete와 Coleman⁽⁴⁾은 직각삼각형의 수직벽이 단열되고, 윗면이 가열, 아랫면이 냉각될 때 ($T_{TOP} > T_{BOTTOM}$) 내부의 자연대류에 대해서 수치적 연구를 하였다. Poulikakos와 Bejan⁽⁵⁾은 직각삼각형의 윗면이 냉각되고, 아랫면이 가열될 때 ($T_{TOP} < T_{BOTTOM}$)에 대하여 Ra 수 $10^6 - 10^9$ 의 범위에서 실험을 수행하였고, Poulikakos와 Bejan⁽⁶⁾은 같은 형상에서 $Ra/Rr=10, 10^3, 10^5$ 및 $Rr=0.72, 6$ 일때, 각각 이론적 및 수치해석적 연구를 통해 캐비티 내에서 단일셀 유동이 이루어진다고 주장했다. 1989년 Lam등⁽⁷⁾은 Fig. 1의 사다리꼴 형상에서 윗면이 냉각, 아랫면이 가열될 때 ($T_{TOP} < T_{BOTTOM}$), 윗면의 경사각이 $\theta=0^\circ, 5^\circ, 15^\circ, 25^\circ$, 그리고 $10^3 < Ra < 10^7$ 에 대해 실험하여, $Nu - Ra$ 관계를 구하였다. 그들은 여기서 열전달율이 Ra 수에 따라서 연속적으로 변하지 않고 특정한 경우에 불연속적으로 변함을 관찰하였다. 이를 규명하기 위해서 수치해석을 수행하였고, 조건에 따라서 내부 유동의 구조, 즉 유동 셀의 수효가 변함을 보고하였다. 이는 Poulikakos와 Bejan⁽⁶⁾의 결과와 일치하지 않는다. Lam 등은 와도방정식(vorticity equation)을 풀어서 수치해석을 하였는데, 운동량 방정식에서 직접 속도를 구하는 더욱 세밀한 수치해석적 연구가 요구된다.

본 연구에서는 Fig. 1의 사다리꼴 밀폐공간 내에서의 자연대류를 체계적으로 수치해석하였다. 여기서는 주로 윗면이 냉각되고 아랫면이 가열될 때 ($T_{TOP} < T_{BOTTOM}$)에 주된 관심을 두었다. 연구를 통해서 Ra 수가 큰 경우, 초기 추측값에 따라 서로 다른 해가 존재함을 관찰하였고, 사다리꼴의 형상과 유동 조건이 이러한 이중해에 미치는 영향을 연구하였다.

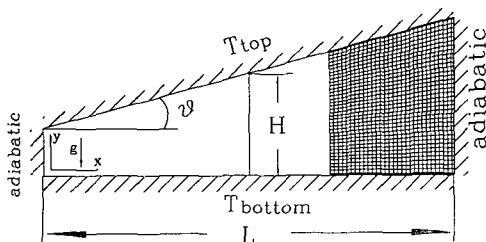


Fig. 1 Configuration of trapezoidal cross-section of a cavity, coordinate system, and grids

2. 지배방정식 및 수치해석방법

본 연구에서 관심을 두고있는 자연대류 현상에서는 유동장의 속도 크기와 온도 차이가 크지 않기 때문에, 유동은 정상 비압축성 층류유동으로 가정하였다. 물성치는 전 영역에서 일정하다고 보았으며, 다만 부력의 크기를 나타내기 위해서 Boussinesq 근사를 사용하였다. 이때 지배방정식인 연속방정식, Navier-Stokes 방정식 및 에너지 방정식은 각각 다음과 같다.

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\rho v v - \mu \nabla v) = -\nabla p + \rho r \beta (T_r - T) g \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \left(\rho v T - \frac{k}{C_p} \nabla T \right) = 0 \quad (3)$$

경계조건으로 유동에 대하여 점착조건을 사용하였다. 온도에 대하여 윗면과 아랫면에서는 등온조건을, 옆면에서는 단열조건을 사용하였다. 위 지배방정식들은 다음과 같이 일반적인 보존방정식의 형태로 표시된다.

$$\nabla \cdot (\rho v \phi - \Gamma \nabla \phi) = S_p \phi + S_c \quad (4)$$

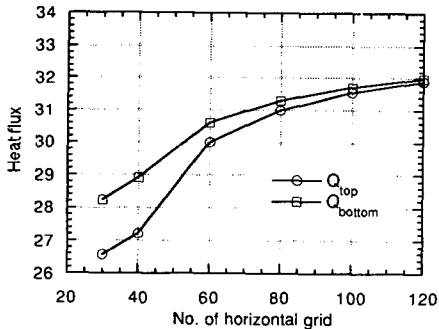
방정식을 2차원 비직교 좌표계 (ξ, η)에서 나타내고, 유한체적법을 사용하여 이산화된 방정식을 구하였다. 대류-확산항은 power-law scheme을 이용하여 차분하였고, 압력항은 SIMPLER 알고리즘에 의해서 처리하였다. 격자계는 엇갈린(staggered) 격자계를 사용하고, 운동량 방정식은 속도의 공변 물리 성분(covariant physical components)을 주 종속변수로 사용하였으며, 이 속도 성분의 기저벡터가 방향을 바꿈으로써 생기는 곡률생성항(curvature source term)은 Karki⁽⁸⁾가 사용한 국소고정좌표계(locally fixed coordinate)의 개념을 사용하여 구했다. Holman⁽⁹⁾에 주어진 대기압 300K에서 공기의 물성치를 사용하였으며, 구성된 차분방정식들은 line-by-line TDMA를 사용하여 해석하였다. 수렴 조건은 u_e, u_r, T 방정식의 무차원화된 잔류값(normalized residue)의 합이 10^{-3} 미만, 압력수정 방정식의 질량생성항을 무차원화한 값과, 압력 p 와 온도 T 의 $|\phi - \phi_{old}| / (\phi_{max} - \phi_{min})$ 값이 10^{-5} 미만이 되도록 하였다.

합리적인 수치 격자를 생성하기 위하여 $\theta=15^\circ$, $Ra=1 \times 10^5$ 에서 y 방향의 격자수를 30으로 고정하고, x 방향의 격자수를 증가시키면서 계산을 수행

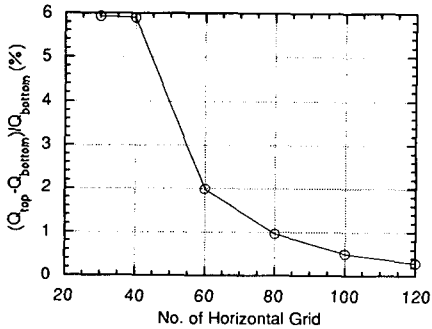
하였다. x 방향 격자수 30,40에서는 3개의 유동 셀이 나타났고, 격자수가 60,80,100,120에서는 4개의 셀이 생기는 유동을 구했다.⁽¹⁰⁾ 이때의 윗면과 아랫면을 통한 열전달량과, 이때의 오차를 Fig. 2에 나타내었다. 격자수가 증가하면서 열전달량이 일정한 값으로 수렴하고, 그 오차가 줄어드는 것을 알 수 있다. x 방향의 격자수가 120에서는 100에서 보다 1.07%정도 증가하지만 많은 경우의 계산을 위해서 100으로 결정하였다. $L/H=4$ 임을 고려하여 x 방향 격자수가 100에 대해, y 방향의 격자수 30,35,40,45인 경우에 대해서 계산하여 y 격자수가 45일 때 40에서보다 열전달량에 있어서 0.1% 이내의 증가를 확인하여 y 방향 격자수를 40으로 결정하고 이후의 계산은 Fig. 1에 일부를 나타낸 100×40 격자에서 수행하였다.

3. 계산결과 및 검토

Rayleigh수는 자연대류를 억제하는 점성효과에



(a) Effect of No. of horizontal grid on heat flux



(b) Effect of horizontal grid on heat flux error

Fig. 2 Results of grid sensitivity test ; effects of number of horizontal grid
(a)on heat flux at the wall
(b)on relative error

대한 자연대류를 일으키는 부력효과의 비를 나타내는 무차원 수이고, Nusselt 수는 대류에 의한 열전달량을 나타내는 무차원수인데 다음과 같이 정의된다.

$$Ra = \frac{\beta g \Delta T H^3}{\alpha \nu} \quad Nu = \frac{Q_c}{Q_k} \quad (5)$$

여기서 Q_k 는 전도에 의한 열전달량, Q_c 는 대류를 포함한 열전달량이다. 수치 해석적으로 계산된 Q_k 를 $\theta=0^\circ$ 일 때의 열전달량 $Q_{k,0}$ 로 무차원한 값은 아래와 같다.

θ	0°	5°	10°	15°
$Q_k/Q_{k,0}$	1	1.012	1.054	1.138

각각의 θ 에 대해 계산된 결과를 종합하여, 아랫면이 가열되고 윗면이 냉각되는 경우에 대한 $Ra-Nu$ 관계를 Lam등⁽⁷⁾의 예측값과 함께 Fig. 3-Fig. 6에 보였는데 실험 결과와 비교적 잘 일치

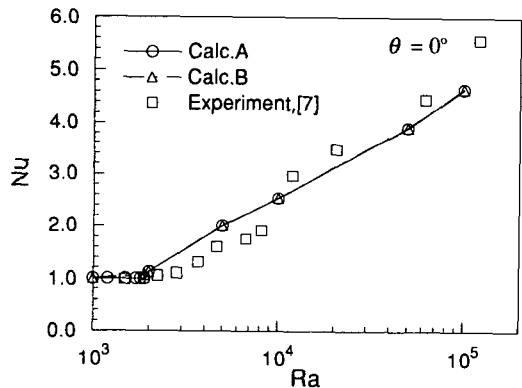


Fig. 3 Variations of Nusselt number with Rayleigh number for $\theta=0^\circ$

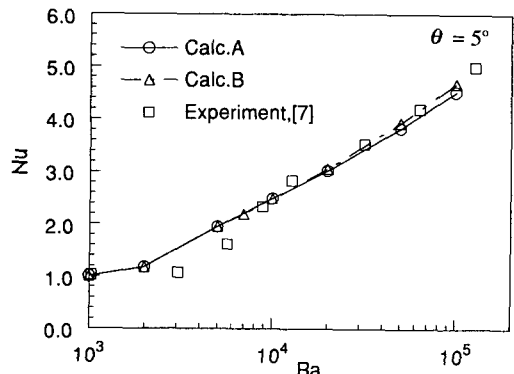


Fig. 4 Variations of Nusselt number with Rayleigh number for $\theta=5^\circ$

하고 있다. 그림에서 calc. A는 전도에 의한 온도분포를 초기값으로 하여 낮은 Ra 수 $Ra=10^3$ 의 경우를 계산하고, 이 해를 초기값으로 하여 Ra 수를 증가시키면서 순차적으로 계산한 것이고, Calc. B는 전도상태를 초기값으로 하여 $Ra=10^5$ 의 경우를 계산하고, 이 해를 초기값으로 하여 Ra 수를 감소시키며 계산하여 구한 값이다. 사다리꼴의 윗판의 경사 각도에 따라서 다르기는 하나, Ra 수에 따라서 두가지 상이한 Nu 값을 나타낸다. 이에 대해서는 뒤에서 자세히 다루고자 한다. 실험에서의 오차범위를 고려하면 실험치와 계산치는 전체적으로 잘 일치한다.

참고로 사다리꼴의 윗면이 가열되고 아랫면이 냉각되는 $T_{TOP} > T_{BOTTOM}$, $\theta=15^\circ$ 인 경우, 계산된 평균 Nu 수를 Fig. 6에서 검은 점으로 나타냈는데, Ra 수가 증가해도 Nu 수는 거의 1.0을 유지한다. 이 때의 내부 유동은 가열된 윗면에서 부력에 의해서 유동은 상승하고, 이에 따라서 순환유동이 이루어져, Fig. 7에 나타낸 바와 같이 약한 단일셀의 유동이 형성되며, 온도분포도 전도의 경우와 큰 차이가 없이 성층화를 이루고 있다. 따라서 대부분의 열전달이 전도에 의해서 이루어진다. 이는 Flack⁽¹⁾의 실험과 일치하는 결과이다. 이하의 그림에서는 무차원화된 유동함수 Ψ 의 최대, 최소값 및 이를 20등분한 유선으로 유동의 상대적인 세기를 나타내고, 유동함수 값이 양인 와류를 +셀로, 음인 와류를 -셀로 정하여, +셀은 반시계 방향, -셀은 시계 방향의 회전 유동을 나타내기로 한다.

이와 반대로 윗면이 냉각되고 아랫면이 가열되는 $T_{TOP} < T_{BOTTOM}$ 인 경우에 대하여 계산을 수행하였다. Fig. 8에는 가로 : 세로 비가 4 : 1인 직사각형, 즉 $\theta=0^\circ$ 인 경우에 대해 계산한 유동형태와 등온선을 나타내었다. Fig. 8(a)는 $Ra=1900$ 일 때의 결과로, $Nu=1.0$ 이고 $\Psi=3 \times 10^{-5}$ 정도이다. 수치 계산 결과로 나타난 유동함수의 값은 수치해석의 오차범위에 들기 때문에 거의 유동이 없다고 볼 수 있으며 온도분포는 완전히 성층화되어 있다. Fig. 8(b)는 $Ra=2000$ 일 때의 결과로, $Nu=1.12$, $\Psi=1.5$ 이다. 이때 Ra 수는 평행한 두무한 평판사이에서 Benard 대류가 시작되는 임계 Ra 수(1707)보다 높으며, $L/H=4$, $\theta=0^\circ$ 인 유한 크기의 밀폐공간에서는 Ra 수가 1900과 2000 사이에서 대류가 시작되는 것으로 생각된다. 이는 수치적의 영향을 고려하면 합리적인 결과라고 생각된다. Fig. 8(c) 와 Fig.

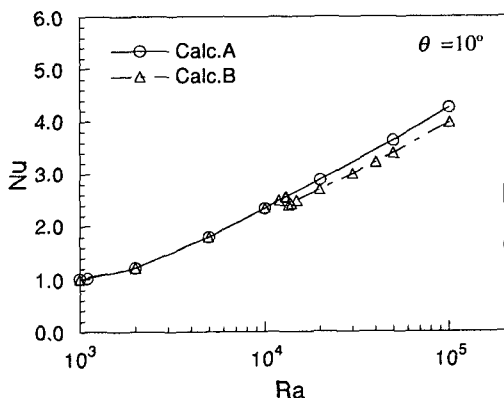


Fig. 5 Variations of Nusselt number with Rayleigh number for $\theta=10^\circ$

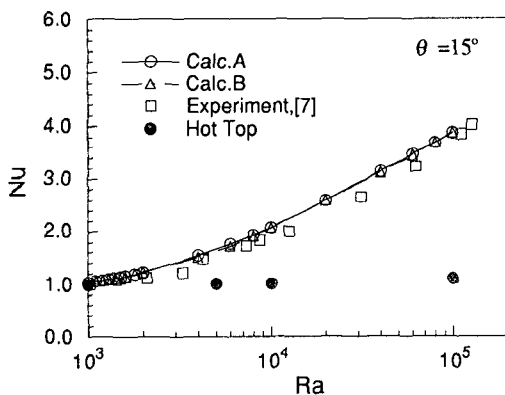
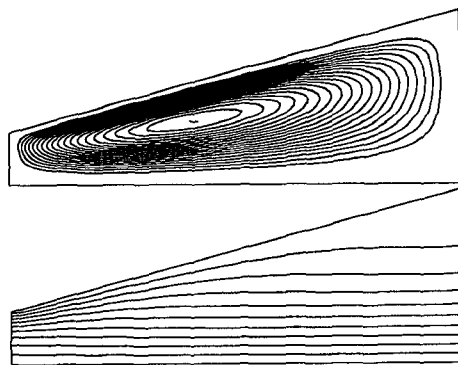


Fig. 6 Variations of Nusselt number with Rayleigh number for $\theta=15^\circ$



$Ra=1.0E5$ $\Psi(3,5)=8.44E-4$
 $Nu=1.106$ $\Psi(42,26)=-4.43$

Fig. 7 Contours of stream function and isotherms : $T_{TOP} > T_{BOTTOM}$, $\theta=15^\circ$, $Ra=1.0 \times 10^5$, $Nu=1.106$, $\Psi_{max} = -4.43$

8(d)는 같은 Ra 수, $Ra=1.0 \times 10^5$ 에 대한 계산 결과인데 Fig. 8(c)는 낮은 Ra 수에 대한 해를 초기값으로 하여 순차적으로 Ra 수를 증가시키며 계산한 (Calc. A) 결과이고 Fig. 8(d)에 나타낸 결과는

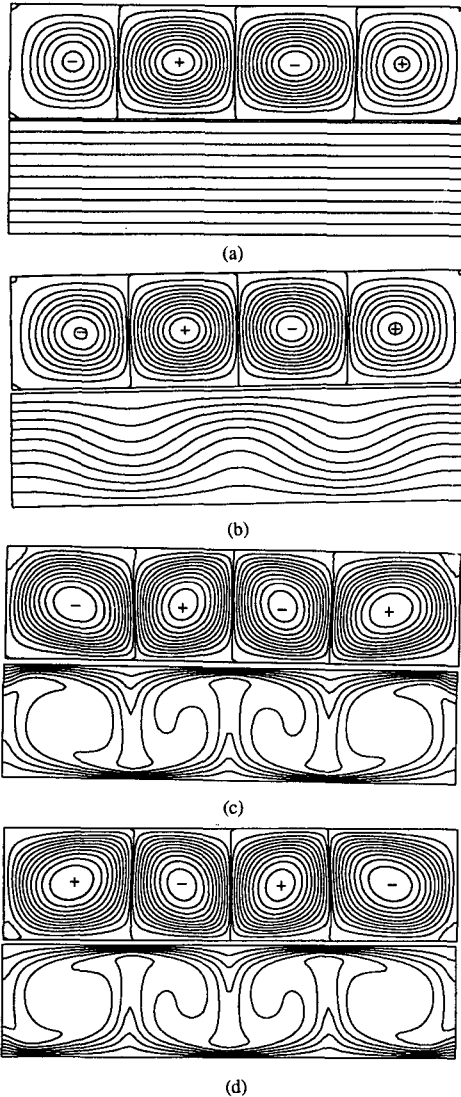


Fig. 8 Contours of stream function and isotherms : $T_{\text{top}} < T_{\text{bottom}}$, $\theta = 0^\circ$
 (a) $Ra = 1.9 \times 10^3$, $Nu = 0.9998$, $\Psi_{\text{max}} = 3.65 \times 10^{-5}$, $\Psi_{\text{min}} = -3.78 \times 10^{-5}$
 (b) $Ra = 2.0 \times 10^3$, $Nu = 1.120$, $\Psi_{\text{max}} = 1.572$, $\Psi_{\text{min}} = -1.572$
 (c) $Ra = 1.0 \times 10^5$, $Nu = 4.639$, $\Psi_{\text{max}} = 35.0$, $\Psi_{\text{min}} = -35.5$
 (d) $Ra = 1.0 \times 10^5$, $Nu = 4.657$, $\Psi_{\text{max}} = 35.0$, $\Psi_{\text{min}} = -35.0$

초기값을 전도상태의 해로 하여 계산을 수행한 결과이다. Fig. 8(b)와 Fig. 8(c)를 비교해보면, Ra 수가 증가함에 따라 유동이 강해지고 온도분포도 유동을 따라 왜곡되어 성층화가 깨어지고, 등온선이 아래위로 밀착되어 벽면에서 Nu 수의 변화가 크을 알 수 있다. 각기 다른 초기치에 대한 계산에서 평균 Nu 수도 일치하고, 유동함수 Ψ 의 최대, 최소값은 같지만, (c)에서는 최우측 셀이 반시계방향 회전의 +셀인데, (d)에서는 최우측셀이 시계방향 회전의 -셀로 유동의 방향이 다르고, 따라서 온도분포도 달라진다. (d)의 해를 초기 추측값으로 하여 Ra 수를 낮추면서 순차적으로 계산하면 (Calc. B), $Ra=1000$ 에 이르기까지 이 유동의 방향은 바뀌지 않는다.

윗면의 경사 각도가 $\theta = 15^\circ$ 일 때, Calc. A에 의한 계산결과를 Fig. 9에 나타내었다. $Ra=1000$ 인 경우에는 밀폐공간의 형상에 의해서 예상할 수 있듯이 Fig. 9(a)에서 윗면에서 냉각된 유체는 부력에 의해서 하강하고, 이에 의해서 약한 반시계 방향의 +셀이 형성된다. 온도분포는 Fig. 9(b)에 나타낸 바와 같이 상당히 성층화된 상태로 유지된다. 평균 Nu 수는 1.040으로 대류에 의한 열전달량의 증가는 4% 정도에 불과하다. 그러나 $\theta = 15^\circ$ 인 경우에는 더 낮은 Ra 수에서도 약한 반시계방향의 유동이 생김을 관찰할 수 있다. 점차 Ra 수를 증가시키면서 계산하면 (Calc. A) $Ra=1000$ 일 때의 단일셀은 (Fig. 9(a)) $Ra=1300$ 에서 아랫면의 가운데서부터 작은 셀이 성장하기 시작하여 (Fig. 9(c)) $Ra=2000$ 에서와 같이 세개의 셀로 분리된다 (Fig. 9(d)). Ra 수가 6000, 1.0×10^4 , 1.0×10^5 로 증가하면서 네개의 셀을 가진 유동으로 변하는 과정을 Fig. 9(e), (f), (g)에 각각 나타내었다. Fig. 9(h)에는 $Ra=1.0 \times 10^5$ 일 때 온도분포를 나타내었다. 한편 전도상태의 해를 초기치로 하여 $Ra=1.0 \times 10^5$ 에서 계산을 하고, 이 해를 초기치로 하여 점차 낮은 Ra 수에 대하여 계산을 하는 Calc. B의 결과를 Fig. 10에 나타내었다. Fig. 10(a), (b)에는 $Ra=1.0 \times 10^5$ 일 때의 결과로서, 셀의 갯수 및 Nu 수는 Fig. 9(g)의 결과와 일치하지만, Fig. 9(g)에서 맨 우측 셀이 +셀이고, Fig. 10(a)에서는 맨 우측 셀이 -셀로서 유동의 방향이 다르고 온도분포도 서로 상반된다. Calc. B에 의해서 Ra 수를 감소시키며 계산하면, $Ra=6000$ 에서 왼쪽 두 개의 셀이 점점 약해져서 (Fig. 10(c)), $Ra=2000$ 일 때

는 (Fig. 10(d)) 사라지고, $Ra=1420$ 에서는 Fig. 10(e)와 같은 유동이 구해지고, 이 때 $Nu=1.082$ 이다. 이를 초기 추측값으로 하여 $Ra=1419$ 에 대한 정상상태의 해를 구하면 Fig. 10(f)와 같이 맨 우측셀의 유동방향이 바뀐 세개의 셀을 가진 유동이 나타나고, $Nu=1.120$ 으로 오히려 조금 증가한다. Fig. 10(e)를 초기값으로 하여 Fig. 10(g)의 해가 구해지는 반복 계산과정을 살펴보면 Fig. 10(g)에서와 같이 왼쪽의 +셀이 오른쪽의 -셀을 압박하여 Fig. 9(a)와 같은 하나의 셀이 되고 Fig. 9(c)에서와 같이 아랫면의 중간에서 셀이 성장하기 시작하여 Fig. 10(f)의 해가 된다. 이때의 Nu 수도 셀의 갯수에 따라 감소되었다가 다시 증가

한다. $Ra=1419$ 이하에서는 초기추측값에 관계없이 유일하게, 밀폐공간의 형상에 의해서 정해지는 반시계 방향의 유동이 지배적인 해가 구해진다. 이러한 계산 결과를 종합하여 구한 평균 Nu 수를 Fig. 6에 비교하였다. $Ra=2000$ 부근과 8000 부근을 제외하고는 셀의 갯수가 같기 때문에 유동의 형태는 변하더라도 평균 Nu 수는 1%이내로 일치한다.

윗면의 경사각도를 줄여서 $\theta=10^\circ$ 에 대하여 계산을 수행하였고, 결과를 Fig. 11에 나타내었다. 앞서와 마찬가지로 방법으로 Calc. A의 과정으로 계산하면 $Ra=1000$ 에서는 형상에 의해서 지배되는 하나의 +셀이 생기고 (Fig. 11(a)), $Ra=1.0 \times 10^5$ 일 때는 맨 우측셀이 +인 네개의 셀이 생긴다

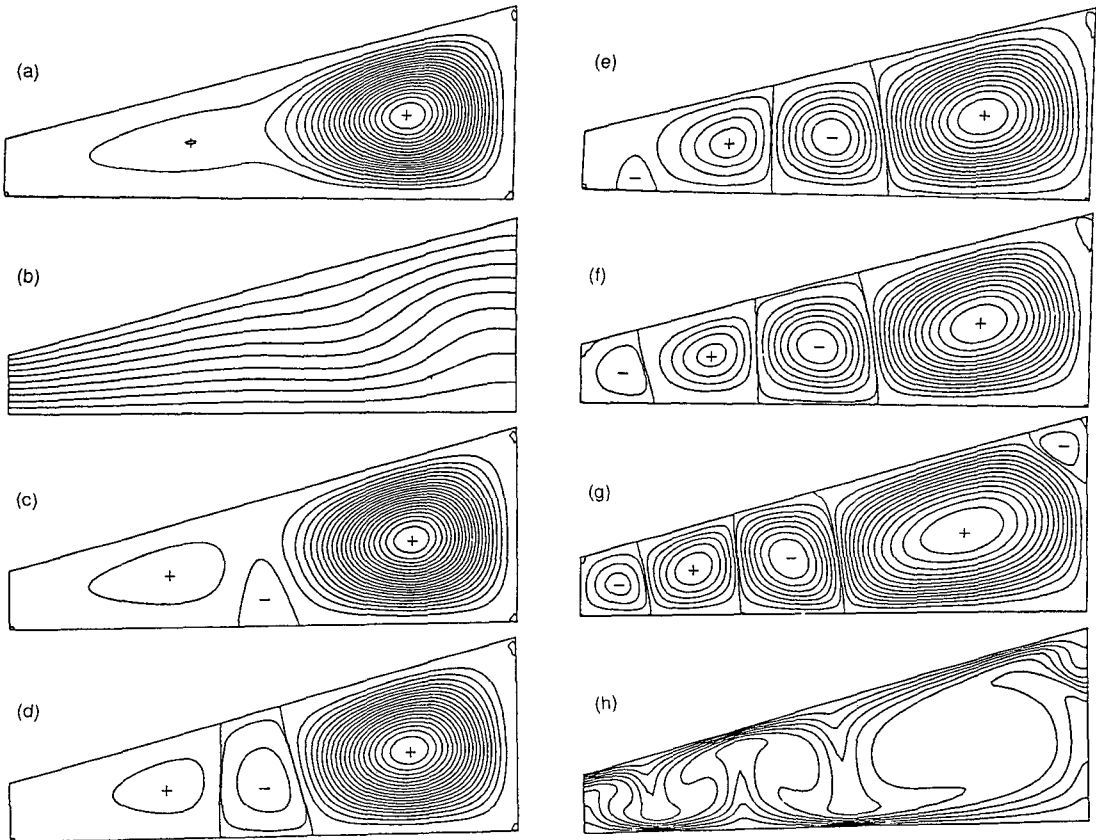


Fig. 9 Contours of stream function and isotherms: $T_{TOP} < T_{BOTTOM}$, $\theta=15^\circ$, Calc. A

- (a), (b) $Ra=1.0 \times 10^3$, $Nu=1.040$, $\Psi_{max}=2.02$, $\Psi_{min}=-4.69 \times 10^{-5}$
 (c) $Ra=1.3 \times 10^3$, $Nu=1.098$, $\Psi_{max}=3.36$, $\Psi_{min}=-4.20 \times 10^{-2}$
 (d) $Ra=2.0 \times 10^3$, $Nu=1.219$, $\Psi_{max}=5.69$, $\Psi_{min}=-0.632$
 (e) $Ra=2.0 \times 10^3$, $Nu=1.771$, $\Psi_{max}=12.8$, $\Psi_{min}=-7.49$
 (f) $Ra=1.0 \times 10^4$, $Nu=2.076$, $\Psi_{max}=17.2$, $\Psi_{min}=-8.80$
 (g), (h) $Ra=1.0 \times 10^5$, $Nu=3.880$, $\Psi_{max}=52.8$, $\Psi_{min}=-28.7$

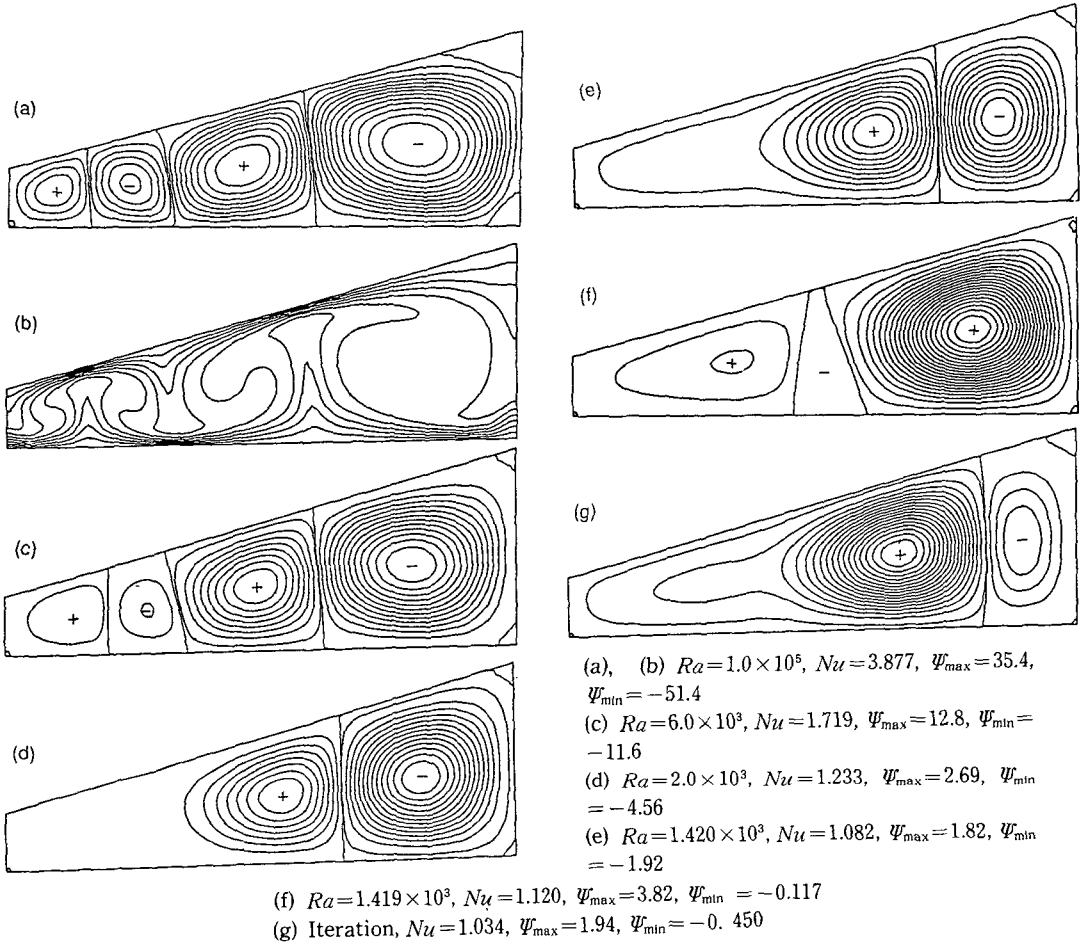


Fig. 10 Contours of stream function and isotherms: $T_{TOP} < T_{BOTTOM}$, $\theta=15^\circ$, Calc. B

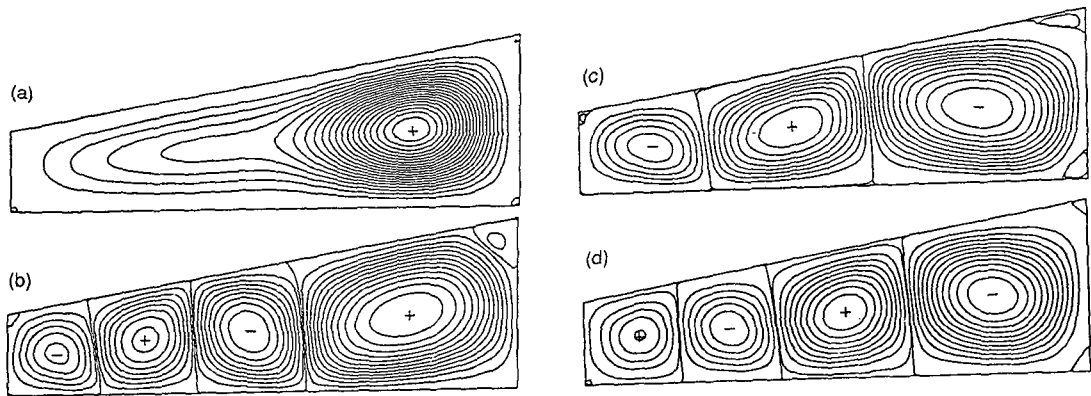


Fig. 11 Contours of stream function: $T_{TOP} < T_{BOTTOM}$, $\theta=10^\circ$
 (a) $Ra=1.0 \times 10^3$, $Nu=1.007$, $\Psi_{max}=0.830$, $\Psi_{min}=-1.62 \times 10^{-5}$
 (b) $Ra=1.0 \times 10^5$, $Nu=4.251$, $\Psi_{max}=48.3$, $\Psi_{min}=-32.8$
 (c) $Ra=1.0 \times 10^5$, $Nu=3.972$, $\Psi_{max}=36.2$, $\Psi_{min}=-48.3$
 (d) $Ra=1.3 \times 10^4$, $Nu=2.543$, $\Psi_{max}=12.9$, $\Psi_{min}=-16.6$

(Fig. 11(b)). 한편 $Ra=1.0 \times 10^5$ 에서 Calc. B에 의해 계산된 결과 Fig. 11(c)에서는 맨우측셀이 -인 세개의 셀이 형성된다. 이때 Fig. 5에 나타난 평균 Nu 수는 셀이 네개인 (b)의 경우보다 작은 값을 나타낸다. 이 해를 초기값으로 하여 Ra 수를 순차적으로 낮추면서 계산하면 $Ra=13500$ 까지는 같은 형태의 유동이 유지되고 $Ra=13200$ 에서는 Fig. 11(d)와 같이 음의 최 우측셀을 가진 셀이 네개의 셀 유동으로 바뀌면서, $\theta=15^\circ$ 일 때와 동일한 과정으로 평균 Nu 수가 오히려 증가한다. 그리고, 2000과 1000사이의 어느 Ra 수에서 Fig. 11(a)와 같은 유동으로 바뀌고, Ra 수가 그 이하에서는 형상에 의해 지배되는 해가 초기에 관계없이 유일한 해로 존재하게 된다. 결과적으로 Fig. 5에서는 이중해의 형태와 셀의 갯수가 서로 다르기 때문에 평균 Nu 수의 차이가 확실하게 관찰된다.

$\theta=5^\circ$ 에 대해서도 위에서 설명한 것과 같은 현상이 이루어지며, 차이점은 전도상태의 초기 추측값으로부터 $Ra=1.0 \times 10^5$ 을 계산할 때, Fig. 12(c)에서와 같이 최우측이 +인 다섯 개의 셀이 생긴다. Calc. B에 의해 계산을 하면 $Ra=7000$ 까지는 다섯 개의 셀이 유지되고 7000과 5000 사이에서 (b)와 같은 네개의 셀이 생기는 유동으로 돌아가서 그 이하는 초기에 관계없이 일정한 해로 수렴된

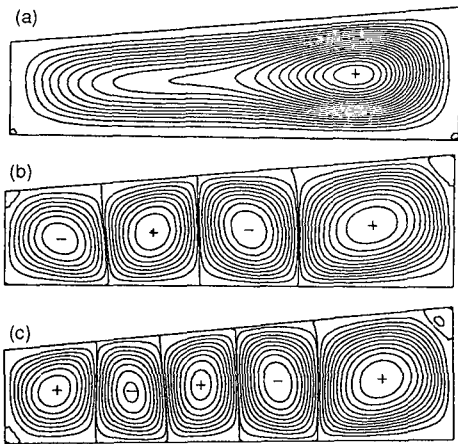


Fig. 12 Contours of stream function : $T_{TOP} < T_{BOTTOM}$, $\theta = 5^\circ$
 (a) $Ra=1.0 \times 10^3$, $Nu=1.001$, $\Psi_{max}=0.232$, $\Psi_{min}=-7.34 \times 10^{-6}$
 (b) $Ra=1.0 \times 10^5$, $Nu=4.513$, $\Psi_{max}=42.3$, $\Psi_{min}=-34.8$
 (c) $Ra=1.0 \times 10^5$, $Nu=4.672$, $\Psi_{max}=39.6$, $\Psi_{min}=-31.2$

다.

이상에서 검토한 자연대류에서 초기조건에 의한 이중해 현상은 Cheddadi등⁽¹¹⁾과 이 논문에 언급된 이전의 여러 연구에서 알려진 바 있고, Iacovides와 Launder⁽¹²⁾는 회전하는 4각덕트 내에서의 유동과 열전달에 관한 연구에서 보고한 바 있다.

이상의 계산결과를 정리하면, 아랫면의 온도가 윗면의 온도보다 높은 불안정한 온도분포를 가진 밀폐공간 내에서의 자연대류에서 초기 추측해에 따른 이중해 현상은, 초기추측해가 가지는 관성에 의해 지배되는 유동과 경계조건 즉 밀폐공간의 형상에 의해 지배되는 유동사이의 세기관계에 의해 일어난다고 볼 수 있다. 즉, Ra 수는 자연대류를 일으키려는 원동력과 자연대류를 억제하는 요인의 비이므로, 높은 Ra 수에서는 초기 추측값이 큰 관성을 가지고, 낮은 Ra 수에서는 초기값의 관성이 작을 것이다. 한편 사다리꼴 밀폐공간은 윗면의 기울기에 의해서 대류방향에 대한 선호를 가진다. 즉, Fig. 1의 사다리꼴 밀폐공간에서 윗면 근처의 차가워서 무거워진 공기는 윗면을 따라서 내려올 것이므로 반시계 방향의 유동이 선호된다. 반면에 직사각형 밀폐공간은 경계의 형상이 특정한 선호를 가지지 않는다. 따라서, 경계의 형상이 대류방향에 선호를 가지지 않는 직사각형 밀폐공간에서는 Ra 수에 관계없이 초기 추측값에 따라 서로 다른 해를 가진다. 반면, 경계의 형상이 대류의 방향에 대한 선호를 가지는 사다리꼴 밀폐공간에서는, Ra 수가 작을 때는 경계형상의 영향이 상대적으로 커서, 초기값에 관계없이 경계형상의 선호에 지배되는 해가 유일하게 존재하고, Ra 수가 클 때는 초기 추측값의 영향이 상대적으로 커서, 초기 추측값에 따라 서로 다른 두 유동으로 수렴한다. 실제로 이와 같은 두가지 현상이 존재할 것인지는 실험적 연구에 의해서 확인되어야 한다.

4. 결 론

옆면이 단열이고 윗면과 아랫면이 서로 다른 등온으로 유지되는 사다리꼴 밀폐공간 내에서의 자연대류를 유한체적법을 사용하여 수치해석적으로 연구하였고, 그 결과를 다음과 같이 정리한다.

(1) $T_{TOP} > T_{BOTTOM}$ 인 경우에는, Ra 수가 증가해도 셀이 하나인 순환유동이 형성되고, 이때 평균 Nu 수는 거의 1.0으로서 변화가 적다.

(2) $T_{TOP} < T_{BOTTOM}$ 인 경우, 윗면이 기울어진 사다리꼴 밀폐공간에서는, 그 형상이 자연대류 방향에 대한 특정한 신호를 가질 때, 낮은 Ra 수에서는 형상의 선호에 지배되는 유일해가 구해지고, 높은 Ra 수에서는 관성력, 부력 그리고 점성력의 평형상태에 따라서 서로 다른 해를 가질 수 있다.

(3) 이중해를 갖더라도 내부 공간에서 순환유동셀의 갯수가 동일하면 열전달률은 거의 동일하고, 갯수가 다르면 상당히 다르다.

참고문헌

- (1) Flack, R.D., 1980, "The Experimental Measurement of Natural Convection Heat Transfer in Triangular Enclosures Heated or Cooled From Below," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 102, pp. 770~772.
- (2) Iyican, L., Bayazitoglu, Y. and Witte, L.C., 1980, "An Analytical Study of Natural Convective Heat Transfer within a Trapezoidal Enclosure," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 102, pp. 640~647.
- (3) Iyican, L., Witte, L.C. and Bayazitoglu, Y., 1980, "An Experimental Study of Natural Convection in Trapezoidal Enclosures," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 102, pp. 648~653.
- (4) Akinsete V.A. and Coleman, T.A., 1982, "Heat Transfer by Steady Laminar Free Convection in Triangular Enclosures," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 25, No. 7, pp. 991~998.
- (5) Poulidakos, D. and Bejan, A., 1983, "Natural Convection Experiments in a Triangular Enclosure," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 105, pp. 652~655.
- (6) Poulidakos, D. and Bejan, A., 1983, "The fluid dynamics of an attic space," *J. Fluid Mech*, vol. 131, pp. 251~269.
- (7) Lam, S.W., Gani, R. and Symons, J.G., 1989, "Experimental and Numerical Studies of Natural Convection in Trapezoidal Cavities," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 372~377.
- (8) Karki, K.C., 1986, "A calculation procedure for viscous flows at all speeds in complex geometries," *Ph. D thesis, Univ. of Minnesota*.
- (9) Holman, J.P., *Heat Transfer*, McGraw-Hill, p. 643.
- (10) 김진권, 1992, "사다리꼴 밀폐공간 내에서의 자연대류에 대한 수치해석적 연구," *서울대학교 석사학위논문*.
- (11) Cheddadi, A., Caltagirone, J.P., Mohtabi, A. and Vafai, K., 1992, "Free Two-Dimensional Convective bifurcation in a Horizontal Annulus," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 114, pp. 99~106.
- (12) Iacovides, H. and Launder, B.E., 1991, "Parametric and Numerical Study of Fully Developed Flow and Heat Turbomachinery. in Rotating Rectangular Ducts," *Journal of Transfer*, Vol. 113, pp. 331~338.