

〈論 文〉

# 비선형 탄성-음향 효과를 이용한 비선형 탄성 계수의 계측과 금속재료의 특성평가

장경영\* · 佐藤拓宋\*\*

(1993년 1월 9일 접수)

## Measurement of Nolinear Elastic Constants and Material Characterization by Using Nonlinear Elasto-acoustics

Kyung-Young Jhang and Takuso Sato

**Key Words :** Nonlinear Elastic Constants(비선형 탄성계수), Nonlinear Elasto-acoustics(비선형 탄성-음향), Material Characterization(금속재료의 특성평가), Sound Speed(음속), Ultrasonic Wave(초음파), Pump Wave(섭동파), Probe Wave(검출파)

### Abstract

In this paper, a new method to estimate stress status in metal nondestructively by using nonlinear dependency of sound speed on stress is proposed. For the purpose, equivalent nonlinear elastic constants up to fourth-order are introduced and a new characteristic parameter given as a function of these constants is presented. And a concrete system to measure the characteristic parameter is constructed by electromagnetic pumping wave and ultrasonic probing wave system.

Some experimental results for Al alloy showed that the estimation of stress status in metal is possible by the proposed method.

### 1. 서 론

(금속)재료에는 외부하중에 의한 응력이나 제조 과정에서 발생하는 잔류응력 및 급격한 온도변화에 기인하는 내부응력이 존재하게 되고, 이들은 재료의 피로 또는 강도저하 및 파괴등과 매우 밀접한 관계가 있다.<sup>(1-3)</sup> 따라서, 재료의 응력에 대한 특성을 비파괴적으로 검사하는 것은 중요한 과제이며, 지금까지 여러가지 방법이 제안되어 왔으나, 그중 유력한 방법중의 하나가 음속의 응력 의존성에 착안한 방법이다.<sup>(3-5)</sup>

본 논문에서는 특히 음속의 응력에 대한 비선형

적 의존관계에 초점을 맞추어, 이 관계를 탄성-음향학적으로 정식화하고, 실제 계측계를 구성하여 재료의 응력상태 평가에 응용하고자 하였다.

이를 위하여 먼저 응력-음속의 비선형적 관계를 알루미늄 합금에 대하여 실측하고, 이 관계를 정식화하기 위하여 4차까지의 등가적인 비선형탄성계수를 도입하였으며, 다시 이들 계수를 이용하여 재료의 특성을 나타내는 특성 파라미터(characteristic parameter)를 제안하였다. 그리고 이 특성 파라미터를 직접적으로 추정할 수 있는 계측계의 구체적인 구성과 계측 알고리즘을 제시하였다. 실제의 계측계는 전자적 방법에 의하여 강력한 응력 섭동파를 발생시키는 섭동파(pumping wave)계와 음속의 변화를 검출하기 위한 고주파의 초음파를 이용한 검출파(probe wave)계로서 구성한다.<sup>(6-7)</sup> Al합금

\*정회원, 한양대학교 정밀기계공학과

\*\*日本 東京工業大學

에 대하여 실험한 결과, 제안한 특성 파라미터를 이용하여 재료의 응력상태에 대한 평가가 가능함을 확인할 수 있었다.

한편, 비선형탄성계수의 추정에 관하여는 이미 보고된 바 있고, 응력-음속의 의존관계에 관하여도 연구된 바 있으나, 이를 이용한 재료평가의 예는 찾아보기 어렵다.<sup>(8-10)</sup> 본 논문은 이러한 배경으로 비추어 재료평가에 유용한 특성 파라미터를 제시한다는 점과 이것을 초음파의 위상정보로써 쉽게 검출할 수 있는 계측계를 구성한다는 점에 주 목적을 두고 있다. 또한 일반적으로 응력-음속의존성을 이용한 비파괴검사에서는 여기서 말하는 검출파만을 이용하여 계측한 음속으로부터 응력을 추정하므로 검출파의 전파경로에 걸쳐서 평균된 응력을 구할 수 밖에 없는데 대하여, 본 방법은 응력섭동파와 검출파를 교차시킴으로써 재료내부 임의 위치에서의 응력상태를 추정할 수 있고, 따라서 응력의 공간분포 까지도 측정가능하다.

2. 음속의 응력 의존성에 대한 실측

음속의 응력 의존성을 계측하기 위하여 Fig. 1에 보이는 바와 같이 원통형 알루미늄 재료의 양 끝단에서 50 MHz의 초음파를 송수신하고, 초음파의 전파방향과 같은 방향으로 압축하중을 2 MPa 간격으로 부가하여 가면서 각 하중에서의 초음파의 전파속도를 측정하였다. 단 실험에 사용되어지는 모든 시편에 대해서는 열처리를 선행하여 초기 잔류

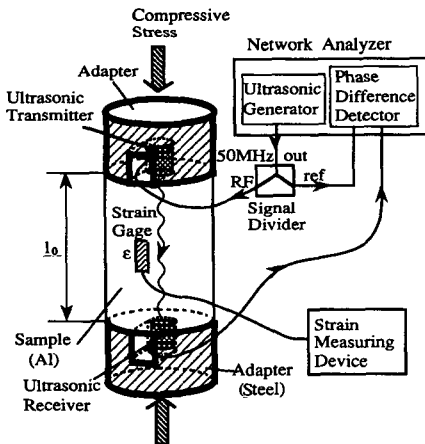


Fig. 1 Construction of the sound speed measurement system

응력이 내재하지 않도록 하였다. 여기에서 초음파의 전파속도는 수신초음파의 위상변조량으로부터 계산되는데 이때 재료의 신축에 따른 위상변화를 보정하기 위하여 스트레인게이지를 이용하여 변형률을 동시에 측정하였다. 구체적으로는, 주기 T [sec]인 검출파(초음파)의 전파방향으로 부하를 가했을 때, 위상이 Δφ [deg] 변화하고, 시편이 검출파 방향으로 ε만큼의 변형률을 발생시켰다고 하면 무부하 상태에서의 음속 C<sub>0</sub>[m/sec]와, 부하 상태에서의 음속 C[m/sec]에는 다음과 같은 관계가 있으므로,

$$\frac{l_0(1+\epsilon)}{C} - \frac{l_0}{C_0} = \frac{\Delta\phi}{360} \times T \tag{1}$$

따라서

$$C = \frac{1+\epsilon}{\frac{T\Delta\phi}{360l_0} + \frac{1}{C_0}} \text{ [m/s]} \tag{2}$$

로부터 이 부하상태에서의 음속을 구할 수 있다. 여기서 l<sub>0</sub>는 시편의 길이이다.

Fig. 2와 Fig. 3은 A5052, A5056b 2종류의 알루미늄 재료(후자가 전자에 비하여 단단한 재료임)에

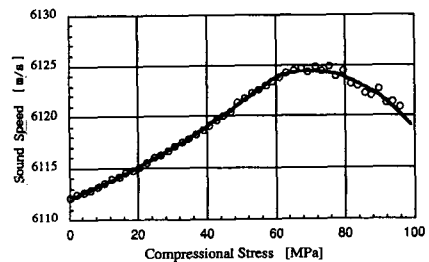


Fig. 2 Relationship between stress and sound speed for material A5052

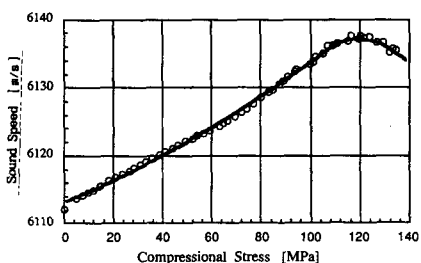


Fig. 3 Relationship between stress and sound speed for material A5056b

대하여 측정된 결과를 나타내고 있다. 이들 측정결과는 분명히 응력에 따라 음속이 변화하고 있고, 더욱이 그것이 직선적으로 변화하는 부분과 비직선적으로 변화하는 부분으로 되어 있음을 보여주고 있다.

### 3. 비선형 탄성계수의 도입에 의한 응력-음속 관계의 정식화

#### 3.1 비선형 탄성계수의 도입

선형탄성이론에 의하면 응력-변형률 관계는 2차의 탄성계수만으로 표현되는 직선관계이며, 음속은 이 2차의 탄성계수와 밀도에 의하여 결정되고, 또 응력에 관계없이 일정하다. 그러나 실제결과로부터도 알 수 있듯이 음속은 응력에 따라 변화하고, 일반적으로 비선형적인 의존성을 나타낸다. 이 관계를 정식화하기 위하여 응력(T)-변형률(S) 사이의 기본관계를 2차의 탄성계수 뿐만 아니라 3차와 4차의 비선형 탄성계수를 도입하여 다음과 같이 표현한다.

$$S_I = f_{IJ}T_J + g_{IJK}T_JT_K + h_{IJKL}T_JT_KT_L \quad (3)$$

여기에서  $f, g, h$ 는 각각 2차, 3차, 4차의 탄성계수(엄밀히는 콤플라이언스)이며,  $T_1 = T_{xx}, T_2 = T_{yy}, T_3 = T_{zz}, T_4 = T_{yz}, T_5 = T_{xz}, T_6 = T_{xy}$ 이다.

#### 3.2 응력-음속 관계의 정식화

이와 같은 비선형 탄성계수를 이용하여 응력-음속관계를 구하기 위하여, Fig. 4에 보이는 바와 같은 등방성 재료의 미소영역에 정적인 3응력( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ )이 존재한다고 하고, 여기에 검출파로서의 진폭  $A$ , 각주파수  $\omega$ 인 탄성파(종파인 초음파)를  $y$ 축 방향으로 인가한 경우를 생각한다. 이때 탄성파의 주파수가 높아서 전파방향에 수직인 방향( $x, z$ 축 방향)으로의 변형이 구속된다고 하여, 이로 인한 응력의 발생을 고려하면, 전응력성분은 다음과 같이

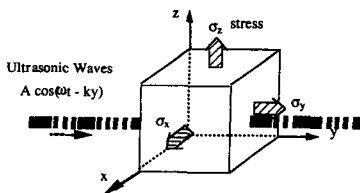


Fig. 4 Orientation of stress and ultrasonic wave

표현될 수 있다.

$$T_2 = \sigma_y(x, y, z) + A(x, y, z) \cos\{\omega t - k(x, y, z)y\} \quad (4)$$

$$T_1 + T_3 = \sigma_x(x, y, z) + \sigma_z(x, y, z) - \frac{2f_{21}}{f_{22} + f_{21}} A \cos(\omega T - ky) \quad (5)$$

단, 여기에서  $k$ 는 파수(wave number)이며, 검출파에 의한 응력섭동은 미약하므로 검출파로 인한 응력과 변형사이에는 선형탄성이론이 적용되었다.

다음에, 이들을 (3)식에 대입하여  $y$ 축 방향에 대한 탄성파의 기본 주파수  $\omega$ 에 관계된 성분만을 고려하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$S_2 = A \cos(\omega t - ky) \times \{[(f_{22} - af_{21}) + 2(g_{212} - ag_{211})(\sigma_x + \sigma_z) + 3(h_{2112} - h_{2111})(\sigma_x + \sigma_z)^2] + \{2(g_{222} - ag_{212}) + 6(h_{2122} - ah_{2112})(\sigma_x + \sigma_z)\}\sigma_y + 3(h_{2222} - ah_{2122})\sigma_y^2\} \quad (6)$$

여기에서

$$S_2 = S_{yy}, \quad \alpha = \frac{2f_{21}}{f_{22} + f_{21}} \text{이다.}$$

한편, 목적하는 미소 영역에서의 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial r_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - F_i \quad (7)$$

$r$ : 위치벡터,  $u$ : 탄성파의 변위벡터,  
 $\rho$ : 밀도,  $F$ : 체적력(=0)

여기에서 앞서 구한 응력성분들을 대입하고,  $\partial \sigma_y / \partial y, \partial A / \partial y, \partial k / \partial y$ 는 지금 생각하고 있는 미소영역 내에서 매우 작다고 하여 무시하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$u_y = -\frac{Ak}{\rho \omega^2} \sin(\omega t - ky) + (C(y)) \quad (8)$$

이것을 변형률과 탄성파의 변위와의 관계

$$S_2 = \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 \quad (9)$$

에 대입하면 변형률의 동적성분을 구할 수 있게 되는데, 여기에 다시 기본 주파수 성분에 관계된 항만 고려하면 (6)식에 대응하여 다음 식을 얻게 된다.

$$S_2 = \frac{k(x, y, z, t)^2}{\rho\omega^2} A(x, y, z) \cos(\omega t - k(x, y, z, t)y) \quad (10)$$

그러면 (6)식과 (10)식의 관계로부터 응력-음속 관계식을 얻을 수 있는데, 여기에서 3차, 4차의 비선형 탄성계수에 대하여 다음과 같은 푸아송비  $\nu$ 의 관계가 성립된다고 하면

$$-\nu = \frac{f_{21}}{f_{22}} = \frac{g_{212}}{g_{222}} = \frac{g_{211}}{g_{212}} = \frac{h_{2122}}{h_{2222}} = \frac{h_{2112}}{h_{2122}} = \frac{h_{2111}}{h_{2112}} \quad (11)$$

최종적으로 음속은 다음과 같이 표현된다.

$$C = [\rho \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} [f_{22} + 2g_{222}(\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)) - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] + 3h_{2222}(\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z))^2]^{-1/2} \quad (12)$$

### 3.3 비선형 탄성계수의 추정 예

정식화한 응력-음속 관계를 이용하여 이미 실측한 응력-음속 관계에 대하여 최소 자승법을 적용함으로써 비선형 탄성계수를 추정해 보았다. 여기에서는 편의상 곡선의 형태로부터 음속이 선형적으로 변화하는 영역(영역 I)과 비선형적으로 변화하는 영역(영역 II)의 두 영역으로 분할하여 각각의 영역에 대하여 비선형 탄성계수를 추정하였다. 2종류의 알루미늄 재료에 대한 추정 예를 Table 1에 나타낸다. 재료 A5052, A5056b 양자 모두 4차 탄성계수  $h$ 의 값에 관해서는 영역 II에서가 영역 I에서 보다 매우 크게 나타나 있으며 이 결과로부터  $h$ 의 값이 음속과 응력의 비직선적 의존성과 직결하고 있음을 알 수 있다.

한편 Fig. 2와 Fig. 3에서 보인 실선은 최소 자승법에 의한 곡선적합(curve fitting)의 결과를 나타

**Table 1** Examples of estimated nonlinear elastic constants for A5052 and A5056b

		I	II
A5056	$g$	$3.06 \times 10^{-22}$	$3.06 \times 10^{-22}$
	$h$	$-1.81 \times 10^{-30}$	$1.01 \times 10^{-28}$
A5056b	$g$	$3.66 \times 10^{-22}$	$3.66 \times 10^{-22}$
	$h$	$-8.54 \times 10^{-31}$	$1.30 \times 10^{-28}$

내며, 4차까지의 비선형 탄성계수 도입으로 큰 무리없이 비직선적인 응력-음속 관계가 표현될 수 있을음을 알 수 있다.

## 4. 비선형 탄성-음향 계측계의 구성과 특성

### 4.1 계측계 전체의 구성

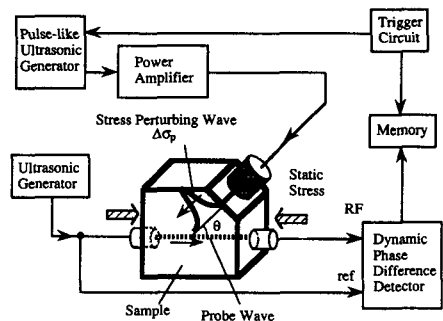
실제로 제작한 비선형 탄성-음향 계측계의 구체적인 구성을 Fig. 5에 나타낸다.

섭동파계는 고전압 전원, 대용량 콘덴서, 고속 릴레이 및 코일로서 구성되고, 전자유도에 의한 금속 표면에서의 와전류와 코일중에서의 전류와의 반발력에 의하여 응력 섭동파를 발생시킨다.<sup>(11)</sup>

또 검출파계는 50 MHz의 초음파 송수파기, 고속 위상변조량 검출기(응답시간: 20[deg/ $\mu$ s]이하)로 구성되고 상대적인 음속의 변화를 검출할 수 있도록 되어 있다. 또한 이 계에 있어서는 단봉성(單峰性)의 강력한 응력 섭동파를 검출파와 교차하도록 전파시켜서 교차영역에 응력의 변화를 발생시키고, 이 응력의 변화에 의한 검출파의 음속 변화량을 검출파의 위상변조량으로서 검출한다.

### 4.2 응력섭동에 의한 위상변조량

비선형 탄성계수를 구함으로써 재료의 내부 응력 상태를 평가하려는 목적을 위하여, 응력섭동을 가했을 때의 음속변화량을 구하고자 한다. 그런데 앞서 설명한 바와 같이 본 계측계에서는 음속변화량을 검출파의 위상변조량으로 검출하게 되는데 이 위상변조량을 섭동파에 의한 섭동응력  $\Delta\sigma_p$ , 섭동파의 검출파에 대한 입사각  $\theta$ , 섭동파를 가했을



**Fig. 5** Schematic system construction to estimate the stress state of material

때의 음속( $C_{RF}$ )와 가하지 않았을 때의 음속  $C_{ref}$ 를 이용하여 정량적으로 나타내면 다음과 같다. (부록과 Fig. 6 참조)

$$\Delta\phi(t) \approx \rho\omega \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} \frac{C_{ref}^2}{C_{RF}} \int_{L-CRF \cdot t}^L \Delta\sigma_p dy \times (\cos\theta - \nu\sin\theta) [g_{222} + 3h_{2222}(\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z))] \quad (13)$$

여기에서  $L$ 은 검출파의 전파거리이다.

이 식은 위상변조량을 정응력, 비선형 탄성계수, 응력 섭동파 등으로 표현하고 있는데, 단 이것은 검출파에 대한 섭동파 방향의 영향을 제거하기 위하여 검출파의 방향을 반전시켜 얻어진 위상변조량과 평균을 낸 결과이다.

4.3 위상변조의 시간응답측정

Fig. 7은 알루미늄 재료 A5052에 검출파에 대해

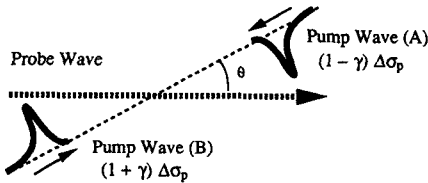


Fig. 6 Bidirectional pump waves and probe waves

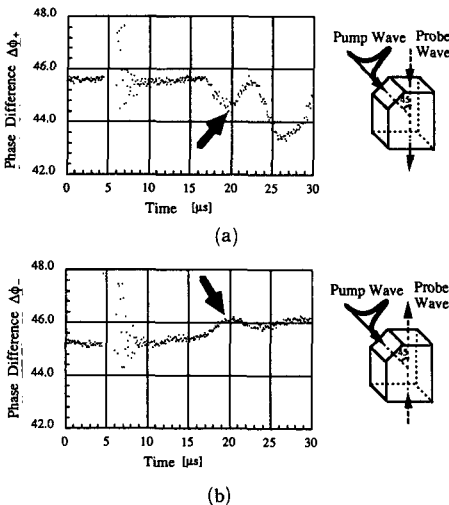


Fig. 7 Example of phase change of probe wave by pump wave : Pump and probe waves are (a) in the same direction, (b) in the opposite direction

여 45°의 각도로 섭동파를 입사시켰을 때 얻어진 위상변조량 파형의 예를 나타낸 것으로서 검출파의 섭동파가 순방향으로 교차할 경우와 역방향으로 교차할 경우의 각각에 대한 측정 결과이다. 이 결과로부터는 4장에서 기술한 바 있는 검출파와 섭동파의 상대적인 방향의존성도 확인할 수 있으며, 따라서 이들의 평균으로서 방향의존성을 상쇄시킨 다음과 같은 위상변조량을 본 연구에서는 이용하고 있다.

$$\Delta\phi = \frac{\Delta\phi_+ + \Delta\phi_-}{2} \quad (14)$$

5. 특성 파라미터의 도입

다음으로 재료의 응력 상태를 표현하기 위하여 새롭게 특성 파라미터를 도입하고 이것이 제한한 측정계로부터 직접 측정될 수 있는 특성량을 보이고자 한다. 이를 위하여 우선 위상변조량을 Fig. 8에 보이는 바와 같은 3가지 상태로 측정한다.

(1) 무부하 상태에서 섭동파를 부가했을 때의 위상변조량 :  $\Delta\phi_0$

(2) 미지의 부하  $\sigma$ 가 부가되어 있는 시편에 섭동파를 부가했을 때의 위상변조량 :  $\Delta\phi_a$

(3) (2)의 상태에서 다시 검출파 방향으로  $\delta\sigma$  (이하의 실험에서  $\delta\sigma=8\text{ MPa}$ )의 부하를 주었을 때의 위상변조량 :  $\Delta\phi_b$

이들로부터 특성량  $\eta$ 를 다음의 형태로서 도입한다.

$$\eta(\sigma) = \frac{(\Delta\phi_b - \Delta\phi_a)}{\Delta\phi_0 \times \delta\sigma} \quad (15)$$

여기에서  $\Delta\phi_0, \Delta\phi_a, \Delta\phi_b$ 는 (13)식으로부터 각각

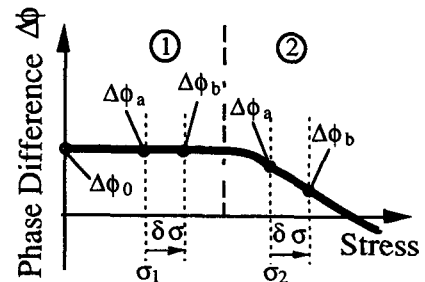


Fig. 8 Possible relation between stress and phase modulation

**Table 2** Examples of calculated characteristic parametr

	I	II
A5052	$-1.77 \times 10^{-8}$	$9.90 \times 10^{-8}$
A5056b	$7.00 \times 10^{-9}$	$1.06 \times 10^{-7}$

다음과 같이 얻을 수 있으므로

$$\Delta\phi_0 \approx \int_{L-CRF,t}^L \Delta\sigma_p dy \times (\cos\theta - \nu\sin\theta) \times g_{222} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Delta\phi_a \approx & \int_{L-CRF,t}^L \Delta\sigma_p dy \times (\cos\theta - \nu\sin\theta) \\ & \times (\cos\theta - \nu\sin\theta) \times [g_{222} \\ & + 3h_{2222}(\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z))] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Delta\phi_b \approx & \int_{L-CRF,t}^L \Delta\sigma_p dy \times (\cos\theta - \nu\sin\theta) \\ & \times (\cos\theta - \nu\sin\theta) \times [g_{222} \\ & + 3h_{2222}(\sigma_y + \delta\sigma - \nu(\sigma_x + \sigma_z))] \end{aligned} \quad (18)$$

이들을 (15)식에 대입하면 섭동파에 의한 항이 소거되고 특성량  $\eta$ 가 비선형 탄성계수  $g, h$ 만으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\eta(\sigma) = \frac{3h_{2222}}{g_{222}} \quad (19)$$

이 파라미터를 이후 특성 파라미터로 명명한다.

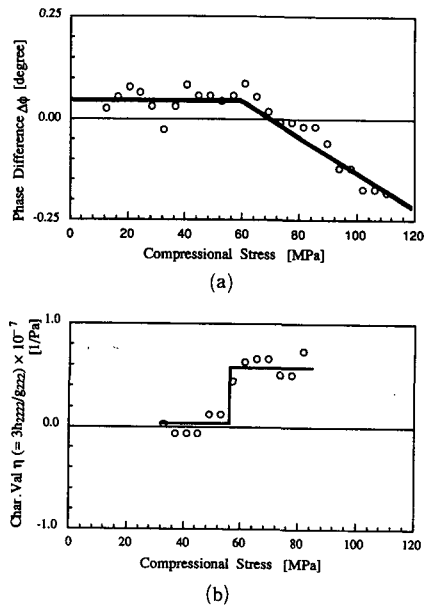
이 파라미터는 섭동파의 방향, 분포, 크기 등에 의존하지 않고 섭동파와 검출파가 교차하는 영역의 재료특성에 관련되며, 앞서 보인 4차 비선형 탄성계수  $h$ 의 크기를 근거로 한 재료상태의 표현에 이용할 수 있음을 알 수 있다.

Table 2는 Table 1에 보인 응력-음속의 관계로부터 추정된 비선형 탄성계수를 이용하여 재료 A5052와 A5056b에 대하여 각 영역에 있어서의 특성 파라미터를 구한 결과이다. 이 결과로부터 재료의 응력상태, 즉 영역 I과 영역 II에 있어서의 특성 파라미터의 값이 크게 변화하고 있음을 알 수 있다.

## 6. 실험결과 및 고찰

### 6.1 위상변조량과 특성 파라미터의 실측 예

위상변조량과 특성 파라미터의 실측 예를 Fig. 9에 보인다. 이 결과를 2장에서 보인 재료 A5052에



**Fig. 9** Experimental results for A5052; (a) stress and phase difference and (b) stress and characteristic value.(45° pump wave incidence)

대하여 구한 응력-음속 관계와 비교해 보자.

(1) 응력-음속과 응력-위상변조량과의 비교

우선 Fig. 2의 응력-음속 관계와 Fig. 9(a)의 응력-위상변조량 관계를 비교해 보면 응력-음속 선도에서는 60 MPa 부근에서 직선적 증가로부터 감소에의 변화가 나타나고 있는데, 응력-위상변조량 관계에서도 같은 응력에서 변화가 일어나고 있음을 알 수 있다. 따라서 응력-위상변조량 관계로부터도 응력-음속 특성과 마찬가지로 재료의 응력상태에 관한 정보를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

또한 응력-위상변조량의 관계는 본 실험의 경우  $\sigma_x = \sigma_z = 0$ 이므로 다음식으로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta\phi(t) = & \rho\omega \frac{(1+\nu)(1-2\nu)C_{ref}^2}{(1-\nu)C_{RF}} \\ & \int_{L-CRF,t}^L \Delta\sigma_p dy \times (\cos\theta - \nu\sin\theta) \\ & [g_{222} + 3h_{2222}\sigma_y] \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 응력-음속 선도로부터 얻어지는 비선형 탄성계수  $h$ 는, 영역 I (0-60 MPa)에서는 영에 가까운 값이며, 영역 II (60-100 MPa)에서는 그보다 매우 큰 값을 갖게 되는 것을 상기하면(3.3절), 윗식으로부터 얻어지는  $\Delta\phi$ 는 영역 I 즉 60 MPa까지는 일정한 값으로 주어지게 되고, 이를 넘어서

면 직선적으로 변화함을 예측할 수 있는데, 이는 Fig. 9(a)의 실험결과와 일치하는 경향이다. 또, 지금  $g$ 의 값이 양이고, 영역 II에서의  $h$ 가 양이며, 주어지는 부하가 음(압축응력)인 것을 고려하면 압축응력의 증가에 따라 영역 II에서는 위상이 직선적으로 감소하게 되는데 이 역시 실험결과와 일치하고 있다.

(2) 응력-음속과 응력-특성 파라미터와의 비교

다음으로 Fig. 2의 응력-음속 선도와 Fig. 9(b)의 응력-특성 파라미터 선도와 비교하여 보자. 특성 파라미터의 값에 변화가 발생하는 응력은 60 MPa 부근인데, 이것도 응력-음속 선도에 변화가 나타나는 응력값과 일치하고 있다.

또한 Fig. 9(b)의 실선은 응력-음속 관계로부터 구한  $g, h$ 를 이용하여 계산한 특성 파라미터의 값을 나타내는 것으로서 실측치('o'표시)의 경향과 일치함을 알 수 있다.

이와 같은 결과는 응력-특성 파라미터 곡선 또한 재료의 응력상태 추정에 유용함을 의미할 뿐만 아니라 제한한 계측계의 유용성을 실증하는 것이라 하겠다.

6.2 위상변조량과 특성 파라미터의 재료 의존성

다른 재료 A5056b에 대한 위상변조량과 특성 파라미터의 실측 예를 Fig. 10에 나타낸다.

(1) 응력-위상변조량의 재료 의존성

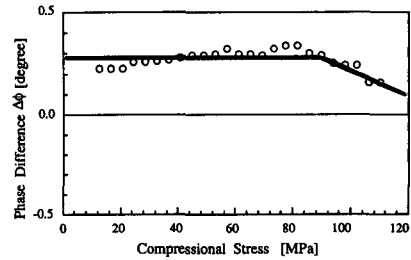
재료 A5052의 경우(Fig. 9(a)) 60 MPa부근에서 곡선의 변화가 나타나고 있는데 대하여, 재료 A5056b의 경우(Fig. 10(a)) 그 보다 더 큰 응력에서 곡선의 변화가 나타나고 있다.

(2) 응력-특성 파라미터의 재료 의존성

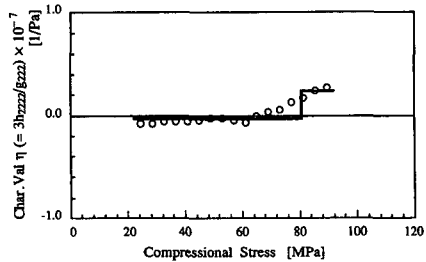
Fig. 9(b)와 Fig. 10(b)를 비교해 보면, 재료 A5052에 대하여 재료 A5056b가 큰 응력에서 특성 파라미터의 변화가 나타나고 있음을 알 수 있으며, 응력-위상변조량의 경우와 마찬가지로 이 응력-특성 파라미터 관계로부터 재료의 상이함에 관한 정보도 얻을 수 있음을 알 수 있다.

그런데 Table 2로부터 알 수 있듯이 영역 I과 II에서 두 재료에 대하여  $\eta$ 는 거의 같은 값을 보이는 것은 매우 특징적이며, 이것은 특성 파라미터  $\eta$ 에 의하여 영역의 분할, 즉 응력상태의 커다란 변환점에 대한 판별이 적절하게 이루어질 수 있음을 나타내는 것이라 할 수 있다.

한편  $\eta$ 가 영역 I, II 내에서 일정한 값을 나타



(a)



(b)

Fig. 10 Experimental results for A5056b; (a) stress and phase difference and (b) stress and characteristic value.(45° pump wave incidence)

내는 것은 다음과 같이 해석할 수 있다. 즉, 3차 탄성계수  $g$ 가  $\sigma-\epsilon$  곡선의 곡률을 나타내고 4차 탄성계수  $h$ 가 그 곡률의 변화에 관계하며, 따라서  $\eta$ 는  $g$ 의 변화율이  $h$ 의 변화율에 비하여 매우 작은 응력 범위에서는  $\sigma-\epsilon$  곡선의 곡률변화율을 나타낸다고 볼 수 있다.

이와 같은 관점에서 볼 때, 탄성영역에서는  $\sigma-\epsilon$  곡선은 직선적이고 곡률의 변화가 없으므로  $\eta$ 는 0에 가깝게 될 것이며, 이는 실험결과와 일치하고 있다. 또한 탄성영역을 지나서부터는  $\sigma-\epsilon$  곡선의 곡률이 변하기 시작하므로  $\eta$ 의 값이 어떤 유한한 값을 나타내게 되는데, 단 이때 곡률의 변화율이 일정하게 유지되는 응력범위가 존재하는 것으로 생각할 수 있다.

따라서  $\eta$ 의 값으로부터 응력상태가 탄성영역에 있는지, 아닌지를 평가할 수 있을 것이다. 또한 탄성영역을 넘어선 응력상태에서는  $\eta$ 의 값이 단단한 재료에서 더 작게 나타나고 있는데, 이것은 일반적으로 탄성한계 부근에서  $\sigma-\epsilon$  곡선의 곡률변화율이 연성재료에서 보다 취성재료에서 더 작게 되는 경향과 연관시킬 수 있다. 만약 이와 같은 해석이 정당하면  $\eta$ 가 재료의 연성, 취성의 정도를 정량적으

로 평가할 수 있는 파라미터가 될 수 있는데, 그러나 이점에 대하여는 좀더 넓은 범위의 재료에 대한 검토가 선행되어야 할 것으로 사료된다.

**6.3 위상변조량과 특성 파라미터의 섭동파 입사각 의존성**

응력-위상변조량과 응력-특성 파라미터의 관계를 섭동파의 입사각을 바꾸었을 경우에 대하여 Fig. 11에 나타내었다.

즉, Fig. 9(a)는 재료 A5052에 검출파에 대해서 45°의 입사각으로 섭동파를 입사시킨 경우의 결과이었는데, Fig. 11(a)는 같은 재료에 90°의 입사각으로 입사시킨 경우의 결과이다.

(1) 위상변조량의 섭동파 입사각 의존성

Fig. 9(a)와 Fig. 11(a)를 비교해 보면 두 경우에서 모두 60 MPa를 경계로 하여 곡선에 변화가 보이고 재료의 상태가 변하고 있음이 관측되고 있다. 그러나 응력이 작은 영역에서 위상변조량의 부호가 반대이며 60 MPa 부근에서 한쪽은 감소하기 시작하고 다른 한쪽은 증가하기 시작하는데, 이것은 다음과 같이 설명가능하다.

위상변조량과 응력의 관계는 (20)식으로 주어지

는데, 섭동파의 입사각에 따른 차이는 이 식 중의 다음과 같은 부분에 의존하고 있다.

$$(\cos\theta - \nu\sin\theta) \int_{L-CRF.t}^L \Delta\sigma_p dy \quad (21)$$

따라서, 입사각이 45°인 것과 90°인 것에서는  $(\cos\theta - \nu\sin\theta)$ 의 값이 각각 0.473, -0.33으로 되어 부호가 역전하는 것으로 생각할 수 있는 것이다.

(2) 특성 파라미터의 섭동파 입사각 의존성

Fig. 9(b)와 Fig. 11(b)를 비교해 보면 위상변조량에서와 같은 부호의 역전은 보이지 않고 양자가 서로 닮은 형태를 갖고 있음을 알 수 있다. 이것은 (19)식으로부터 알 수 있듯이 특성 파라미터가 섭동파의 입사각, 시간, 공간분포에 의존하지 않음을 실험결과로부터도 확인한 셈이며, 이 특성 파라미터는 재료의 고유 값으로서 재료의 응력상태를 직접 표현하는 파라미터임이 확인되었다.

**7. 결 론**

우선 음속이 응력에 따라 변화함을 실증적으로 보이고, 이들 음속과 응력의 관계가 재료와 응력상태에 따라 변화함을 확인하였다.

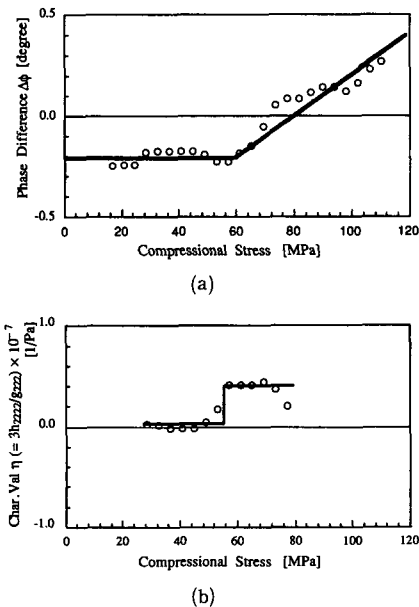
다음으로 4차까지의 비선형 탄성계수를 도입하여 응력-음속관계를 정식화하고, 응력-음속의 실측치로부터 이들 비선형 탄성계수를 추정하였다.

또한 재료의 응력상태를 비선형 탄성계수를 이용한 새로운 파라미터, 즉 특성 파라미터를 도입하여 표현하는 것을 제안하였으며, 실제로 응력섭동파와 음속변화 검출계로 구성된 비선형 탄성-음향 계측계를 이용하여 알루미늄 재료에 대하여 실시한 실험결과로부터 그 유용성을 확인할 수 있었다.

한편, 본 논문에서는 편의상 압축응력의 경우에 대해서만 고려하였으나, 인장응력이나 전단응력에 대해서도 응력조건이 바뀔 뿐 전체적인 프로세스는 동일한 방법으로 가능하리라 생각된다.

**참고문헌**

- (1) Auld, B.A., 1973, "Acoustic Field and Waves in Solids," John Wiley & Sons, pp 57~98.
- (2) 日本非破壊検査學會編 1967, "非破壊検査便覽," pp. 635~790.



**Fig. 11** Experimental results for A5052 when incident angle of pump wave changed into 90° from 45°; (a) stress and phase difference and (b) stress and characteristic value



- (3) 葉山房夫, 1958, “金屬材料および試験法,” ユコナ社, pp. 126~140.
- (4) 佐藤, 尾浜, 小彬, 1987, “超音波の非線形効果を利用した残留應力分布計測系(1)” 第34回春期應物關係聯合講演會講演豫稿集, p. 35.
- (5) Ashand, E.A. and Schruby(Ed.), C.B. 1986, “Novel Techniques of Non-Destructive Examination,” The Royal Society, Cambridge University Press.
- (6) Benett, D.Husson and Kino, G.S. 1981, “Focused Acoustic Beams for Accurate Phase Measurements,” Acoustic Imaging 11, Plenum Press, pp. 583~585.
- (7) Sato, T., Fukushima, A. and Ichida, M. et, al, 1985, “Nonlinear Parameter Tomography System Using Counterpropagating Probe and Pump Waves,” Ultrasonic Imaging 7, pp. 49~59.
- (8) Thurston, R.N. in Physical Acustics, W.P. Mason Ed., 1964, Vol. 1A, Academic, New York, pp. 1~110.
- (9) Smith, R.T., Stern, R. and Stephens, R.W.B. 1966, “Third-Order Elastic Moduli of Polycrystalline Metals from Ultrasonic Velocity Measurements,” JASA Vol. 40, No. 5, pp. 1002~1008.
- (10) Graham, R.A. 1972, “Determination of Third- and Fourth-Order Longitudinal Elastic Constants by Shock Compression Techniques-Application to Sapphire and Fused Quartz,” JASA Vol. 51, No. 5(Part 2), pp. 1576~1581.
- (11) 馬, 佐藤, 1992, “非破壊検査のための金屬中への單峰性應力振動波の發生,” 1993, 非破壊検査, Vol. 42, No. 3, pp. 130~139.

부록

식(13)의 유도(위상변조량의 정식화)

Fig. 6에 보인 바와 같이 섭동파  $\Delta\sigma_p$ 를 검출파 방향(y방향)과  $\theta$ 의 경사각으로 입사시키는 경우를 생각하자.

그러면 검출파 방향의 응력섭동은

$$\Delta\sigma_y = \Delta\sigma_p(1 \pm \gamma) \cos\theta \tag{A1}$$

로 되고, 검출파에 수직한 방향의 응력섭동은

$$\Delta\sigma_{xz} = \Delta\sigma_p \sin\theta \tag{A2}$$

로 된다. 여기에서  $\pm\gamma$ 는 검출파에 대한 섭동파의 방향에 따른 영향을 나타내는 계수이다. 이들 관계식과 응력-음속의 관계를 나타내는 (12)식으로부터, 섭동파를 가했을 때의 음속  $C_{RF}$ 는 다음과 같이 주어지게 된다.

$$C_{RF} = \left[ \rho \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} \{ f_{22} + 2g_{222} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z) + \Delta\sigma_p \{ (1 \pm \gamma) \cos\theta - \nu \sin\theta \}] + 3h_{2222} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z) + \Delta\sigma_p \{ (1 \pm \gamma) \cos\theta - \nu \sin\theta \}^2] \} \right]^{-1/2} \tag{A3}$$

이것을 섭동파를 가하지 않았을 때의 음속  $C_{ref}$ 를 이용하여  $\Delta\sigma_p$ 에 관하여 Taylor 전개함으로써 섭동파에 의한 음속의 변화율을 구하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{C_{RF} - C_{ref}}{\Delta\sigma_p} = -\rho \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} C_{ref}^3 \times [g_{222} \{ (1 \pm \gamma) \cos\theta - \nu \sin\theta \} + 3h_{2222} \{ \sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z) \} \{ (1 \pm \gamma) \cos\theta - \nu \sin\theta \}] \tag{A4}$$

한편 검출파의 전파거리를 L이라 하면 위상변조량  $\Delta\phi$ 의 시간응답은 다음식으로 표현된다.

$$\Delta\phi(t) \approx \omega \int_{L-C_{RF} \cdot t}^L \left( \frac{1}{C_{RF}} - \frac{1}{C_{ref}} \right) dy \tag{A5}$$

이것은 다시 검출파와 섭동파의 교차영역이 충분히 작아서 그 영역내에서의 응력분포가 균일하다고 생각하면

$$\Delta\phi(t) \approx -\frac{\omega}{C_{RF} C_{ref}} \frac{C_{RF} - C_{ref}}{\Delta\sigma_p} \int_{L-C_{RF} \cdot t}^L \Delta\sigma_p dy \tag{A6}$$

으로 되고 (A4)식과 (A6)식으로부터 응력-위상변조량의 관계는 다음과 같이 구해진다.

$$\Delta\phi(t) \approx \rho \omega \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} \frac{C_{ref}^3}{C_{RF}} \int_{L-C_{RF} \cdot t}^L \Delta\sigma_p dy \times \{ (1 \pm \gamma) \cos\theta - \nu \sin\theta \} \times [g_{222} + 3h_{2222} \{ \sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z) \}] \tag{A7}$$

이것을 검출파의 방향을 반전시킨 경우에 대해서도 구하여, 그들의 평균을 구하면 섭동파의 방향에 의존하는 항이 제거되어 최종적으로 본문중의 식(13)이 얻어진다.