

〈論 文〉

회전대우를 갖는 1자유도 평면기구의 기구 합성에 관한 연구

조선휘* · 신동원**

(1992년 8월 19일 접수)

A Study of Mechanism Synthesis of One-Degree-of-Freedom Planar Linkages with Revolute Joints

S. W. Cho and D. W. Shin

Key Words : Type Synthesis(형태합성), Dimensional Synthesis(치수합성), Precision Point(무오차점), Incidence Matrix(인시던스 행렬), Path(경로), Function Generation Motion(함수생성운동), Rigid Body Guidance Motion(강체안내운동), Path Generation Motion(경로생성운동)

Abstract

The kinematic synthesis deals with the systematic design of mechanisms for a given performance. The area of synthesis may be grouped into two categories to determine the type and to size the dimensions of a mechanism for a specified task. In this paper, using a database of mechanisms a designer can determine the type of mechanism conveniently and design equations are automatically generated for a given input performance. The solving method of design equations utilizes an optimization routine to obtain roots effectively. The linkages of 4, 6, and 8 bars with revolute joints are considered in this study but may be extended to linkages of more bars.

1. 서 론

원하는 특정 작업에 맞게 기계장치를 설계하는 과정을 기구합성(mechanism synthesis)이라고 한다. 이는 기구의 각 요소의 치수가 주어졌을 때 변위, 속도, 가속도, 저크(jerk)를 구하는 기구학적 해석(kinematic analysis)과는 반대의 과정으로서, 기계에 대한 지식과 경험, 그리고 어느 정도의 직관력이 필요한 창조적 작업이다. 이 기구합성에는 크게 형태합성(type synthesis)과 치수합성(dimen-

sional synthesis)의 두가지가 있다.

주어진 요구조건에 맞는 기구의 설계시 처음으로 기구의 형태를 결정해야 한다. 여기서는 링크의 형태 및 개수, 조인트의 형태 및 개수, 자유도의 수 등이 결정되어야 할 주요 변수이다. 이러한 변수들의 결정 과정을 형태합성^(2,7,8,10,12,13)이라 하며, 이에는 기구학적인 고려외에 설계자의 경험, 제작문제, 경제성 등의 여러 사항이 함께 포함된다. 한편 적합한 기구가 선정되었다면 설계자의 요구에 맞는 특정한 운동을 할 수 있도록 기구의 각 요소의 치수가 결정되어야 한다. 이와같은 과정을 치수합성^(1,2,7,8,14,15)이라 하며 형태합성 후에 행해진다.

본 연구에서는 회전대우(revolute joint)들로 이

*정회원, 서울대학교 기계설계학과

**서울대학교 기계설계학과 대학원

루어진 1자유도 평면기구들의 특성을 파악하고 그래프 이론(graph theory)^(9,11)을 이용하여 기구의 형태를 행렬로 표시하여 데이터베이스에 저장하였다. 또한 기구의 특성중의 하나인 작업조건(function specification)에 따른 무오차점(precision point)의 최대 개수를 알아내는 프로그램을 개발하여 이로써 얻은 정보를 또 다른 데이터베이스에 저장하였다. 이와같이 구축된 데이터베이스들로부터 설계자의 요구에 적합한 기구를 선택하여 형태합성 문제를 해결하였다.

또한 Suh가 제안한 변위행렬방법(displacement matrix approach)⁽¹⁾을 일반화시키고, Soni가 제안한 경로(path)⁽²⁾ 개념을 도입하여 설계 방정식을 일반적인 N절 기구에 대하여 생성할 수 있도록 하였다. 이렇게 생성된 설계 방정식 $F(x)=0$ 은 비선형 방정식이고 매우 많은 미지수를 지녔으며, 때로는 입력데이터의 허용도(admissibility)가 $F(x)$ 가 0이 안되게 할 수 있다. 따라서 방정식의 해법으로는 초기치에 크게 의존하는 기존의 Newton방법 대신 $\phi = F^T F$ 이 최소가 되게 하는 최적화기법^(3~5)을 이용하여 설계 미지수를 구하는 방법을 채택하여 위의 문제점들을 극복하였고 이로써 치수합성 문제를 해결하였다.

2. 이 론

2.1 수행작업과 무오차점

기구합성에는 보통 함수생성작업(function generation motion), 경로생성작업(path generation motion), 강체안내운동작업(rigid body guidance motion)의 3가지 관례적인 작업이 있으며, 입력데이터는 무오차점(precision point)의 값으로 주어진다. 보통 무오차점의 개수가 많아지면 운동의 정밀도가 높아진다.

수행작업의 내용은 다음과 같다.

(1) 함수생성작업에서는 입력링크와 출력링크 간의 각도나 변위 사이에 함수관계가 성립하는 운동이 고려된다.

(2) 경로생성작업에서는 커플러(coupler)의 한 점이 고정좌표축에 대해 지정된 경로를 따라 가도록 하는 운동이 고려된다.

(3) 강체안내운동작업에서는 커플러의 한 점이 경로를 따라감과 동시에 그에 따른 회전각도 만족되어야 한다.

본 연구에서는 이 3가지 작업 외에 아래와 같은 4가지의 새로운 작업을 추가하였다.

① 입력링크의 회전변위(rotational displacement)가 추가된 경로생성작업

② 입력링크와 출력링크의 회전변위가 추가된 경로생성작업

③ 입력링크의 회전변위가 추가된 강체안내운동작업

④ 입력링크와 출력링크의 회전변위가 추가된 강체안내운동작업

2.2 그래프 이론

기구의 구조해석(structural analysis)의 한 방법인 그래프 이론을 이용하면 어떠한 종류의 조인트를 갖는 어떠한 형태의 기구도 행렬로 나타낼 수 있다.

그래프 이론의 응용 분야는 다음과 같다.

(1) 기구들 간의 기구학적 동등성 평가(isomorphism)

(2) 인시던스행렬(incidence matrix) Mve로부터, 정의된 기구의 그래프 또는 스켈리톤(skeleton)을 그릴 수 있다.

(3) 특정그룹의 기구를 체계적으로 분류할 수 있다.

그래프 이론에 의거하면 기구의 구조는 기구학적 그래프로서 정의된다. 여기서 각 링크는 정점(vertex)으로, 조인트는 모서리(edge)로 바뀐다. 즉 정점과 모서리의 연결은 링크와 조인트 간의 연결과 같게 된다. 기구학적 그래프를 수학적으로 나타내면 인시던스 행렬 Mve로 표시할 수 있다.

Mve(vertex-edge matrix) 행렬의 한 요소 m_{ij} 는 i 번째 정점이 j 번째 모서리와 만나는가 안 만나는가에 따라 1, 0으로 된다. 즉 i 번째 링크가 j 번째 조인트와 만나면 1, 만나지 않으면 0이 된다. 본 연구에서는 회전대우만 고려하였으므로 m_{ij} 에 1이라는 값이 들어갔으나, 조인트의 종류에 따라 m_{ij} 에 조인트의 형태를 정의하는 다른 번호가 들어갈 수 있다. 만약, 두 개의 Mve가 행 또는 열의 순열만 다르고, 행벡터 또는 열벡터끼리 같다면 이들은 서로 등가(isomorphic)라 하고 같은 토폴로지(topology)를 갖게 된다. 즉 기구간의 구조학적 비교는 Mve의 등가검사로써 행해질 수 있다. Fig. 1과 Fig. 2에 6절기구의 일종인 Watt's chain의 스켈리톤과 Mve를 표시하였다.

원래 기구는 한정된 수의 미지수(주요치수)를 가

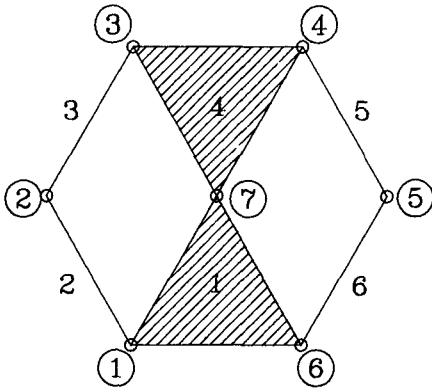


Fig. 1 Skeleton of Watt's chain

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0
 \end{bmatrix}$$

Fig. 2 Incidence matrix Mve. of Watt's chain

지고 있으므로 설계자는 수행작업에 따라 어떤 기준내에서 한정된 수의 무오차점을 제시하여야 한다. 그 기준은 수행작업에 따른 기구의 특성치라 할 수 있는 최대 무오차점의 수로서 이는 2.3절의 기구의 유일경로개념을 사용하여 구하였다.

2.3 유일경로생성

일반적인 N절 기구의 설계 방정식을 가능한 한 최소의 미지수로써 생성하기 위해서 Soni가 제안한 경로 개념을 이용하였다. 여기서 경로란 플로우팅(floating) 링크와 고정(ground) 링크를 연결하는 일종의 링크와 조인트로 이루어진 체인(chain)으로서 정의된다. 단 수행작업이 함수생성작업인 경우에는 입력링크와 출력링크를 연결하는 링크와 조인트로 이루어진 체인이 된다.

N절 기구에서 만들어진 경로는 그 기구의 특성을 나타낼 수 있도록 유일하여야 하고 이러한 유일경로는 설계 방정식의 개수를 결정하는 인자 N_c 와 미지수의 개수를 결정하는 인자 N_u 와 최대 무오차점의 개수 등 설계 방정식 생성의 중요한 정보를 제공하게 된다.

N절 기구의 유일경로를 생성하는 일반적인 과정은 다음과 같다. 본 연구에서는 Mve로 표시된 기구로부터 일련의 과정이 자동으로 수행되게 하였다.

(1) 1단계

주어진 기구의 고정 링크와 플로우팅링크에 인접한 조인트를 연결하여 링크와 조인트의 세트(set) 2개를 생성한다. 이 경우 링크는 가지(branch)에 조인트는 마디(node)에 해당한다.

(2) 2단계

각 세트의 각 마디(조인트)에 인접한 링크와 조인트를 새로 연결하여 그 조인트가 다른 세트에도 존재하는지 조사한다. 존재하면 이들 마디를 연결하여 유일경로를 생성한다. 유일경로로 연결된 링크와 조인트는 이 후에 고려대상에서 제외한다.

(3) 3단계

2단계에서도 연결되지 않고 남은 마디에 대해 인접한 링크와 조인트를 새로 연결하여 유일경로를 생성한다.

(4) 4단계

기구의 모든 링크와 조인트가 유일경로로 연결될 때까지 2,3단계를 반복시행한다.

예로서 Fig. 3와 같은 기구의 유일경로를 생성해 본다.

1단계는 Fig. 4와 같다. 1번 링크가 고정링크이고 3번 링크가 플로우팅링크이므로 링크, 조인트 세트 2개가 생성된다.

2단계는 Fig. 5와 같다. 1번째 세트의 1번 조인트, 5번 조인트와 2번째 세트의 1번 조인트, 5번

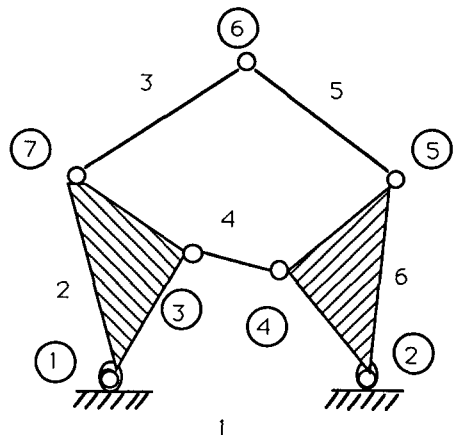


Fig. 3 Stephenson's mechanism (6 bar)

조인트가 일치하므로 2개의 유일경로가 생성된다.
 3단계는 Fig. 6과 같다. 여기서는 1개의 경로가
 첨가되어 총 3개의 유일경로가 생성된다.

$$p_1 = (1, 2, 3),$$

$$p_2 = (1, 6, 5, 3),$$

$$p_3 = (1, 6, 4, 2, 3)$$

4단계에서는 더이상 연결되어 있지 않은 링크와
 조인트가 없으므로 경로 생성을 완료한다.

생성된 유일경로를 링크에 대하여 표현하면 다음
 과 같다.



Fig. 4 Start of path generation

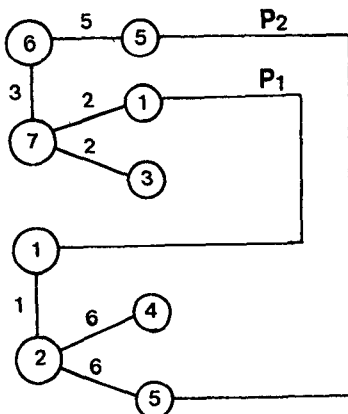


Fig. 5 Second stage of path generation

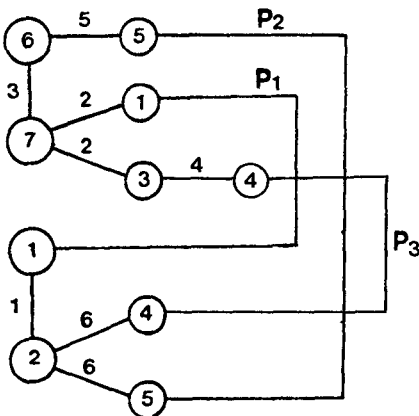


Fig. 6 Third stage of path generation

2.4 유일경로를 고려한 기구의 특성파악

유일경로들로부터 설계 방정식의 개수, 미지수의
 개수, 최대 무오차점의 개수를 구하기 위해서는 설
 계 방정식의 형태 및 개수를 결정하는 인자 N_c 와
 미지수의 개수를 결정하는 인자 N_u 의 결정이 선행
 되어야 한다.

(1) 유일경로의 구속조건 N_c

구한 유일경로 중의 한 경로내에 2개의 대우를
 가지는 단링크(simple link)가 없으면 그 경로의
 구속조건 $N_c=2$ 이고 조인트 연결 구속조건(joint
 connectivity constraint)에 해당한다. 단링크가 존
 재하면 $N_c=1$ 이고 일정길이 구속조건(constant
 length constraint)에 해당한다. 이는 2.5절에 구
 체적으로 기술되어 있다. N_c 가 클수록 주어진 무
 오차점에서 많은 설계 방정식이 생성된다.

(2) 한 유일경로에서 미지의 상대각도를 갖는 링크의 수 N_u

한 유일경로 내에서 단링크와 회전변위가 입력으
 로 주어진 링크를 제외하고 남은 링크의 개수가
 N_u 가 된다. N_u 가 클수록 주어진 무오차점에서 많
 은 미지수가 나온다.

(3) 한 유일경로에서 설계방정식의 개수와 미지 수의 개수

방정식의 개수 : $N_c(N-1)$

미지수의 개수 : $N_u(N-1) + M$

N : 유일경로의 무오차점의 수

N_u : 유일경로에서 미지의 상대각도를 갖는 링크
 의 수

N_c : 유일경로에서 구해진 구속조건(1 or 2)

M : 유일경로에서 미지의 조인트 좌표의 수

위에서 방정식의 수와 미지수의 수가 같다면 이
 유일경로에서 $N_c > N_u$ 이어야 한다. 이러한 유일경
 로를 한정경로(limited path)라 하고 한정경로 내
 에서 생성된 설계방정식만으로 해를 구할 수 있다.
 만약 $N_c \leq N_u$ 이면 한 유일경로 내에서 생성된 설

계 방정식뿐만 아니라 기구의 다른 유일경로에서 생성된 설계방정식을 고려해야만 해를 구할 수 있다. 한 유일경로의 N_c 와 N_u 를 결정한 후 설계 방정식의 개수와 미지수의 개수를 같도록 최대무오차점의 개수를 결정하는 과정은 다음과 같다.

한정경로에서 <방정식의 수=미지수의 수>란 등식을 세우면 다음과 같다.

$$N_c(N_{max}-1) = N_u(N_{max}-1) + M_{max} \quad (1)$$

N_{max} : 한정경로의 최대 무오차점의 수

N_u : 한정경로에서 미지의 상대각도를 갖는 링크의 수

N_c : 한정경로에서 구해진 구속조건 (1 or 2)

M_{max} : 한정경로에서 미지의 조인트좌표의 최대 수

전체기구에서 <방정식의 수=미지수의 수>란 등식을 세우면 다음과 같다.

$$NT_c(NT_{max}-1) = NT_u(NT_{max}-1) + MT_{max} \quad (2)$$

NT_{max} : 기구의 최대 무오차점의 수

NT_u : 기구에서 미지의 상대각도를 갖는 링크 수

NT_c : 각 경로에서의 구속조건 N_c 를 모두 더한 수

MT_{max} : 기구에서 미지의 조인트 좌표의 최대 수

기구의 설계방정식에 설계자는 미지의 조인트 좌표값을 임의로 설정하여 입력할 수 있다. 따라서 M_{max} 및 MT_{max} 는 설계자의 조인트 좌표 입력이 없을 때의 값이다.

식(1)에서 한정경로의 최대 무오차점의 수 N_{max} 에 대해 풀면 다음과 같다.

$$N_{max} = M_{max}/(N_c - N_u) + 1 \quad (3)$$

식(2)에서 전체 기구의 최대 무오차점의 수 NT_{max} 에 대해 풀면 다음과 같다.

$$NT_{max} = MT_{max}/(NT_c/NT_u) + 1 \quad (4)$$

식(3)에서 N_{max} 와 M_{max} 는 항상 양의 정수이므로 한정경로에서 N_{max} 가 존재키 위해서는 $N_c > N_u$ 이어야 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

① 한 경로에서 고정링크의 존재여부를 조사한다.

② 설계자의 입력에 회전변위가 기술된 링크의 존재여부를 조사한다.

③ ①, ②에서 언급되지 않은 링크 중 단링크를 찾는다. 이에 아래와 같이 3단계의 세부과정이 있다.

(a) 단링크가 없을 때 그 경로는 조인트 연결 구속조건을 갖는다. 이 경우 $N_c=2$ 이다.

(b) 한개의 단링크가 있을 때 그 경로는 일정길이 구속조건을 갖는다. 이 경우 $N_c=1$ 이다.

(c) 다수의 단링크가 있을 때 그 중 한개를 골라 내고 그것으로써 그 경로는 일정길이 구속조건을 가진다. 이 경우 $N_c=1$ 이다.

④ ①, ②, ③에서 언급되지 않은 나머지 링크에 대해서는 미지의 상대각도를 갖는 링크로 정의하고 그 갯수가 N_u 가 된다.

⑤ 아래에 있는 과정에 의해 그 경로가 한정인가 아닌가를 조사한다.

(a) $N_c \leq N_u$: 그 경로는 비한정(unlimited)이고,

(b) $N_c > N_u$: 그 경로는 한정(limited)이라 한다.

⑥ 실제로 그 기구가 가지는 무오차점의 최대 개수는 식(4)의 NT_{max} 와 식(3)의 N_{max} 중 작은 값이다.

결국 본절은 유일경로 개념을 도입하여 N 기구의 미지수의 개수를 가능한 한 최소화 시키도록 설계방정식을 생성하고, 설계방정식의 개수와 미지수의 개수와 최대 무오차점의 개수를 미리 알아내어 치수 함성에 사용하는 데 목적이 있다. 단, 같은 기구라도 수행작업에 따라 상기의 수치들은 변한다.

2.5 설계 방정식의 자동생성

2.3절에서 구한 유일경로와 2.4절에서 구한 유일경로의 구속조건과 설계자가 입력으로 준 무오차점을 이용하여 설계 방정식을 생성할 수 있다. 유일경로는 연결된 링크 및 조인트에 대한 정보를 가지고 있으므로 한정이건 비한정이건 구속조건이 결정되어 있다면 설계 방정식은 주어진 무오차점에 대해 기구의 유일경로로부터 만들어진다. 한정경로일 경우는 경로내에서 생성된 방정식만으로도 미지수를 구할 수 있으나 비한정경로인 경우는 다른 경로내에서 생성된 방정식과 함께 미지수를 구할 수 있다. 구속방정식의 형을 결정하는 구속조건은 형태에는 전에 기술한 바와 같이 2가지가 있다.

(1) 조인트 연결 구속조건 ($N_c=2$)

(2) 일정길이 구속조건 ($N_c=1$)

그림 Fig. 7과 같은 유일경로가 있다고 하면 경로 내의 한 조인트의 좌표는 링크들의 상대각도와 조인트들의 초기 좌표로부터 구해진다. 가령 조인트 J_k 의 n 번째 좌표를 표기하면 다음과 같다.

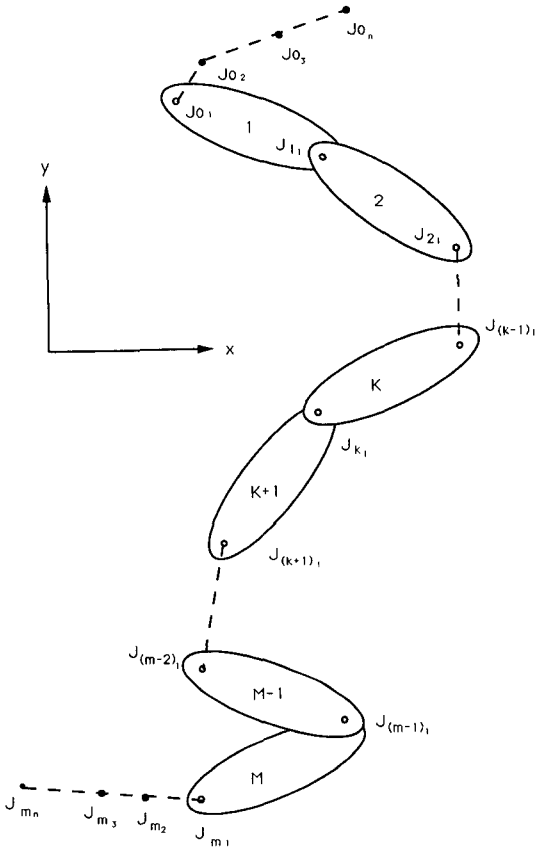


Fig. 7 General path with the parameter shown

$$X_{kn} = \sum_{i=1}^{k-1} [(X_{(k-i)1} - X_{(k-i-1)1}) * \cos \theta_{(k-i)1n} - (Y_{(k-i)1} - Y_{(k-i-1)1}) * \sin \theta_{(k-i)1n}] + X_{0n} \quad (5)$$

$$Y_{kn} = \sum_{i=1}^{k-1} [(X_{(k-i)1} - X_{(k-i-1)1}) * \sin \theta_{(k-i)1n} + (Y_{(k-i)1} - Y_{(k-i-1)1}) * \cos \theta_{(k-i)1n}] + Y_{0n} \quad (6)$$

X_{kn}, Y_{kn} : 조인트 J_k 의 n 번째 X, Y 좌표
 X_{0n}, Y_{0n} : 조인트 J_0 의 n 번째 X, Y 좌표
 $X_{#1}, Y_{#1}$: 조인트 J 의 초기 X, Y 좌표
 $\theta_{#1n}$: 링크 #의 n 번째 상대각도

조인트 J_i 이 경로의 다른 한 끝에서 접근한 조인트라 하면 이것의 n 번째 좌표 역시 위와 비슷하게 구할 수 있다. 위와 다른점은 조인트 J_k 의 출발점이 조인트 J_0 인 반면 조인트 J_i 의 출발점은 조인트 J_m 이다.

구속조건 $Nc=2$ 인 경우 방정식을 구하는 과정은 다음과 같다. 경로 내의 한 조인트는 경로의 서로 다른 두 끝에서 출발하여 도달될 수 있으므로 이 두 방향의 접근에 의해 구해진 2세트의 좌표를 같게 놓을 수 있다. 이 경우 조인트 J_k 와 J_i 은 같은 조인트를 나타내고 구속방정식은 다음과 같다.

$$X_{kn} = X_{in} \quad n=2, 3, 4... \quad (7)$$

$$Y_{kn} = Y_{in} \quad n=2, 3, 4... \quad (8)$$

구속조건 $Nc=1$ 인 경우 설계 방정식을 구하는 과정은 다음과 같다. 단링크의 양 끝의 조인트의 좌표가 경로의 두 끝에서 도달될 수 있고 두 조인트의 좌표로부터 단링크의 길이가 일정하다는 일정길이 구속조건을 세울 수 있다. 이 경우 조인트 J_k 와 J_i 은 단링크의 양끝 조인트이고 구속방정식은 다음과 같다.

$$(X_{kn} - X_{in})^2 + (Y_{kn} - Y_{in})^2 = (X_{k1} - X_{i1})^2 + (Y_{k1} - Y_{i1})^2 \quad n=2, 3, 4... \quad (9)$$

결국 (7), (8), (9)가 설계 방정식이 되고 여기서 조인트의 초기 위치 및 링크의 상대각도가 미지수가 된다. 이 설계 방정식은 기구의 여러 수행작업에 대해 무오차점을 고려하여 생성된다. 즉 경로 생성작업의 경우 설계자는 조인트 J_0 또는 조인트 J_m 의 경로위치를, 함수생성작업의 경우 입출력링크의 상대각도를, 강제안내운동작업의 경우 조인트 J_0 혹은 조인트 J_m 의 경로위치와 더불어 해당 링크의 상대각도를 지정해 주면 설계 방정식이 생성된다.

3. 흐름도 및 방정식 해법

3.1 흐름도

(1) 형태합성

설계자가 요구조건을 입력으로 주었을 때 원하는 작업조건에 알맞는 기구는 데이터베이스로부터 탐색되어 선택이 된다. 즉 데이터베이스에 4, 6, 8절 기구의 각 수행작업에 대한 최대 무오차점의 개수와 고정 피봇(pivot)의 개수가 저장되어 있어 형태합성의 요구조건으로서 수행작업과 무오차점의 개수와 고정 피봇(pivot)의 개수가 입력되면 알맞는 기구를 데이터베이스로부터 선택하게 된다.

(2) 유일경로생성 및 설계 방정식 생성

형태합성으로부터 구한 기구를 치수합성하기 위

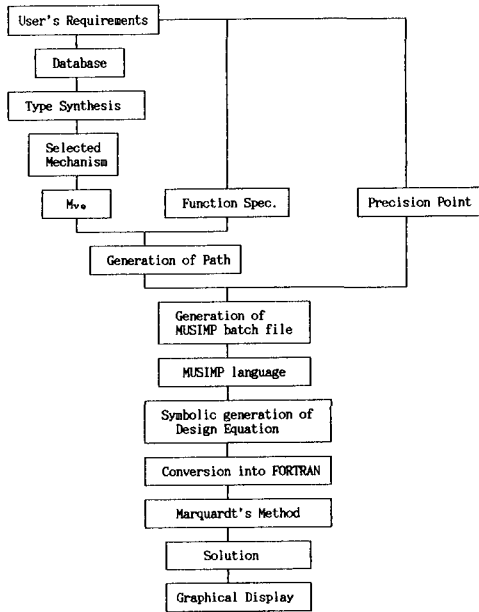


Fig. 8 Flow chart

한 예비단계로서 기구의 유일경로가 생성된다. 여기에는 기구의 인시던스 행렬 Mve와 선택한 수행작업이 입력으로 들어간다. 여러 기구의 다양한 수행작업에 대하여 설계방정식은 다양하고 서로 다른 모양을 가지는 관계로 일단 심볼릭하게 생성이 된 후 해가 구해져야한다. 따라서 생성된 유일 경로로부터 얻은 정보와 입력으로 받은 무오차점의 데이터로부터 설계 방정식이 심볼릭하게 생성된다. 이는 Suh의 변위행렬방법(displacement matrix approach)의 알고리즘을 MUSIMP라는 심볼릭데이터를 처리할 수 있는 컴퓨터언어를 사용하여 수행하였다.

(3) 방정식의 해

생성된 설계 방정식의 해는 Marquardt's method라는 최적화기법(optimal method)을 사용함으로써 초기치 설정의 문제점을 극복하였고 얻은 해로부터 기구의 전체 모양이 컴퓨터 화면상에 도시화하게 하였다. 전체적인 흐름도는 Fig. 8과 같다.

3.2 방정식 해법

유일경로(path)와 무오차점으로부터 생성된 설계방정식은 다수의 미지수를 가진 매우 복잡한 비선형 방정식이다. 이러한 방정식의 해를 적은 오차로써 구하는 것은 기구합성 문제에서 중요하다. 방

정식의 해법상 문제점으로는 설계자가 해에 수렴하는 알맞는 초기치를 선택하기가 어렵고 또한 설계자가 입력으로 주는 데이터들로써 생성된 설계방정식 $F(X)$ 가 0이 되는 X 가 존재치 않을 수도 있다. 이러한 문제점으로 인하여 본 연구에서는 방정식 해법으로 최적화기법 중 최소자승법(least square method)의 일종인 Marquardt's method를 사용하였다. 이 방법은 초기치에 크게 영향을 받지 않으며, $F(x)$ 가 0에 근사하도록 X 를 찾으므로 위의 문제점들을 극복할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &F(X) = 0 \\
 \text{즉, } &f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\
 &f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (10) \\
 &\vdots \\
 &f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0
 \end{aligned}$$

식(10)의 비선형 방정식의 근을 구하는 것은 $\phi = F^T F = \sum f_i^2$ 라는 f_i 의 제곱의 합으로 구성된 목적함수(object function) 값이 0에 근사하도록 하는 X , 즉 ϕ 값을 최소화하는 X 를 찾는 것과 동등하다 하겠다. Marquardt's method에서의 단계마다의 x 값들은 식(11)와 같이 계산된다.

$$x^{n+1} = x^n - [\alpha_n D_n + J_n^T J_n]^{-1} J_n^T f(x^n) \quad (11)$$

J_n = Numerical Jacobian matrix evaluated at x^n

D = Diagonal matrix to the diagonal of $J_n^T J_n$

α_n = Positive scaling constant(Marquardt parameter)

4. 사례 연구

본 장에서는 앞장의 알고리즘에 따라 3가지 유형의 문제를 풀어 보았다. 유일경로생성을 제외한 나머지 일련의 과정들은 컴퓨터상에서 PASCAL 및 FORTRAN으로 구현하였고 IBM PC에서 실행하였다.

4.1 함수생성운동

Fig. 9에는 하나의 콘트롤 아암(control arm)이 발지지지대(foot rest)와 머리지지대(head rest)를 움직이게 하는 의자가 있다. 그림에서와 같이 입력링크와 출력링크에 3개의 각도를 주어 움직이게 하고

자 한다. 즉 수행작업은 함수생성작업이고 무오차점의 수는 3개이다. 전체 기구를 발 지지대와 머리 지지대를 움직이는 기구, 2개로써 나누어 생각하면 고정 피봇(pivot)의 수는 각각 2개가 된다.

위와같은 요구조건으로부터 데이터베이스에서 선

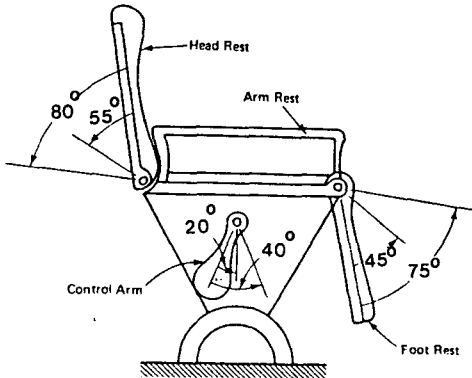
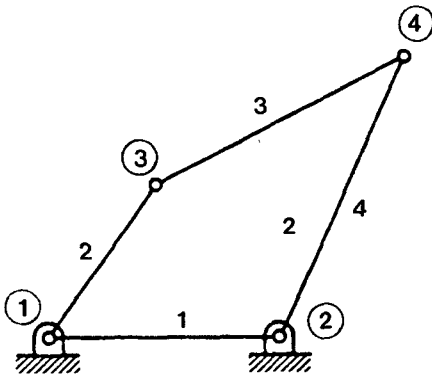


Fig. 9 Four bar function generator linkages in reclining chair mechanism⁽¹⁵⁾



(a) skeleton

$$M_{ve} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) Incidenke matrix Mve

Fig. 10 Four bar linkage with two grounded pivots

택할 수 있는 기구 중 미지수가 가장 적게 나오는 4절기구를 선택한다. 이 기구의 스켈리톤과 Mve는 Fig. 10과 같다.

Fig. 10의 기구로부터 생성된 유일경로는 1개이고 다음과 같다. 링크에 대하여는 $p_1=(1, 2, 3, 4)$ 이고, 조인트에 대하여는 $p_1=(1, 3, 4, 2)$ 이다.

설계자가 입력으로 주는 콘트롤 아암과 발지지대와 머리지지대의 각도는 Table 1과 같다. 이로부터 구한 기구는 Fig. 11(a), (b)이고 전체기구의 구조는 Fig. 11(c)와 같다.

4.2 강체안내운동

Fig. 12와 같이 호퍼(hopper)로부터 나오는 볼을 입력링크의 주어진 각도에 따라 p_1 부터 p_8 까지 주어진 각도를 유지하면서 움직이게 하고자 한다. 이 경우 수행작업은 입력링크가 회전변위를 가지는 경우의 강체 안내운동작업이며 무오차점의 개수는 5개가 된다. 고정 피봇(pivot)의 수는 2개로 한다.

위와같은 요구조건으로부터 데이터베이스에서 선택할 수 있는 기구 중 6절기구를 선택한다. 이 기구의 스켈리톤과 Mve는 Fig. 13과 같다.

Fig. 13의 기구로부터 생성된 경로(path)는 3개이고 다음과 같다. 링크에 대하여는 $p_1=(1, 2, 5, 3)$, $p_2=(1, 4, 5, 3)$, $p_3=(1, 4, 6, 3)$ 이고 조인트에 대하여는 $p_1=(1, 3, 6)$, $p_2=(2, 4, 6)$, $p_3=(2, 5, 7)$ 이다. 설계자가 입력으로 주는 입력링크의 각도와, 커플러의 위치와 각도는 Table 2와 같다. 그 해를 구하여 도시해 보면 전체 기구는 Fig. 14와 같다.

4.3 경로생성운동

이번에는 수행작업이 경로생성작업(path generation)이고 무오차점의 개수가 7개이고 고정 피봇의 수가 2개인 기구의 설계에 대하여 고찰하여 본다.

설계자의 요구조건중 수행작업은 입력링크와 출

Table 1 Input data for function generation

(degree)

No	Control arm	Head rest	Foot rest
1	0	0	0
2	20	55	45
3	40	80	75

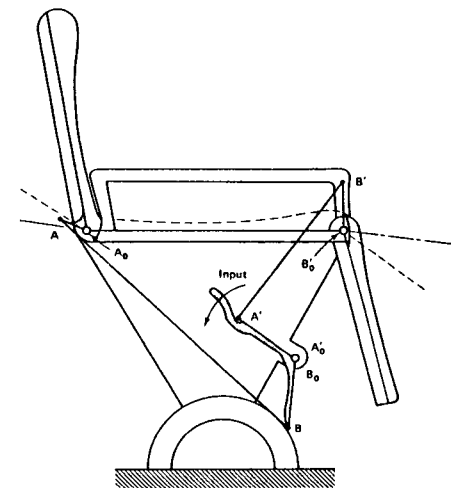
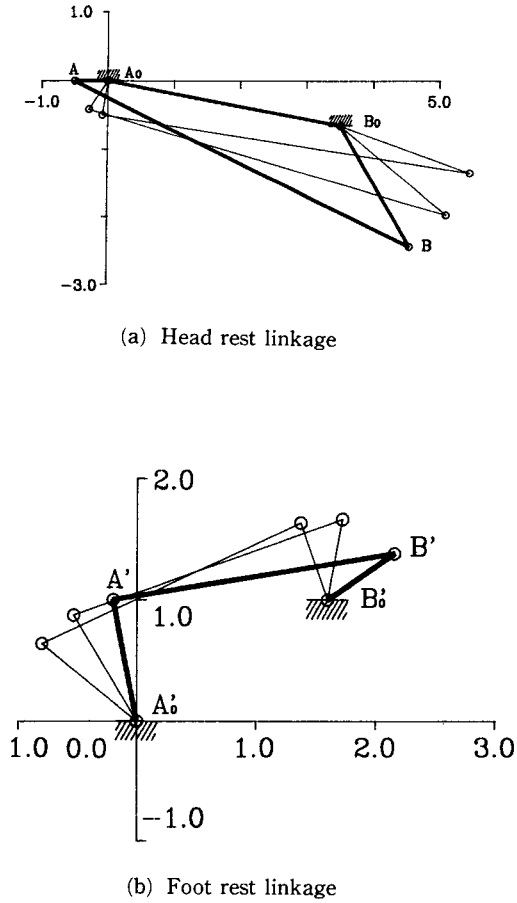


Fig. 11 Chair Mechanism

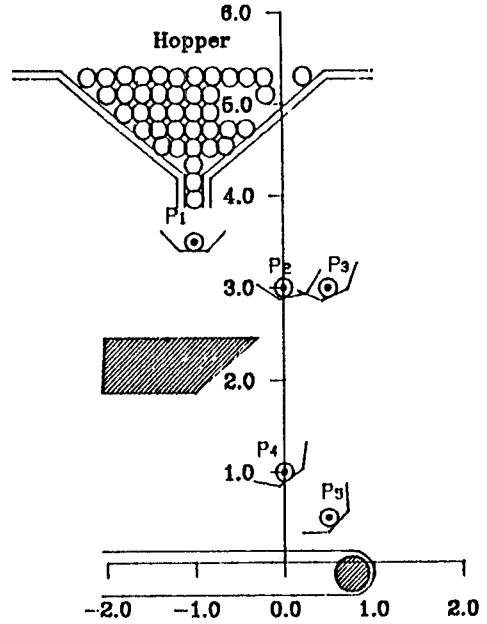
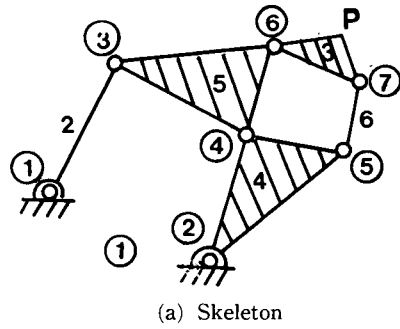


Fig. 12 Conveying the balls in rigid body guidance motion



$$M_{ve} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) Incidence matrix M_{ve}

Fig. 13 Watt's chain with two grounded pivots

력링크가 회전변위를 가지는 경우의 경로생성작업이고 무오차점의 개수는 7개이고 고정피봇의 수는 2개이다. 형태합성에서 선택된 기구는 8절 기구로서 이것의 스켈리톤과 Mve는 Fig. 15와 같다.

Fig. 15의 기구로부터 생성된 경로(path)는 4개이고 다음과 같다. 링크에 대하여는 $p_1=(1, 2, 5, 3)$, $p_2=(1, 4, 8, 3)$, $p_3=(1, 2, 7, 8, 3)$, $p_4=(1, 4, 6, 5, 3)$ 이고, 조인트에 대하여는 $p_1=(1, 6, 9)$, $p_2=(2, 5, 10)$, $p_3=(1, 3, 4, 10)$, $p_4=(2, 8, 7, 9)$ 이다.

설계자가 입력으로 주는 입력링크의 각도와 커플러의 위치와 출력링크의 각도는 Table 3과 같다. 그 해를 구하여 도시해 보면 완성된 기구는 Fig. 16과 같다.

Table 2 Input data for rigid body guidance

No	Input Link's Angle (degree)	Coupler's Position (P)	Couler's Angle (degree)
1	0.0	(-1.0, 3.5)	0.0
2	6.0	(0.3, 3.0)	12.0
3	16.0	(0.5, 3.0)	24.0
4	25.0	(0.0, 1.0)	36.0
5	40.0	(0.5, 0.5)	48.0

$X_6=1.5 \ Y_6=1.0$

Table 3 Input data for path generation

No	Input link's Angle (degree)	Output link' Angle (degree)	Coupler's position (P)
1	0.0	0.0	(1.01, 1.13)
2	-4.0	-4.0	(1.13, 1.30)
3	-10.0	-8.0	(1.27, 1.21)
4	-18.0	-13.0	(1.43, 1.09)
5	-29.0	-18.0	(1.57, 0.96)
6	-43.0	-28.0	(1.70, 0.85)
7	-62.0	-73.0	(1.73, 0.67)

$X_2=-0.18 \ Y_2=-0.86$

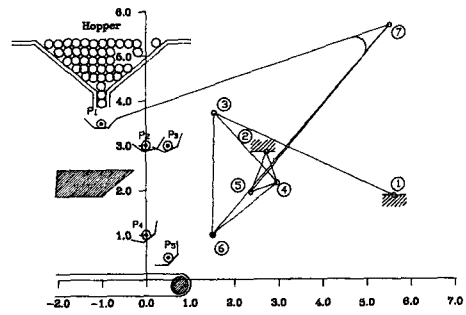
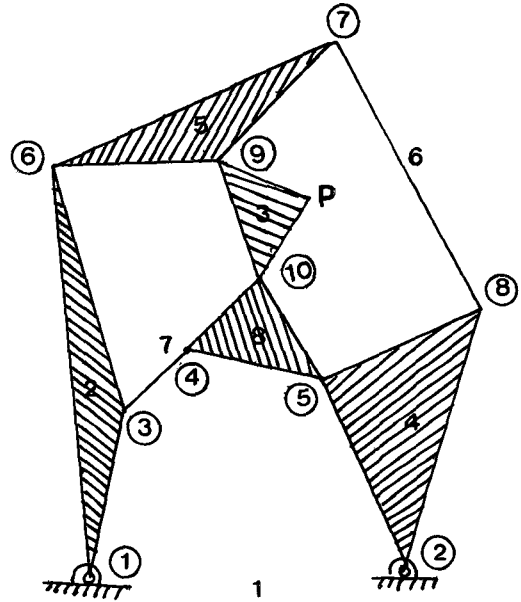


Fig. 14 Schematic diagram of the completed mechanism for rigid body guidance motion



(a) Skeleton

$M_{ve} =$

1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1

(b) Incidence matrix Mve

Fig. 15 Eight bar linkage having five links in each loop with two grounded pivots

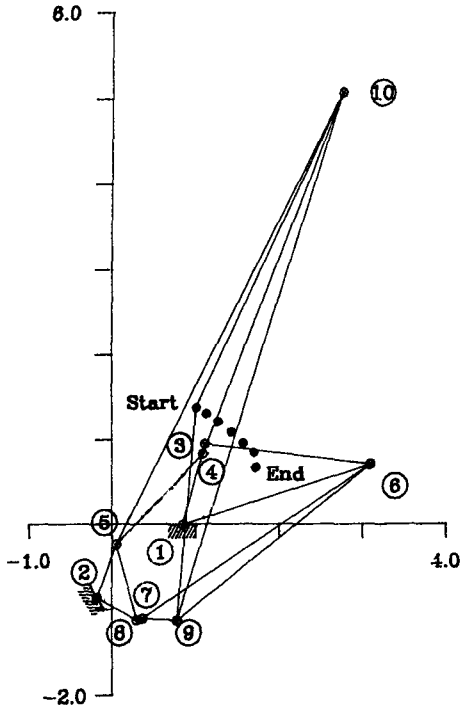


Fig. 16 Schematic diagram of the completed mechanism for path generation motion

5. 결 론

본 연구에서는 1자유도의 회전 조인트를 가지는 평면기구에 대하여 형태합성과 동시에 치수합성을 할 수 있는 알고리즘을 개발하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 수행작업을 다양화함으로써 기구설계의 원활함을 도모하였고 형태합성에서는 기구에 관한 데이터베이스를 탐색하여 설계자의 요구에 맞는 기구를 선택할 수 있도록 하였다.

(2) 그래프 이론을 이용하여 평면기구를 인시던스 행렬로 표현하였고 이 행렬로부터 기구의 유일 경로를 구하여 운동의 정밀도와 관련이 있는 최대 무오차점의 갯수를 4, 6, 8절 평면기구에 대하여 구하였고 이를 데이터베이스에 저장함으로써 형태합성에 이용할 수 있었다.

(3) 치수합성에서는 변위행렬방법을 일반화하여 4, 6, 8절기구에 적용하여 설계 방정식을 심볼릭하게 자동생성하였다.

(4) 설계방정식의 해법에는 기존의 Newton-Ra-

phson method 대신 Marquardt's method라는 최적화 방법을 이용하여 초기치 설정 문제를 극복하였고, 최종적으로 구한 기구를 컴퓨터화면상에 도식하여 설계의 자동화에 기여하게 하였다.

참고문헌

- (1) Suh, C. H. and Radcliffe, C. W. 1967, "Synthesis of Plane Linkages with Use of the Displacement matrix," ASME.
- (2) Soni, A. H. Mohammad H. F. Dado and Yicheng Weng, 1988, "An Automated Procedure for Intelligent Mechanism Selection and Dimensional Synthesis," ASME.
- (3) Marquardt, D. W. 1963, "An Algorithm for Least Squared Estimation of Non-Linear Parameter," Journal of the Society of Industrial Applied Mathematics.
- (4) Levenberg, K. 1944, "A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares," APP. Math.
- (5) Brown, K. M. and Dennis, J. E. 1972, "Derivative Free Analogues of the Levenberg-Marquardt and Gauss Algorithm for Nonlinear Squares Approximations," Numerische Mathematik.
- (6) User's Manual : IMSL Library (Problem Solving System for Mathematical and statistical FORTRAN programming)
- (7) Kota, S. Erdman, A. G. and Riley, D. R. 1987, "Development of Knowledge Base for Designing Linkage-type Dwell Mechanism," ASME.
- (8) Bariss, W. S. Kota, S.K. Riley, D.R. and Erdman, A. G. 1988, "Mechanism Synthesis Using the Work Station Environment," IEEE.
- (9) Huang, M. and Soni, A. H., 1973, "Application of Linear and Nonlinear Graphs in Structural Synthesis of Kinematic Chains," ASME.
- (10) Soni, A. H. 1971, "Structural Analysis of Two General Constraint Kinematic Chains and Their Practical Application," ASME.
- (11) Dobrjansky, L. J. and Freudenstein, F. 1967, "Some Application of Graph Theory to the Structural Analysis of Mechanisms," ASME.

- (12) Buchsbaum, and F. Freudenstein, F. 1970
"Synthesis of Kinematic Structure of Geared Kinematic Chains and Other Mechanism," Journal of Mechanism.
- (13) Woo, L. S. 1967, "Type Synthesis of Plane Linkage," ASME.
- (14) Hamid, S. and Soni, A. H. 1973, "Syntesis of an Eight Link Mechanism for Variety of Motion Programs," ASME.
- (15) Sandor, G. N. and Erdman, A. G. 1984, "Advanced Mechanism Design: Analysis and Synthesis," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.