

〈論 文〉

## 차체 외판의 제작을 위한 다이페이스 설계에 있어서 제품 성형방향의 최적화

박종천\* · 조경호\*\* · 이건우\*\*\*

(1992년 11월 24일 접수)

### Optimization of Product's Tipping Position in Designing Die Face for Manufacturing Automobile Outer Panels

Jong Cheon Park, Kyung Ho Cho and Kunwoo Lee

**Key Words :** Die Face(다이페이스), Product's Tipping Position(제품 성형 방향), Binder Wrap(바인더 랩), Blank Holder(블랭크 호울더), Automobile Outer Panels(자동차 외판), Uniform Distribution of Drawing Depths(성형 깊이의 균일한 분포), Initial Contact(초기 접촉), Flatness(편평도), Optimization(최적화), Simulated Annealing(시뮬레이티드 아닐링)

#### Abstract

A procedure has been developed to optimize the product's tipping position in designing a die face for manufacturing automobile outer panels. Two design requirements are considered in optimizing the tipping position. One is to satisfy that all the points on the product should have a uniform distribution of drawing depths. The other is to guarantee that the user-specified area on the product should first contact with the binder wrap. The problem to satisfy the design requirements described above is analogous to the flatness calculation problem in the area of metrology if some constraints can be imposed. Thus the problem can be solved by the simulated annealing method, which is one of the optimization methods. The developed procedure was tested with the real die face design problem and the usefulness was verified by the diagram of the drawing depth.

#### 1. 서 론

신차종의 개발에 있어서 최대의 개발기간이 소요되는 부분중의 하나가 차체개발 공정이며 그 중에서도 최대 부분을 차지하는 민감한 공정이 차체 외판의 성형제작을 위한 금형설계 공정이라 할 수 있다.<sup>(1)</sup> 현재까지는 이러한 금형설계 공정이 전통적

인 설계과정이 갖는 비효율적 요인들로 인해 긴 개발 기간을 필요로하게 됨으로써, 결과적으로 차종의 다양성과 개발의 신속성으로 표현되는 신차종의 개발요건에 가장 큰 걸림돌이 되고 있다.<sup>(2)</sup> 따라서 최근에는 이러한 금형설계 및 형 제작준비에 소요되는 기간을 단축하기 위해 자동차 각사 별로 CAD/CAM 시스템의 개발을 경주하고 있다. 그 일환으로 금형설계 시스템의 개발이 활발히 진행되고 있으며 이러한 설계 시스템을 통해 형상 모델링뿐 아니라 설계된 금형형상에 대한 정량적 평가가 이루어지고 있다.<sup>(3~9)</sup> 특히 주목할 점은 이러한 설계

\*정회원, 서울대 자동차시스템 공동 연구소

\*\*정회원, 제주대 에너지공학과

\*\*\*정회원, 서울대 기계설계학과

시스템내의 평가방법으로서 FEM에 의한 엄밀한 평가보다는 주로 기하학적 또는 단순 역학적 이론에 기초한 근사적 평가방법을 개발하여 적용하고 있다는 점이다.<sup>(3-6,10-12)</sup> 이것은 FEM 해석방법은 차체 금형과 같은 일반적인 형상에 적용하기에는 소재의 변형특성, 윤활 및 마찰조건 설정, 적용적 유한 요소망의 재구성 등과 같은 이론적으로 정립되어야 할 문제가 많을 뿐만 아니라<sup>(13)</sup> 긴 계산 시간과 그에 따른 높은 계산 비용으로 인해 아직까지는 부적절하기 때문이다. 반면에 근사적 방법은 설계 형상에 구애받지 않고 설계 단계에서 신속히 적용할 수 있는 강점이 있다.

일반적으로 차체 외관의 드로잉 제작을 위한 프레스 금형은 Fig. 1에서와 같이 크게 세 부위, 즉 다이(die), 펀치(punch), 블랭크 호울더(blank holder)로 구성되며 이 중 다이는 다시 크게 제품(product)면, 스텝드로(step draw)면, 블랭크 호울더면 등 세 곡면 부위로 이루어진다. Fig. 2는 이와 같은 프레스 금형에 의한 성형과정을 나타낸다. 그 과정을 단계별로 간략히 살펴보면 먼저 다이에 초기 소재(initial blank)를 위치시키면, 블랭크 호울더가 하강하여 소재를 호울딩한다. 이때 초기 소재는 블랭크 호울더에 의해 변형되는데 이 초기 변형 소재를 바인더 랩(binder wrap)<sup>(14,15)</sup>이라고 한다. 이 상태에서 펀치가 하강하면서 초기 변형 소재와 첫 접촉을 한 후, 계속해서 소재를 가공하여 최종적으로 드로잉 가공을 완료하게 된다. 이상의 드로잉성형 과정에서 특히 블랭크 호울더 곡면은 성형 중 소재 판넬의 가장자리를 지지함과 동시에 그 지지력 정도에 따라 소재의 다이 캐비티 내로의 유동을 조절하는 역할을 하며 또한 그 형상에 따라 초기 소재 판넬의 변형상태를 결정하게 된다.

한편 Fig. 1과 같은 다이 형상에 대한 전통적인 설계과정은 다음과 같이 요약될 수 있다. 첫째, 펀치방향과 이에 대한 제품의 성형방향(tipping position)을 정한다. 둘째, 위치된 제품면을 기준으로 하여 블랭크 호울더 곡면을 설계한다. 끝으로 제품과 블랭크 호울더 사이의 형상부위, 즉 스텝드로 곡면을 설계한다. 이러한 전통적 설계 과정 중 본 연구에서는 두번째 단계, 즉 설계자가 제품면을 기준으로 블랭크 호울더 곡면을 설계한 경우를 주목하고자 한다. 지금까지의 설계과정에서는 설계자가 배치한 제품면을 기준으로 블랭크 호울더 곡면을 설계한 후, 이에 따른 초기 변형소재, 즉 바인

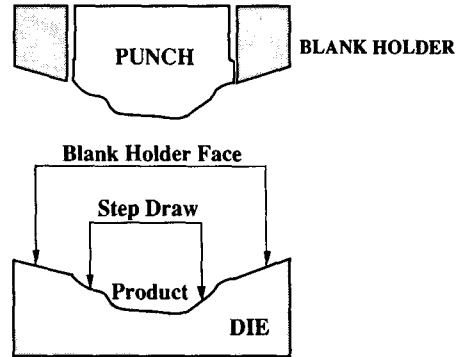


Fig. 1 Major components of die assembly for press forming

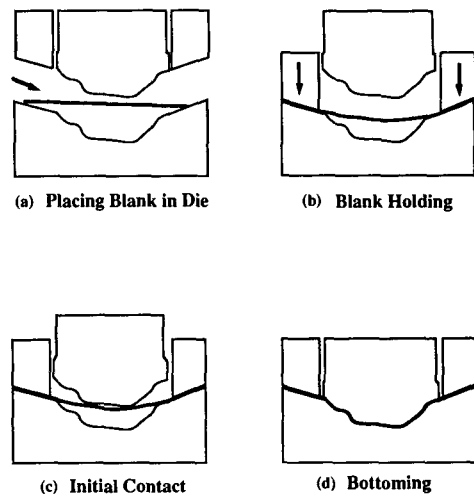


Fig. 2 Process of press forming

더 랩의 형상을 구현하여 블랭크 호울더 곡면의 설계를 평가하였다. 즉 생성된 바인더 랩 곡면에 발생한 초기 형상 결함을 사전에 검색함으로써 블랭크 호울더 곡면을 간접 평가하고, 그 평가결과에 따라 설계된 블랭크 호울더 형상을 수정하도록 하였다. 그러나 이런 평가 과정을 거친 블랭크 호울더 곡면이라 하더라도 성형성 측면에서 제품면에 대해 최적의 설계 형상인지는 확신할 수 없다. 다시말해 설계자가 초기에 임의로 배치한 제품면과 블랭크 호울더 곡면 간의 성형위치 관계가 최적의 설계조건을 만족하고 있는지를 검토할 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는 스텝드로 곡면의 설계에 들어가기 앞서 성형성 측면에서 제품면과 블랭크 호울더 곡면 간에 만족되어야 할 설계 충족 요건을

선정하고 이를 반영하여 블랭크 호울더와 제품면간의 상대적 위치를 자동으로 조정함으로써 제품의 최적 성형 방향을 얻고자 한다. 본 연구에서는 이러한 설계요건으로 두가지를 선정하였는데, 첫째는 성형 깊이의 균일한 분포, 둘째는 펀치와 초기 변형 소재와의 바람직한 첫 접촉 영역이다. 이를 위해 먼저 블랭크 호울더에 의해 변형된 초기 변형 소재의 형상을 예측한 후 이에 따라 제품의 최적 성형 방향을 얻도록 하였다. 본 논문에서는 초기 변형소재가 이미 결정된 상태에서 제품의 최적 성형 방향을 구하는 방법을 기술하였다. 초기 변형소재는 블랭크 호울더 곡면에 의해 변형된 중간 단면들에서의 형상을 에너지 최소화 개념을 적용하여 스플라인 곡선으로 나타내고<sup>(16)</sup> 이것들로 부터 곡선망을 구성한 후 최종적으로 양방향 스키닝기법 (bi-directional skinning technique)<sup>(17)</sup>에 의해 구현하였다.

## 2. 설계요건의 선정 및 문제의 정립

현재까지 실용면에서 적용하고 있는 성형성 평가 기능들 중에서 설계자가 많이 사용하는 기능으로서 펀치 접촉영역 확산거동 (spreading behavior of punch contact area)<sup>(1,3,4,18)</sup>을 들 수 있다. 이것은 Fig. 3에서와 같이 초기 변형소재, 즉 바인더 랩에 대해 동일한 성형깊이를 갖는 제품면과 스텝드로 곡면 상의 지점들을 등고선으로 나타낸 것이다.

따라서 이 펀치 접촉영역 확산거동은 엄밀한 의미에서 펀치의 접촉과정을 나타낸 것이라기 보다는 펀치와 초기 변형소재간의 성형깊이 분포도라고 볼 수 있으며 이로부터 설계자는 펀치와 소재간의 접촉 확산이 모든 방향으로 균일하게 일어나는지를 추정하여 평가하게 된다. 결국 설계 단계에서 펀치 방향에 대해 제품면을 배치하고 이를 기준으로 블랭크 호울더 곡면을 설계할 때, 설계자의 의도는 우선적으로 초기 변형소재와 제품면 간의 성형 깊이를 모든 방향으로 균일하게 하는데 있다.<sup>(15,18)</sup> 또 다른 중요한 설계요건으로, 설계 경험상 성형 결함을 피하기 위해서는 펀치의 어느 특정 부위가 초기 소재 판넬과 첫 접촉을 해야한다는 것이다.<sup>(4,15)</sup> 일반적으로 펀치의 첫접촉 영역은 Fig. 3의 A영역과 같이 바인더 랩에 대해 성형깊이가 최대가 되는 제품면 상의 지점에서 일어나게 된다. 따라서 제품의 배치 방향에 따라 첫접촉 영역은 달라지게 되므로

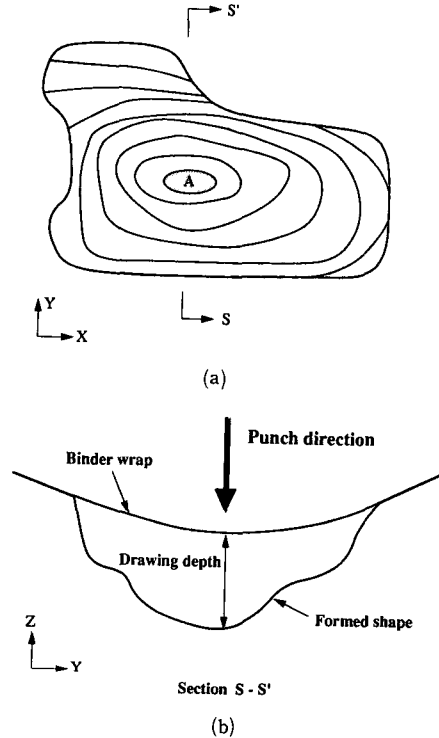


Fig. 3 Drawing depth distribution diagram

전체적으로 드로잉 성형깊이만을 균일하게 할 경우에는 이 요건을 만족시키기 어렵게 된다. 이와 같은 관점에서 본 연구에서는 블랭크 호울더 곡면에 대한 제품의 최적 성형방향의 결정에 관건이 되는 설계요건으로 다음 두 조건을 선정하였다.

① 성형깊이의 균일한 분포

② 지정된 영역에서의 첫 펀치접촉

이제 위 요건들을 어떻게 동시에 문제화할 것인가에 대해 설명하기로 한다. 먼저 첫번째 조건, 즉 균일한 성형깊이 조건을 고려해 보자. 제품면 상의 특정 지점에서의 성형깊이는 Fig. 3에서도 표시된 바와 같이 근사적으로 그 지점에서 펀치방향으로 대응되는 바인더 랩상의 점까지의 거리로 한다.<sup>(3,4)</sup> 따라서 제품면상에 다수의 점들을 생성하면 그 점들과 그에 대응되는 바인더랩 상의 점들로부터 성형깊이의 분포를 얻을 수 있게 된다. Fig. 4는 이를 설명하기 위해 제품면과 바인더 랩의 설계 형상이 주어진 경우를 보인다. 이때 편위상 펀치의 프레스 방향이 음의 Z축 방향과 일치하는 경우를 가정하자. 제품면 상의 임의의 한점  $P_i$ 에서의 성형

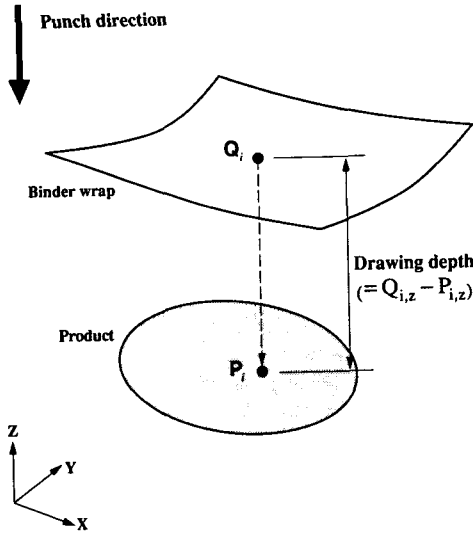


Fig. 4 Measurement of drawing depth

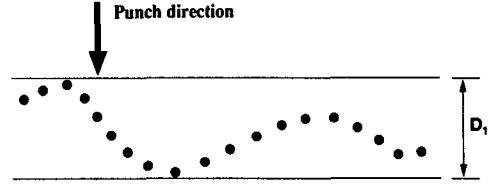


Fig. 5 Relative drawing amount

깊이  $D_i$ 는  $P_i$ 에 펀치방향으로 대응되는 바인더 랩 상의 점을  $Q_i$ 라 할때 다음 식으로 주어진다. 단  $P_{i,z}, Q_{i,z}$ 는 각각 점  $P_i, Q_i$ 의 Z 좌표값이다.

$$D_i = Q_{i,z} - P_{i,z} \quad (i=1, \dots, n) \quad (1)$$

식(1)로부터 제품면 상의 전체 점에 대한 성형깊이 데이터의 기준 평면에 대한 3차원적 분포  $S\{P\}$ 를 얻을 수 있다. 한편 이렇게 계산된 전체 성형깊이의 균일한 정도(uniformity)란 첫 접촉점에 대해 모든 방향에서의 상대적인 성형깊이(최대 성형깊이와 최소 성형깊이의 차이), 즉 상대적 성형량에 반비례한다고 볼 수 있다. 따라서 고정된 펀치 방향에 대해 제품의 특정한 성형 방향에서 성형 깊이의 분포가 가장 균일하다는 것은 그 방향에서의 상대적 성형량이 가장 작다는 것을 의미한다. 이때 제품의 특정한 방향에 대해 측정된 전체 성형깊이 분포에 대한 상대적 성형량은 펀치방향을 법선방향으로 하고 전체 성형깊이 데이터  $S\{P\}$ 를 최소의 두께로 내부에 포함하는 평행한 두 무한 평면간의 두께라고 볼 수 있다. Fig. 5는 이를 설명하기 위해 편의상 2차원으로 가정하여 계산된 성형깊이 데이터 분포의 예를 나타낸 것이다.

여기에서 성형깊이 데이터의 기준선은 펀치방향과 수직인 선으로서 펀치 방향의 상부에 위치하도록 하였다. 따라서 이 기준선에서 아래쪽으로 가장 멀리 떨어져 있는 점이 가장 큰 성형깊이를 갖는

점이 된다. 이때  $D_i$ 는 성형깊이 데이터들 내부에 포함하는 두 평행 직선간의 최솟거리를 나타내며 이것은 곧 전체 성형깊이의 상대적 성형량을 의미한다. 그러나 여기서 특히 주목할 점은 제품의 방향이 바뀌어질 경우 새로운 성형깊이 데이터가 얻어지고, 이에 따라 상대적 성형량도 달라진다는 것이다. 따라서 균일한 성형깊이의 분포를 얻기 위한 문제는 결국 고정된 펀치방향과 초기 변형소재에 대해 제품의 방향을 바꿔가면서 상대적 성형량이 최소가 되도록 제품의 방향을 결정하는 문제와 동일하게 된다.

한편 지금까지는 앞에서 제시한 두 설계요건 중 성형깊이의 균일성만을 고려한 경우에 대한 문제 해결 방법을 논의하였으므로 이제 두번째 설계조건을 적용하기로 하자. 두번째 설계요건은 펀치상의 특정 부위가 초기 변형소재 판넬에 첫 접촉해야 한다는 것이다. 첫 접촉을 해야 하는 펀치 상의, 즉 제품면 상의 특정 영역은 설계자에 의해 지정될 수 있으며 지정된 영역의 점들에서 계산된 성형깊이 분포  $S\{C\}$ 는 전체 성형깊이 분포  $S\{P\}$ 의 부분 집합이 된다. 한편 특정 펀치방향에 대해 첫 접촉은 Fig. 3에서도 보듯이 초기 변형소재에 대해 가장 큰 성형깊이를 갖는 제품면 상의 영역에서 일어난다. 이를 Fig. 6과 같이 주어진 2차원 성형깊이 점의 집합에 대해 생각해 보자.

그림에서와 같이 전체 성형깊이 데이터에 대해 첫 펀치 접촉영역은 주어진 펀치방향과 성형깊이 기준선에 대해 가장 큰 성형깊이를 갖는 데이터 영역, 즉 그림에서 A영역이 된다. 다시말해 특정 펀치방향에 대한 첫 접촉영역은 그 방향으로 전체 성형깊이 데이터를 포함하는 두 무한평면 중 하부 평면에 가장 근접하게 위치한 점들에 해당된다. 따라서 첫 접촉영역의 제한 조건만을 만족시키는 문제는 다음과 같이 정량화될 수 있다. 먼저 초기 변형소재와 첫 접촉해야할 제품면 상의 영역을 지정한다. 일단 첫 접촉영역이 지정되면 제품의 방향을 바꿔가면서

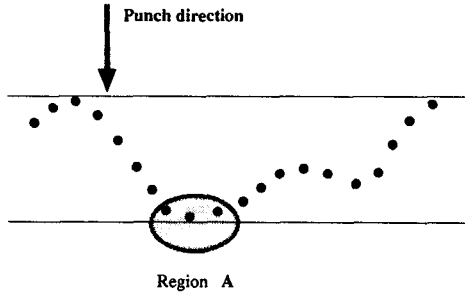


Fig. 6 Initial punch contact regions

계산한 전체 성형깊이 점들 중에서 이 첫 접촉영역에 해당되는 성형깊이 점들이 Fig. 6의 A영역의 점들과 같이 최대 성형깊이를 갖도록 제품의 방향을 결정하는 문제와 같게 된다.

한편 지금까지의 문제 정립과정을 통해 살펴 본 바와 같이 전체 성형깊이 점의 집합  $S\{P\}$ 에 대해 균일한 성형깊이 분포를 얻기 위한 문제와 첫 접촉영역 제한조건을 만족시키는 문제는 서로 독립적이어서 두 설계요건을 개별적으로 고려해서는 각각을 동시에 최대로 만족시킬 수 없다. 즉, 균일한 성형깊이만을 고려할 경우에는 첫 접촉조건을 만족시키기 어려우며 그 역도 마찬가지이다. 따라서 본 연구에서는 이 문제를 최적화 방법에 의해 해결하고자 한다.

### 3. 근사적 최적화 방안

앞절에서 정의된 제품의 최적성형 방향은 다음과 같은 과정에 의해 결정되어야 한다. 첫째, 제품 형상에 대한 초기 성형깊이 분포 데이터를 얻고 이때의 목적함수 값을 계산한다. 둘째, 제품 형상을 작은 양의 각도만큼 회전시켜 새로운 성형방향을 얻고 이때의 목적함수를 다시 계산한다. 셋째, 이같은 계산과정을 반복수행하여 그 중 목적함수 값이 최소가 되는 제품의 성형방향을 찾아나간다. 그러나 정확한 해를 얻기 위한 이러한 최적화 방법은 제품의 성형방향을 바꿀때마다 성형깊이 분포를 다시 계산해야 하므로 계산량이 지나치게 많고, 결과적으로 설계단계에서 신속한 평가를 할 수 없는 단점이 있다.

따라서 본 연구에서는 제품의 최적 성형방향을 근사적 최적화 방법을 통해 결정하고자 한다. 결론적으로 말하면 근사적 방법의 기본적인 생각은 최

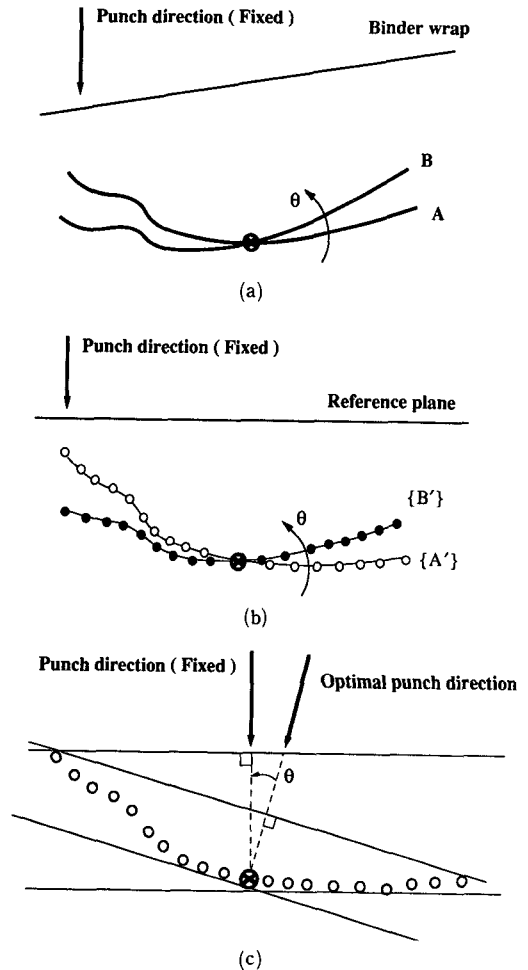


Fig. 7 An approximate method for optimization

적화 과정에서 제품 형상을 매번 재배치하는 대신에 첫 성형깊이 분포 데이터를 재배치의 대상으로 하자는데 있다. 이 근사적인 최적화 개념을 설명하기 위해 Fig. 7을 제시하였다.

Fig. 7(a)는 고정된 펀치방향과 초기 변형소재에 대해 초기에 배치된 A 방향의 제품을 회전시켜 B 방향으로 재배치하는 과정을 나타내고 있다. 또한 Fig. 7(b)의  $\{A'\}$ 는 Fig. 7(a)의 초기 제품 방향 A에 대해서 얻은 초기 성형깊이 분포를 나타낸 데이터이다. 이때 주목할 점은 Fig. 7(a)에서와 같이 초기 변형소재가 임의의 방향을 갖는 평면 형상이라는 것이다. 이 경우에는 매번 제품형상을 직접 회전시키는 과정에서 얻은 성형깊이 분포에 대해 계산된

목적함수 값들과 Fig. 7(b)에서와 같이 초기 성형깊이 분포 데이터를 동일한 각도로 회전시켜서 얻은 결과에 대해 계산한 목적함수 값들과는 서로 비례 관계에 있다는 사실이다. 예를 들어 Fig. 7(a)에서 제품의 가능한 배치 방향 중 제품을  $\theta$ 각 만큼 회전시켜 얻은 B방향에서 구한 성형깊이 데이터에 대한 목적함수 값이 최소라고 하자. 이때 Fig. 7(b)에서 {B}를 초기 성형깊이 데이터인 {A'}를 동일한 방향으로 동일한  $\theta$  각 만큼 회전시켜 얻은 성형깊이 데이터라고 하면 이 {B}에 대해 계산한 목적함수 값도 최소가 된다. 따라서 초기 변형소재가 임의 방향의 평면일 경우에는 제품 형상을 매번 재배치하여 최적해를 찾는 문제는 Fig. 7(b)와 같이 첫 성형깊이 분포 데이터를 회전시켜 최적화하는 문제와 동일하게 취급할 수 있다. 한편 이 접근 방법, 즉 Fig. 7(b)와 같이 고정된 편치방향에 대해 첫 성형깊이 데이터를 회전시켜 최적 성형방향을 결정하는 과정은 계산의 편의상 그 역으로도 동등한 효과를 얻을 수 있다. 즉 Fig. 7(b)에서 고정된 편치방향에 대해 초기 성형깊이 데이터를 회전시켜 최적 성형방향을 구하는 문제는 그 반대로 Fig. 7(c)와 같이 고정된 첫 성형깊이 데이터에 대해 최적화를 수행하여 최적 편치 성형방향을 결정하는 문제와 동일한 내용이 된다. 결론적으로 말하면 엄밀해를 구하기 위해 Fig. 7(a)에서와 같이 제품 형상을 매번 회전시켜 최적화하는 접근 방법은 Fig. 7(c)에서와 같이 고정된 초기 성형깊이 분포 데이터에 대해 목적함수의 값을 최소화하는 편치 성형 방향을 찾고 이 편치 방향이 궁극적으로 처음에 고정시킨 편치방향과 일치하도록 제품의 방향을 조정하는 문제와 동일하게 된다. 이같은 최적화 방법이 적용된다면 제품 형상을 재배치할 때마다 성형깊이 분포를 계산할 필요가 없이 초기 성형깊이 데이터에 대해서만 적절한 계산과정을 수행함으로써 계산상 훨씬 효율적이 된다. 그런데 이 방법을 적용하기 위해서는 앞서도 가정한 바와 같이 초기 변형소재가 평면 형상을 가져야 한다는 점이다. 그러나 실제 초기변형 소재의 형상은 전체적으로 곡률을 갖는 것이 일반적이다. 따라서 본 연구에서는 위의 최적화 방법을 적용하여 문제를 해결하기 위해서 다음과 같은 가정을 하였다. 첫째, 초기 변형소재는 연속적인 완만한 곡률을 갖는 평면에 가까운 형상이다. 둘째 실제로 설계자가 배치한 제품과 최적화를 수행한 후 조정된 제품간의 방향 변화는 일반

적으로 작다. 즉 최적화 수행과정중 현재치에 부여하는 각도 변화는 매우 작은 양이다. 따라서 이같은 가정하에서는 실제 제품을 회전시키는 엄밀한 방법에 의한 목적함수 값들과 초기 성형깊이 데이터를 동일한 각도로 회전시켜 얻은 데이터로부터 구한 목적함수 값들과는 근사적으로 비례한다고 볼 수 있으므로, 이 방법을 적용하여 계산한 해는 근사해로서 충분히 간주될 수 있다. 따라서 본 논문에서는 이같은 가정하에서 근사적 최적화 방안을 실제 문제에 적용하기로 하였다.

한편 Fig. 7(c)와 같이 정립된 근사적 최적화 방법에서 상대적 성형량을 구하는 문제는 측정된 점들에 대한 편평도(flatness)를 계산하는 문제와 유사함을 알 수 있다. 왜냐하면 편평도<sup>(19-24)</sup>는 가공면 상에서 측정된 측정데이터에 대해 이를 내부에 포함하는 두 무한평면을 구하고, 이들 평면간의 거리로 나타내기 때문이다. 단지 다른 점으로는 단순 편평도 문제에 첫 접촉조건을 반영하기 위해서는 첫 접촉영역으로 지정된 점들에 대해서는 나머지 점들과는 다르게 취급되어야 하는데, 이를 위해서는 전체 성형깊이 점의 집합  $S\{P\}$  중 집합  $S\{C\}$ 에 대해서는 가중치를 부여하여야 한다. 결론적으로 본 연구에서는 제품의 최적 성형방향을 결정하는 문제를 가중치가 다른 점의 집합을 부분적으로 포함하는 전체 성형 깊이 점의 집합에 대한 구속 편평도를 구하는 문제(flatness problem with constraint)로 귀결시키고 이를 해결하고자 한다.

이 같은 문제의 해결 방편으로는 정밀 측정분야에서 이미 소개되어 있는 편평도를 계산하기 위한 근사적 또는 엄밀한 방법도 고려될 수는 있다. 그러나 이러한 해법들은 주어진 점의 집합들에 특정한 구속조건, 즉 본 문제와 같이 특정 점들에 대해서 가중치가 주어진 경우에는 적용할 수 없는 단점을 갖는다. 따라서 본 연구에서는 최적화 방법을 적용하였는데, 본 문제와 같이 그 특성상 무수히 많은 국지해를 갖는 경우에는 기존의 최적화 방법으로는 이에 대처하기에는 비효율적인 면이 있다. 따라서 본 연구에서는 이 문제를 최근에 주목받고 있는 시뮬레이티드 아닐링(simulated annealing)<sup>(25-27)</sup>이란 해법을 적용하여 해결하고자 하였다.

#### 4. 최적화 기법-시뮬레이티드 아닐링

1953년에 Metropolis<sup>(25)</sup>는 물질의 열적 평형 상태

(thermal equilibrium state)의 변환을 시뮬레이션 하기 위해 몬테카를로방법(monte carlo method)이라고 하는 효과적인 알고리즘을 제시하여 통계 열역학 분야에 크게 기여한 바 있다. 그 이후 Kirkpatrick<sup>(26)</sup>와 Cerny<sup>(27)</sup>는 각각 콤비네토리어 최적화(combinatorial optimization) 문제에서 목적함수(objective function)를 최소화하는 과정과 자연계의 거의 대부분의 물질에서 그 물질이 최저 에너지상태(ground state)까지 점진적으로 냉각(slow careful cooling or annealing)하는 과정 사이에는 매우 밀접한 유사성이 존재한다는 것을 밝혀내고, 앞의 Metropolis의 알고리즘을 이용한 새로운 최적화 기법을 제시하였는데 이를 시뮬레이티드 아닐링이라 한다.

Fig. 8은 시뮬레이티드 아닐링 알고리즘을 나타낸다. Fig. 8에서 나타난 바와 같이 목적함수의 변화 Δ가 증가하여도 그 상태로의 변화를 금지시키는 것이 아니라 확률적으로 허용하는 것이 이 알고리즘의 특징이라 할 수 있다. 이 시뮬레이티드 아닐링 알고리즘은 콤비네토리얼 최적화 문제를 다루는데 있어 다른 최적화 기법에 비해 다음과 같은 강점을 갖는다.

(1) 국지해(local minima)에 빠지지 않고 새로운 탐색을 계속할 수 있는 힐 클라이밍(hill climbing) 능력을 갖고 있다. 이것은 목적함수 값이 증가되는 방향으로의 상태 이동 확률이 영(zero)이 아니기 때문이다.

**Generic Simulated Annealing Algorithm**

```

begin
  S := Initial solution S0 ;
  T := Initial temperature T0 ;
  While ( stopping criterion is not satisfied ) do
    begin
      while ( not yet in equilibrium ) do
        begin
          S' := Some random neighboring solution of S ;
          Δ := C(S') - C(S) ;
          Prob := min(1, e-Δ/T ) ;
          if random(0,1) ≤ Prob then S := S' ;
        end
      Uptade T ;
    end ;
  Output best solution ;
end ;
    
```

Fig. 8 Simulated annealing algorithm

(2) 알고리즘 구현이 비교적 쉽다. 즉, 목적함수의 구성방법, 구속조건, 자유도 등의 변화와는 거의 독립적으로 알고리즘의 골격을 유지할 수 있어 새로운 문제로의 적응성이 뛰어나다.

따라서 다수의 국지해가 존재하는 다자유도의 최적화 문제에서, 여러가지 구속조건을 고려한 목적함수의 구성이 해석적으로는 용이하지 않은 콤비네토리얼 최적화 문제(NP hard problem)에 있어 이 시뮬레이티드 아닐링 알고리즘은 효과적으로 적용될 수 있다.

**5. 최적화 수행**

이제 이상과 같은 과정에 의해 정립된 근사적 방법에 의해 최적화하는 과정에 대해서 설명하기로 한다. 이를 위해서는 우선 앞서 정량화된 기본 설계요건을 충분히 반영할 수 있도록 목적함수를 구성하고, 구성된 목적함수를 시뮬레이티드 아닐링에 의해 최적화해 나가는 과정이 필요하게 된다.

**5.1 목적함수의 설정**

최적화 문제를 풀기 위해서는 먼저 최적화의 대상, 즉 목적함수가 결정되어야 한다. 본 연구에서 설정한 목적함수는 다음과 같다.

$$C(n) = d - w_{in} \cdot nP_{in} + w_{out} \cdot nP_{out} - w_c \cdot flag \tag{2}$$

여기에서 목적함수를 구성하고 있는 각 변수를 설명하면 다음과 같다.

(1) C(n)

편치방향 n에서의 코스트(cost), 즉 목적함수의 값으로서 최소화되어야 할 양이다.

(2) d

편치 방향 n에서 계산한 성형깊이 분포의 편평도이다.

(3) nP

nP는 편치방향 n에서 편치의 첫 접촉영역이라고 간주되는 성형깊이 점들이다. 따라서 임의의 편치방향 n에서 전체 성형깊이 점들 중에서 특정한 점들을 첫 접촉영역 내의 점으로 간주하기 위한 일정한 계산 기준이 있어야 한다. 첫 접촉영역의 허용 범위를 설명하기 위해 Fig. 9에 첫 접촉해야 할 편치영역에서의 성형깊이 점들을 포함한 전체 성형깊이 데이터의 분포를 나타내었다. 여기에서 n<sub>0</sub>는

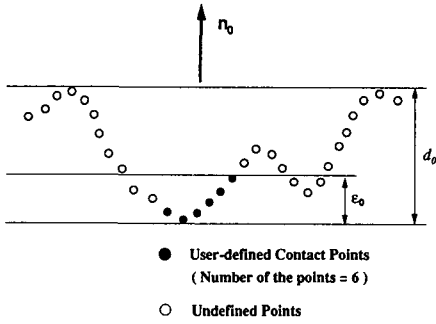


Fig. 9 Set a permitted limit for initial punch contact region in any punch direction

펀치 방향의 초기치로서 전체 성형깊이 데이터에 대한 최소자승 평면(least square plane)의 법선(outer normal) 방향으로 가정한다. 따라서 그림에서  $n_0$ 의 방향은 정확히 펀치의 반대방향을 의미하지만 여기서는 편의상 펀치방향이라 부르기로 한다. 이때 펀치방향에 수직하고 최대 성형깊이 점을 통과하는 평면과 이로부터 적당한 크기( $\epsilon_0$ )의 간격을 갖는 평행한 평면 사이에 존재하는 성형깊이 데이터에 해당되는 영역을 첫 접촉영역으로 간주한다. 따라서 Fig. 10에서와 같이 펀치방향  $n$ 에서 성형깊이가 최대가 되는  $Q$ 점으로부터 이 허용범위  $\epsilon_0$ 내에 들어온 모든 점들은 그 펀치방향에서 첫 접촉하는 영역내의 성형깊이 점이 된다. 이때  $nP_{in}$ 은 이 허용범위 내에 들어온 점들 중 설계자가 지정한 첫 접촉영역에 포함되는 점들의 개수이고  $nP_{out}$ 은 허용범위 내의 점들 중 설계자가 지정한 영역에 들지 않는 점들의 개수이다.

(4) flag

본 연구에서는 첫 접촉영역과 관련된 또다른 구속조건을 설정하였다. 이 구속조건은 첫 접촉영역을 지정할 때 설계자의 의도는 가능한 한 지정된 영역내의 한 점에서 첫 점접촉(point contact)을 하고 그 점에서부터 지정한 영역으로 펀치의 접촉 거동이 일어나야한다는 것이다. 다시말해 이 조건은 지정된 첫 접촉영역내의 한점에서 첫 점접촉이 일어나야 한다는 것이다. 이 사실을 자세히 설명하기 위해 Fig. 10과 Fig. 11을 제시하였다.

Fig. 10과 Fig. 11에서는 각각 다른 펀치방향에 대해서 설계자가 지정한 첫 접촉영역에서의 성형깊이 점들 중 똑같은 개수의 점들이 허용기준 범위  $\epsilon_0$  내에 들어감에도 불구하고 첫 점접촉의 위치는 서

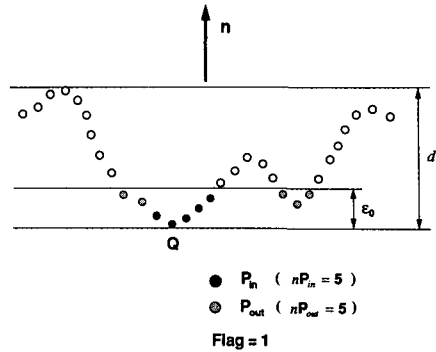


Fig. 10 Initial point contact happens in any one of user-specified points

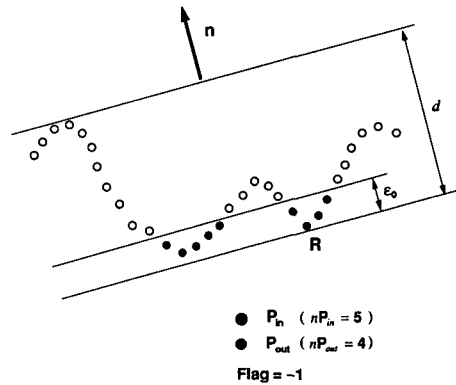


Fig. 11 Initial point contact happens in any one of specified points

로 다를 수 있음을 보여준다. 즉 Fig. 10에서는 설계자가 지정한 성형깊이 점들 중의 한 점  $Q$ 에서 점 접촉이 일어나는 반면, Fig. 11에서는 설계자가 지정하지 않은 영역의 점  $R$ 에서 일어남을 알 수 있다. 이같은 사실은 만약 이 점접촉 조건이 고려되지 않을 경우에는 오히려 Fig. 11의 경우가 계산상으로 Fig. 10의 경우보다 최적화된 결과로서 채택될 가능성이 있음을 설명해 준다. 따라서 이같은 관점에서 첫 접촉영역내의 한점에서 점접촉이 일어나야 한다는 조건도 목적함수에 포함되어야 한다. flag는 이 조건을 반영하기 위한 변수로서 특정 펀치방향에서 계산된 첫 접촉점이 설계자가 지정한 점들중 어느 하나에 해당되면 그 펀치방향에서의 flag는 +1이고 그렇지 않으면 -1이다.

(5) w

w는 특정점들에 대해 부과하는 가중치(weight)



로서 모두 양의 값을 갖는다.  $w_{in}$ 은 (3)에서 설명한 임의의 편치방향에 대해 첫 접촉 허용범위 내에 들어온 점들 중 설계자가 지정한 점들이 존재하는 경우를 위한 가중치이다. 마찬가지로  $w_{out}$ 은 허용범위 내로 들어온 점들 중 지정하지 않은 점들에 대한 가중치이다.  $w_c$ 는 (4)에서도 설명한 바와 같이 편치방향에서 첫 접촉축이 설계자가 지정한 점들 중 어느 한 점에서 일어나도록 부여한 가중치이다.

5.2 최적화 과정

일단 목적함수가 설정되면 이를 최적화하는 과정이 필요하게 된다. Fig. 12는 본 연구에서 시뮬레이션 코드 아닐링을 써서 수행한 최적화 과정을 나타낸다. 최적화 과정을 단계별로 설명하면 다음과 같다.

(1) 초기화(initialize)를 수행한다.

이 초기화 단계에서는 제품면과 바인더 랩 곡면으로부터 계산된 성형깊이 데이터가 입력되고 이를 시뮬레이션 코드 아닐링에 의해 최적화하는 데 필요한

온도의 초기치, 온도변화방법(cooling schedule), 목적함수를 구성하는 가중치 등을 초기화한다.

(2) 성형깊이 데이터의 초기 편치방향( $n_0$ )과 그때의 목적함수 값( $C_0$ )을 계산한다.

Fig. 9에서도 보인바와 같이  $n_0$ 는 성형깊이 데이터에 대한 최적화를 수행하기 위해 설정되어야 할 편치방향의 초기치이다. 이 편치방향의 초기치는 성형깊이 데이터에 대한 식(2)로 주어진 목적함수에서 가중치를 고려치 않은 단순한 최소자승 평면의 법선방향으로 결정한다. 이때  $C_0$ 는  $n_0$  일때 식(2)에서 접촉영역과 관련된 항들을 무시하고 계산한 초기 목적함수 값이다.

(3) 현재 해(편치방향, 목적함수 값)에서 이웃해(neighbor)를 얻는다.

현재의 편치방향  $n_0$ 에 작은 변화(perturbation)를 부여하여  $n_0$ 의 이웃해  $n$ 을 다음 식을 사용해서 얻는다.

$$\begin{aligned} n_x &= n_{0x} + \delta_x(r_x - 0.5) \\ n_y &= n_{0y} + \delta_y(r_y - 0.5) \\ n_z &= \sqrt{1 - n_x^2 - n_y^2} \end{aligned} \tag{3}$$

단,  $n_x^2 + n_y^2 \leq 1, 0 \leq r_x, r_y \leq 1$

여기에서  $\delta_x, \delta_y$ 는 각각 현재의 편치방향  $n_0$ 에 대해 설정된  $x, y$  방향으로의 교란의 상한치(upper bound of the perturbation)를 나타낸다. 또  $r_x, r_y$ 는  $x, y$  방향에 대해 생성된 0과 1 사이의 값을 갖는 난수(random number)이다. 또 만약  $n_x^2 + n_y^2 > 1$ 인 결과에서는 위 조건을 만족시키는 다른 난수값에 대해 이 과정을 수행하여 이웃해를 찾는다.

(4) 목적함수 값을 계산한다.

편치방향  $n$ 에서의 목적함수 값을 식(2)로 계산한다. 이때 편평도  $d$ 는 Fig. 13에서와 같이 임의의

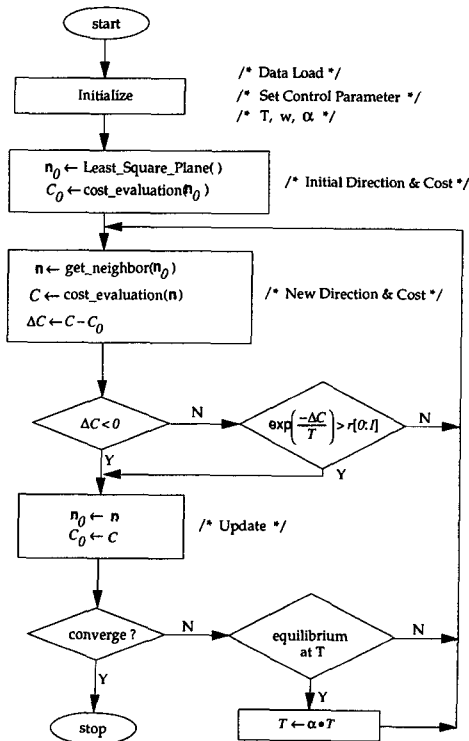


Fig. 12 Optimization procedure

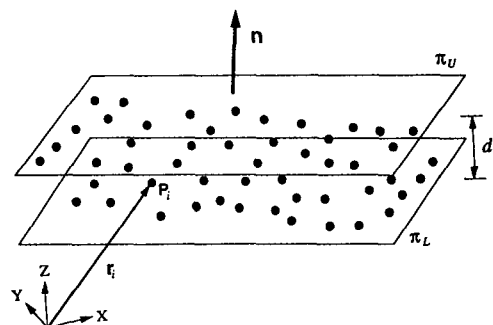


Fig. 13 Flatness calculation

성형깊이 점의 위치벡터를  $\mathbf{r}_i$ 라고 할때 다음 식으로 계산된다.

$$d = \max \text{ of } (\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{n}) \text{ for } i=1, \dots, N \\ - \min \text{ of } (\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{n}) \text{ for } j=1, \dots, N \quad (4)$$

여기에서  $N$ 은 전체 성형깊이 데이터의 개수이다. 또한 목적함수의 값을 계산할 때 각 항의 가중치들 중  $w_{in}$ ,  $w_{out}$ 은 대략 0.5에서 0.7의 범위,  $w_c$ 는 2.5에서 3.5의 범위의 값을 선정하였는데 실제 문제에 적용한 결과 이 값들에서 가장 안정된 수렴 거동을 보였다.

(5) 상태이동 여부를 판정한다.

일단 편치방향  $\mathbf{n}$ 에서의 목적함수 값을 계산하면 이것과 현재의 편치방향  $\mathbf{n}_0$ 에서의 목적함수 값과의 차이로부터 Fig. 8에서와 같이 주어진 상태이동 확률을 계산한다. 이때의 확률이 임의로 생성된 난수보다 작을때는 또다른 이웃해를 탐색한다. 반대로 클때는 편치방향  $\mathbf{n}$ 과 목적함수  $\mathbf{C}$ 를 각각 현재의 해  $\mathbf{n}_0$ ,  $\mathbf{C}_0$ 로 대체하고 이상의 과정들을 반복수행하여 평형에 가까운 새로운 편치방향을 계속해서 탐색한다.

(6) 평형(equilibrium) 상태를 판정하여 조정변수(온도)의 값을 변화시킨다.

현재의 편치방향  $\mathbf{n}_0$ 에서 새로운 편치방향을 계속해서 탐색해 나갈때 일정한 온도에서 평형 해에 도달했는지를 판정할 수 있어야하고 또 그럴 경우 적절히 온도를 낮춰 새로운 평형상태를 다시 구해야 한다. 이것들은 시뮬레이티드 아닐링의 수렴성에 중요한 영향을 미치는 요소들로서, 이에 대한 많은 연구사례가 있으나 아직까지는 정량화되지 못하였다. 따라서 본 계산과정에서는 문제의 성격에 따라 추정된 평형판정법 및 온도변화법을 설정하였다. 일정 온도에서의 평형상태의 판정법을 살펴보면 먼저 문제의 크기, 즉 성형깊이 데이터의 개수에 비례하는 일정한 수치를 탐색 제한 회수로 설정한다. 따라서 설정된 제한 회수만큼의 탐색을 완료하면 그때의 해는 해당 온도에서 평형상태에 도달했다고 판정한다. 일단 평형상태에 도달하면 온도를 변화시켜 새로운 온도에서의 또다른 평형상태를 찾기위해 탐색을 계속한다. 본 계산과정에서는 온도변화 방법으로 일반적으로 널리 쓰이는 다음과 같은 방법을 사용하였다.

$$T^{k+1} = T^k \cdot \alpha, \quad \alpha = 0.8 - 0.95 \quad (5)$$

(7) 해의 수렴정도를 판정하여 최적화 과정을 종료한다.

이상과 같이 설명한 최적화 과정을 끝내기 위해서는 적절한 최적화 종료조건이 설정되어야 한다. 이를 위해 본 연구에서는 (6)의 일정 온도에서의 평형상태 판정과 유사하게 문제의 크기, 즉 전체 성형깊이 데이터의 개수에 비례하는 일정한 수치를 최적화의 종료를 위한 탐색 기준수치로 정한다. 따라서 최적화 계산과정 동안 현재의 해로부터 정해진 기준 수치만큼을 탐색한 후 해가 개선되지 않을 경우 현재 해보다 더이상 수렴될 최적해가 없다고 본다. 이 경우에는 이 현재 해를 최종해로 간주하고 전체 최적화 과정을 끝내게 된다.

이상과 같은 최적화 과정이 수행되면 계산된 두 무한 평면의 법선방향이 찾하고자하는 새로운 편치성형 방향이 된다. 한편 본 연구에서는 전체 금형 설계 과정 동안 편치의 방향을 고정시키도록 하였으므로, 계산된 새로운 편치 성형방향이 고정된 초기 편치 방향과 일치하도록 블랭크 호올더에 대한 제품면의 성형방향을 자동으로 조정하게 된다.

## 6. 설계 적용

본 연구에서 수행된 블랭크 호올더와 제품면간의 최적 성형 방향을 결정하는 과정을 실제 금형설계 단계에 적용하였다. 금형설계를 위한 대상 제품으로는 자동차 외판 중 프런트 펜더(front fender) 부품을 선정하여 다음 그림들에 보이는 결과를 얻었다.

Fig. 14는 설계자에 의해 초기 조건으로 그 방향이 결정된 제품면과 블랭크 호올더에 의해 변형된 초기 변형소재, 즉 바인더 램을 구현한 결과이고 이때에 계산된 초기 변형소재와 제품면 간의 성형깊이 데이터는 Fig. 15에 나타내었다. Fig. 14에서 블랭크 호올더 곡면의 설계과정과 초기 변형소재를 구현하기 위해 사용된 양방향 스키닝기법에 대해서는 각각 참고 문헌 (16)과 (17)을 참고하기 바란다. 또한 이때의 제품과 바인더 램 간의 성형깊이 분포를 Fig. 16에 보였다. 첫 접촉점 위치(A로 표시된 가장 안쪽 폐곡선의 내부영역)가 지나치게 한쪽으로 치우쳐 있고 성형깊이도 우측면에서 불균일 분포를 이루고 있음을 알 수 있다. Fig. 17은 두 설계 요건 중 균일한 성형깊이 분포조건 만을 고려하여 최적화된 결과를 나타낸다. 첫 접촉점(A로

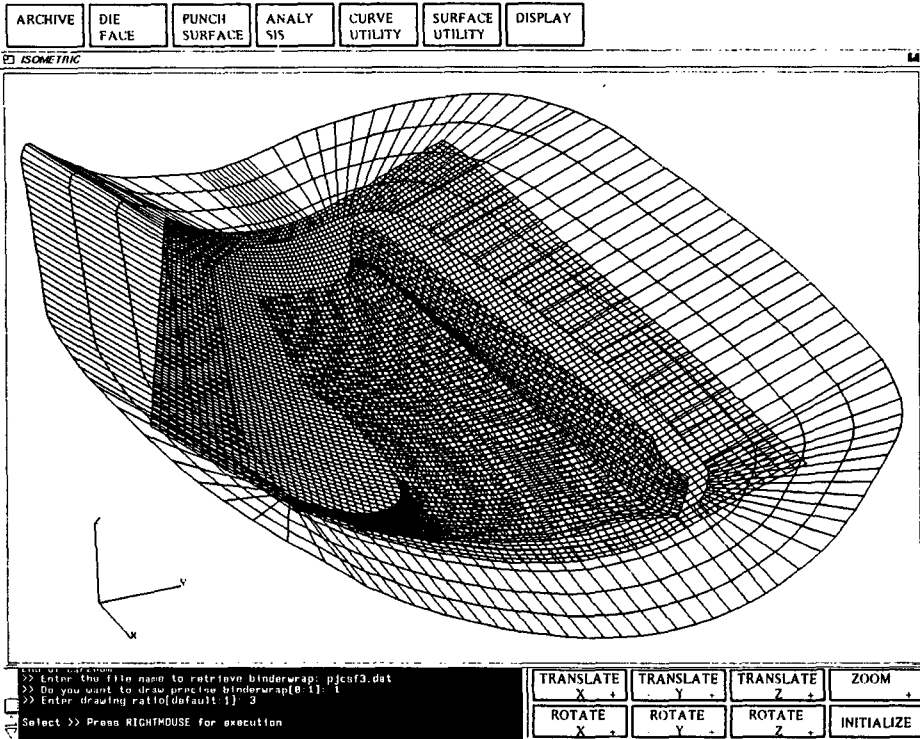


Fig. 14 Binder wrap with the tipped product and the blankholder surface

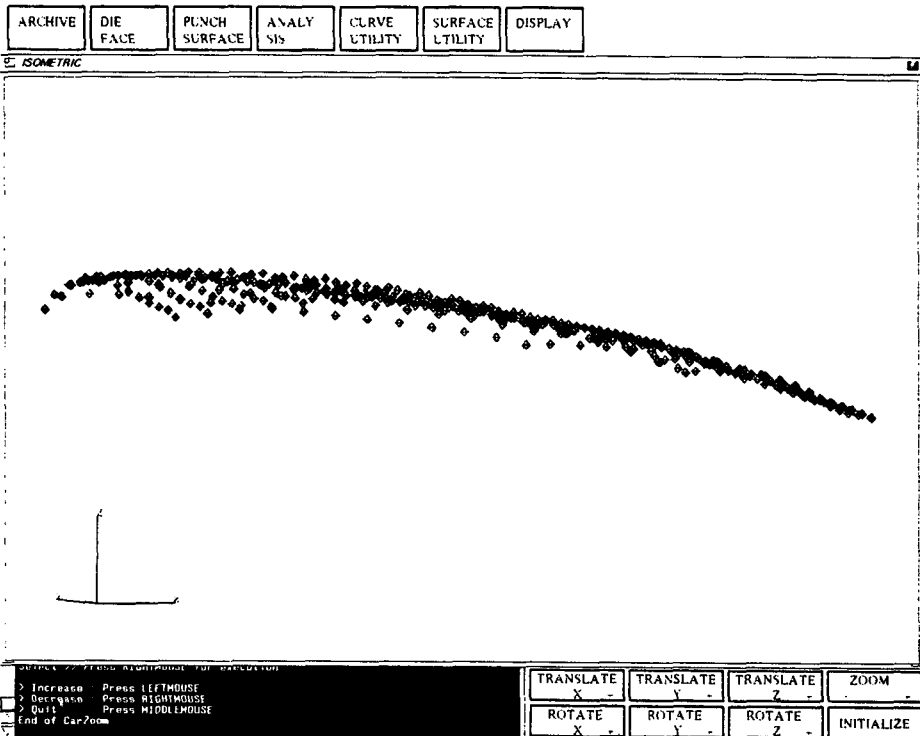


Fig. 15 Distribution of the drawing depths calculated from the binder and the tipped product

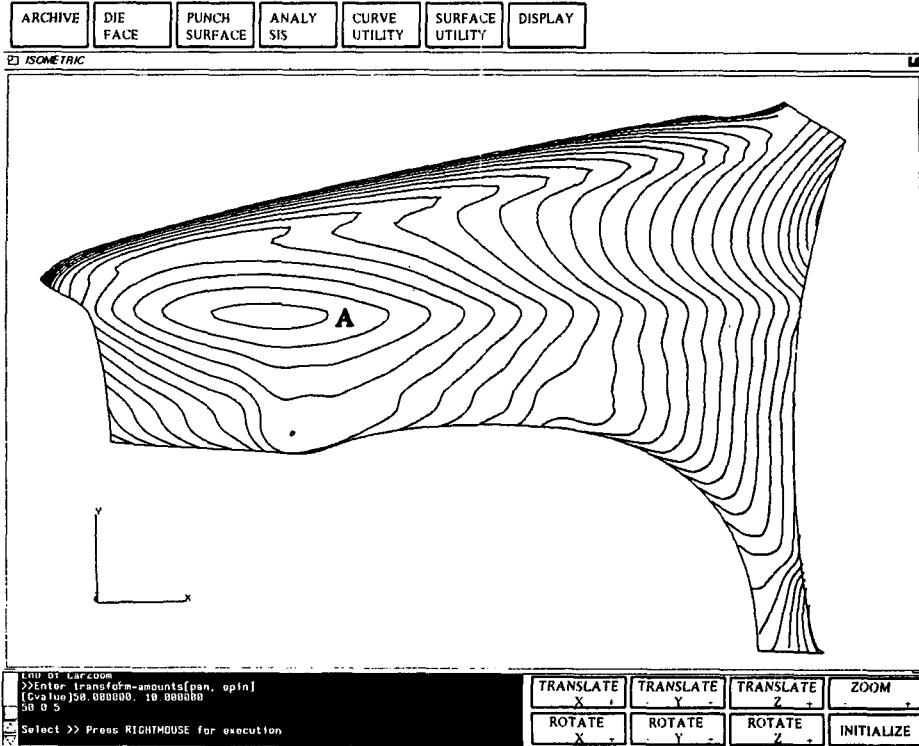


Fig. 16 Distribution diagram of the drawing depths for the product tipped initially by the user

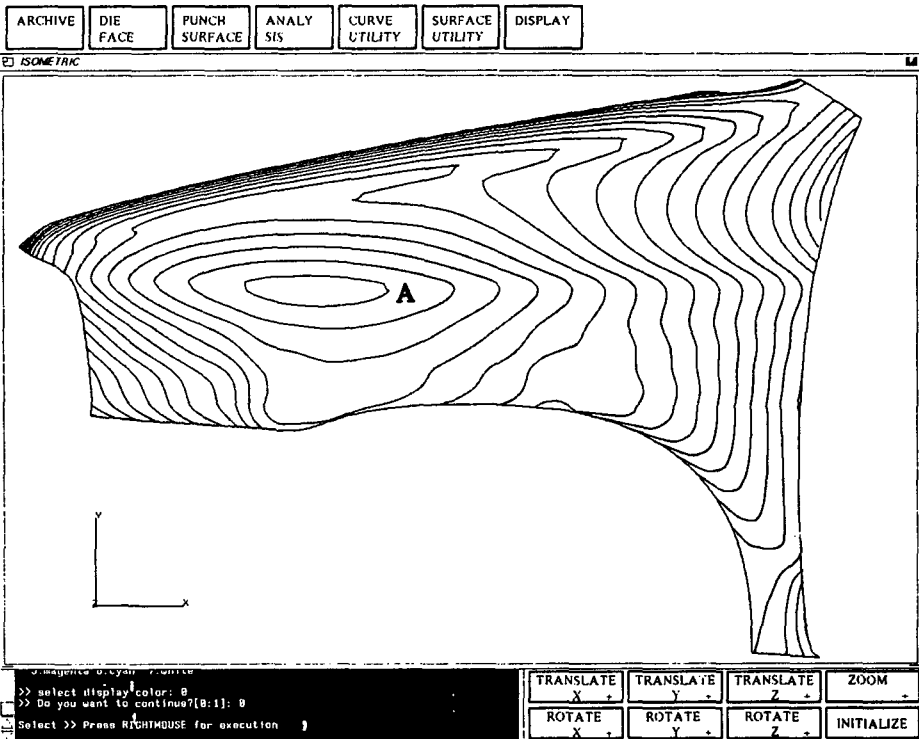


Fig. 17 Distribution diagram of the drawing depths after adjusting the product's tipping position for the uniform distribution of drawing depths

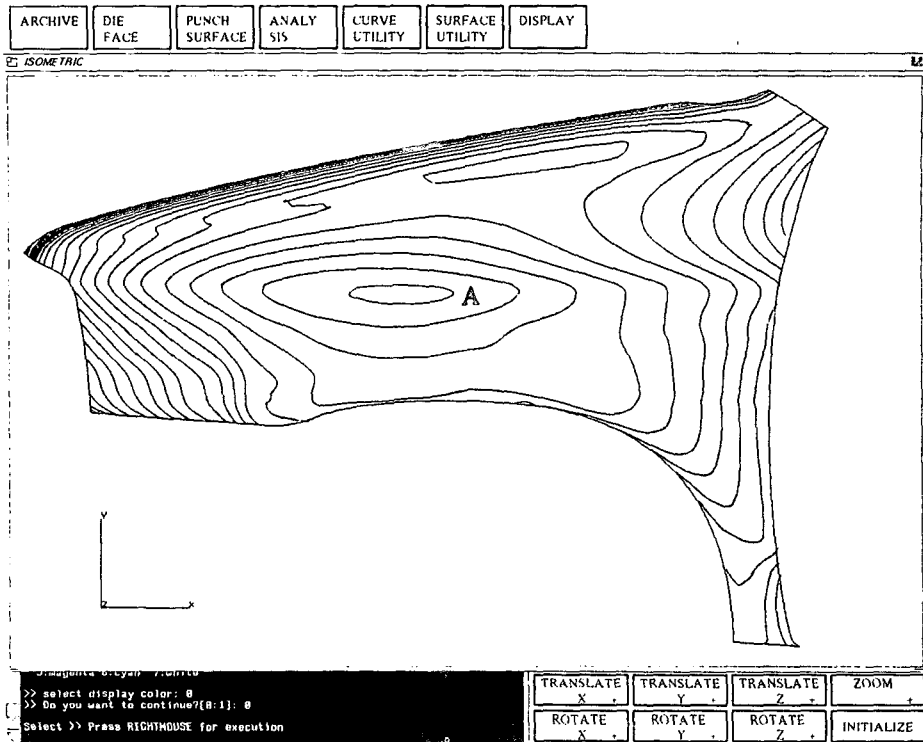


Fig. 18 Distribution diagram of the drawing depths after optimizing the product's tipping position for both the design requirements

표시된 가장 안쪽 폐곡선의 내부영역)에 대해 모든 방향으로의 성형 깊이 분포가 상당히 균일함을 보인다. 즉 동일한 성형깊이를 갖는 부위가 거의 모든 변과 모서리에 고르게 분포되어 있음을 알 수 있다. 최종적으로 Fig. 18은 균일한 성형깊이와 첫 접촉영역이 제품의 중심부에 있도록 하는 설계조건을 동시에 고려하여 최적화하고 그 결과에 따라 새로운 성형깊이 분포를 나타내고 있다. 여기에서 첫 접촉(A로 표시된 가장 안쪽 폐곡선의 내부영역)이 설계자가 지정한 제품면의 중심부에서 일어나고 있고, 동시에 성형 깊이도 첫 접촉점을 중심으로 모든 방향으로 균일하게 분포되어 있음을 확인할 수 있다.

### 5. 결 론

본 연구를 통해 지금까지는 설계자의 불완전한 경험에 의해 해결되어 왔던 제품의 성형 방향을 정량화하여 자동으로 결정할 수 있게 되었고, 이를 설계 형상에 적용해 본 결과 그 유용성을 확인할

수 있었다. 따라서 본 연구의 결과를 실제 설계 단계에 적용할 경우 기존의 설계 과정에서 필요로 했던 방대한 수작업을 제거할 수 있어 설계시간을 대폭 단축할 수 있게 되었다.

추후 과제로서, 보다 정확한 성형방향을 찾기 위해서는 다음과 같은 사항들이 계속 연구되어야 한다. 첫째, 바인더 랩 형상을 역학적 이론에 의해 보다 정확하게 예측할 수 있어야 한다. 왜냐하면 정확한 성형깊이 분포는 바인더 랩 형상에 의해 결정되기 때문이다. 둘째, 본 연구에서 설정된 설계요건이외에 성형성을 반영할 수 있는 또 다른 설계인자들이 고려될 수 있어야 한다.

### 참고문헌

- (1) 일본기계학회 편, 1985, CAD/CAM 사례집 (CAD/CAM 시리즈 5).
- (2) Yoshida, K., 1984, "Trends in Forming Technology for Car Body in Japan," Advanced Technology of Plasticity, Vol. I, pp. 729~734.

- (3) Higashi, M., Mori, T., Taniguchi, H. and Yosimi, J. 1985, "Geometric Modelling for Efficient Evaluation of Press Forming Severity," in N. -M. Wang, S. C. Tang(eds), Computer Modeling of Sheet Metal Forming Process:theory, Verification and Application, The Metallurgical Society, pp. 21~36.
- (4) Takahashi, A., Okamoto, I., Hiramatsu, T. and Yamada, N., 1985, "Evaluation Methods of Press Forming Severity in CAD Applications," in N. -M. Wang, S.C. Tang(eds), Computer modeling of Sheet Metal Forming Process:theory, Verification and Application, The Metallurgical Society, pp. 37~50.
- (5) 유동진 외, 1989, "차체 판넬 프레스성형 공정의 평면변형 해석," 대한기계학회 추계학술대회 초록집, pp. 275~278.
- (6) 전기찬 외, 1990, "DEVELOPMENT OF KIA DIE-FACE CAD/CAE SYSTEM," 한국자동차공학회 학술강연 초록집, pp. 5~11.
- (7) 김종호, Bay N., 1991, "이미지 프로세싱을 이용한 금속판넬의 프레스 성형 예측," 대한기계학회 추계학술대회 논문집, pp. 299~302.
- (8) 양동열 외, 1991, "강소성 유한요소법을 이용한 자동차 판넬 성형공정의 평면변형 해석," 대한기계학회논문집, 제15권, 제1호, pp. 169~178.
- (9) 금영탁, R.H. Wagoner, 1991, "프레스 금형 단면의 성형성 평가를 위한 유한요소법," 대한기계학회 논문집, 제15권, 제4호, pp. 1108~1122.
- (10) Duncan, J. L. and Sowerby, R., 1986, "Review of Practical Modeling Methods for Sheet Metal Forming," Advanced Technology of Plasticity, Vol. 1, pp. 615~624.
- (11) Sowerby, R., Duncan, J.L. and Chu E., 1986, "The Modeling of Sheet Metal Stampings," Int. J. Mech. Sci., Vol. 28, No. 7, pp. 415~430.
- (12) Chu, E. Soper, D. Gloeckl, H. and Gerdeen, J. C. 1985, "Computer-Aided Geometric Simulation of Sheet Metal Forming Processes," in N. -M. Wang, S.C. Tang(eds), Computer Modeling of Sheet Metal Forming Process:theory, Verification and Application, The Metallurgical Society, pp. 65~76.
- (13) 김권희, 1989, "소성가공 공정의 컴퓨터 응용 설계를 위한 제반과제," 대한기계학회지, 제29권, 제3호, pp. 294~305.
- (14) Cang, S.T. 1985, "Verification and Application of a Binder Wrap Analysis," in N. -M. Wang, S. C. Tang(eds), Computer Modeling of sheet Metal Forming Process:theory, Verification and Application, The Metallurgical Society, pp. 193~208.
- (15) Chen, K. K., 1986, "An Iteration Method for Binder Wrap Calculations," Proceedings of the NUMIFORM 86 Conference, Gotheburg, Aug., pp. 321~326.
- (16) 박종천, 이경우, 1992, "차체 Die-Face의 곡면 모델링," 한국자동차공학회 학술강연 초록집, pp. 77~86.
- (17) 이상찬, 1992, "자동차 외형설계를 위한 CAD시스템의 개발," 박사학위논문, 서울대학교 대학원 기계설계학과.
- (18) Sugura, H., Okamoto, I., Hiramatsu, T., Yoshimi, J. and Fujiwara K., 1988, "Evaluation of Elongations and Material Movements during Process Forming with CAD," JSAE Review, Vol. 9, No. 2, pp. 62~69.
- (19) Birch, K.G. and Cox, M.G., 1973, Calibration of Flatness of Surface: a Least Squares Approach, National Physical Lab., Report, MoM 5.
- (20) de Brun, Meijer, W.J. and Nawijn, A., 1977, "Surface Plate Measurements," Annals of the CIRP, Vol. 25, No. 1, pp. 251~256.
- (21) Murthy, T.S.R. and Abdin, S.Z., 1980, "Minimum Zone Evaluation of Surfaces," Int. J. Mach. Tool. Des. Res., Vol. 20, pp. 123~136.
- (22) Chetwynd, D.G. 1985, "Application of Linear Programming to Engineering Metrology," Proc. Instn. Mech. Engrs, Part B, 199(B2), pp. 93~100.
- (23) Hong J.T and Liao Y.S., 1989, "Geometrical Algorithm for Flatness Calculation," J. CSME, Vol. 10, No. 1, pp. 57~63.
- (24) Burdekin, M. and Pahk, H.J., 1989, "The Application of a Microcomputer to the On-Line Calibration of the Flatness of Engineering Surfaces," Proc. Instn. Mech. Engrs, Part B, Vol.

- 203, pp. 127~137.
- (25) Metropolis, N., et al, 1953, "Equation of State Calculations by fast Computing Machines," J. Chem. Phys., Vol. 21, pp. 1087~1092.
- (26) Kirkpatrick, S.A., Gelatt C.D. and Vecchi M. P., 1983, "Optimization by Simulated Annealing," Science, Vol. 220, No. 4598, pp. 671~680.
- (27) Cerny, V., 1985, "A ThermoDynamical Approach to the Travelling Salesman Problem," J. Optimiz. Theory Appl., Vol. 45, pp. 41~52.