

(論 文)

## 곡면모델러에서의 트리밍곡면 생성

전용태\* · 이숙진\* · 최재봉\*\* · 박세형\*

(1992년 11월 4일 접수)

### Generation of Trimmed Surfaces in a Surface Modeling System

Yongtae Jun, Sookjin Lee, Jaeboong Choi and Sehyung Park

**Key Words:** Surface Modeler(곡면모델러), Trimmed Surface(트리밍곡면), Edge(곡면위의 곡선), Data Structure(데이터 구조), CAD/CAM

#### Abstract

Surface trimming is an essential function in a surface modeler for representing multi-boundary surfaces, blended surfaces, and surfaces with islands or pockets. A procedure and a data structure for designing trimmed surfaces were developed. For generating a trimmed surface, edges (curves defined on a surface) are generated and trimmed first. Then the trimmed edges are selected sequentially to form a closed loop. The data of supporting surface, surface on which the trimmed surface is defined, and bounding edges are stored and used for the application such as NC programming, robot programming, graphic display, etc.

#### 1. 서 론

항공기, 자동차 등의 외형과 같이 직교 좌표계 (euclidean space) 상에서 해석함수로 표현할 수 없는 3차원 곡면을 자유곡면 (sculptured surface) 이라 한다. 자유곡면 형상을 갖는 제품은 외관에 대한 소비자의 요구가 다양해짐에 따라 일반 생활용품, 가전제품 등에서도 크게 증대되고 있다.

모델링한 곡면의 모서리를 라운딩 (rounding) 하거나 전체 곡면의 일부분만을 가공하는 자유곡면 포켓가공 (pocketing) 등을 위해서는 곡면내에서 특별한 영역을 설정해야 한다.

이와같이, 표현된 곡면의 매개변수영역 (parametric space) 상에서 새로운 경계곡선 (boundary curve) 을 부여하고 곡면의 일부분만을 새롭게 정의한 곡면을 트리밍곡면 (trimmed surface) 이라 한다.<sup>(1)</sup>

Fig. 1은 트리밍곡면의 한 예를 보여주고 있으며 트리밍곡면은 여러개의 경계곡선을 갖는 다경계곡면 (multi-boundary surface), 아일랜드 (island) 또는 포켓을 포함하는 곡면, 그리고 모델의 모서리를 라운딩하거나 필렛팅 (filleting) 하여 모서리가 제거되는 곡면 등 다양하다.

원하는 형상의 곡선 (edge) 들을 곡면 위에 생성시킨 뒤 곡선들간의 교점 (intersection point) 들을 구하고 교점을 중심으로 곡선을 트리밍 (trimming) 하여 경계곡선을 설정한 다음, 생성한 경계곡선으로 기존의 곡면 위에서 곡면의 영역을 새롭게 설정하면 트리밍곡면이 정의된다.

본 연구에서는 당 연구실에서 개발한 곡면모델러인 CASSET (computer aided sculptured surface engineering tool) 에 구현된 트리밍기능을 중심으로 트리밍곡면의 생성방법을 설명하고자 한다.<sup>(2)</sup> 먼저 CASSET에서 곡선 및 곡면을 표현하는 방법과 곡면위에 존재하는 곡선의 생성방법 및 곡선간의 교점을 구하는 방법을 설명하고 곡선의 트리밍

\*정회원, 한국과학기술연구원 CAD/CAM Lab.

\*\*Waterloo Univ.

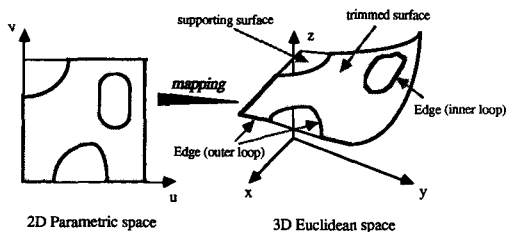


Fig. 1 Bicubic trimmed surface

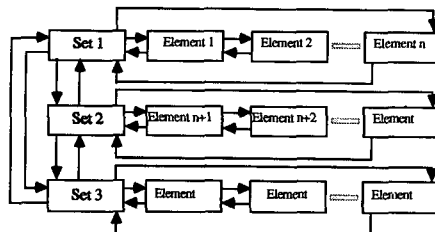


Fig. 2 Data Structure of CASSET

절차를 통하여 트리밍곡면의 전반적인 생성절차를 보여준다.

## 2. Edge의 정의

### 2.1 곡선과 곡면의 표현방법 및 데이터 구조

CAD/CAM 시스템에서 물체를 표현하는 방법으로는 물체를 구성하는 각각의 형상요소(element)에 대한 형상정보와 형상요소들간의 위상학적 관계를 가지고 나타낸다.<sup>(3)</sup> 일반적인 곡면모델러(surface modeler)에서와 마찬가지로 CASSET Modeler에서도 물체를 구성하는 곡선 및 곡면의 매개변수 다항식(parametric polynomial equation)의 계수들과 속성정보(attribute)를 이용하여 형상을 표현하는데 이들 다항식의 일반적인 형태는 다음과 같다.<sup>(4,5)</sup>

$$\begin{aligned} \text{자유곡선} : \mathbf{r}(u) &= \sum_{i=0}^m \mathbf{a}_i u^i \quad (0 \leq u \leq 1) \\ &= (X(u), Y(u), Z(u)) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{자유곡면} : \mathbf{r}(u, v) = \sum_{j=0}^m \sum_{i=0}^n \mathbf{a}_{ij} u^i v^j \quad (0 \leq u, v \leq 1) \quad (2)$$

일반적으로 형상요소들간의 위상학적 관계는 형상처리 목적에 맞는 데이터 구조(data structure)를 구성하여 표현하는데 본 연구에서는 이중 연결리스트 구조(doubly linked list structure)를 사용하여 데이터의 삽입, 삭제, 복사 등이 자유롭도록 하였다.<sup>(2)</sup> (Fig. 2)

### 2.2 곡면상 곡선의 정의

곡면 위에 존재하는 곡선은 일반적인 3차원 곡선을 표현하는 것처럼 식(1)과 같은 매개변수  $u$ 에 대한  $x, y, z$ 의 다항식으로는 곡면위에 정확히 존재하도록 표현할 수 없다. 예를 들어 곡면 사이의

교선을 구할 때 일반적으로 교점을 먼저 계산한 뒤 교점들을 보간하여 교선을 구하게 되는데 교점을 식(1)과 같이 3D Euclidean space에서 보간을 하게 되면 보간오차때문에 곡선의 일부는 곡면 위에 정확히 놓이지 못하고 곡면과 분리되어 생성된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 곡면상의 곡선은 식(3)과 같이 매개변수 영역에서  $u, v$ 에 대한 매개변수 다항식으로 표현해야 한다. 이와같이, 곡선의 식을 변수  $t$ 에 대한 곡면의 매개변수  $u, v$ 의 다항식으로 표현한 곡면상의 곡선을 일반적인 다른 곡선과 구별하여 Edge라고 부르는데 식(3)과 같은 표현식을 갖는다.

$$\begin{aligned} \text{Edge} : \mathbf{r}(t) &= \sum_{i=0}^m \mathbf{a}_i t^i \quad (t_1 \leq t \leq t_2) \\ &= (u(t), v(t)) \end{aligned} \quad (3)$$

3D Euclidean 영역에서 매개방정식  $E(t)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E(t) &= S(\mathbf{r}(t)) \\ &= S(u(t), v(t)) \\ &= (X(u(t), v(t)), Y(u(t), v(t)), \\ &\quad Z(u(t), v(t))) \end{aligned}$$

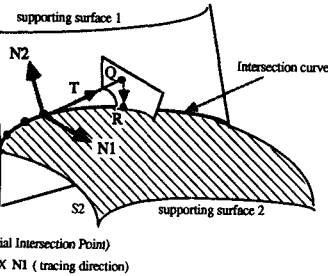
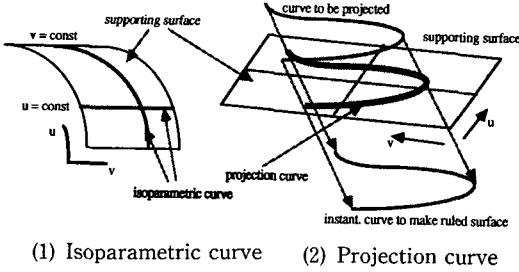
## 3. Edge와 트리밍곡면의 생성

- 트리밍곡면을 생성하는 기본 절차는 다음과 같다.
- ① 곡면상에서 원하는 형상의 Edge를 생성한다.
  - ② 생성한 Edge들의 교점을 구한다.
  - ③ Edge들을 교점을 중심으로 트리밍한다.
  - ④ 트리밍한 Edge를 트리밍곡면의 경계곡선으로 지정한다.

### 3.1 Edge의 생성

(1) Edge의 종류

곡면모델러에서 Edge로 정의될 수 있는 곡선에



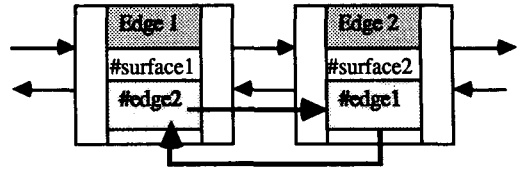
(3) Intersection curve  
**Fig. 3** Examples of edge

로는 Fig. 3의 (1), (2), (3)과 같이 등 매개변수 곡선(iso-parametric curve), 투영곡선(projection curve) 그리고 곡면의 교선(intersection curve) 등이 있다. 등 매개변수곡선의 경우는 식(2)의 곡면의 매개방정식에서 매개변수  $u$  또는  $v$  값 중 한개의 변수값에 상수값을 대입하면 얻을 수 있는데, 만약  $u = \text{const}$ (상수)일 때 등 매개곡선은 식(4)와 같이 변수  $v$ 에 대한 매개방정식이 된다.

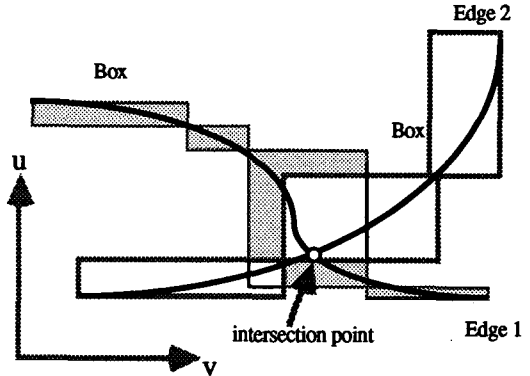
$$\text{등 매개곡선} : \mathbf{r}(v) = \sum_{i=0}^m \mathbf{a}_i v^i \quad (0 \leq v \leq 1) \quad (4)$$

곡면사이의 교선은 두 곡면의 초기설정점(IIP; initial intersection point)으로부터 두 곡면 normal vector  $N_2$ 와  $N_1$ 의 벡터곱(cross product)의 방향(교선의 접선 방향)으로 추가교점을 탐색한 후 교점들을  $u, v$  파라메트릭영역에서 보간(interpolation)하여 만들어진다.<sup>(4,6)</sup> 투영곡선은 투영하고자 하는 곡선을 투영곡면의 반대편에 생성하여 두 곡선으로 ruled surface를 가상생성(virtually creation)시킨 뒤 투영곡면과 ruled surface의 교선으로부터 구할 수 있다.

이와같이 구한 Edge의 매개방정식 계수와 Edge가 정의된 정의곡면의 주소를 데이터 테이블(data



**Fig. 4** Data structure of an intersection edge



**Fig. 5** Edge-Edge intersection

table)에 저장하고 Edge를 링크리스트에 추가하면 Edge의 생성이 완료된다.

(2) 교선 Edge의 특징

등 매개변수곡선이나 투영곡선에 의한 Edge는 Edge를 정의하는 곡면이 한개이므로 생성되는 Edge도 한개인데 반하여 교선 Edge는 두개 또는 그 이상의 곡면사이에서 정의되므로 생성되는 Edge도 두개 이상이 된다. 즉, 교선 Edge는 3차원 좌표상에서 동일한 좌표값을 갖지만 정의곡면에 따라서 서로 구별되는 두개의 형상요소로 생성된다. 따라서, 교선으로 Edge가 생성될 때에는 Fig. 4와 같이 교차하는 각각의 곡면을 정의곡면으로 하는 모든 Edge들을 생성하고 Edge들의이 주소를 고리형태(chain)의 구조로 서로 연결시켰다.

3.2 Edge 사이의 교점 계산

Fig. 5의 Edge 사이의 교점을 구하는 알고리즘은 다음과 같다. (divide & conquer method; subdivision)<sup>(7)</sup>

```
for (i=1; NoArc 1) { /*Edge 1의 모든 arc에 대하여
    */
    MakeUVdirBox (Box1);
```

```

/*arc의 u, v방향 minimun, maximun값 계산 */
for(j=1; NoArc2){/*Edge 2의 모든 arc에 대하여 */
  MakeUVdirBox(Box2);
  while(Box1과 Box2가 intersect(overlap)){
    UVdiff(Edge 1);/*Edge 1의 u, v방향 미분값이 zero인 점 계산 */
    UVdiff(Edge 2);/*Edge 2의 u, v방향 미분값이 zero인 점 계산 */
    SplitBox(Box 1);/*Box의 크기를 세분 */
    SplitBox(Box 2);/*Box의 크기를 세분 */
    Test_tolerance(0){
      if((Umax-Umin) < tol.and.(Vmax-Vmin) < tol) Exit;
    }
  }
}/* next arc of Edge 2*/
}/* next arc of Edge 1*/

```

즉, 각각의 곡선을 Fig. 5와 같이 단위곡선(arc) 별로  $u, v$  방향 최대값과 최소값을 나타내는 Box를 계산하고 Box사이의 상관관계로부터 교점이 존재하는 Box를 검사한다(Box overlap test). Box 검사에서 교점이 있는 것으로 판정된 Arc의 정밀 교점을 구하기 위해

$$\dot{u}(t)=0, \dot{v}(t)=0 \quad (5)$$

인 점들을 계산하면 파라메트릭영역에서 각 점사이의 스패(span)은 단순증가, 또는 단순감소의 성질을 갖게 되어 교점추적이 용이하게 된다. 각각의 스패를 중간 매개변수 값을 기준으로 분할(sub-division)하여 교점이 있는 부분으로 Box를 줄여나간다. 이와같은 과정을 Box가 점으로 근사되는 허용한도(tolerance)까지 반복 계산하면 교점을 구할 수 있다.

### 3.3 Edge의 트리밍

형성된 Edge들을 이용하여 트리밍곡면을 만들기 위해서는 Edge들이 폐곡선을 형성할 수 있도록 Edge들 간에 트리밍작업을 해야 하는데 그 작업순서는 다음과 같다.

- Edge가 정의되어 있는 정의곡면을 선택한다.
- 트리밍하고자 하는 Edge와 커터(cutter; knife)가 되는 Edge를 선택하여 두 Edge의 교점을 중심으로 트리밍 Edge를 나누어 새로운 Edge들을 생

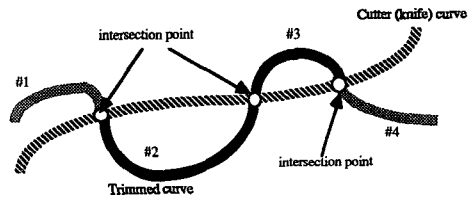
성한다.

○ 새롭게 생성된 Edge들을 사용자가 선택적으로 잘라내거나 남겨 두게 한다.

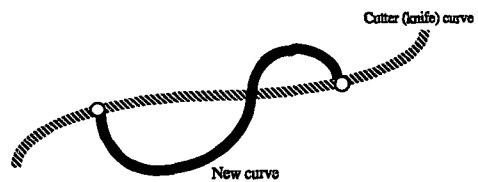
Fig. 6에서와 같이 새롭게 생성되는 Edge의 개수는 교점의 개수+1개가 되며, 각각의 새로운 Edge는 사용자의 판단에 따라 트리밍되어 제거되거나 모델링한 곡면 위에 남겨 되어 트리밍곡면의 경계로 이용되는데 이때 다음과 같은 사항들을 고려하였다.

① Fig. 6(1)과 같이 트리밍작업을 위해 교점을 중심으로한 Edge들을 모두 생성시킨다. 생성한 Edge들이 원하는 형상으로 트리밍되면 Fig. 6(2)와 같이 남겨진 Edge(#2와 #3)들 중 인접한 Edge들은 다시 연결되어 하나의 Edge로 생성된다.

② Fig. 7과 같이 트리밍 Edge와 커터 Edge의 양 단에서 교점이 생길 경우, 트리밍되는 Edge의 끝단에서 교점이 생길 때는 트리밍되지 않도록 하

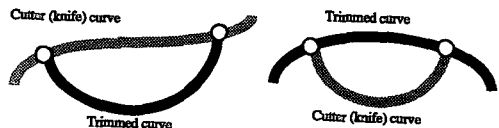


(1) Segmentation of an edge(#1, #2,...)



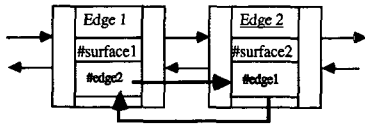
(2) Regeneration of remaining edges(#2+#3= New curve)

Fig. 6 Segmentation and regeneration of an edge

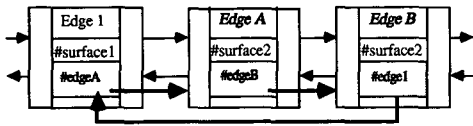


(1) Not trimmed (2) Trimmed

Fig. 7 Treatment of cases of intersection on an end point of an edge.



(1) Data structure of an intersection edge before trimming



(2) Data structure of an intersection edge after trimming

Fig. 8 Data structure change of an intersection edge

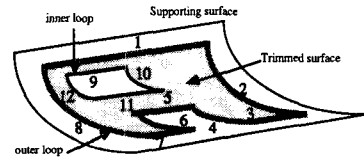
였으며 반대로 커터 Edge의 끝단에서 발생될 경우에는 트리밍되도록 하였다.

교선 Edge의 경우에는 생성 당시 함께 만들어진 Edge들간의 고리구조가 계속 유지되면서 트리밍작업이 수행되도록 하였다. 예를 들어 두 곡면의 교선 Edge를 트리밍하는 경우, 트리밍되어질 Edge가 고리구조에서 분리되고 트리밍작업을 수행한 후 새로 만들어지는 Edge는 트리밍되지 않은 상대편 정의곡면상의 Edge와 새로운 고리구조를 형성하게 된다. 이를 Fig. 8의 예를 통해 보면, 트리밍되기 전 교선 Edge의 데이터구조는 Fig. 8의 (1)과 같이 각각의 주소가 서로 연결되어 있고 정의곡면 surface 2 상의 Edge 2를 트리밍하여 두개의 새로운 Edge A와 Edge B를 생성시켰을 때, 기존의 Edge 2는 데이터 구조에서 제거되고 Fig. 8의 (2)와 같이 Edge A와 Edge B가 새롭게 연결된다.

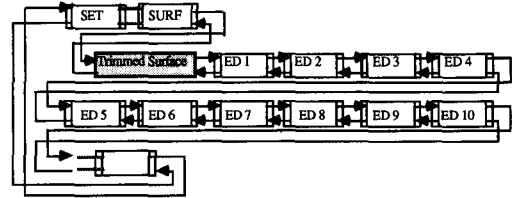
### 3.4 트리밍곡면의 생성과 데이터구조

Edge 트리밍 과정을 통하여 얻어진 트리밍 Edge들로 폐곡선을 구성하면 트리밍곡면이 되는데, Fig. 1처럼 트리밍곡면은 외부폐곡선(outer loop)과 내부폐곡선(inner loop)으로 구성되어 진다.

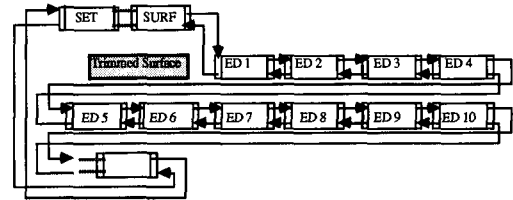
일반적으로 금형모델의 트리밍곡면은 외부폐곡선만으로 정의되지만 대개는 island 등을 정의하기 위해 트리밍곡면의 내부에 내부폐곡선을 포함한다. 즉, 트리밍곡면은 반드시 한개의 외부폐곡선을 가지며 외부폐곡선내에 다시 몇 개의 내부폐곡선을 가질 수 있다. 그러나, 내부폐곡선 안에 또 다른 내부폐곡선을 가질 수는 없도록 하였다.



(1) Edges constructing a trimmed surface



(2) Data structure of a trimmed surface



(3) Deletion of a trimmed surface

Fig. 9 Data structure of a trimmed surface

본 연구에서는 트리밍곡면의 생성과 삭제를 효율적으로 하고 트리밍곡면을 구성하는 Edge들의 중복을 피하기 위해 데이터 저장장소에는 트리밍곡면을 정의하는데 필요한 외부폐곡선을 구성하는 Edge의 개수, 내부폐곡선의 개수와 각각의 내부폐곡선을 이루는 Edge의 개수, 그리고 정의곡면의 주소만 저장되도록 하였다.<sup>(2)</sup> 대신에 트리밍곡면을 정의하기 위해 선택된 Edge들이 트리밍곡면의 데이터 뒤에 폐곡선을 구성하는 순서대로 연결되도록 하였다. Fig. 9(1)에 보인 예와 같은 트리밍곡면을 표현하기 위해서는, Fig. 9(2)와 같은 데이터구조가 형성되고 트리밍곡면의 데이터가 저장된 데이터 테이블에는 정의곡면의 주소, 내부폐곡선의 개수, 외부폐곡선의 Edge 개수, 내부폐곡선의 Edge 개수가 저장된다. 트리밍곡면의 형상정보는 트리밍곡면이 놓여있는 정의곡면의 형상정보와 트리밍곡면을 구성하는 Edge들로부터 얻을 수 있다.

트리밍곡면이 생성되는 과정에서 트리밍곡면에 연결되는 Edge들은 트리밍곡면에 속해있다는 표시(indicator)를 부여받도록 하였다. 이러한 표시로서 트리밍곡면에 속한 Edge가 삭제되면 트리밍곡

면에 대한 정보가 불완전해지므로 Edge를 삭제하고자 할 때 Edge가 트리밍곡면에 속해 있는지 아닌지를 판단하는 기준이 되도록 하였다.

트리밍곡면을 삭제할 때에는 Fig. 9(3)과 같이 트리밍곡면의 주소를 링크리스트에서 제거하고 곡면을 구성하고 있던 Edge들의 표시를 복구시키면

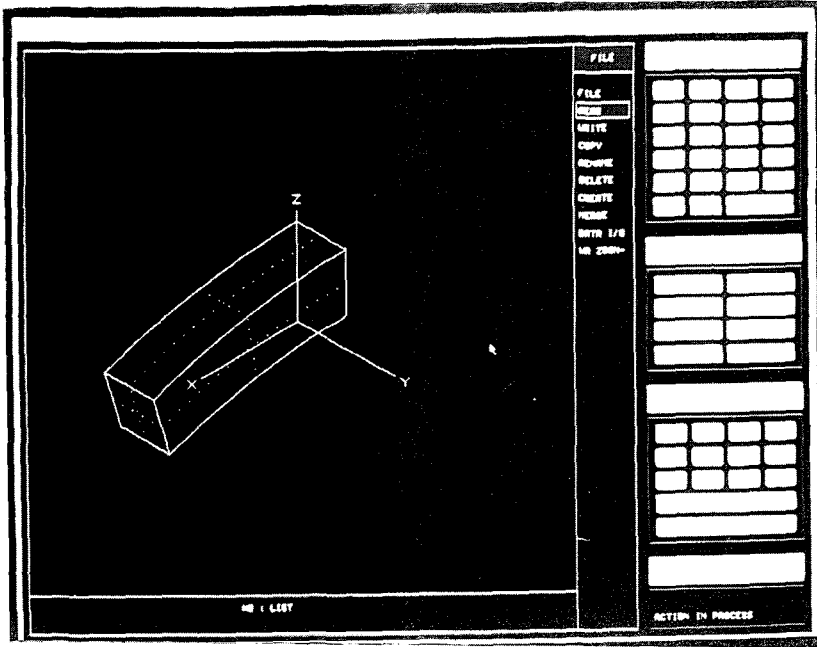


Fig. 10 Base curves for modeling a telephone

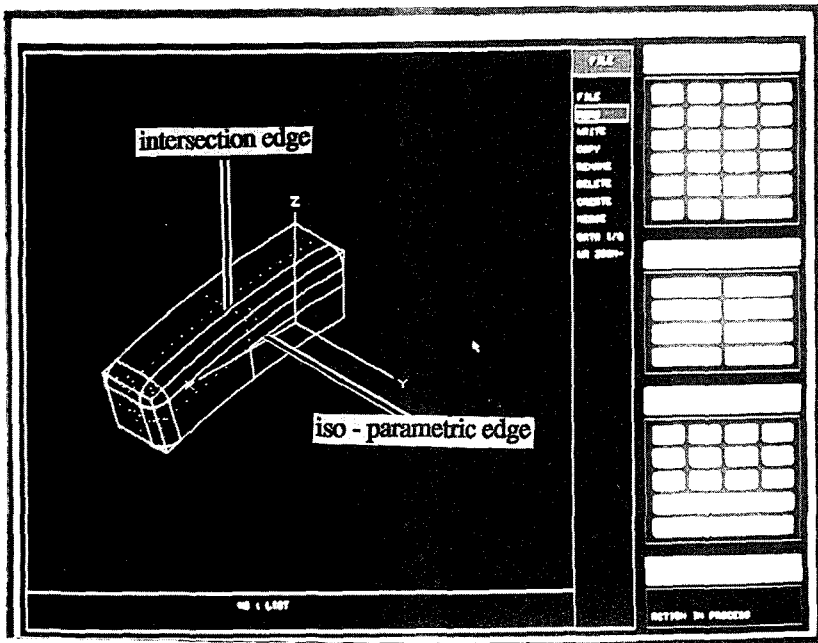


Fig. 11 The telephone model after rounding and edge generation

간단히 이루어진다. 트리밍곡면이 삭제된 후에도 연결되어 있던 Edge는 지워지지 않고 계속 존재하며 새로운 트리밍곡면을 만들 경우에 다시 이용될 수 있도록 하였다.

#### 4. 적용 사례

본 연구의 결과는 KIST CAD/CAM 연구실에서

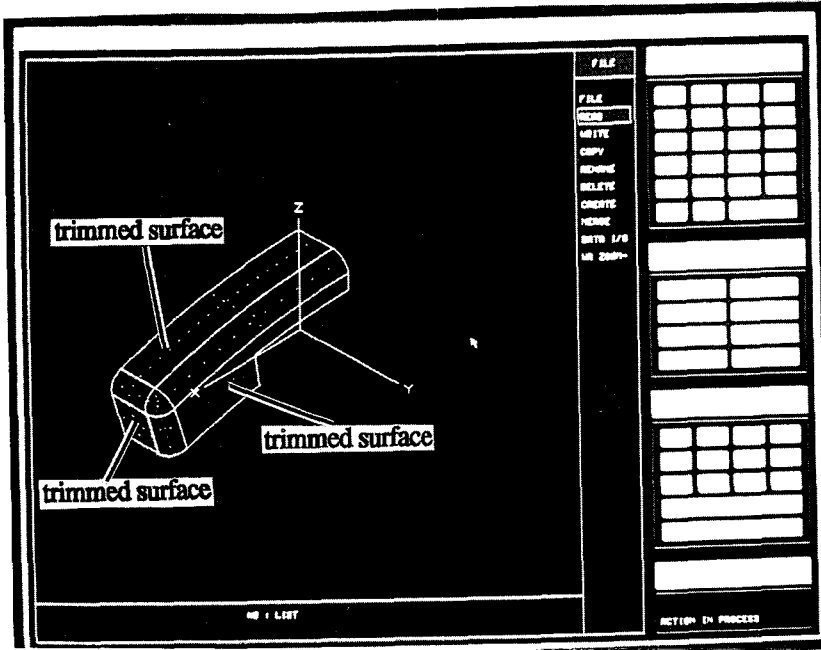


Fig. 12 Trimming of the telephone model

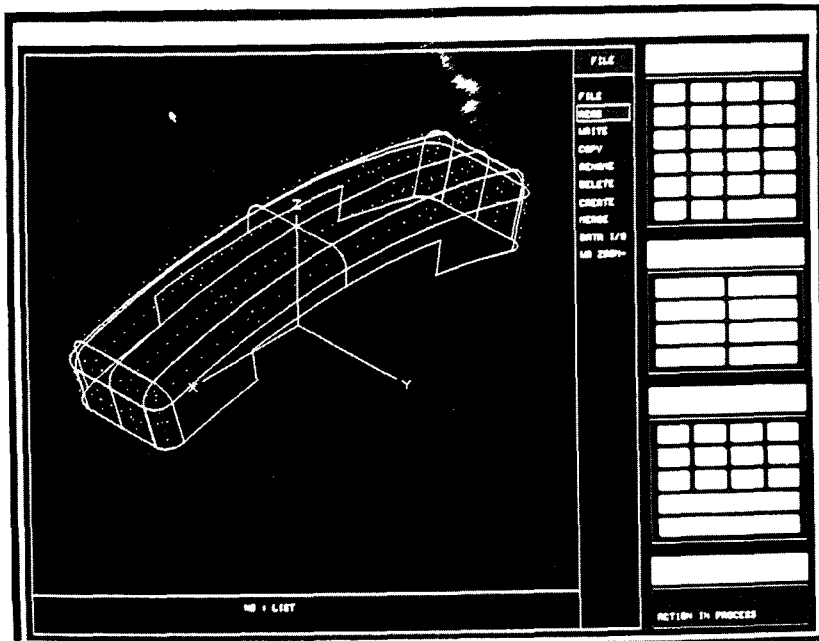


Fig. 13 Generation of full model of the telephone using mirror image function

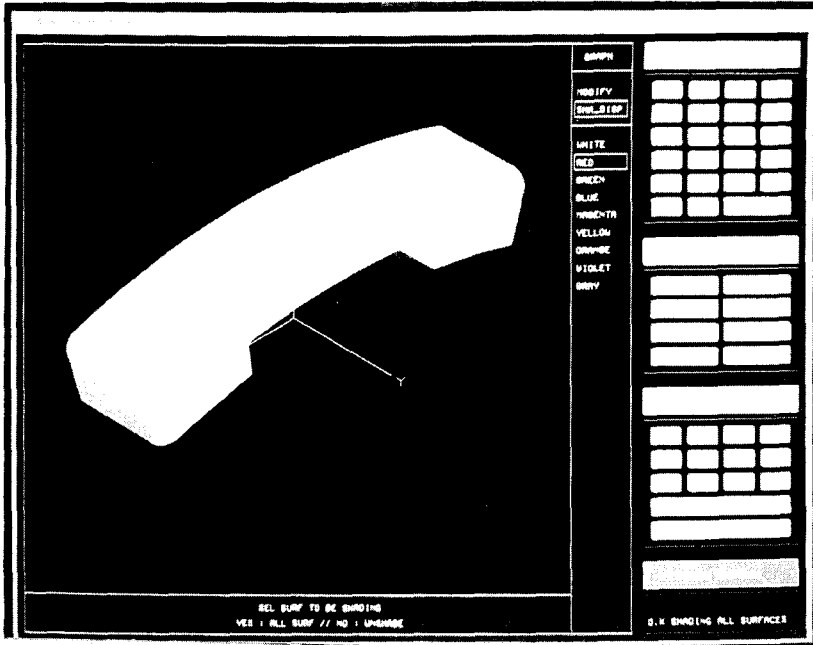


Fig. 14 Shade image display of the telephone model

개발한 곡면모델러인 CASSET의 한 module로 포함되도록 하였다. CASSET는 IRIS 워크스테이션(workstation)에 FORTRAN 언어와 FIGARO graphic library를 이용하여 개발한 자유곡면 전용 CAD/CAM시스템이다.

Fig. 10은 CASSET 상에서 전화기의 기본곡면을 매개변수 다항식 곡면으로 모델링한 결과로서 전체 모델(full model)의 1/4에 해당한다. Fig. 11은 곡면의 모서리를 라운딩(rounding)한 결과와 손잡이 부분을 모델링하기 위하여 곡면의 등 매개변수곡선을 생성한 결과를 보여준다. Fig. 12는 라운딩곡면과 기본곡면의 교선 Edge를 기준으로 기본곡면의 모서리를 트리밍하고, 손잡이 부분은 생성한 등 매개변수곡선으로부터 곡면을 트리밍한 결과를 나타낸다. Fig. 13은 1/4 전화기 형상을 X축과 Y축을 기준으로 미러(mirror) 기능을 이용하여 전체모델(full model)로 모델링한 결과를 보여주고 있으며 Fig. 14는 완성한 전화기 모델을 음영처리(shading)한 결과를 보여주고 있다.

### 5. 결 론

본 연구를 통하여 곡면상에서 새로운 경계곡선을

부여하여 곡면의 일부분만을 새롭게 정의하는 곡면 트리밍 기능을 개발하였다. 곡면위에 존재하는 곡선을 Edge라 정의하여 Edge 사이의 교점을 구하고 교점을 중심으로 한 Edge 트리밍과정을 거쳐 트리밍곡면을 생성하는 전반적인 과정에 대하여 언급하였으며 실제로 트리밍 기능을 이용하여 전화기를 모델링하는 과정을 예시하였다.

트리밍기능은 다단계곡면, 아일랜드(island) 또는 포켓(pocket)이 존재하는 곡면, 블랜딩(blending) 곡면 등 곡면을 설계하고 가공하는데 필수적 기능으로 생성된 트리밍곡면을 NC기계 가공과 Robot 프로그래밍에 적용될 수 있다.

### 후 기

본 연구는 과거처 특정연구개발과제 “CIM 기술 개발”의 일환으로 추진된 것으로 연구비를 지원한 과학기술처와 KIST 산업협체 GMP의 여러 회원사에 감사의 뜻을 포함한다.

### 참고문헌

- (1) Sheng, X. and Hirsh, B. E., 1992, “Triangula-



- tion of Trimmed Surface in Parametric Space," Computer Aided Design, Vol. 24, No. 8, pp. 437~444.
- (2) 전용태, 이숙진, 박세형, 1991, "금형의 설계 및 생산을 위한 Surface Modeler의 개발," 한국과학기술연구원, 과학기술처 제출 보고서, UCN-762(3)-4292-2.
- (3) CATIA User's Manual, 1990, IBM.
- (4) Mortenson, M. E., 1985, "Geometric Modeling," John Wiley and Sons.
- (5) 최병규, 1989, "NC 절삭가공과 CAM시스템," 청문각
- (6) Faux, I. D. and Pratt, M. J. 1981, "Computational Geometry for Design and Manufacture," Ellis Horwood Ltd., Chichester, W. Sussex, UK.
- (7) Koparkar, P. A. and Mudur, S. P., 1983, "A New Class of Algorithms for the Processing of Parametric Curves," Computer Aided Design, Vol. 15, No. 1, pp. 41~45.