

〈論 文〉

# 파괴역학을 이용한 원판형 부재의 잔류응력 측정

강기주\* · 최성렬\*\*

(1992년 11월 16일 접수)

## Residual Stress Measurement for Circular Disk Using Fracture Mechanics Approach

K.J. Kang and S.R. Choi

**Key Words :** Residual Stress(잔류응력), Fracture Mechanics(파괴역학), Weight Function(가중함수), Complex Potential(복소포텐셜), Sectioning Method(절단법), Successive Cracking Method(점진균열법)

### Abstract

A method, so called 'successive cracking method,' for measuring residual stresses in a circular disk is proposed. In this method residual stresses are evaluated using a fracture mechanics approach, that is, the strains measured at a point on a edge of the disk as a crack is introduced and extended from the edge are used to deduce the residual stress distribution which existed in the uncracked disk. Through finite element analysis and comparative experiments with generally used sectioning method, the successive cracking method is shown to be valid, simple and effective to measure 2-dimensional residual stress distribution in a circular disk.

### 1. 서 론

용접과 열처리, 소성변형 등 기계가공 중 형성된 잔류응력은 기계요소나 구조물의 파괴와 피로수명에 큰 영향을 미친다. 잔류응력의 측정은 크게 다음과 같은 두가지 부류로 나뉜다. 첫째는 파괴적 방법으로 잔류응력이 존재하는 부분을 국부적으로 혹은 전체적으로 절단하여 잔류응력을 해방시킬 때 발생하는 변위 또는 변형률을 측정하는 것이다. Hole drilling법, Sachs의 Boring-out법, 표층제거법, 절단법 등이 이 부류에 속한다. 둘째는 비파괴적 방법으로 X선 회절법, 초음파법 등이 있다. 비파괴적 방법은 재료를 손상시키지 않고 적용이 가능하다는 장점이 있으나 현재까지는 정밀도가 비교

적 낮고 표면의 잔류응력만 측정이 가능하기 때문에 파괴적 방법과 병행하여 사용되고 있다.

본 연구자는, 점진균열(successive cracking)법이라 이름 붙인, 평판의 잔류응력 측정을 위한 새로운 방법을 제시한 바 있다.<sup>(1,2)</sup> 이 방법에서는 평판의 가장자리에 균열을 생성한 후 그 길이를 점차 증가시켜 가면서 평판 측면에서 변위 또는 변형률을 측정한다. 이 때 측정된 균열길이에 따른 변위 혹은 변형률 데이터로부터 파괴역학적 해석방법에 의해 원래의 잔류응력 분포를 계산한다. 이 방법은 측정과정이 간편하고 통상적인 변형률 혹은 변위 측정 장비외에 어떠한 특수한 장치나 센서가 필요치 않고 측정과정이 간편하다.

점진균열법과 유사한 방법으로는 Vaidynathan과 Finnie,<sup>(3)</sup> Williams와 Stouffer,<sup>(4)</sup> Cheng과 Finnie<sup>(5)</sup> 등의 연구가 있으나 각각 특수장치가 필요하며, 측정과정에 장애가 많고, 얇은 파이프에만 적용할 수

\*정회원, 전남대학교 기계공학과

\*\*정회원, 영남대학교 기계공학과

있는 등 단점이 있어 실용적으로 사용된 예는 흔치 않다.

본 연구에서는 기존의 점진균열법을 개량하여 원판의 잔류응력 분포를 측정하기 위한 새로운 방법을 제시하였으며 이것의 타당성을 입증하기 위한 유한요소해석 (finite element analysis)과 실험을 수행하였다.

## 2. 이론 전개

### 2.1 잔류응력장에 형성된 균열에 의한 변위 및 변형률

잔류응력장 내의 균열에 대한 탄성해는 중첩의 원리에 의하여 구해진다.<sup>(6,7)</sup> 균열이 존재하여 잔류응력의 재분포가 일어나도, 잔류응력으로 인한 응력강도 계수는 균열이 없을 때 존재하던 잔류응력을 균열면에 반대방향으로 작용시키는 상태에서부터 구해질 수 있다. 따라서 잔류응력장 내의 균열에 대한 응력강도계수는 다음식으로 쓸 수 있다.

$$K^r(a) = \int_A \sigma^r(x) m(x, a) dx \quad (1)$$

여기서  $A$ 는 균열면 길이이고,  $m(x, a)$ 는 기하학적 형상에 따라 주어지는 가중함수(weight function)<sup>(8)</sup>이며,  $\sigma^r(x)$ 는 균열이 없을 때 존재하던 잔류응력이다.

잔류응력이 존재하는 물체 내에 균열이 도입되었을 때 한점에서의 변위 및 변형률은 다음과 같이 구해진다. Fig. 1과 같이 균열이 존재하는 물체에 하중  $P$ 가 가해졌을 때 두 점  $C, C'$ 사이의 변위는, 가상력  $F$ 가 두 점에 가해진 것으로 가정하여, 식(2)와 같이 표현 된다.<sup>(9)</sup>

$$\begin{aligned} \Delta_F &= \Delta_{Fnocrack} \\ &+ \frac{2}{E'} \int_A \left[ K_{IP} \frac{\partial K_{IF}}{\partial F} + K_{IIP} \frac{\partial K_{IIF}}{\partial F} \right. \\ &\left. + \alpha K_{III} \frac{\partial K_{IIIF}}{\partial F} \right] da \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $K_{IP}, K_{IIP}, K_{III}$ 는 각각 하중  $P$ 에 의한 Mode I, II, III 응력강도계수이고,  $K_{IF}, K_{IIF}, K_{IIIF}$ 는 가상력  $F$ 에 의한 각 Mode의 응력강도계수이다. 또한  $E'$ 와  $\alpha$ 는 다음과 같이 정의된 것이다.

$$\begin{aligned} E' &= E && \text{for plane stress,} \\ E' &= E/(1-\nu^2) && \text{for plane strain,} \\ \alpha &= 1/(1-\nu) \end{aligned}$$

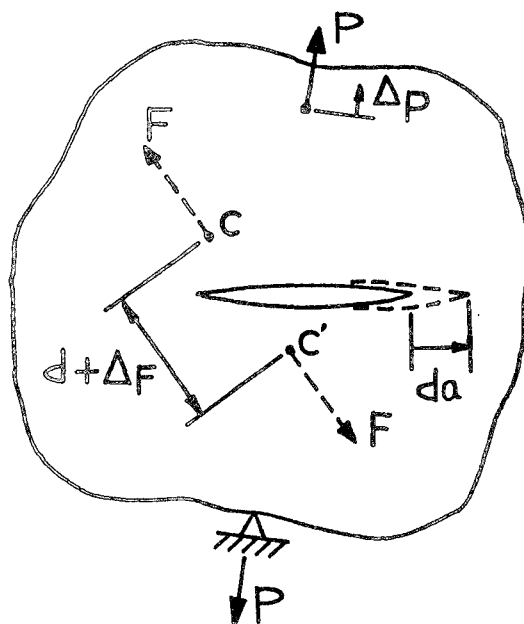


Fig. 1 A body loaded by forces,  $P$ , and virtual forces,  $F$ , here  $d$  is the distance between  $C$  and  $C'$  in the undeformed configuration

여기서  $E$ 는 Young의 탄성계수이고  $\nu$ 는 Poisson의 비이다.

두 점에서의 변형률은 식(2)를 점  $C, C'$ 사이의 거리  $d$ 로 미분하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_F &= \frac{\partial \Delta_F}{\partial d} = \frac{\partial \Delta_{Fnocrack}}{\partial d} \\ &+ \frac{2}{E'} \int_A K_{IP} \frac{\partial}{\partial F} \left[ \frac{\partial K_{IF}}{\partial d} \right] + K_{IIP} \frac{\partial}{\partial F} \left[ \frac{\partial K_{IIF}}{\partial d} \right] \\ &+ \alpha K_{III} \frac{\partial}{\partial F} \left[ \frac{\partial K_{IIIF}}{\partial d} \right] da \end{aligned} \quad (3)$$

잔류응력장 내의 균열생성으로 인한 변위 및 변형률은 식(1)의  $K_r$ 을 식(2), 식(3)의  $K_p$ 대신에 대입하여 구할 수 있다.

### 2.2 가장자리 균열을 가진 원판의 weight function

Schneider와 Danzer<sup>(10)</sup>는 Wu와 그의 동료<sup>(11,12)</sup>가 제안한 weight function계산법을 이용하여 Fig. 2와 같은 균열이 존재하는 원판의 응력강도계수에 관한 해를 다음과 같이 구하였다. 균열면에 균일한 응력  $\sigma_0$ 가 가해지는 경우 응력강도계수는

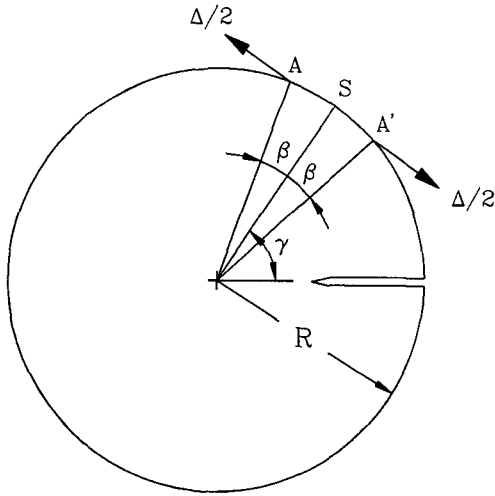


Fig. 2 A circular disk. Here  $\Delta$  is the displacement between A and A' due to the cracking

$$K_0 = \sigma_0 \sqrt{\pi a} f_0(a/R)$$

$$f_0(a/R) = \alpha_0 + \alpha_1(a/R) + \alpha_2(a/R)^2 + \alpha_3(a/R)^3 + \alpha_4(a/R)^4$$

$$(\alpha_0 = 1.1205, \alpha_1 = 0.7863, \alpha_2 = 0.8841, \alpha_3 = -0.5891, \alpha_4 = 0.9143)$$

으로 표현되며 균열면에 임의의 응력  $\sigma(x)$ 가 분포하는 경우 응력강도계수는

$$K = \sigma_0 \sqrt{\pi a} f(a/R) \quad (4)$$

$$f(a/R) = \frac{R/a}{\sqrt{2\pi f_0(a/R)}} \int_0^{a/R} \frac{\sigma(x/R)}{\sigma_0} \left[ \beta_1 \left( \frac{a}{R} - \frac{x}{R} \right)^{-1/2} + \beta_2 \left( \frac{a}{R} - \frac{x}{R} \right)^{1/2} + \beta_3 \left( \frac{a}{R} - \frac{x}{R} \right)^{3/2} \right] d \left( \frac{x}{R} \right)$$

$$\beta_1 = 2 f_0(a/R) (a/R)^{1/2}$$

$$\beta_2 = \left[ \frac{15\pi}{2\sqrt{2}} \Phi(a/R) - 8f_0(a/R) \right] (a/R)^{-1/2}$$

$$+ 4 \frac{df_0(a/R)}{d(a/R)} (a/R)^{1/2}$$

$$\beta_3 = \frac{1}{2} \left[ \frac{20}{3} f_0(a/R) - \frac{5\pi}{\sqrt{2}} \Phi(a/R) \right] (a/R)^{-3/2}$$

$$+ \left[ \frac{5\pi}{\sqrt{2}} \frac{d\Phi(a/R)}{d(a/R)} - \frac{20}{3} \frac{df_0(a/R)}{d(a/R)} \right] (a/R)^{-1/2}$$

와 같이 쓸 수 있다. 여기서  $\Phi(a/R)$ 는

$$\Phi(a/R) = \frac{1}{2} \alpha_0^2 + \frac{2}{3} \alpha_0 \alpha_1 (a/R) + \frac{1}{4} (\alpha_1^2 + 2\alpha_0 \alpha_2) (a/R)^2$$

$$+ \frac{2}{5} (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_0 \alpha_3) (a/R)^3 + \frac{1}{6} (\alpha_2^2 + 2\alpha_0 \alpha_4 + 2\alpha_1 \alpha_3) (a/R)^4 + \frac{2}{7} (\alpha_1 \alpha_4 + \alpha_2 \alpha_3) (a/R)^5 + \frac{1}{8} (\alpha_3^2 + 2\alpha_2 \alpha_4) (a/R)^6 + \frac{2}{9} \alpha_3 \alpha_4 (a/R)^7 + \frac{1}{10} \alpha_4^2 (a/R)^8$$

이다. 그런데 weight function이란, 식(1)에서 알 수 있듯이, 동일한 기하학적 형상에서 균열면 상  $x$ 에 단위 점하중이 작용하는 경우, 즉 Dirac의 델타 함수  $\sigma(x) = \delta(\xi - x)$ 인 경우 응력강도계수이므로 가장자리 균열을 가진 원판의 weight function은 식(4)의  $\sigma(x/R)$ 에  $\delta(\xi/R - x/R)$ 를 대입하여 구할 수 있다.

$$m(x, a) = \sqrt{\pi a} f(a/R)$$

$$f(a/R) = \frac{R/a}{\sqrt{2\pi f_0(a/R)}} \left[ \beta_1 \left( \frac{a}{R} - \frac{x}{R} \right)^{-1/2} + \beta_2 \left( \frac{a}{R} - \frac{x}{R} \right)^{1/2} + \beta_3 \left( \frac{a}{R} - \frac{x}{R} \right)^{3/2} \right] \quad (5)$$

### 2.3 잔류응력을 내재한 원판에 가장자리 균열을 형성하였을 때 발생하는 변형률

본 연구에서 시도하는 잔류응력의 측정방법에서는 시험편의 형상과 측정의 용이성을 감안하여 균열길이에 따른 시험편 측면 곡면상의 변형률의 변화를 측정하여 잔류응력을 계산하고자 한다.

Fig. 2는 가장자리 균열을 가진 (SEN; single edge notched) 원판 시험편을 나타내고 있다. 균열면과 각도  $\gamma$ 를 이루는 점 S에서의 접선방향 변형률  $\epsilon_{\theta\theta}$ 는 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{\partial \Delta(\beta, r)}{\partial (2R\beta)} \quad (6)$$

여기서  $\beta$ 는 충분히 작은 값이고  $\Delta$ 는 S에서 원 둘레를 따라 전후로 각각  $R\beta$ 만큼 떨어진 A, A'점 사이의 거리에서 발생한 변위로서 식(2)를 이용하여 계산될 수 있다. 최대칭 평면 잔류응력의 경우  $\Delta_{Fnocrack} = 0$ 이고  $K_{III} = K_{IIIr} = 0$ 이므로 식(2)는

$$\Delta = \frac{2}{E'} \int_0^a K_I \frac{\partial K_{IF}}{\partial F} da$$

$$K_{IF} = \int_0^a \sigma_{\theta\theta}(\beta, x) m(x, a) dx = Fh(\beta, a) \quad (7)$$

와 같이 바뀐다. 여기서  $\sigma_{\theta\theta}(\beta, x)$ 는 Fig. 3와 같이

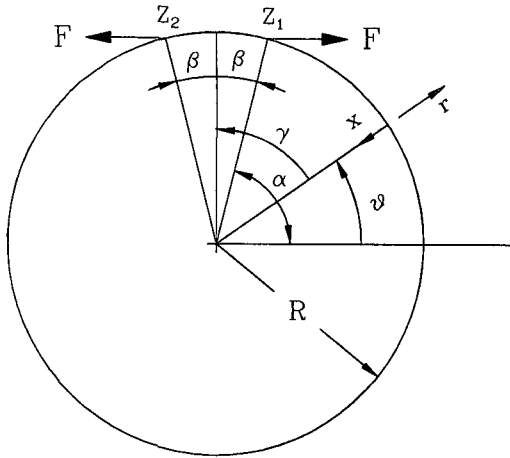


Fig. 3 A circular disk loaded by virtual forces, F

점 A, A'에 대칭 가상력 F가 작용하는 경우 x축 상의  $\theta$ 방향 응력이다. Muskhelishvili<sup>(13)</sup>는 복소포텐셜을 이용하여 Fig. 3과 같은 문제의 탄성해를 다음과 같이 구하였다.

$$\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} = 4Re\Phi(z) \quad (8)$$

$$\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr} + 2i\sigma_{r\theta} = 2[z\Phi'(z) + \Psi(z)]e^{2i\theta} \quad (9)$$

$$\Phi(z) = \frac{F}{2\pi} \left[ \frac{1}{z_1 - z} - \frac{1}{z_2 - z} - \frac{\bar{z}_1 - \bar{z}_2}{2R^2} \right] \quad (10)$$

$$\Psi(z) = \frac{-F}{2\pi} \left[ \frac{1}{z_1 - z} - \frac{1}{z_2 - z} + \frac{\bar{z}_1}{(z_1 - z)^2} - \frac{\bar{z}_2}{(z_2 - z)^2} \right] \quad (11)$$

여기서  $z = re^{i\theta}$ ,  $z_1 = Re^{i\theta}$ ,  $z_2 = -Re^{-i\theta}$ 이다. 식(8), (9)로부터  $\sigma_{\theta\theta}$ 는

$$\sigma_{\theta\theta} = Re[2\Phi(z) + (z\Phi'(z) + \Psi(z))e^{2i\theta}] \quad (12)$$

이다. 여기서  $\Phi'(z)$ 는 식(10)으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\Phi'(z) = \frac{F}{2\pi} \left[ \frac{1}{(z_1 - z)^2} - \frac{1}{(z_2 - z)^2} \right] \quad (13)$$

식(12)에 식(13), (10), (11)과  $\alpha = \pi/2 - \beta$ ,  $\theta = \pi/2 - \gamma$ ,  $r = R - x$ 를 대입하여  $\sigma_{\theta\theta}(\beta, x)$ 를 구할 수 있다. 이것을 식(7)에 대입하고 다시 식(6)에 대입하면  $\epsilon_{\theta\theta}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{2}{E'} \int_0^a K_I \frac{1}{2R} \frac{\partial h(\beta, a)}{\partial \beta} da \quad (14)$$

#### 2.4 잔류응력 분포의 결정

Fig. 4는 시험편으로 선택된 SEN 원판을 나타내

고 있다. 첫 단계로 길이  $\Delta a$ 의 초기 균열을 시험편의 가장자리에 도입하였을 때, 점 S에서의  $\theta$ 방향 변형률  $\epsilon_1$ 는 다음과 같이 구해진다. 균열  $\Delta a$ 가 생기기 전 그 위치에 존재하던 잔류응력이  $\sigma_1$ 으로 일정하다고 가정하고 Fig. 4(a)와 같이 분포하중  $\sigma_1$ 을  $c_1$ 에 작용하는 집중하중  $\sigma_1 \Delta a$ 로 대체한다. 이 집중하중에 의한 응력강도계수는 식(1)에 의하여

$$K_I(a) = \int_0^{a_1} \sigma_1 \Delta a \delta(x - c_1) m(x, a_1) dx = \sigma_1 \Delta a m(c_1, a_1) \quad (15)$$

와 같이 쓸 수 있다. 여기서  $c_1 = \Delta a/2$ 이다.  $\epsilon_1$ 은 식(15)를 식(14)에 대입하여 구할 수 있다. 식(16)은 구해진  $\epsilon_1$ 을 나타내고 있다.

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1 \Delta a}{E'R} \int_{c_1}^{a_1} m(c_1, a) \frac{\partial h(\beta, a)}{\partial \beta} da \quad (16)$$

다음, Fig. 4(b)와 같이, 균열길이를  $\Delta a$ 에서  $2\Delta a$ 로 증가시켰을 때 점 S에 발생한  $\theta$ 방향 변형률  $\epsilon_2$ 는 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_2 &= \epsilon_{12} + \epsilon_{22} \\ &= \frac{\sigma_1 \Delta a}{E'R} \int_{c_1}^{a_2} m(c_1, a) \frac{\partial h(\beta, a)}{\partial \beta} da \\ &\quad + \frac{\sigma_2 \Delta a}{E'R} \int_{c_2}^{a_2} m(c_2, a) \frac{\partial h(\beta, a)}{\partial \beta} da \end{aligned}$$

여기서  $a_2$ 는 현재의 균열길이  $2\Delta a$ 이다. 또한  $\epsilon_{12}$ 는 균열길이가  $a_2$ 일 때 잔류응력  $\sigma_1$ 에 의한 변형률을 뜻하고,  $\epsilon_{22}$ 는 균열길이가  $a_2$ 일 때  $\sigma_2$ 에 의한 변형률을 뜻한다. 앞 식과 식(16)으로부터 균열길이가  $a_1$ 에서  $a_2$ 로 증가됨에 따른 변형률의 증분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_2' &= \epsilon_2 - \epsilon_1 \\ &= \frac{\sigma_1 \Delta a}{E'R} \int_{a_1}^{a_2} m(c_1, a) \frac{\partial h(\beta, a)}{\partial \beta} da \\ &\quad + \frac{\sigma_2 \Delta a}{E'R} \int_{c_2}^{a_2} m(c_2, a) \frac{\partial h(\beta, a)}{\partial \beta} da \end{aligned}$$

같은 요령으로, 균열길이를  $a_{i-1}$ 에서  $a_i$ 로 증가시켰을 때 발생한 변형률의 증분은 식(17)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_i' &= \epsilon_i - \epsilon_{i-1} \\ &= B \sum_{j=1}^{i-1} \left[ \sigma_j \int_{a_{j-1}}^{a_i} m(c_j, a) \frac{\partial h(\beta, a)}{\partial \beta} da \right] \\ &\quad + B \sigma_i \int_{c_i}^{a_i} m(c_i, a) \frac{\partial h(\beta, a)}{\partial \beta} da \quad (17) \end{aligned}$$

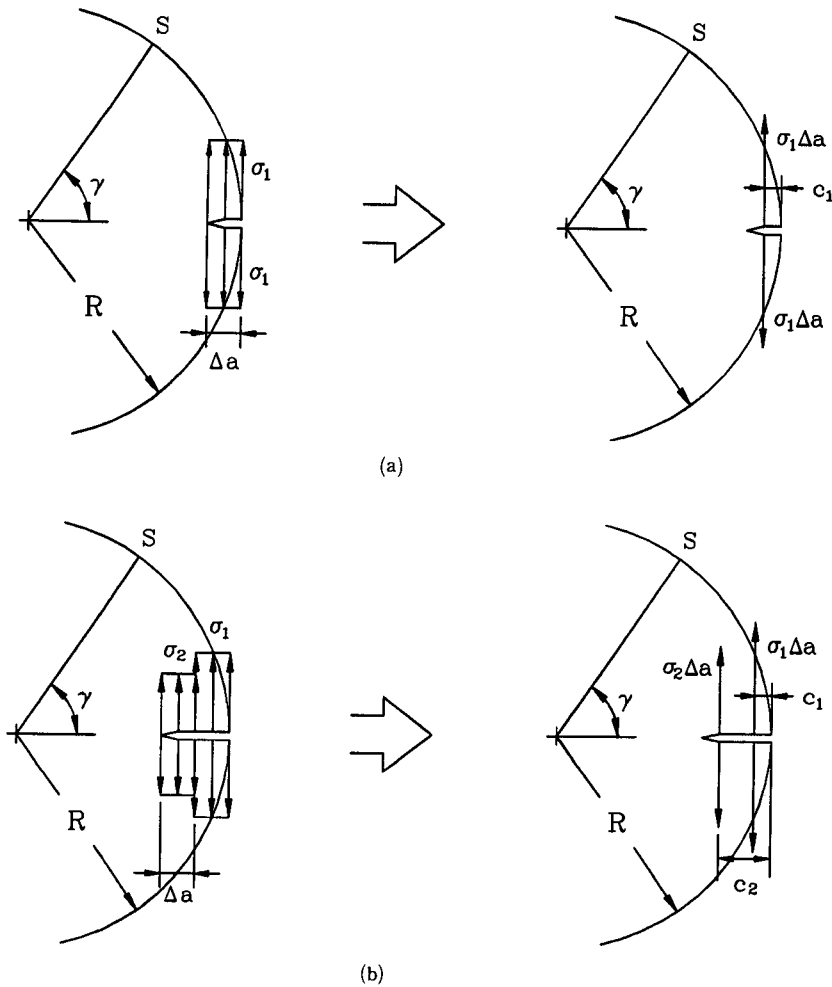


Fig. 4 Configurations for the circular disks. (a) The released residual stress  $\sigma_1$  as the crack of length  $\Delta a$  is introduced is replaced by a concentrated force  $\sigma_1 \Delta a$ ; (b) The released residual stress  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$  as the crack length is increased by  $\Delta a$  are replaced by concentrated forces  $\sigma_1 \Delta a$  and  $\sigma_2 \Delta a$ , respectively

여기서  $B = \Delta a / E'R$ ,  $a_i = i\Delta a$ 이고  $c_i = (i - 1/2)\Delta a$ 이다.

잔류응력 분포를 구하기 위해서 다음 과정을 수행하면 된다.

(a) 시험편에 초기 균열  $\Delta a$ 를 내고, 측면상의 한 점에서의 변형률  $\epsilon_1$ 을 측정한다.

(b)  $\epsilon_1$ 을 식(16)에 대입하여 잔류응력  $\sigma_1$ 을 계산한다.

(c) 균열길이를 다시  $\Delta a$ 만큼 증가시킨 다음, 변형률 증분  $\epsilon_2$ 을 측정한다.

(d)  $\epsilon_2$ 을 각각 식(17)에 대입하여  $\sigma_2$ 를 계산한다.

(e) 같은 방법으로 균열길이를  $\Delta a$ 만큼씩 증가시

키면서  $\sigma_3, \sigma_4, \dots, \sigma_i$  등을 축차적으로 계산한다.

### 3. 유한요소해석

전술한 이론의 타당성을 입증하기 위하여 유한요소해석 소프트웨어 'LINKPAK'<sup>(14)</sup>을 이용하였다. Fig. 5는 원판의 유한요소 모델이다. 8 node isoparametric 요소가 사용되었으며 균열 선단에는 quarter point를 이용  $1/\sqrt{r}$ 의 특이성(singularity)을 부여하였다.

원판내의 반경,  $r$ 방향을 따라 다음 식과 같은 원주,  $\theta$ 방향의 잔류응력이 분포하는 것으로 가정

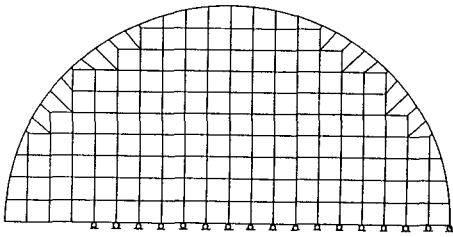


Fig. 5 A typical finite element mesh of the circular disk

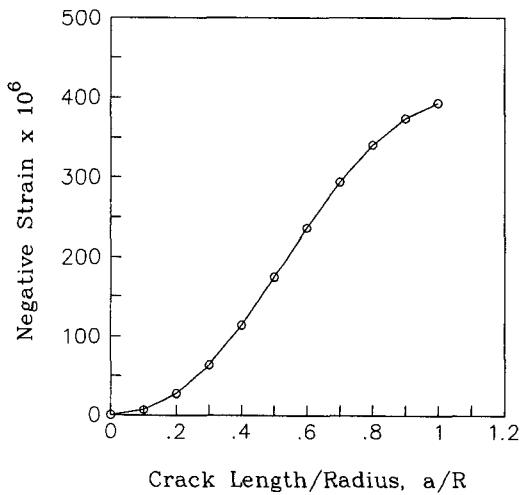


Fig. 6 Strains at the edge of  $\gamma=90^\circ$  calculated by finite element method as a function of the crack length

하였다.

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = -\sigma_0 \cos\left(\frac{\pi r}{R}\right) \quad (18)$$

위 식은 잔류응력의 특성인 힘과 모멘트의 자체평형 (self equilibrium) 을 만족한다. 잔류응력이 존재하는 물체에 균열이 생기면 균열면 상의 잔류응력이 해방되어 응력분포가 변화하게 된다. 해방된 잔류응력에 의한 응력상태 변화는, 2.1절에서 설명한 바와 같이, 중첩의 원리에 의해 구해질 수 있다. 즉 균열길이  $a$  를 증가시키면서 균열면상에 식(18) 과 크기가 같고 방향이 반대인 응력을 가하여  $r=R, \gamma=90^\circ$  인 지점의 변형을  $\epsilon_{\theta\theta}$  를 계산하였다. Fig. 6은 유한요소해석을 통해 얻어진  $a-\epsilon_{\theta\theta}$  의 관계를 나타내고 있다. 이것을 입력 데이터로하여 2.4절에서 설명한 방법에 따라 잔류응력을 계산하였다. 이

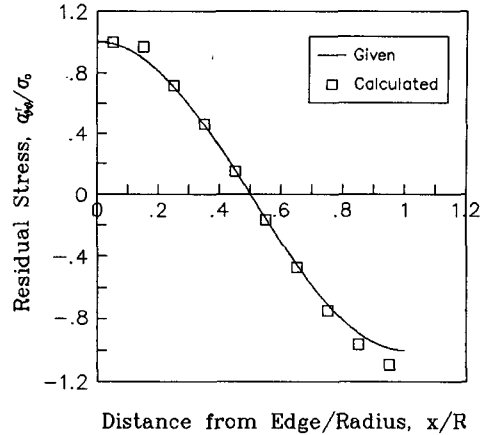


Fig. 7 Results of finite element analysis. The assumed residual stress given by Eq. (18) is shown in solid line. The residual stress calculated using Eqs. (16) and (17) is represented by  $\square$

때 균열증분은  $\Delta a=R/10$  로 하였다. Fig. 7은 계산된 잔류응력을 식(18)에 의해 주어졌던 원래의 잔류응력 분포와 비교하여 나타낸 것이다. 연속적인 잔류응력 분포를 일정한 간격을 두고 작용하는 (간격은 균열증분과 같음) 집중하중으로 대체하였다는 사실과 유한요소해석시 변형률을 Gaussian point가 아닌 node point에 대해 계산했었기 때문에 발생할 수 있는 오차 등을 감안하면 비교적 양호한 결과를 보이고 있다.

## 4. 실험 및 결과

### 4.1 시험편

중탄소강 SM45(KS) 환봉이 시험재로서 선택되었다. 시험편은 기계가공 후  $900^\circ\text{C}$ 에서 1시간 경과 후 노냉하고 샌드페이퍼로 연마하여 완성되었다. 시험편은 직경 62 mm, 두께 4 mm 크기의 원판이다. 시험편에 잔류응력을 부여하기 위하여 열처리법<sup>(15,16)</sup>이 이용되었다. Fig. 8은 열처리법에 사용된 그립(grip) 및 시험편의 조립도이다. 시험편 양면에 동일한 단면, 동일한 재료의 두꺼운 원판을 대고 이것의 외측에 그립을 결합한 다음, 이 전체를  $600^\circ\text{C}$ 에서 1시간 경과 후 수냉하여 두께 및 원주방향으로 변화가 없는 2차원 축대칭 잔류응력을 부여하였다.

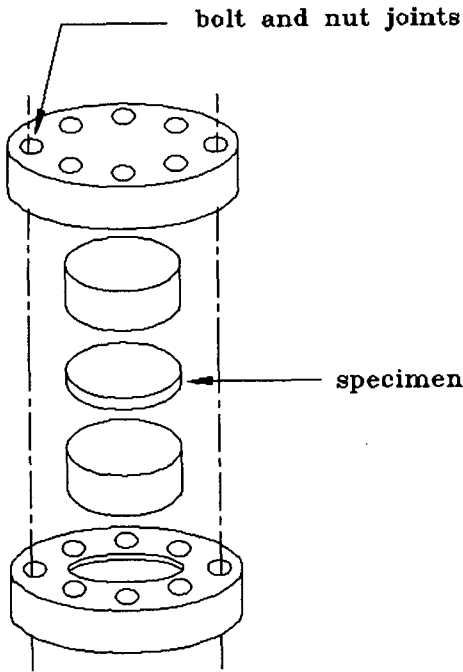


Fig. 8 Specimen and grips assembly for heat treatment to make the residual stress

4.1 점진균열 (successive cracking)법에 의한 잔류응력 측정

균열의 도입과 그 길이 증가에 따라 발생하는 변형률  $\epsilon_{90}$ 를 측정하기 위하여 유한요소해석에서와 같이  $\gamma=90^\circ$ 와  $-90^\circ$ 인 시험편의 두 측면에 스트레인게이지를 각각 부착하였다. 스트레인게이지는 게이지 길이 0.3 mm의 Kyowa KFC-03-C1-11이다. 전술한 바와 같이 시험편의 바깥쪽으로부터 중심을 향해 균열증분  $\Delta a=1$  mm씩 금속톱으로 절단한 후 변형률  $\epsilon_{90}$ 를 측정하는 과정이 되풀이 되었다.  $\gamma=90^\circ$ 와  $-90^\circ$ 인 곳에서 각각 측정된 변형률의 평균값이 잔류응력 계산을 위한 입력 데이터로서 사용되었다. Fig. 9는 균열길이에 따른 평균  $\epsilon_{90}$ 의 변화를 나타낸 것이다. 잔류응력 계산을 위한 간단한 PC용 프로그램이 FORTRAN77을 이용하여 작성되었다. 먼저 입력데이터를 7점 증분 다항식법(7-point incremental polynomial technique)<sup>(17)</sup>에 의하여 처리한 후 균열증분의 3배 간격으로 잔류응력을 계산하였다. Fig. 10은 잔류응력 분포의 계산 결과를 나타내고 있다. 시험편의 가장자리에 압축 잔류응력, 중심부에 인장 잔류응력이 존재하는 열

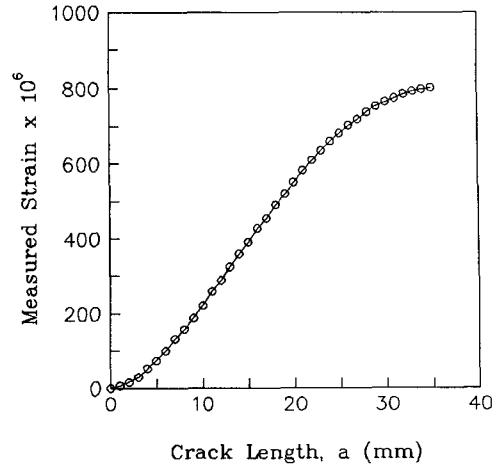


Fig. 9 Strains measured at the edge of  $\gamma=90^\circ$  as a function of the crack length

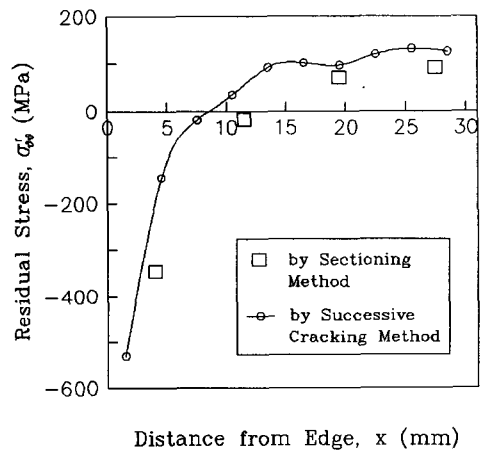


Fig. 10 Results of the residual stress measurement. The stresses measured by use of sectioning method are marked by  $\square$ . The solid line and circles represent residual stresses measured by the successive cracking method

처리법에 의한 전형적인 잔류응력 분포를 보여주고 있다.

4.3 절단법 (sectioning)법에 의한 잔류응력 측정

점진균열법에 의한 잔류응력 측정결과와 비교하기 위한 기존 잔류응력 측정방법의 하나로서 절단법을 들 수 있다. 이 방법은 잔류응력 값을 알고자 하는 지점에 미리 스트레인지게이지를 부착하고 그

주위를 절단할 때 해방된 잔류응력에 의해 발생하는 스트레인을 측정, Hook의 탄성법칙

$$\sigma_{ii} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{ii} + \nu\epsilon_{jj}), \quad \sigma_{ij} = 2G\epsilon_{ij}$$

에 대입하여 잔류응력을 계산한다. 이 방법은 시험편 내의 잔류응력 구배가 비교적 작은 경우 신뢰성 있는 결과를 주는 것으로 알려져 있다.<sup>(18)</sup>

본 연구에서는 시험편의 반경방향, 즉 중심으로 부터 직선으로 가장자리에 이르는 선을 따라  $r$ 과  $\theta$ 방향으로 2축 스트레인지기 rosette를 부착한 후 rosette주위를 절단하여 잔류응력을 측정하였다. Fig. 10내의 □표시는 절단법에 의해 측정된 결과를 나타낸 것이다. 점진균열법에 의한 잔류응력 측정결과와 매우 잘 일치하고 있다.

## 5. 토 론

잔류응력은 힘과 모멘트의 자체평형을 만족한다. 잔류응력이 축대칭으로 분포하는 경우에 모멘트 평형은 저절로 만족된다. 따라서 본 연구에서 측정된 잔류응력 분포가 힘의 평형을 만족하는지의 여부, 즉 잔류응력에 의한 결과력이 0인가를 체크하는 것은 그 정확성을 검증하는 유용한 방법의 하나이다. Fig. 10에 나타낸 잔류응력 분포에 의한 결과력과 잔류응력 절대값의 적분과의 비,

$$\frac{\int_0^R \sigma_{\theta\theta}^R dr}{\int_0^R |\sigma_{\theta\theta}^R| dr}$$

를 계산한 결과 그 값이 0.034로서 본 연구에서 제안된 점진균열법에 의한 잔류응력 측정결과가 힘의 평형을 비교적 잘 만족시키고 있음을 보여주었다.

절단법에 의한 실험결과는 Fig. 10에 나타난 바와 같이 점진균열법에 의한 것과 비슷한 경향을 나타내고 있지만 그 차이가 상당히 크다. 절단법에 의해 측정된 잔류응력 분포에 대한 식(19)의 비를 구해보면 점진균열법에 의한 것 보다 훨씬 큰 값을 나타낸다. 즉 힘의 평형을 만족시키지 못한다. 이와같이 절단법은 실험과정의 어려움에도 불구하고 정밀도가 낮은 결과를 준다.

저자의 전 연구<sup>(2)</sup>에서 언급한 바와 같이, 점진균열법에서는 시험체료가 탄성거동하는 것으로 가정하므로 균열선단의 소성영역이 시험편의 여러가지 기하학적 크기들에 비해 작은 경우에만 유효하다.

그런데 본 연구의 시험편에서는 균열을 도입하여 진전을 시작한 시험편 가장자리에 압축 잔류응력이 존재하므로 잔류응력에 의한 응력강도계수는 항상 음(-)이다. 따라서 균열선단에서의 소성역의 영향은 무시할 수 있다.

본 연구의 유한요소 해석과 실험에서,  $\gamma=90^\circ$ , 즉 균열면과 직각을 이루는 시험편 측면에서 얻어진 변형률을 이용하여 잔류응력을 계산하였다. 2.3절에서 설명한 바와 같이 변형률을 측정하는 지점( $\gamma$ )은 임의로 선택할 수 있다. 그러나  $\gamma \ll 90^\circ$ 인 경우에는 변형률이 시험편 가장자리 쪽의 잔류응력이 해방되면 민감하게 변화하지만 시험편 중심부의 잔류응력에 대해서는 둔감하다. 따라서 시험편 중심부의 잔류응력에 대한 측정의 정밀도를 기대할 수 없다. 반면에  $\gamma \gg 90^\circ$ 인 경우에는 변형률이 시험편 가장자리 쪽 잔류응력에는 둔감하게 되어 그 부분에 대한 잔류응력 측정의 정밀도를 기대하기 어렵다. 본 연구에서는, 시험편 전체의 정밀한 잔류응력 분포를 얻기 위해서는,  $\gamma=90^\circ$ 인 지점에서 변형률을 측정하는 것이 가장 좋은 것으로 판단하였다. 그러나 시험편 가장자리에서의 잔류응력만을 측정하고자 하는 경우에는  $\gamma \ll 90^\circ$ 인 지점도 무방하다.

## 6. 결 론

원판의 2차원 잔류응력 측정을 위하여 과괴역학을 응용한 '점진균열법'이 고안되었다. 유한요소해석과 기존의 절단법과의 비교실험결과 이 방법이 간편하고 정밀한 결과를 주는 것으로 밝혀졌다.

## 후 기

본 연구는 1990년도 한국학술진흥재단 자유공모 과제 지원에 의해 수행한 연구결과이며 이에 감사의 뜻을 표합니다.

## 참고문헌

- (1) 강기주, 엄윤용, 송지호, 1987, "평판의 2차원 잔류응력 측정을 위한 새로운 방법," 대한기계학회 학술대회 초록집, pp. 79~83.
- (2) Kang, K. J. Song, J. H. and Earmme, Y. Y., 1989, "A Method for the Measurement of Resid-



- ual Stresses Using a Fracture Mechanics Approach," J. of Strain Analysis for Engineering Design, Vol. 24, No. 1, pp. 23~30.
- (3) Vaidyanathan, S. and Finnie, I., 1971, "Determination of Residual Stress from Stress Intensity Factor Measurements," Trans. ASME, J. of Basic Engineering, June, pp. 242~246.
- (4) Williams, J. F. and Stouffer, D. C., 1979, "An Estimation of the Residual Stress Distribution in the Vicinity of a Propagating Fatigue Crack," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 11, pp. 547~557.
- (5) Cheng, W. and Finnie, I., 1987, "A New Method for Measurement of Residual Stresses Applied to a Multi-Pass Butt-Welded Cylinder," J. Engineering Materials and Technology, Vol. 109, pp. 337~342.
- (6) Aamodt, B. and Bergan, P. G., 1976, "On the Principle of Superposition for Stress Intensity Factors," Engng. Fracture Mechanics, Vol. 8, pp. 437~440.
- (7) Rice, J. R., 1972, "Some Remarks on Elastic Crack-Tip Stress Fields," Int. J. Solids Structure, Vol. 8, No. 6, pp. 751~758.
- (8) Buekner, H. F., 1970, "A Noble Principle for the Computation of Stress Intensity Factors," Z. Angewndte Mathemat. Mechan., Vol. 50, No. 9, pp. 529~546.
- (9) Tada, H., Paris, P. and Irwin, G., 1985, The Stress Analysis of Cracks handbook, 2nd Ed., Del Research Corporation.
- (10) Schneider, G. A. and Danzer, R., 1989, "Calculation of the Stress Intensity Factor of an Edge Crack in a Finite Elastic Disk Using the Weight Function Method," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 34, No. 3, pp. 547~552.
- (11) Wu, X. R., 1984, "Approximate Weight Functions for Center and Edge Cracks in Finite Bodies," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 20, No. 1, pp. 35~49.
- (12) Oliveira, R. and Wu, X. R., 1987, "Stress Intensity Factors for Axial Cracks in Hollow Cylinders Subjected to Thermal Shock," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 27, No. 2, pp. 185~197.
- (13) Muskhelishvili, N. I., 1963, Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, P. Noordhoff Ltd.
- (14) Owen, D. R. J. and Fawkes, A. J., 1983, Engineering Fracture Mechanics ; Numerical Method and Applications, Pineridge Press Ltd., Swansea, U. K.
- (15) Torii, T. and Honda, K., 1986, "The Influence of a Residual Stress Field on Push-Pull Fatigue Strength," Trans. of JSME A. Vol. 52, pp. 1793~1800. (in Japanese)
- (16) Jono, M. and Sugeta, A., 1986, "Effect of Residual Stress on Fatigue Crack Growth Rate and Crack Closure under Varying Loadings," Materials, Vol. 36, pp. 1071~1076. (in Japanese)
- (17) "Standard Test Method Test Method for Constant-Load-Amplitude Fatigue Crack Growth Rates Above  $10^{-8}$  m/Cycle," Annual Book of ASTM Standard, Vol. 03. 01, 1984, E 647-83, pp. 711~731.
- (18) Masubuchi, D., 1980, Analysis of Welded Structures, Pergamon Press.