

〈論 文〉

토크 제한하에서의 침단부 잔류진동 감소를 위한 매니플레이터 경로설계

박경조* · 박윤식**

(1993년 2월 20일 접수)

Manipulator Path Design to Reduce the Endpoint Residual Vibration under Torque Constraints

Kyung-Jo Park and Youn-Sik Park

Key Words :Flexible Manipulator(유연한 매니플레이터), Residual Vibration(잔류진동), Optimal Path(최적 경로), Torque Constraints(토크 제한조건)

Abstract

In this work, a new method is presented for generating the manipulator path which significantly reduces residual vibration under the torque constraints. The desired path is optimally designed so that the required movement can be achieved with minimum residual vibration. From the previous research works, the dynamic model had been established including both the link and the joint flexibilities. The performance index is selected to minimize the maximum amplitude of residual vibration. The path to be designed is developed by a combined Fourier series and polynomial function to satisfy both the convergence and boundary condition matching problems. The concept of correlation coefficients is used to select the minimum number of design variables, i.e. Fourier coefficients, the only ones which have a considerable effect on the reduction of residual vibration. A two-link Manipulator is used to evaluate this method. Results show that residual vibration can be drastically reduced by selecting an appropriate manipulator path to both of unlimited and torque-limited cases.

1. 서 론

생산성을 높이고 생산품의 질을 개선하기 위해 컴퓨터에 의해 제어되는 로봇 매니플레이터(robot manipulator)에 대한 요구는 최근 들어 산업 현장에서 더욱 증가하고 있는 추세이다. 그러나 현재 산업체의 자동화 과정에 사용되고 있는 대부분의 로봇들은 요구되어지는 반복성과 정확도를 만족하

기 위해 무겁고 견고한 링크로 구성되어 있고, 따라서 로봇 매니플레이터를 구동시키기 위해서는 많은 에너지가 필요하고 운동이 이루어지는 시간도 필연적으로 길어지게 된다. 이러한 단점을 극복하기 위해 유연한(flexible) 매니플레이터에 대한 관심이 증대되어 왔는데, 유연한 로봇 팔에 의해 빠른 운동이 이루어지면, 진동장치(transmission)나 링크에 내재되어 있는 자체의 유연성에 의해 운동이 이루어지는 동안의 추종오차(tracking error)도 커지게 되고, 운동이 끝난 후에도 로봇 침단부는 원하는 최종위치에서 멈추지 못하고 잔류진동

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과 대학원

**정회원, 한국과학기술원 기계공학과

(residual vibration)을 일으키게 된다. 구조물의 공진은 적은 감쇠를 갖기 때문에 최종 위치에서 발생하는 진동은 새로운 작업이 시작되기 전까지 부가적인 정착시간(settling time)을 필요로 한다. 따라서 빠른 운동을 이루면서 잔류진동을 효과적으로 감소시킬 수 있는 방법의 개발이 필요하게 되었다.

잔류진동을 감소시키는 방법들은 여러가지가 제안되었으나 크게 개방루프(open-loop) 방법과 폐루프(closed-loop) 방법으로 나눌 수 있다. 개방루프 방법은 동적 시스템을 구동하는 힘이나 토크의 형상을 규정하는 것으로, 주로 우주 구조물의 회전하는 기동 장치(manuever)에 대해 개발되어 왔다.^(1~5) 폐루프 방법을 사용하여 시간에 따라 변하는 되먹임이득(feedback gain)값에 의해 입력을 설계하는 방법,⁽⁶⁾ 일정한 되먹임 이득값을 사용하여 유연한 계의 잔류진동을 감소시키는 방법⁽⁷⁾ 등도 제시되었다. 능동 감쇠를 사용하여 진동을 감소시키는 방법은 분포 감쇠를 첨가하는 방법으로 대표될 수 있는데, Sliverberg⁽⁸⁾는 몇개의 가진기를 사용하여 보가 일정한 분포 감쇠를 갖도록 하였다. 또한 잔류진동을 감소시키면서 최소시간에 운동을 완성할 수 있는데 입력설계,^(9,10) 최소에너지로 운동을 수행하면서 잔류진동을 줄이는 입력을 설계하는 방법⁽¹¹⁾ 등이 개발되었다.

그런데 운동이 끝나는 순간의 위치와 속도의 오차를 초기조건으로 자유진동하는 잔류진동의 크기는, 시스템의 동적 특성 뿐만 아니라 운동의 시작점과 끝점 사이의 선단경로에 의해서도 좌우된다. 최근에 Parks⁽¹²⁾는 로봇 첨단부의 경로 자체를 설계하여 잔류진동을 효과적으로 감소시키는 방법을 개발하였다. 이는 시스템의 동적 특성을 묘사할 수 있는 모델과 운동의 시작점, 끝점이 결정되면 최적화과정을 통하여 중간경로를 적절히 설계하므로써 잔류진동을 감소시키는 방법이다. 이 방법은 관측기(observer)나 제어기(controller)와 같은 부가적인 장치를 필요로 하는 제어방법과 달리, 시작점과 끝점 사이의 로봇 첨단부 경로 자체를 설계하므로써 부가적인 장치없이 원하는 정도의 잔류진동 감소의 효과를 얻을 수 있는 방법이다.

본 논문에서는 선행연구⁽¹²⁾의 결과를 토대로, 토크 입력의 크기가 제한되어 있는 경우에 잔류진동을 감소시키는 로봇 첨단부의 경로를 설계하고 이를 제한조건이 없는 경우와 비교한다. 이를 위해 먼저 선행연구를 간략하게 정리하고, 여러가지 경

우로 토크의 크기가 제한되어 있는 경우에 대해 로봇 첨단부의 잔류진동을 감소시키는 경로를 설계한다.

2. 이론 해석

2.1 동적 모델링

매니퓰레이터가 평면상에 놓인 n 개의 개방연쇄체로 구성되어 있다고 가정하고, 링크의 축방향으로의 변형은 횡단면 방향의 변형에 비해 무시할 수 있을만큼 작기 때문에 축방향 변형은 고려하지 않았다. 링크의 탄성변형에 의한 동적 거동을 표현하기 위해 물체고정좌표계(body-fixed coordinate)로 좌표계의 x 축의 링크의 원점과 변형된 링크의 선단을 직선으로 연결하는 VLCS(virtual link coordinate system)를 사용하였고, 조인트의 유연성을 동시에 고려하기 위해 조인트를 등가의 선형 비틀림 스프링으로 모델링하였다. 라그랑지 방정식(Lagrange equation)을 이용하면 다음과 같은 매니퓰레이터에 대한 비선형 운동방정식을 유도할 수 있다.⁽¹²⁾

$$D(X)\ddot{X} + C(X)\dot{X} + KX + H(X, \dot{X}) = T \quad (1)$$

여기서 $D(X)$ 는 시간에 따라 변하는 관성행렬이고, C 와 H 는 코리올리력과 원심력에 의한 영향을 나타내는 벡터이다. K 는 강성행렬이고 T 는 조인트에 가해지는 토크에 의한 외력을 나타낸다. 일반좌표(generalized coordinate)는 $X = [\theta_1 \theta_2 q_1^1 \cdots q_1^{n_1} q_2^1 \cdots q_2^{n_2}]^T$ 이다.

2.2 잔류진동의 특성 규명

위치이동(positioning move)이 끝난 후에 지속되는 잔류진동은 운동이 끝나는 순간의 변위와 속도의 오차를 초기조건으로 하여 최종 순간의 고유진동수로 자유진동한다. 위치이동이 이루어지는 동안의 운동과는 달리, 잔류진동은 최종위치를 평형상태(equilibrium state)로 하여 미소진동을 한다. 또한 잔류진동의 속도는 작기 때문에 운동방정식을 비선형으로 만들었던 코리올리력이나 원심력 등의 영향을 무시할 수 있다. 따라서 잔류진동이 지속되는 구간에서의 운동방정식은 식(2)로 선형화될 수 있다.

$$D(\theta_{kf})\ddot{X}_e + KX_e = 0 \quad (2)$$

여기서 X_e 는 잔류진동 구간에서의 응답을 나타낸다. 식(1)과 (2)를 비교하면, 운동방정식을 비선형으로 만들었던 코리올리력과 원심력 벡터 C 와 H 가 소거된 것을 알 수 있다. 또한 관성행렬 D 도 매니플레이터의 자세가 바뀔에 따라 변하는 시변(time-varying) 행렬이 아니고, 운동이 끝나는 순간의 위치 θ_{kf} 에 의해 결정되는 시불변(timeinvariant) 행렬이 됨을 알 수 있다. 즉 운동이 끝나는 순간의 위치만 알려지면 잔류진동이 발생하는 구간에서의 선형운동방정식을 얻을 수 있다.

식(2)를 이용하면 잔류진동 구간에서의 2-링크 매니플레이터의 첨단부 위치오차의 관계식은

$$\begin{aligned} x_e &= \sum_{p=1}^N C_p \cos(\omega_p t - \phi_p) \\ y_e &= \sum_{p=1}^N D_p \cos(\omega_p t - \phi_p) \end{aligned} \quad (3)$$

으로 표현될 수 있으며, 여기서

$$C_p, D_p = C_p, D_p(\theta_{kf}, w_p, \omega_p, X_e(0), \dot{X}_e(0)) \quad (4)$$

이다. 위치오차의 절대값은 $p_e = \sqrt{x_e^2 + y_e^2}$ 로 정의되므로, 선단의 위치오차는 최종위치에서의 오차, 즉 $x_e(0), \dot{x}_e(0)$ 가 감소할수록 줄어들게 된다. 또한 위치오차는 최종위치에서의 조인트각도 오차의 비, 즉

$$\theta_{er} = \frac{\theta_{2e}(0)}{\theta_{1e}(0)} \quad (5)$$

에 의해서도 영향을 받게 되고, 같은 크기의 조인트각도 오차에 대해 조인트각도 오차의 비가 모두 행렬의 (2,2) 요소와 같은 값을 가질 때 잔류진동의 크기는 최소가 된다.

2.3 토크의 크기가 제한되지 않은 경우의 경로 설계

잔류진동을 감소시키기 위한 경로설계는 최적화 과정을 통해 수행될 수 있다. 최소화시키고자 하는 목적함수는 잔류진동 구간에서의 첨단부 위치오차의 최대값으로 설정한다.

$$\min J = \max p_e \quad (6)$$

여기서

$$p_e = \sqrt{x_e^2 + y_e^2} \text{ for } t \geq t_f$$

이다. 여기서 t_f 는 매니플레이터의 운동이 끝나고, 잔류진동이 시작되는 시간을 나타낸다. 식(6)의 목

적함수 J 는 비선형 운동방정식을 수치적분하여 구할 수 있다. 따라서 최적화문제를 정의하기 위해서는 식(1)의 비선형 운동방정식이 필요하다. 또한 운동의 양 끝점에서 요구되어지는 조인트의 변위, 속도, 가속도의 제한조건을 설정할 수 있다.

$$\theta_i = \theta_{id} ; \dot{\theta}_i = 0 ; \ddot{\theta}_i = 0 \text{ at } t=0, t_f \quad (7)$$

설계변수를 각 조인트의 제적으로 설정하면 토크 입력 크기의 제한이 없는 경우에 대해 잔류진동을 감소시키는 로봇 첨단부의 경로를 설계할 수 있다.

위와 같은 과정을 통해 설계된 경로를 사용하는 경우, 기존의 사이클로이드 경로에 비해 잔류진동이 현저하게 감소되는 것을 볼 수 있다. 그러나 입력토크의 크기에 대한 제한조건이 설정되어 있지 않으므로, Table 2에서 보듯이 설계된 경로를 만들어내는 토크의 크기는 기존의 사이클로이드 경로에 비해 4배 이상 크게 나타난다. 이는 실제의 모터가 낼수 있는 토크의 크기를 초과할 수 있으므로 운전조건을 제한할 필요가 있다.

2.4 토크 제한하에서의 경로설계를 위한 최적화 문제의 정의

실제의 경우 매니플레이터를 구동시키기 위해 각 조인트에 장착되어 있는 구동기가 낼수 있는 최대 토크의 크기는 제한되어 있다. 따라서 잔류진동 감소를 위한 경로설계시 입력토크의 크기에 대한 제한조건이 필요하게 된다.

최소화시키고자 하는 목적함수는 식(6)과 같으며, 제한조건으로 비선형 운동방정식 (1)과 기구학적 제한조건 (7)이 필요하다. 또한 입력토크의 최대 크기에 대한 제한조건도 필요하게 된다.

$$\tau_{\min} \leq |\tau_i| \leq \tau_{\max} \quad i=1, 2, \dots, n \quad (8)$$

따라서 경로설계를 위한 최적화문제는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\min J = \max p_e \quad (9)$$

Subject to

$$D(X) \ddot{X} + C(X) \dot{X} + KX + H(X, \dot{X}) = T$$

$$\theta_i = \theta_{id} ; \dot{\theta}_i = 0 ; \ddot{\theta}_i = 0 \text{ at } t=0, t_f$$

$$\tau_{\min} \leq |\tau_i| \leq \tau_{\max} \quad i=1, 2, \dots, n$$

설계변수는 각 조인트의 각도로 설정하였다.

2.5 경로의 함수 전개

설계변수로 설정한 조인트 각도를 최적화 과정에

대입하기 위해서는 조인트 각도의 함수전개가 필요하다. 일반적으로 설계변수의 함수전개시 가장 많이 사용되어지는 함수는 다항식과 후리에 함수이다. 다항식 곡선은 주어진 경계조건을 정확하게 만족한다는 장점이 있는 반면, 고차의 주파수 성분이 포함되게 되고 항의 수를 증가시켜도 수렴성이 보장되지 않는 단점이 있다. 반면 후리에 곡선은 경계조건은 잘 만족시키지 못하는 단점이 있지만, 포함되어지는 주파수 성분을 정확하게 알 수 있고 항의 수를 증가시킬수록 수렴성이 보장된다는 장점이 있다. 잔류진동을 감소시키는 매니플레이터의 경로를 설계하기 위해서는 운동이 이루어지는 동안의 경로의 형태 뿐만 아니라, 운동이 시작하고 끝나는 순간에서의 필요한 조건들도 반드시 만족하도록 이 두 함수의 장점들을 결합하여 경로를 함수전개하여야 한다.

임의의 조인트 각도는 후리에 급수에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\theta_i^*(t) = \dot{\theta}_i(t) = \dot{a}_{i0} + \sum_{m=1}^M \left(\dot{a}_{im} \cos \frac{2m\pi t}{t_f} + \dot{b}_{im} \sin \frac{2m\pi t}{t_f} \right) \quad (10)$$

그러나 위와 같이 후리에 급수만으로 조인트 각도를 전개했을 경우 다음과 같은 단점을 갖는다.

(1) 수렴성이 (0, t_f)에서만 보장된다. 임의의 경계조건을 만족하기 위해서는 수렴성이 $[0, t_f]$ 에서 보장되어야 한다.

(2) 비록 $\dot{\theta}_i(t)$ 가 $\theta_i^*(t)$ 에 수렴한다고 해도 $\dot{\theta}_i(t)$ 의 도함수(derivative)가 $\theta_i^*(t)$ 의 도함수에 수렴한다는 보장이 없다. 시작과 끝점에서 매니플레이터의 속도, 가속도에 대한 제한조건도 수렴성이 보장되어야 한다.

(3) 후리에 급수의 수렴속도는 최적해에 의해 좌우된다. 이 수렴속도는 매우 느려질 수도 있다.

위와 같은 단점을 보완하기 위해서 조인트 각도를 다항식과 후리에 급수의 조합으로 전개하였다.

$$\theta_i(t) = P_i(t) + \sigma_i(t) \quad (11)$$

여기서

$$P_i(t) = \sum_{j=0}^5 P_{ij} t^j \quad (12)$$

$$\sigma_i(t) = \sum_{m=1}^M a_{im} \cos \frac{m\pi t}{t_f} \quad (13)$$

이다. 식(11)에서 후리에 급수의 상수항은 다항식

안에 포함되었다. 요구되어지는 경계조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_i(0) &= P_i(0) + \sigma_i(0) ; \theta_i(t_f) = P_i(t_f) \\ &\quad + \sigma_i(t_f) \\ \dot{\theta}_i(0) &= \dot{P}_i(0) + \dot{\sigma}_i(0) ; \dot{\theta}_i(t_f) = \dot{P}_i(t_f) \\ &\quad + \dot{\sigma}_i(t_f) \\ \ddot{\theta}_i(0) &= \ddot{P}_i(0) + \ddot{\sigma}_i(0) ; \ddot{\theta}_i(t_f) = \ddot{P}_i(t_f) \\ &\quad + \ddot{\sigma}_i(t_f) \end{aligned} \quad (14)$$

식(11)을 식(14)에 대입하면 다항식의 계수를 경계조건과 후리에 급수의 조합으로 표현할 수 있다.

$$P_{ij} = P_{ij}(a_{im}, \text{boundary value of } \theta_i, \dot{\theta}_i, \ddot{\theta}_i) \quad (15)$$

위와 같이 조인트 각도를 함수 전개하면 설계변수의 숫자를 증가시키지 않으면서 후리에 급수로 전개한 경우의 단점을 보완할 수 있다. 또한 경계조건이 함수전개식 안에 포함되어 있으므로 식(7)과 같은 제한조건을 소거시킬 수 있다.

2.6 설계변수의 선정

위에서 각 조인트의 궤적을 다항식과 후리에 급수가 결합된 형태의 함수로 전개하였다. 다항식의 계수들은 경계조건과 후리에 급수의 계수들의 조합으로 구할 수 있다. 따라서 주어진 목적함수를 최소화시키기 위해 조절되는 설계변수는 후리에 급수의 계수들이다. 그러나 후리에 급수의 계수들을 설계변수로 사용하는 경우, 가장 낮은 차수의 조화함수부터 고려하는 최대 차수의 조화함수까지의 모든 계수들을 순차적으로 설계변수로 선정하는 것이 일반적이다. 이러한 경우 잔류진동을 감소시키는 경로설계시 잔류진동 감소에 거의 기여를 하지 않는 후리에 급수의 계수가 설계변수에 포함되어지는 것은 필연적이다. 비선형시스템을 최적화하는 경우 많은 설계변수를 사용하는 것은 계산시간을 증가시키고, 최적해에 수렴하는 것을 매우 어렵게 만든다. 따라서 잔류진동 감소에 거의 기여를 하지 않는 설계변수를 제거하여 설계변수의 숫자를 감소시키므로써 계산의 효율성을 증대시키고, 최적해에의 수렴성을 보장시키는 방법이 필요하게 되었다.

본 절에서는 상관계수(correlation coefficient)의 개념을 사용하여 필요한 후리에 급수의 계수들을 선정하는 방법을 기술한다. 임의의 운동을 하는 매니플레이터의 선단 위치오차의 x 성분 x_e 와 후리에

급수의 m 번째 조화함수 $\sigma_m = \cos(m\pi t/t_f)$ 과의 사이에는 다음과 같은 상관계수를 정의할 수 있다.

$$\rho_{x_e\sigma_m} = \frac{S_{x_e\sigma_m}}{S_{x_e}S_{\sigma_m}} = \frac{\sum_{k=1}^{N_d} x_e(k) \sigma_m(k)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{N_d} x_e(k)^2 \sum_{k=1}^{N_d} \sigma_m(k)^2}} \quad (16)$$

여기서 N_d 는 샘플링 데이터의 갯수이다. 식(16)의 $\rho_{x_e\sigma_m}$ 값은 -1과 +1 사이에 존재한다. $\rho_{x_e\sigma_m}$ 의 절대값이 1근처에 있으면 x_e 와 σ_m 사이의 상관관계는 높고 따라서 σ_m 은 경로의 함수전개시 포함되어져야 한다. 반대로 $\rho_{x_e\sigma_m}$ 의 절대값이 0근처에 있으면 σ_m 은 함수전개시 소거될 수 있다.

$\rho_{x_e\sigma_m}$ 은 신뢰도(level of significance)에 따라 다음과 같은 수용범위(acceptance region)를 갖는다.

$$\frac{\sqrt{N_d-3}}{2} \left| \ln \left[\frac{1+\rho_{x_e\sigma_m}}{1-\rho_{x_e\sigma_m}} \right] \right| \geq z_{\alpha/2} \quad (17)$$

식(17)에서 z 는 표준화된 정규변수(standardized normal variable)를 나타내고, α 는 신뢰도를 나타낸다. α 값에 따른 $z_{\alpha/2}$ 는 정규분포표에서 찾을 수 있다. $\rho_{x_e\sigma_m}$ 이 식(17)의 부등식을 만족하면 x_e 와 σ_m 사이에서 α 의 신뢰도를 갖고 상관관계가 존재한다고 할 수 있다. 따라서 식(17)을 만족하는 m 번째 후리에 급수 σ_m 의 계수 a_m 만을 설계변수로 선정할 수 있다. $\rho_{y_e\sigma_m}$ 에 대해서도 같은 이론이 적용된다. 위와 같은 방법으로 잔류진동 감소에 크게 기여하는 설계변수만을 선정하므로써 최적설계시 계산시간을 크게 줄일 수 있고, 최적해에의 수렴성을 더욱 보장할 수 있다.

3. 결과 및 고찰

제시한 최적화 방법을 사용하여 유연한 2-링크 매니플레이터의 잔류진동을 최소화시키는 경로를 설계하였다. 사용되어진 모델 계수들은 Table 1에 나타냈으며, 매니플레이터는 $\theta_{10} = -90^\circ$, $\theta_{20} = 90^\circ$ 에서 운동을 시작하여 $\theta_{1f} = 0^\circ$, $\theta_{2f} = 45^\circ$ 에서 운동을 끝내도록 하였다. 운동이 이루어지는 시간은 1초이다. 운동방정식의 해는 이론적으로 구할 수 없기 때문에 목적함수의 변화율도 이론적으로 구할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 변화율을 구하지 않고 최적화를 수행하는 PCON 알고리즘을 사용하였다. PCON 알고리즘은 Powell의 직접탐색(direct search)-공액방향(conjugate directions)방법과 SUMT 알고리즘을 사용하는 최적화 방법이다.

Table 1 Model parameters

Properties	Value
Material	Aluminum
Mass	3.5 (kg)
Length	1.0 (m)
Thickness	1.0 (cm)
Cross section Dimension	3×4 (cm)
Young's modulus	7.1×10 ³ (kgf/mm ²)
Joint stiffness	2 (kN.m/rad)
Number of modes	3

최적화 초기조건은 가장 매끄러운 운동을 만들어 내는 곡선중의 하나로 알려진 사이클로이드 함수를 후리에 급수로 전개한 항으로 설정하였다. 사이클로이드 운동에 대한 선단경로는 Fig. 1에 제시하였다. 그림에서 보듯이 사이클로이드 운동은 거의 직선에 가까운 경로를 갖는다는 것을 알 수 있다. 사이클로이드 운동에 대한 선단 위치오차의 x , y 성분과 후리에 급수의 각 조화함수와의 상관계수를 Fig. 2에 제시하였다. 데이터 수가 50이면 $\alpha = 0.01$ 의 신뢰도로 식(17)을 만족하기 위해서는 상관계수는 0.35이상이어야 한다. 그림에서 위치오차와 x

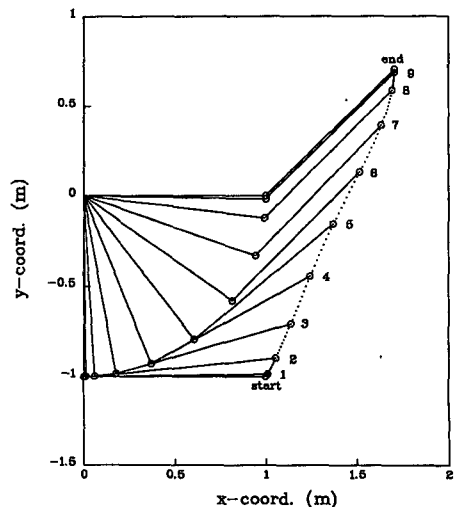


Fig. 1 Arm Motion and tip path of cycloidal motion

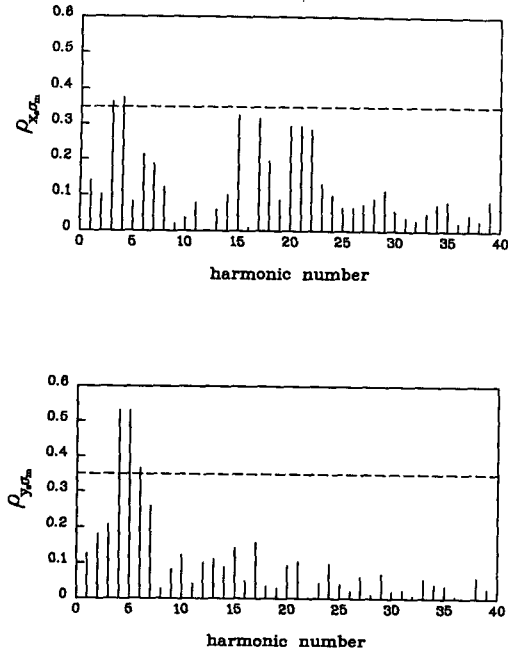


Fig. 2 Correlation coefficients of tip position error of cycloidal motion

성분에 대해 위 관계를 만족하는 후리에 급수의 조화함수는 3,4번째이다. 그리고 y성분에 대해서는 4,5,6번째 성분만이 위의 관계를 만족한다. 이러한 조화함수의 주파수 성분은 계의 첫번째 주파수 대역과 일치한다. 이상으로부터 최적설계시 매니플레이터의 경로를 후리에 급수의 3,4,5,6번째 조화함수와 다항식만으로 전개할 수 있는 정보를 얻을 수 있다.

경로설계는 토크 입력 크기의 제한조건이 없는 경우와 최대 토크 입력의 크기가 100(N.m), 60(N.m)인 세가지 경우에 수행하였다. 최대 토크 입력 크기 60(N.m)은 기존의 사이클로이드 경로에 대한 최대 토크와 일치한다.

3.1 토크 제한이 없는 경우

최적화 과정을 통하여 설계한 로봇 첨단부 경로는 Fig. 3에 제시하였다. 결과를 살펴보면 사이클로이드 경로와 최적화된 경로 모두 양 끝점에서의 경계조건은 정확하게 만족하지만, 중간 경로는 매우 다름을 알 수 있다. 특히 설계된 선단 경로는 경로가 직선에 가까운 사이클로이드 경로에 비해

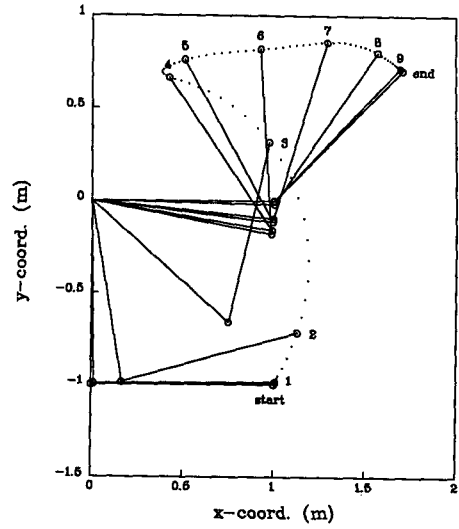


Fig. 3 Arm motion and tip path of unlimited optimal motion

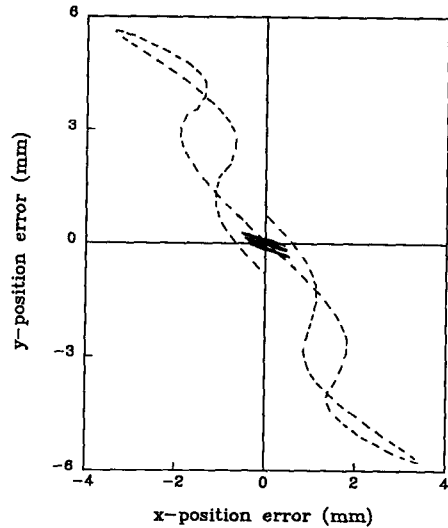


Fig. 4 Residual vibration of arm tip of cycloidal and unlimited optimal motion (---- : cycloidal, — : optimal)

많은 차이를 보인다. Fig. 3에서 보면 운동이 전반부에서 첫번째 링크의 운동 속도는 매우 빠르고 두번째 링크는 안쪽으로 굽어지는(inward) 운동을 한다. 이는 Fig. 1의 사이클로이드 경로와 비교하면 반대 방향의 운동을 하는 것을 알 수 있다. 첫번째 링크가 0.4초 이내에 대부분의 운동을 완성하면 두번째 링크는 바깥쪽으로 굽어지는(outward) 운동을 나머지 시간 내에 수행한다. 이는 대부분의

Table 2 Comparison of maximum torque

	Cycloidal	Unlimited optimal path	Torque-limited optimal path ($ \tau < 100$)	Torque-limited optimal path ($ \tau < 60$)
$ \tau_1 $	57.859	233.334	98.306	59.829
$ \tau_2 $	11.786	80.878	33.114	12.123

운동이 운동의 전반부에 이루어지고, 운동의 후반부에서는 전반부의 빠른 운동에 의해 발생된 위치 오차를 보상하면서 선단이 원하는 최종위치로 접근하는 운동을 나타낸다.

잔류진동의 크기를 비교하기 위하여 설계된 입력을 동적 운동방정식에 대입하였다. 선단의 잔류진동의 크기를 직교좌표계를 사용하여 사이클로이드 경로를 사용하는 경우와 비교하여 나타낸 결과는 Fig. 4에 제시하였다. 그림에서 보듯이 설계된 경로를 사용하면 사이클로이드 경로에 비해 잔류진동의 크기가 현저하게 감소됨을 알 수 있다. 사이클로이드 경로를 사용하는 경우 x 방향의 최대 잔류진동의 크기는 3.43 mm이고, y 방향은 5.75 mm이다. 반면에 설계된 경로를 사용하는 경우 x 방향의 잔류진동의 최대치는 0.56 mm이고 y 방향은 0.34 mm로, 사이클로이드 경로를 사용하는 경우의 잔류진동 최대치의 각각 16.3%, 5.9%에 해당된다. 이로 부터 설계된 경로를 사용하면 잔류진동의 크기가 현저하게 감소됨을 알 수 있다.

3.2 토크 제한이 있는 경우

Table 2에서 보듯이 4.1절에서 제시된 결과는 입력 토크의 크기에 제한이 없는 경우로 기존의 사이클로이드 경로에 비해 토크의 최대치가 4배 이상 크게 나타난다. 본절에서는 토크의 크기에 대한 제한이 있을 경우 잔류진동을 감소시키는 경로를 설계하고, 이를 제한조건이 없는 경우와 비교한다. 먼저 토크의 최대치를 100(N.m)로 제한한 경우, 설계된 선단 경로는 Fig. 5에 제시하였다. 입력 토크는 제한조건이 없는 경우와 비슷한 형태를 갖지만 그 최대 크기가 98.306으로 제한되어 있음을 볼 수 있다. 선단 경로는 운동의 전반부에서 제한조건이 없는 경우의 경로를 추종하려 하지만 토크의 크기가 제한되어 있기 때문에 다시 최종 위치로 되돌아 오는 것을 볼 수 있다.

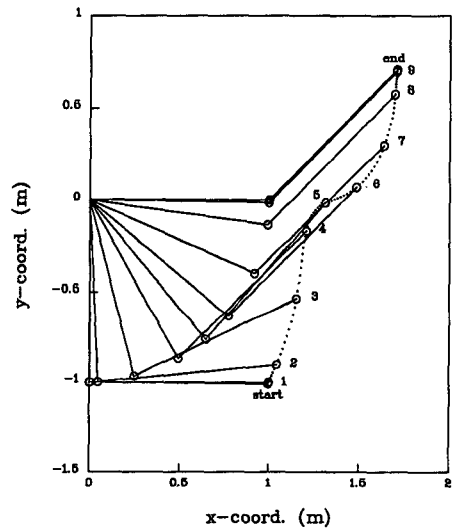


Fig. 5 Arm motion and tip path of torque-limited optimal motion, $|\tau_i| < 100$

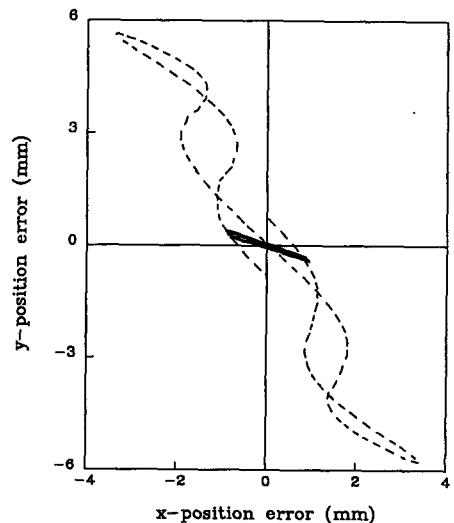


Fig. 6 Residual vibration of arm tip of cycloidal and torque-limited optimal motion, $|\tau_i| < 100$ (---- : cycloidal, — : optimal)

Table 3 Comparison of maximum position error

	Cycloidal	Unlimited optimal path	Torque-limited optimal path ($ \tau < 100$)	Torque-limited optimal path ($ \tau < 60$)
x_e	3.4326	0.5628	0.9557	1.1354
y_e	5.7585	0.3367	0.4482	1.1852

설계된 경로 및 토크를 운동방정식에 대입하여 구한 선단의 잔류진동은 Fig. 6에 나타내었다. 제한조건이 없는 경우에 비해 잔류진동의 크기가 커졌음을 알 수 있다. 즉 Fig. 4와 비교하여 보면 제한조건이 없는 경우에 비해 x 방향의 잔류진동이 커졌음을 알 수 있다. y 방향의 잔류진동은 비슷한 크기를 갖는다. Table 3에 제시된 결과를 살펴보면 잔류진동의 최대치는 사이클로이드 경로에 대한 최대치의 x 방향 27.8%, y 방향 7.8%에 해당된다.

토크 입력의 크기를 사이클로이드 경로와 비슷하게 60(N.m)으로 제한하여 설계한 선단 경로는 Fig. 7에 제시하였다. 입력토크의 크기가 사이클로이드 경로와 비슷하게 제한되어 있으므로, 설계된 선단 경로는 사이클로이드 경로와 차이점을 발견하기 어렵다. 설계된 경로 및 토크를 운동방정식에 대입하여 구한 선단의 잔류진동의 크기는 Fig.

8에 나타내었다. 제한조건이 없는 경우에 비해 위치 오차가 커졌음을 알 수 있다. Table 3에 제시된 결과를 살펴보면 잔류진동의 최대치는 사이클로이드 경로에 대한 최대치의 x 방향 33.1%, y 방향 20.5%에 해당된다. 앞의 두 경우에 비해 감소의 양이 줄어들었음을 알 수 있다. 그러나 사이클로이드 경로에 비하면 잔류진동이 매우 적게 발생함을 알 수 있다. 이는 같은 크기의 입력토크를 갖더라도 운동이 끝나는 순간에서의 위치오차의 크기가 감소하고, 오차의 비가 최적화되도록 경로를 설계하면 잔류진동의 크기를 감소시킬 수 있는 사실에 기인한다.

4. 결 론

본 연구에서는 링크와 조인트에 유연성을 갖는 유연한 매니플레이터의 운동시, 운동이 완성된 이후에 선단이 원하는 최종위치에 멈추지 못하고 자유진동하게 되는 선단 잔류진동을 감소시키기 위해 적절한 선단경로를 설계하는 것을 목적으로 하였다. 연구 수행결과와 정리 및 결론은 다음과 같다.

선단의 잔류진동은 적절한 경로를 선택하므로써 충분히 감소될 수 있음을 보였다. 목적함수는 잔류진동의 특성을 정확히 고려하여 설정하고, 경로설계시 효과적인 조인트 경로의 함수전개 및 계산시간의 단축을 위해 설계변수의 숫자를 감소시켜 최적화 과정을 통해 경로를 설계하였다. 수행결과로부터 입력 토크의 크기를 제한하지 않고 설계한 경우와 그 크기를 제한하여 설계한 경우 모두, 기존의 사이클로이드 경로에 비해 잔류진동의 크기가 크게 감소됨을 보였다. 토크의 크기에 제한이 없는 경우에는 잔류진동 구간에서의 위치오차의 절대값이 90.2%의 감소를 보였고, 제한이 있는 경우에는 제한된 크기에 따라 각각 84.2%, 75.5%의 감소 효과를 보였다. 이로 부터 입력토크의 크기가 제한

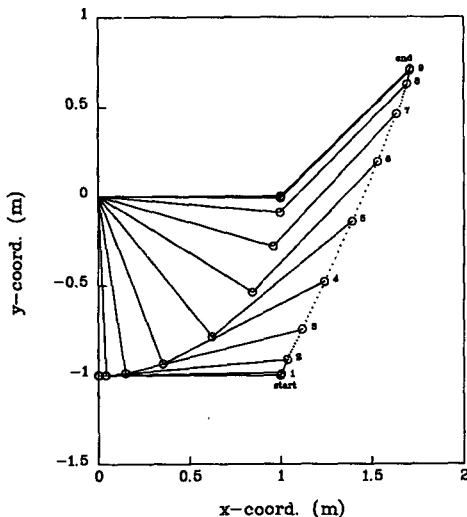


Fig. 7 Arm motion and tip path of torque-limited optimal motion, $|\tau_i| < 60$

되어져 있더라도 운동이 끝나는 순간에서의 위치오차의 크기가 감소하고, 오차의 비가 최적화되도록 경로를 설계하면 잔류진동의 크기를 감소시킬 수 있음을 알 수 있다.

설계는 2-링크 매니플레이터에 대해 수행하였는데 링크의 수가 증가된 매니플레이터에 대해서도 같은 이론을 적용할 수 있다.

참고문헌

- (1) Aspinwall, D. M., 1980, "Acceleration Profiles for Minimizing Residual Response," *Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control*, Vol. 102, No. 1, pp. 3~6.
- (2) Sehitoglu, H. and Aristizabal, J.H., 1986, "Design of a Trajectory Controller for Industrial Robots Using Bang-Bang and Cycloidal Motion Profiles," *ASME Winter Annual Meeting, Anaheim*, pp. 169~175.
- (3) Swigert, C.J., 1980, "Shaped Torque Techniques," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 3, No. 5, pp. 460~467.
- (4) Turner, J.D. and Chun, H.M., 1984, "Optimal Distributed Control of a Flexible Spacecraft During a Large-Angle Maneuver," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 7, No. 3, pp. 257~264.
- (5) Hanafi, A. and Wright, F.W., 1984, "Optimal Trajectory Control of Robotic Manipulators," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 19, No. 2, pp. 267~273.
- (6) Breakwell, J.A., 1981, "Optimal Feedback Slewing of Flexible Spacecraft," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 4, No. 5, pp. 472~479.
- (7) Alberts, T.E., Hastings, G.G., Book, W.J. and Dickerson, S.L., 1985, "Experiments in Optimal Control of a Flexible Arm with Passive Damping," *Proc. Fifth VPI & SU/AIAA Sym. on Dynamics and Control of Large Structures*, Blacksburg, VA, pp. 423~435.
- (8) Sliverberg, L.M., 1986, "Uniform Damping Control of Spacecraft," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 9, No. 2, pp. 221~227.
- (9) Meckl, P.H. and Seering, W.P., 1985, "Minimizing Residual Vibration for Point-to-Point Motion," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 107, No. 1, pp. 38~46.
- (10) Singer, N.C. and Seering, W.P., 1990, "Pre-shaping Command Inputs to Reduce System Vibration," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 112, No. 1, pp. 76~82.
- (11) Bhat, S.P. and Miu, D.K., 1990, "Precise Point-to-Point Positional Control of Flexible Structures," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 112, No. 4, pp. 667~674.
- (12) Park, K.J. and Park, Y.S., 1993, "Fourier-Based Optimal Design of a Flexible Manipulator Path to Reduce the Endpoint Residual Vibration," *ROBOTICA*, Vol. 11, pp. 263~272.