

〈論 文〉

비정방 비행 시스템에 대한 강인한 자동조종장치 설계

김종식* · 정성훈**

(1992년 10월 10일 접수)

Robust Autopilot Design for Nonsquare Flight Systems

Jong Shik Kim and Seong Hun Chung

Key Words : Robust Control(강인제어), Autopilot(자동조종장치), Nonsquare Flight Systems
(비정방 비행시스템)

Abstract

A robust controller is proposed to design a flight autopilot for lateral motion control. The control system has two control loops in order to meet the performance and to maintain the stability-robustness for a nonsquare flight system with uncertain aerodynamic variations and disturbance. One is designed via linear quadratic Gaussian with loop transfer recovery(LQG/LTR) design methodology for the inner loop. The other is designed via proportional controller design method for the outer loop. To show the effectiveness of this control system, it is compared with the LQG/LTR control system for a square flight system and is analyzed for the performance/stability-robustness to model uncertainties and disturbance via wind gusts. It is found that the proposed control system has good heading command-following performance under allowable sideslip angle in spite of model uncertainties and disturbance.

기 호 설 명

g : 중력가속도	δ_{ac} : 보조날개 변위 각 명령
U_1 : 비행 전진속도	δ_{rc} : 방향타 변위 각 명령
θ_1 : 비행 트림(trim) 각	Y_v : 안정축(Y_s) 힘 계의 사이드슬립 속도에 대한 차원 변동량
I_{xx} : X축에 대한 관성모멘트	Y_v^* : 안정축(Y_s) 힘 계의 사이드슬립 속도 변화율에 대한 차원 변동량
I_{zz} : Z축에 대한 관성모멘트	Y_p : 안정축(Y_s) 힘 계의 롤 각속도에 대한 차원 변동량
I_{xz} : XZ축계의 관성적	Y_r : 안정축(Y_s) 힘 계의 요 각속도에 대한 차원 변동량
v : 섭동된 사이드슬립 속도	Y_{δ_a} : 안정축(Y_s) 힘 계의 보조날개 각에 대한 차원 변동량
p : 섭동된 롤 각속도	Y_{δ_r} : 안정축(Y_s) 힘 계의 방향타 각에 대한 차원 변동량
r : 섭동된 요 각속도	L_v : X_s 축의 사이드슬립 속도에 대한 롤링 모멘트의 차원 변동량
φ : 섭동된 롤 각	
ψ : 섭동된 요 각	
δ_a : 보조날개 변위 각	
δ_r : 방향타 변위 각	

*정회원, 부산대학교 기계설계공학과

**부산대학교 기계기술연구소

- L_v : X_s 축의 사이드슬립 속도 변화율에 대한 롤링 모멘트의 차원 변동량
- L_b : X_s 축의 롤 각속도에 대한 롤링 모멘트의 차원 변동량
- L_r : X_s 축의 요 각속도에 대한 롤링 모멘트의 차원 변동량
- L_{δ_a} : X_s 축의 보조날개 각에 대한 롤링 모멘트의 차원 변동량
- L_{δ_r} : X_s 축의 방향타 각에 대한 롤링 모멘트의 차원 변동량
- N_v : Z_s 축의 사이드슬립 속도에 대한 요잉 모멘트의 차원 변동량
- N_b : Z_s 축의 롤 각속도에 대한 요잉 모멘트의 차원 변동량
- N_r : Z_s 축의 요 각속도에 대한 요잉 모멘트의 차원 변동량
- N_{δ_a} : Z_s 축의 보조날개 각에 대한 요잉 모멘트의 차원 변동량
- N_{δ_r} : Z_s 축의 방향타 각에 대한 요잉 모멘트의 차원 변동량

1. 서 론

현재도 사용되고 있는 고전 제어기법에 의한 비행 자동조종장치 설계⁽¹⁾는 시간 및 입력면에서 많은 비용이 드는 단일루프 설계의 반복으로 이루어진다. 그리고 고전 제어기법은 최근 제어기 설계에서 중요시되는 불확실성에 대한 안정도-강인성 문제를 제어기 설계시에 직접 고려할 수 없다는 단점을 갖고 있다. 또한 BTT(bank-to-turn) 제어방식⁽²⁾을 사용하는 고성능 비행체에서는 공역학적 계수의 변화와 시스템 자체의 연성으로 인한 다변수적인 문제들을 해결할 수 있는 제어시스템 설계방법이 요구된다. 이러한 문제점들을 해결하기 위하여 LQG/LTR 제어방법^(3,4)이 도입되어 안정도-강인성을 유지하며 바람직한 주파수역 성능을 가질 수 있는 비행 자동조종장치 설계를 실현할 수 있었다.^(5,6)

본 논문에서는 비행체의 사이드슬립(sideslip)의 변화를 최소로 하면서 롤(roll) 및 요(yaw) 운동을 제어하는 것을 제어목표로 하여, 입출력 갯수가

같은 정방(square) 시스템과 입출력 갯수가 다른 비정방(nonsquare) 시스템에 대하여 LQG/LTR 및 비례 제어를 각각 설계하여 그 성능을 비교분석한다.

우선, 롤 각과 요 각을 출력변수로 선정한 정방 시스템에 대하여 LQG/LTR 제어를 설계한다. 본 논문의 제어대상인 비행체 시스템은 롤 각속도의 증가와 비대칭 형상으로 인한 피치, 요, 롤 사이의 관성결합(inertial coupling) 및 운동결합(kinematic coupling)이 큰 시스템으로, 이를 해결하기 위하여 롤 운동이 요 운동보다 빠르게 수행되도록 하는 CBTT(coordinated bank-to-turn) 제어방식⁽⁷⁾을 따른다.

다음, 비정방 시스템에 대한 제어기 설계로서 내부 루프와 외부 루프의 2단계로 나누어 설계한다. 제어입력인 보조날개(aileron)와 방향타(rudder)의 기여도가 큰 롤 각과 사이드슬립 속도를 출력으로 한 정방 시스템에 대하여 LQG/LTR 제어기법을 적용한 내부 루프를 구성하고, 횡방향 운동 제어시 중요한 변수인 요 각을 제어하기 위하여 비례 제어기법을 적용한 외부 루프를 구성하여 비정방 시스템(2-입력, 3-출력)에 대한 LQG/LTR 및 비례 제어를 설계한다.

끝으로 정방 및 비정방 시스템의 명령추종 및 불확실한 공역학적 변화와 외란에 대한 성능 및 강인성을 분석한다. 이 결과를 토대로 하여 본 논문에서 관심을 갖는 비행체의 횡방향 운동제어 목표를 달성하기 위해서는 비정방 시스템에 대한 LQG/LTR 및 비례 제어를 구축하는 것이 바람직하다는 것을 제안한다.

2. 비행체 횡방향 제어를 위한 모델 설정

준-정적 공역학적 유동장에서 6 자유도와 강체 비행체 운동의 수학적 모델을 비행체 운동의 완전 모델이라고 가정한다. 이 모델은 대기권 내에서의 비행체 운동을 표현하는데 충분하고, 비행제어계의 해석과 설계 그리고 비행 시뮬레이터(flight simulator) 설계에도 사용할 수 있는 포괄적인 모델이다.

본 논문에서 다루는 비행체는 꼬리날개(tail control)로 제어하는 시스템이므로 피치와 요의 연

성이 작고 동체형상(body configuration)으로 요/롤 연성이 크다. 그리고 사이드슬립 각에 의해 큰 롤 각속도가 발생하므로 선형화된 피치 동역학(혹은 종방향)과 요/롤 동역학(혹은 횡방향)으로 표현되는 두 부시스템(subsystem)으로 구분하여 생각할 수 있다. 비행 조종장치 설계를 위하여 비행체의 비선형 모델식⁽⁸⁾으로부터 작은 섭동(perturbation) 기법을 사용하여 선형화된 횡방향 모델은 다음과 같다. 여기서는 1차의 구동모형을 사용한다.

$$(1 - Y_v) \dot{v} = Y_v v + Y_p p + (Y_r - U_1) r + g \varphi \cos \Theta_1 + Y_{\delta_a} \delta_a + Y_{\delta_r} \delta_r \quad (1)$$

$$-L_v \dot{v} + \dot{p} - \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} = L_v v + L_p p + L_r r + L_{\delta_a} \delta_a + L_{\delta_r} \delta_r \quad (2)$$

$$-N_v \dot{v} - \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} + \dot{r} = N_v v + N_r r + N_p p + N_{\delta_a} \delta_a + N_{\delta_r} \delta_r \quad (3)$$

$$\dot{\varphi} = p + r \tan \Theta_1 \quad (4)$$

$$\dot{\delta}_a = -\frac{1}{\tau_a} (\delta_a - \delta_{ac}) \quad (5)$$

$$\dot{\delta}_r = -\frac{1}{\tau_r} (\delta_r - \delta_{rc}) \quad (6)$$

설계대상 플랜트는 대표적인 정상 비행조건(5,000 ft, 767.6 ft/sec)에서 비행체의 횡방향 운동을 선형화한 모델식으로 설정한다. 이 플랜트는 기수방향 모드에 의하여 자유적분요소를 1개 포함하고 있고 구동기의 동역학을 포함하는 시스템으로서 다음과 같은 상태공간 모델식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y(t) &= C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } x_p &= [v \ p \ r \ \varphi \ \delta_a \ \delta_r]^T \\ u_p &= [\delta_{ac} \ \delta_{rc}]^T \end{aligned}$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -0.1656 & -0.0049 & -766.5 & 32.2 & 0 & 0 & 64.17 \\ -0.1440 & -9.36 & 4.329 & 0 & 0 & 114 & 192 \\ 0.0235 & -0.0036 & -0.567 & 0 & 0 & 0 & -35.1 \\ 0 & 1 & 0.0017 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25 \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25 \end{bmatrix}^T$$

그리고 C_p 는 관심있는 변수들에 따라 결정된다.

3. 제어기 설계

3.1 LQG/LTR 제어이론

LQG/LTR 이론은 LQG 최적제어 이론으로부터 발전한 방법으로 LQG의 가격함수에 포함되어 있는 설계파라미터들을 새로운 시각에서 이해해야 한다. 즉, LQG에서는 최소제곱오차(least square error)를 얻는 관점에서, LQG/LTR에서는 루프형성 관점에서 설계파라미터들을 선정한다.

일반적으로 제어하고자 하는 플랜트를 다음과 같은 상태공간 모델식으로 표현해야 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y(t) &= C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $x_p(t) \in \mathbf{R}_n$, $u_p(t) \in \mathbf{R}_m$, $y(t) \in \mathbf{R}_l$ 이다. 또한 A_p^{-1} 가 존재하는 비특이(nonsingular) 시스템이라고 가정하고 임의의 일정한 기준입력이나 외란에 대하여 정상상태 오차가 발생하지 않는 제어시스템을 설계하고자 한다고 가정한다. 이때 플랜트의 각 제어 채널에 피드백이 없는 자유적분요소(free integrator)를 첨가하여 다음과 같은 설계플랜트 모델을 설정해야 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_p & A_p \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C &= [0 \ C_p] \end{aligned}$$

LQG/LTR 제어시스템의 구조는 Fig. 1과 같고, LQG/LTR 제어시스템 설계절차는 크게 2단계로 구분된다. 우선 설계플랜트모델(식 (10))에 대하여

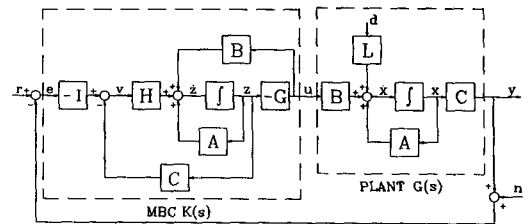


Fig. 1 Structure of the LQG/LTR control system

바람직한 루프형상을 얻을 수 있는 목표필터루프(target filter loop)를 설계하고, 다음 루프전달회복(loop transfer recovery)을 수행하여 보상된 시스템의 루프 전달함수행렬의 특이값을 이미 설계사양을 만족시키고 있는 목표필터루프의 전달함수행렬(TFM)의 특이값 형상으로 회복시키는 단계로 이루어진다. 그리고 LQG/LTR 보상기의 전달함수행렬 $K(s)$ 는 다음과 같다.

$$K(s) = G(sI - A + BG + HC)^{-1}H \quad (11)$$

여기서 설계파라미터 H 는 목표필터루프 설계과정에서 그리고 설계파라미터 G 는 루프전달회복 과정에서 선정된다.

설계파라미터 행렬 H 와 G 는 각각 다음 식을 이용하여 선정한다.

$$H = \frac{1}{\mu} PC^T \quad (12)$$

여기서 P 는 다음의 필터대수 Riccati 식으로부터 구한다.

$$AP + PA^T + LL^T - \frac{1}{\mu} PC^T CP = 0 \quad (13)$$

또한

$$G = \frac{1}{\rho} B^T K \quad (14)$$

여기서 K 는 다음의 제어대수 Riccati 식으로부터 구한다.

$$KA + A^T K + C^T C - \frac{1}{\rho} K B B^T K = 0 \quad (15)$$

식(13)에 포함된 설계파라미터 L 은 바람직한 루프형상을 위하여 그리고 μ 는 요구되는 대역폭 혹은 교차주파수를 위하여 사용되고, 식(15)에 포함된 설계파라미터 ρ 는 적절한 루프전달회복을 위하여 사용된다.

지금까지 간략하게 요약한 표준 LQG/LTR 제어방법인 비특이 시스템에 적용할 수 있는 제어방법이다. 그러나 식(8)로 표현된 플랜트 모델인 비행체 시스템은 특이 시스템이므로 표준 LQG/LTR 제어방법으로는 바람직한 목표필터루프의 형상을 얻기 어려우므로 모드형태를 이용한 목표필터루프 설계방법을 제안한다.

3.2 모드형태를 이용한 루프형성기법

이 방법은 플랜트에 포함된 자유적분요소가 바람

직한 루프형상을 얻기 위하여 각 제어채널에 첨가하는 자유적분요소와 같은 효과를 내도록 하고 가능한 한 제어기의 차수를 증가시키지 않도록 하는 방법이다. 플랜트에 $k(1 \leq k < n)$ 개의 자유적분요소가 있는 경우로서 $(m-k)$ 개의 자유적분요소만을 첨가하여 $(n+m-k)$ 차의 설계플랜트모델을 다음과 같이 설정한다. 여기서 m 은 제어입력의 갯수이다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,

$$\begin{aligned} x(t) &= [u_{p1} \ u_{p2} \ \dots \ u_{p(m-k)} \ x_p]^T, \\ x_p &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_n]^T \end{aligned}$$

먼저 n 차의 플랜트를 모드형태로 상사변환시켜 행렬 A_p 를 자유적분요소로 구성된 A_k 행렬($0_{k \times k}$)과 나머지 모드의 극점들을 대각행렬에 배열하여 다음과 같이 재구성한다.

$$A_p = \begin{bmatrix} A_k & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_{k+1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & A_{k+2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_n \end{bmatrix}$$

편의상 Fig. 2와 같이 입출력 갯수가 2개이고 플랜트에 자유적분요소가 1개 있는 n 차의 특이 시스템의 경우를 예로서 설명하기로 한다. Fig. 2로부터 $\dot{u}_{p1} = u_1, u_{p2} = u_2$ 가 성립됨을 알 수 있으며, 이때 플랜트의 자유적분요소 모드에 대한 상태방정식은 $\dot{x}_1 = B_{11}u_{p1} + B_{12}u_{p2}$ 이다. 따라서 식(16)으로 표현된 설계플랜트모델에서 상태벡터 x 와 제어입력 벡터 u 그리고 시스템행렬 A, B, C 는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} x &= [x_a : x_r]^T = [u_{p1} \ x_1 : x_2 \ x_3 \ \dots \ x_n]^T, \\ u &= [u_1 \ u_2]^T \end{aligned}$$

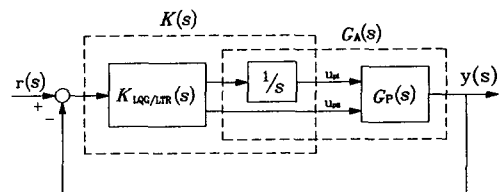


Fig. 2 LQG/LTR control system for a singular system

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ B_{11} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ B_{21} & 0 & A_2 & 0 & \cdots & 0 \\ B_{31} & 0 & 0 & A_3 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ B_{n1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & A_n \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & B_{12} \\ 0 & B_{22} \\ 0 & B_{32} \\ \cdots & \cdots \\ 0 & B_{n2} \end{bmatrix}$$

$$C = [C_a : C_r] = \begin{bmatrix} 0 & C_{11} & C_{12} & C_{13} & \cdots & C_{1n} \\ 0 & C_{21} & C_{22} & C_{23} & \cdots & C_{2n} \end{bmatrix}$$

이제 설계플랜트모델에 비해 바람직한 목표필터 루프를 설계하기 위하여 특이값이 저주파 및 고주파에서 동시에 일치되는 루프형상이 되도록 설계파라미터 행렬 L 을 다음과 같이 선정할 수 있다.⁽⁹⁾

$$L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서

$$L_1 = (C_a - C_r A_r^{-1} B_r)^{-1} \quad (18)$$

$$L_2 = [(I - C_a L_1)^{-1} C_r]^T [(I - C_a L_1)^{-1} C_r ((I - C_a L_1)^{-1} C_r)^T]^{-1} \quad (19)$$

3.3 정방 시스템에 대한 LQG/LTR

제어기 설계

롤 각과 요 각을 출력으로 한 정방 시스템에 대해 플랜트는 관측가능하고 제어가능하므로, 7차의 플랜트에 대해 LQG/LTR 제어기를 설계하기로 한다. 목표필터루프는 앞 절에서 제안한 모드형태를 이용한 루프형성기법을 이용하여 설계하였다. Fig. 3은 교차주파수가 5 rad/sec가 되도록 하여 얻은 목표필터루프 TFM의 특이값선도와 루프전달회복 과정을 수행하여 얻은 회복된 루프 TFM의 특이값선도를 나타낸다.

그러나 조종날개 각에 대한 요 각을 출력으로 한 시스템은 비최소위상 시스템이 되므로 Kalman 필터에 의하여 설계된 목표필터루프는 최소위상 시스템이고 회복된 루프 TFM은 비최소위상 시스템이므로 두 특이값 사이에는 차이가 있다. 그러나 영점의 위치가 14.4의 위치에 있고, 대역폭의 3~4배 정도 차이가 있으므로 크게 영향을 끼치지 않는다

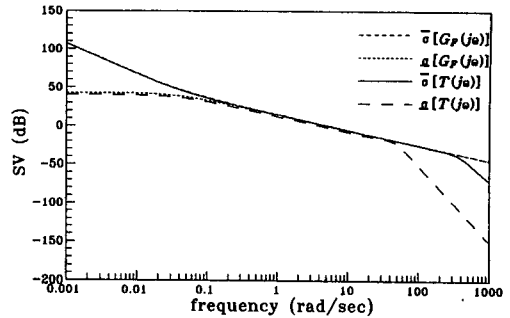


Fig. 3 Singular value plots of the target filter loop and recovered loop TFM for the square system

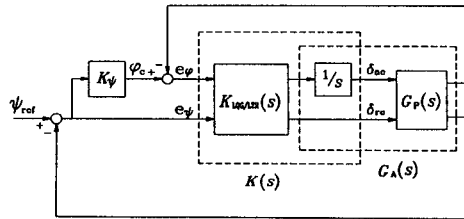


Fig. 4 Feedback control system for the square system

다.⁽¹⁰⁾

또한 지정된 방향으로 비행체를 만족스럽게 자동 조종하기 위해서는 비행체의 사이드슬립 각을 0으로 유지하고 좌표선회(coordinated turn)를 해야 한다. 이와 같은 방향 제어시스템 설계를 위하여 다음과 같은 간단한 비례 제어기법을 적용하기로 한다.

$$\varphi_c = K_\phi (\psi_{ref} - \psi) \quad (20)$$

여기서 K_ϕ 는 비례게인으로서는 요 루프의 대역폭이 1 rad/sec가 되도록 $K_\phi = 7$ 로 선정하였다. Fig. 4는 정방 시스템에 대한 LQG/LTR 및 비례 제어기를 포함한 피드백 제어시스템의 구조를 나타내고 있다.

3.4 비정방 시스템에 대한 LQG/LTR

제어기 설계

BTT 제어방식의 비행체에서는 사이드슬립 각이 너무 크면 큰 톨링 모멘트를 발생하므로 일반적으로 사이드슬립 각이 가능한 한 0이 되도록 하여 완전한 좌표선회를 이룰 수 있도록 해야 한다. 또한

공기흡입식 램젯 엔진을 장착하는 경우에는 사이드슬립이 작아야만 엔진의 효율을 극대화시킬 수 있다.⁽¹¹⁾ 그러므로 사이드슬립의 효과를 고려할 수 있는 제어기의 설계가 요구된다.

플랜트의 입/출력의 기여도를 조사한 결과 보조 날개와 방향타는 각각 롤 각과 사이드슬립 속도에 크게 기여함을 알았다. 따라서 롤 각과 사이드슬립 속도(혹은 사이드슬립 각)를 출력변수로 하는 정방 시스템에 대하여 LQG/LTR 제어기를 내부 루프로 구성하였다. 그런데 이렇게 구성한 시스템에는 기수방향 모드가 관측불가능하므로 요 각을 제외한 6개의 상태변수로 플랜트를 다시 설정하였다. 즉, $x_p = [v \ p \ r \ \varphi \ \delta_a \ \delta_r]^T$ 로 바꾸어서 식 (8)과 같이 구축하였다. 그리고 식 (20)으로 표현되는 비례 제어기를 사용하는 외부 루프에 식 (5)에서의 $\psi = r \sec \Theta_1$ 을 이용하여 플랜트의 요 각속도로부터 요 각의 관계를 설정하여 비정방 시스템(2-입력(δ_{ac} , δ_{rc}), 3-출력(v , φ , ψ))에 대한 LQG/LTR 및 비례 제어시스템을 구축하였다. 다시 말하면 사이드슬립 속도를 작게 하면서 바람직한 요 각 제어를 할 수 있는 비행 자동조종장치를 설계하기 위하여 내부 루프는 2-입력(δ_{ac} , δ_{rc}), 2-출력(v , φ)에 대한 LQG/LTR 제어기, 그리고 외부 루프는 롤 각의 명령입력 φ_c 가 요 각 ψ 의 오차에 비례하는 비례 제어기의 구조를 갖는 제어시스템을 제안한다.

우선 롤 각과 사이드슬립 속도를 출력으로 한 내부 루프를 위한 LQG/LTR 제어기를 설계하기로 한다. Fig. 5는 설계된 목표 필터루프와 회복된 루프 TFM의 특이값선도이다. 목표필터루프는 표준 LQG/LTR 기법에서의 저/고주파에서 특이값이 일치되도록 설계파라미터 L 을 선정하고 그리고 교차주파수가 약 5 rad/sec되도록 설계하였다. 그러나 서로 다른 모드를 갖고 있는 특이값선도들을 한 개의 모드를 기준으로 특정주파수 영역에 일치하도록 설계하는 방법은 많은 양의 제어입력이 필요하다. 이는 각각의 모드가 서로 다른 주파수의 고유대역폭을 갖고 있는데 단일모드를 기준으로 나머지 모드들을 특정 주파수 영역으로 이동시키기 위해서는 과도한 제어입력이 요구되므로 시스템에 무리가 따르게 된다. 따라서 특정주파수 범위내에서 특이값 형상은 한계가 있을 수 밖에 없으므로 교차주파수를 서로 다르게 설계하는 방법이 실제적이다.

이제 롤 각의 명령입력 φ_c 의 설정 문제에 대하여 언급하기로 한다. Fig. 6은 비정방 시스템을 위

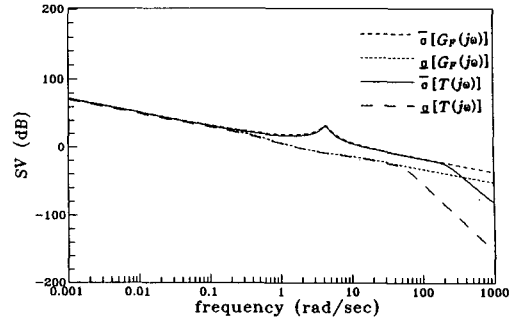


Fig. 5 Singular value plots of the target filter loop and recovered loop TFM for the nonsquare system

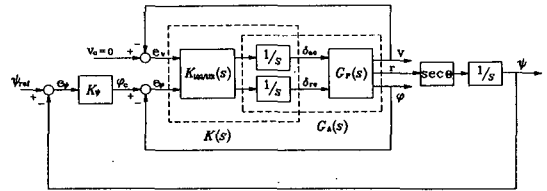


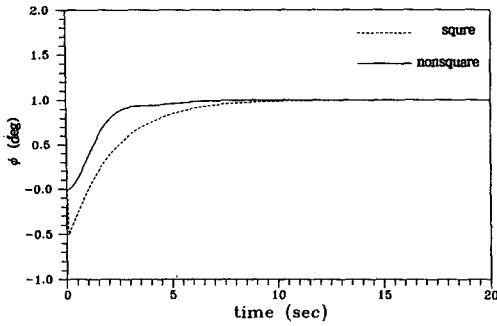
Fig. 6 Feedback control system for the nonsquare system

한 피드백 제어시스템의 구조로서 내부 루프는 LQG/LTR 제어기 그리고 외부 루프는 비례 제어기의 구조를 갖고 있다.

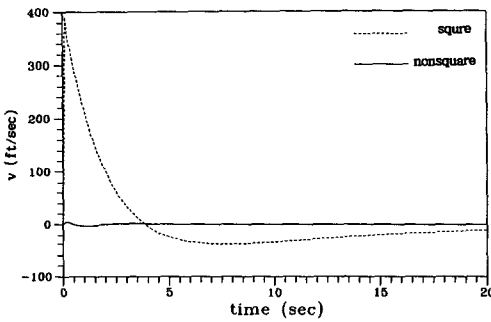
롤 각의 명령입력 φ_c 는 식 (20)과 같이 결정된다. 여기서 외부 루프의 비례 제어기는 시스템 대역폭이 1 rad/sec가 되도록 $K_\varphi = 15$ 로 선정하였다. 이것은 내부 루프의 운동, 즉 롤 운동이 먼저 일어나도록 하고 이어서 요 운동이 일어나도록 하는 CBTT 제어방식을 따르기 위한 것이다.

4. 제어시스템의 성능분석

위에서 설계된 정방 및 비정방 시스템에 대한 피드백 제어시스템의 명령추종 성능을 알아보기로 한다. Fig. 7a와 Fig. 7b는 단위스텝 ψ_{ref} 에 대한 정방 및 비정방 시스템의 요 각과 사이드슬립 속도의 시간응답을 나타낸다. 정방 시스템에서는 보조날개에 대한 요 각의 전달함수가 비최소위상 시스템이 되어 요 각에 언더슈트(undershoot)가 발생한다는 것을 알 수 있다. 그리고 정방 시스템 경우에는 사이드슬립 속도가 최대 400 ft/sec(사이드슬립 각 = 0.52°)로서 큰 값을 나타내는 반면, 비정방 시스템



(a)

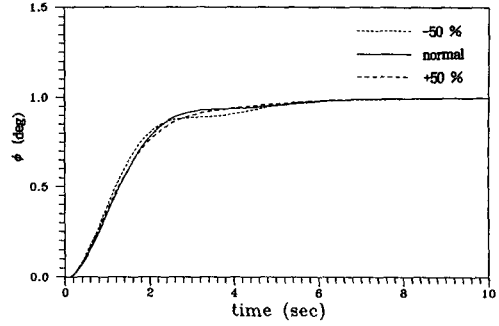


(b)

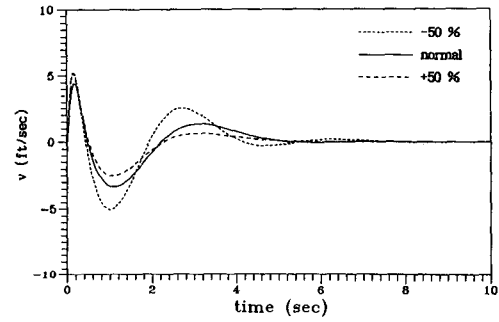
Fig. 7 (a) Time response of the yaw angle for unit step command input
(b) Time response of the sideslip velocity for unit step command input

경우는 사이드슬립 속도가 최대 4.5 ft/sec(사이드슬립 각=0.006°)로서 거의 0에 가까운 만족할만한 결과를 나타낸다는 것을 알 수 있다. 이와 같이 정방 및 비정방 시스템에 대하여 명령추종 성능을 비교해 본 결과 비정방 시스템에 대하여 LQG/LTR 및 비례 제어를 구축하는 경우가 더욱 만족스러운 성능을 얻을 수 있음을 알았다.

이제 비정방 시스템에 대하여 설계된 LQG/LTR 비행 자동조종시스템이 공역학적 계수들의 변화에 따른 비행체의 시간응답을 알아보기로 한다. 여기서는 운동과 관련된 공역학적 계수($Y_v, Y_p, Y_r, L_v, L_p, L_r, N_v, N_p, N_r$)들이 $\pm 50\%$ 변동한 경우에 대해 Fig. 8a와 Fig. 8b에 표시하였다. 이 시뮬레이션 결과로부터 제안된 제어시스템은 운동과 관련된 불확실한 공역학적 계수의 변화에 대해 강인함을 알 수 있다. 또한 조종과 관련된 공역학적 계



(a)



(b)

Fig. 8 (a) Time response of the yaw angle according to the variation of motion-related aerodynamic coefficients ($\pm 50\%$)
(b) Time response of the sideslip velocity according to the variation of motion-related aerodynamic coefficients ($\pm 50\%$)

수($Y_\delta, L_\delta, N_\delta$)의 변화에 대해서도 비슷한 결과를 얻을 수 있다.

끝으로 돌풍과 같은 외란에 대한 강인성을 분석하기 위하여, 우선 돌풍에 대한 수학적 모델을 간략하게 언급하기로 한다. 비행 자동조종장치 설계에서 필요한 대기난류에 대한 파워 스펙트럼 밀도(PSD) 함수를 표현하는 방법으로는 Von Karman 스펙트럼과 Dryden 스펙트럼 함수가 있다.⁽¹²⁾ 본 논문에서는 다음과 같이 간단하고 쉽게 프로그래밍할 수 있는 Dryden 스펙트럼 함수를 사용하기로 한다.

$$\phi(\Omega) = \sigma^2 \frac{L}{\pi} \frac{(1+3(L\Omega)^2)}{[1+(L\Omega)^2]^2} \quad (21)$$

여기서 σ 는 스케일 강도, L 은 스케일 길이, Ω 는 spartial 주파수로서 $\Omega = \omega/U_1$ 이다.

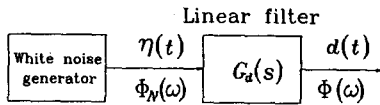


Fig. 9 Block diagram of disturbance generation

컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 돌풍에 의한 외란이 비행체에 주는 영향을 분석하기 위해서는 일반적으로 Fig. 9와 같이 백색 잡음(white noise) $\Phi_N(\omega) = 1$ 을 이용하여 돌풍의 PSD 함수 $\Phi(\omega)$ 를 생성시킬 수 있는 선형 필터 $G_d(s)$ 를 고려한다. 선형 필터의 입력 PSD 함수와 출력 PSD 함수와의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Phi(\omega) &= \left| G_d(s) \right|_{s=j\omega}^2 \Phi_N(\omega) \\ &= \left| G_d(s) \right|_{s=j\omega}^2 \end{aligned} \quad (22)$$

이제 돌풍에 의한 외란의 구체적인 한 예로서, 비행조건(5,000 ft, 767.6 ft/sec)에서 난류강도(intensity)가 21 ft/sec이고 스케일 길이가 1750 ft인 경우에 대한 선형필터 $G_d(s)$ 를 고려하고 시뮬레이션을 수행하기로 한다.

$$G_d(s) = 13.59 \frac{(s+0.2532)}{(s+0.4386)^2} \quad (23)$$

외란을 고려한 시스템의 상태공간 모델식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + \Gamma d(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (24)$$

횡방향으로만 외란 $d(t)$ 를 받는다고 가정하면 실제 사이드슬립 속도 $v_d(t)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$v_d(t) = v(t) + d(t) \quad (25)$$

따라서 외란입력벡터 Γ 는 시스템 행렬 A 의 상태변수 사이드슬립 속도에 해당하는 열벡터가 된다. 그러므로 이와 같이 구축했을 때의 돌풍의 횡방향에 대한 외란의 형태는 Fig. 10과 같다. 그리고 Fig. 11은 이 외란의 PSD 함수 $\Phi(\omega)$ 와 LQG/LTR 및 비례 제어시스템의 외란입력에 대한 출력 ψ 의 페루프 Bode 선도를 표시한 것이다. 그림에 의하면 고주파에서는 외란이 거의 제거되고 외란이 에너지를 갖는 대역폭 이하의 주파수에서는 외란입력에 대한 출력의 전달함수의 크기가 약 -60 dB

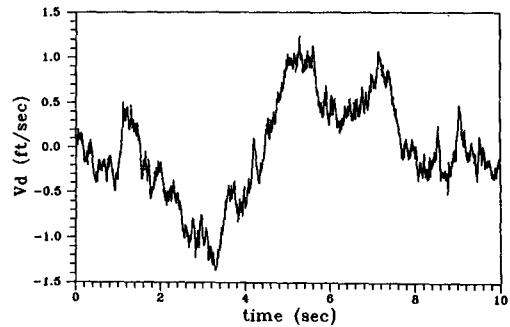


Fig. 10 A form of the disturbance via wind gusts

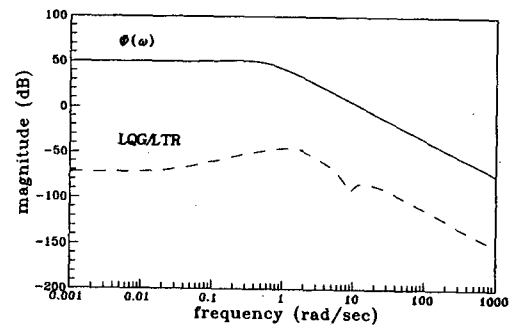


Fig. 11 Magnitudes of the transfer function from disturbance to yaw angle and PSD function of the disturbance

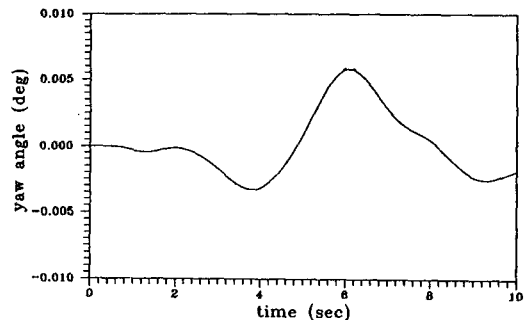


Fig. 12 Time response of the output ψ to the disturbance

이므로 요 각의 크기 변화는 외란 크기의 약 1/1000 배가 외란에 강인하다는 것을 알 수 있다. 이것을 Fig. 12에 표시된 LQG/LTR 및 비례 제어시스템의 요 각의 시간응답에서 확인할 수 있다. 이와 같이 비정방 비행체 시스템에 대하여 설계된 LQG/LTR 비행 자동조종시스템은 불확실한 공역학적 계수의 변화와 외란에 대해 강인함을 알 수 있다.

6. 결 론

불확실한 공역학적 변화와 돌풍과 같은 외란이 존재하는 실제와 유사한 상황에서 비행체의 횡방향 운동을 제어하기 위한 강인한 제어기 설계를 위해, LQG/LTR 및 비례 제어방법을 적용하여 비행 자동조종장치를 설계하고 그 성능 및 안정도-강인성을 평가하였다. 또한 제어대상인 비행체 플랜트에서 기수방향 모드의 극점이 0이므로 LQG/LTR 제어기 설계시 표준 목표필터루프 형성기법으로는 바람직한 목표필터루프를 설계할 수 없었다. 이러한 경우 모드형태를 이용하는 방법을 제안하여 바람직한 루프형상을 얻을 수 있는 방법을 제시하였다.

비행체의 롤 및 요 운동을 동시에 제어할 수 있는 제어시스템을 구축하기 위하여 정방 시스템과 비정방 시스템에 대하여 LQG/LTR 및 비례 제어 시스템을 설계하고 성능들을 비교분석한 결과, 비정방 시스템에 대하여 설계한 제어기가 우수하다는 결론을 얻었다. 따라서 충분히 작은 사이드슬립 속도(혹은 사이드슬립 각), 기수방향의 좋은 명령추종 그리고 불확실한 공역학적 변화와 외란에 대한 강인성 등과 같은 만족스러운 성능 및 강인성을 갖는 비행 자동조종장치 설계를 위해서는 2개의 제어 입력변수(δ_{ac} , δ_{rc})에 대하여 3개의 출력변수(v , φ , ψ)를 이용하는 비정방 시스템에 대하여 LQG/LTR 및 비례 제어기법을 적용한 피드백 제어시스템을 사용하는 것이 바람직하다는 것을 제안한다.

참고문헌

- (1) Kovach, M.J., Stevens, T.R. and Arrow, A., 1987, "A Bank-to-Turn Autopilot Design for an Advanced Air-to-Air Interceptor," Proc. of the Guidance, Navigation, and Control Conf. AIAA, Vol. 2, pp. 1346~1353.
- (2) McGehee, R.M., 1979, "Bank-to-Turn Technology," Proc. of the Guidance, Navigation, and Control Conf. AIAA, pp. 413~422.
- (3) Doyle, J.C. and Stein, G., 1981, "Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis," IEEE Trans. on AC., Vol. AC-26, pp. 4~16.
- (4) Stein, G. and Athans, M., 1987, "The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design," IEEE Trans. on AC., Vol. AC-32, pp. 105~114.
- (5) Ridgely, D.B., et al., 1987, "Linear-Quadratic-Gaussian with Loop-Transfer-Recovery Methodology for an Unmanned Aircraft," J. of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 10, pp. 82~89.
- (6) Wise, K.A., 1990, "Bank-to-Turn Missile Autopilot Design Using Loop Transfer Recovery," J. of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 13, pp. 145~152.
- (7) Arrow, A., 1985, "Status Concepts for Bank-to-Turn Control of Tactical Missiles," J. of Guidance, Control and Dynamics, pp. 267~274.
- (8) McRuer, D., et al., 1973, Aircraft Dynamics Automatic Control, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ.
- (9) 김종식, 1992, "불확실한 공역학적 변화와 외부교란에 강인한 비행조종장치 설계기법 연구," 국방과학연구소 위탁과제 연구보고서.
- (10) 김종식, 1988, 선형 제어시스템 공학, 청문각.
- (11) Williams, D.E., et al., 1987, "Modern Control Theory for Design of Autopilots for Bank-to-Turn Missiles," J. of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 10, pp. 378~386.
- (12) McLean, D., 1990, Automatic Flight Control Systems, Prentice Hall.