

〈論 文〉

# 로켓 종동력을 받는 비보존 탄성계(외팔보)의 안정성 해석 및 실험

김인성\* · 박영필\*\*  
(1993년 3월 11일 접수)

## Analysis and Experiments on the Stability of Nonconservative Elastic System(Cantilever beam) subjected to Rocket Follower Force

In Sung Kim and Young Pil Park

**Key Words :** Rocket Motor(로켓 모터), Follower Force(종동력), Rigid Body Parameters(강체 파라미터)

### Abstract

This paper deals with the cantilever subjected to a follower force which is generated by real rocket motor which has linearly decreasing thrust. The cantilever is assumed to be uniform and elastic one. In the theoretical analysis, the tip mass of rocket motor is considered as a rigid body and effects of its dynamic parameters are shown and compared with the experimental results. Particularly, the variation of the 2nd natural frequency due to the decreasing thrust is measured in the experiments and compared with the theoretical estimations. Approximate method is adopted in the theoretical analysis using Galerkin method by introducing 3-element modified operator and modified variable which represent equation of motion and natural boundary conditions. In general, structural damping effects can be neglected and all the rigid body parameters must be taken into account in case of the short action time of the follower force and the relatively big tip mass like the system of this paper according to the experiment. Good agreement was obtained between the theoretical estimations and the experimental results by neglecting structural damping and considering all the rigid body parameters of the tip mass.

### 기 호 설 명

$m$  : 외팔보의 단위길이당 질량 [kg/m]  
 $EI$  : 외팔보의 굽힘강성 [ $N \cdot m^2$ ]  
 $l$  : 외팔보의 길이 [m]  
 $P$  : 로켓 모터에 의한 종동력 [N]  
 $M$  : 말단질량 [kg]  
 $J$  : 말단질량의 질량중심에 대한 회전관성모멘트 [ $kg \cdot m^2$ ]

$a$  : 말단질량의 질량중심과 외팔보 자유단과의 거리 [m]  
 $x, y, t$  : 각각 종축, 횡축 및 시간  
 $\mu, \nu, \alpha, \xi$  :  $M, J, a, x, y, t, P$  각각의 무차원 변수  
 $\eta, \tau, \rho$  :  
 $\delta_{jk}$  : Kronecker's Delta  
 $\delta(\xi)$  : Dirac Delta Function  
 $\eta N$  : 모드합에 의한 가상해  
 $q_j(\tau)$  :  $\eta N$ 의  $j$ 번째 시간함수  
 $\phi_j(\xi)$  :  $\eta N$ 의  $j$ 번째 공간함수

\*정회원, 연세대학교 기계공학과 대학원

\*\*정회원, 연세대학교 기계공학과

- $\lambda_j$  : 하중이 작용하지 않을 때의 계의  $j$ 번째 고유치
- $L$  : 수정연산자
- $H$  : 수정변수
- $L_1, L_2, L_3$  : 수정연산자의 인자
- $\Phi_j(\xi)$  : 수정변수의 공간함수
- $\omega (= \omega_R + \omega_I)$  : 계의 고유치 ( $\omega_R, \omega_I$ 는 각각  $\omega$ 의 실수부 및 허수부)

### 1. 서 론

외팔보의 말단에 비보존 중동력이 작용하는 경우에 대해서는 동적 해석방법을 사용한 다양한 연구가 수행되었으며, 특히 외팔보에 집중질량이 첨가됨에 따른 계의 동적특성의 변화가 보고되었다. 그러나 실험을 하기 위한 이상적인 중동력을 만들기가 힘들어 실험적 연구는 적은 편이다.

Willems<sup>(1)</sup>는 Beck문제<sup>(2)</sup>에 적용할 수 있는 실험적 모델을 적절하게 사용된 보존력에 의해 실현하였다. 그러나 Huang<sup>(3)</sup>등은 Willems의 연구는 단지 Beck문제의 임계하중에 접근된 임계하중을 갖도록 교묘하게 근사되었을 뿐 Beck문제의 임계하중과 Willems의 실험모델의 임계하중은 서로 다를 것을 보였다. Wood<sup>(4)</sup>등은 접선 중동력을 보의 자유단에 부착된 노즐로부터 방출되는 유체의 제트 반력에 의하여 만들었다. Feldt<sup>(5)</sup>등은 변형되지 않은 축상에 위치한 노즐로부터 방출되는 충돌 공기 제트가 Reut문제의 자유 단면에 작용하게 함으로써 비보존력을 만들었다. 노광춘<sup>(6)</sup>은 전자석의 외면을 아크(arc) 모양으로 가공하여 외팔보가 주로 1차 모드로 진동한다고 가정하여 외팔보의 자유단에 전자석의 자기력의 방향이 접하도록 실험장치를 고안하여 중동력을 만들었다.

위의 실험적 연구들에 있어서 비보존 중동력은 고체-유체 상호작용, 전자기력, 혹은 적절하게 적용된 보조력을 이용하여 얻어졌다. 그러나 이 실험장치들은 대부분 너무 복잡하고, 이상적인 중동력을 발생시키기가 어려웠다.

한편, 최근 Sugiyama<sup>(7)</sup>등은 외팔보의 자유단에 직접 소형 고체추진 로켓모터를 달아서 이상적인 비보존력계를 구성하는데 성공하였다. Sugiyama는 해석시에 말단질량의 모든 강체 파라미터와 구조물 자체의 감쇠를 반드시 고려하여야 정확한 플

러터 임계하중을 산출할 수 있다는 결론을 내렸으며, 실험에서는 플러터 불안정 현상을 확인하였다. 그러나 실험은 단지 플러터 불안정 현상의 확인 및 이론치와의 비교에만 국한되었다.

본 연구에서는 로켓 추진력에 의한 비보존 중동력을 받는 외팔보에 대하여 해석하고 실험을 실시하였다. 대상계의 이론적 해석에서는 말단질량인 로켓을 이상적인 집중질량 질점 (concentrated mass particle)으로 취급할 수 없으므로, 이를 Wood의 실험적 모델과 같이 강체 (rigid body)로 취급하고<sup>(5)</sup> 수정연산자를 도입한 Galerkin법을 이용하여<sup>(8)</sup> 각 강체 파라미터들을 고려하였으며, 외팔보 자체의 감쇠는 고려하지 않았다. 이 때 각 강체 파라미터들의 계의 동적특성 및 임계하중에 대한 효과를 해석하고 실험결과와 비교하였다. 실험에서는 추진력이 선형적으로 감소하는 로켓이 사용되었으며, 계의 플러터 임계하중을 추진력 곡선이 초과하는 경우에 대한 실험 및 계의 플러터 임계하중 이하에 추진력 곡선이 있도록 하여 추진력 감소에 따른 계의 응답을 측정하였다. 각 실험에서는 다른 길이를 갖는 외팔보와 말단질량을 조합하여 실험을 실시하였다.

### 2. 이론해석방법

Fig. 1(b)와 같은 수학적 모델의 수립에 있어서 외팔보는 단위길이당 질량  $m$ , 굽힘강성  $EI$ , 길이  $l$ 인 Euler보로 가정하고 보 자체의 감쇠는 무시하

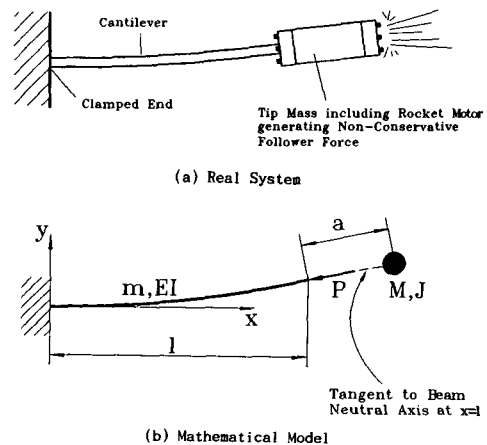


Fig. 1 Modelling of the system

였다. 중동력  $P$ 를 발생시키는 로켓부는 강체로서 Wood의 모델과 같이 질량  $M$ , 회전 관성 모멘트  $J$ , 보의 말단과 강체 질량중심간의 거리가  $a$ 인 것으로 간주하였다.<sup>(4)</sup>

이 모델에 대한 무차원 운동방정식 및 경계조건은 다음과 같다.<sup>(7)</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + \rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} &= 0 \\ {}^1) \eta(0, \tau) &= 0, \quad {}^2) \frac{\partial \eta(0, \tau)}{\partial \xi} = 0 \\ \frac{{}^3) \partial^2 \eta(1, \tau)}{\partial \xi^2} &= -\nu \frac{\partial^2 \eta(1, \tau)}{\partial \tau^2 \partial \xi} \\ &- \mu \alpha \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \left( \eta(1, \tau) + \alpha \frac{\partial \eta(1, \tau)}{\partial \xi} \right) \\ {}^4) \frac{\partial^3 \eta(1, \tau)}{\partial \xi^3} &= \mu \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \left( \eta(1, \tau) - \alpha \frac{\partial \eta(1, \tau)}{\partial \xi} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

단,

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{M}{ml}, \quad \xi = \frac{x}{l}, \quad \alpha = \frac{a}{l}, \quad \eta = \frac{y}{l}, \\ \tau &= \frac{t}{l^2} \left[ \frac{EI}{m} \right]^{1/2}, \quad \rho = \frac{Pl^2}{EI}, \quad \nu = \frac{J}{ml^3} \end{aligned} \quad (2)$$

이다.

식 (1)의 근사해  $\eta N(\xi, \tau)$ 를 다음과 같이 가정한다.<sup>(6)</sup>

$$\eta N(\xi, \tau) = \sum_{j=1}^N q_j(\tau) \phi_j(\xi) \quad (3)$$

위 식 (3)에서 비교함수(comparison function)  $\phi_j(\xi)$ 를 다음과 같이 선정한다.

$$\begin{aligned} \phi_j(\xi) &= C_1 \cos \lambda_j \xi + C_2 \sin \lambda_j \xi \\ &+ C_3 \cos h \lambda_j \xi + C_4 \sin h \lambda_j \xi \end{aligned} \quad (4)$$

그러면, 식 (1)의 경계조건(homogeneous boundary conditions) 1), 2), 3), 4)에 의해 고유치  $\lambda_j$ 를 구할 수 있다.<sup>(8)</sup>

이제, 해석 대상계의 식 (1)의 운동 방정식과 경계 조건의 일부에 대해 각각 3요소를 가지는 다음의 수정 연산자  $L$ 과 수정 변수  $H$ 를 정의한다.

$$L = \begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{Bmatrix}, \quad H = \begin{Bmatrix} \eta(\xi, \tau) \\ \eta'(1, \tau) \\ \eta(1, \tau) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서,

$$L_1 = \frac{\partial^4}{\partial \xi^4} + \rho \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}$$

$$\begin{aligned} L_2 &= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \nu \frac{\partial^3}{\partial \tau^2 \partial \xi} + \mu \alpha \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \int d\xi + \mu \alpha^2 \frac{\partial}{\partial \tau^2} \\ L_3 &= \frac{\partial^3}{\partial \xi^3} + \mu \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \mu \alpha \frac{\partial^3}{\partial \tau^2 \partial \xi} \end{aligned}$$

이다.

식 (5)에서 정의한 수정 연산자와 수정 변수를 사용하여 식 (1)의 운동 방정식과 경계 조건을 표시하면 다음의 식 (6)과 같다.

$$\begin{aligned} L \cdot H &= \begin{Bmatrix} L_1 \eta(\xi, \tau) \\ L_2 \eta'(1, \tau) \\ L_3 \eta(1, \tau) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \eta(0, \tau) &= 0, \quad \frac{\partial \eta(0, \tau)}{\partial \xi} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

이제,  $\eta N(\xi, \tau)$ 를  $H$ 에 대입하면

$$H(\xi, \tau) = \sum_{j=1}^N q_j(\tau) \begin{Bmatrix} \phi_j(\xi) \\ \phi_j'(\xi) \\ \phi_j(1) \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^N q_j(\tau) \Phi_j(\xi) \quad (7)$$

이 되며 여기서  $\Phi_j(\xi)$ 는,

$$\Phi_j(\xi) = \begin{Bmatrix} \phi_j(\xi) \\ \phi_j'(\xi) \\ \phi_j(1) \end{Bmatrix} \quad \text{단, } j=1, 2, \dots, N \quad (8)$$

이다. 단,  $N=6$ 으로 하였다.

최종적으로, 계의 고유치를 구하기 위해 Galerkin법을 적용시키면 다음과 같다.<sup>(9)</sup>

$$\left[ L \left[ \sum_{j=1}^N q_j(\tau) \Phi_j(\xi) \right], \Phi_k(\xi) \right] = 0 \quad (9)$$

식 (9)를 전개하고 정리하면 다음과 같이 된다.

$$M \ddot{q} + K q = 0 \quad (10)$$

단,  $q = ((q_1, q_2, \dots, q_N)^T e^{\omega t})$ 이며 행렬  $M, K$ 의 요소  $M_{kj}, K_{kj}$ 는 다음이 된다.

$$\begin{aligned} M_{kj} &= \int_0^1 \phi_j(\xi) \phi_k(\xi) d\xi + \nu \phi_j(1) \phi_k(1) \\ &+ \mu \alpha \phi_j(1) \phi_k(1) + \mu \alpha^2 \phi_j'(1) \phi_k'(1) \\ &+ \mu \phi_j(1) \phi_k(1) + \mu \alpha \phi_j(1) \phi_k'(1) \\ K_{kj} &= \int_0^1 \phi_j'' \phi_k''(\xi) d\xi \\ &+ \rho \int_0^1 \phi_j'' \phi_k''(\xi) d\xi \\ &+ \phi_j''(1) \phi_k'(1) - \phi_j''(1) \phi_k(1) \end{aligned} \quad (11)$$

식 (10)으로부터 계의 고유치는 다음 식에 의하

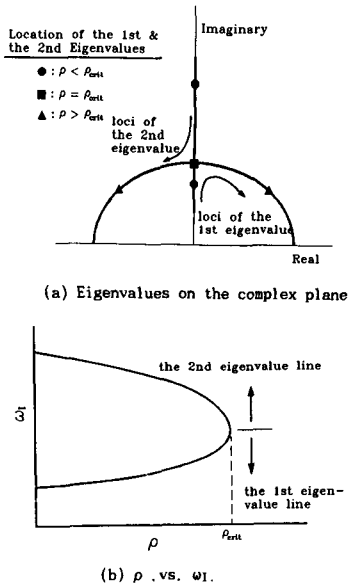


Fig. 2 Location of the 1st and the 2nd eigenvalue with increasing  $\rho$  on the complex plane and  $\rho$  vs.  $\omega_1$

여 구한다.

$$\det[\omega I_{2N \times 2N} - A_{2N \times 2N}] = 0 \quad (12)$$

단,  $\omega$ 는 계의 고유치 ( $\omega = \omega_R + i\omega_I$ ) 이며

$$A_{2N \times 2N} = \begin{bmatrix} 0_{N \times N} & I_{N \times N} \\ (-M^{-1}K)_{N \times N} & 0_{N \times N} \end{bmatrix} \quad (13)$$

이다.

식(12)에서 구한 계의 제1차, 제2차 고유치  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ 는  $\rho$ 가 증가함에 따라 복소수 평면의 허수축상에서 점차 가까워지다가 어느  $\rho$ 값에서는 두 고유치가 서로 만나며  $\rho$ 값이 더 커지게 되면 제1차 고유치  $\omega_1$ 는  $\omega_1 = \omega_{1,R} + i\omega_{1,I}$  ( $\omega_{1,R} > 0$ ,  $\omega_{1,I} > 0$ )로서 복소수 평면의 우반면(right half plane)에 위치하게 되어 계는 플러터(flutter) 불안정 현상을 일으키게 된다.<sup>(10)</sup> 허수축상에서 제1차, 제2차 고유치가 만나는  $\rho$ 값이 안정 한계이며 이 값을  $\rho_{crit}$ 이라고 정한다. 이 관계를 그림으로 나타내면 Fig. 2와 같다.

### 3. 실험

#### 3.1 실험 장치

실험장치는 크게 비보존 중동력을 발생시키는 로

Table 1 Specifications of the rocket motor

Maximum thrust	326 N
Total thrust	944 N · sec
Specific impulse	204 sec
Burn time	4.1 sec
Propellant mass	0.472 kg
Initial total mass	1.377 kg

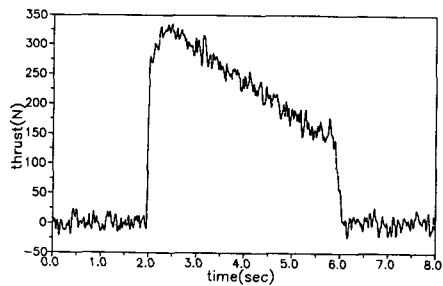


Fig. 3 Thrust vs. time curve of the rocket motor

Table 2 Rigid body parameters of tip mass

Exp. Sequence	M [kg]	J [kg · m <sup>2</sup> ]	a [m]
1	10.765	0.0717	0.172
2	10.765	0.0717	0.172
3	11.226	0.0728	0.172
4	11.226	0.0728	0.172

켓 모터와 알루미늄제의팔보 및 그 지지기구로 구성된다. 또한 로켓 모터는 추진제의 연소에 따른 질량변화의 영향을 무시할 수 있을 정도로 작게 하기 위해 질량 9.7 kg의 강 실린더(steel cylinder) 내에 넣어 조립되었다.<sup>(7)</sup>

비보존 중동력을 발생시키기 위해 실제의 소형 고체추진 로켓 모터가 사용되었으며 그 제원 및 추진력 곡선은 각각 Table 1, Fig. 3과 같다. Fig. 3의 추진력 곡선은 본 실험전에 따로 로트-셀을 이용한 연소시험을 통하여 측정하였다.

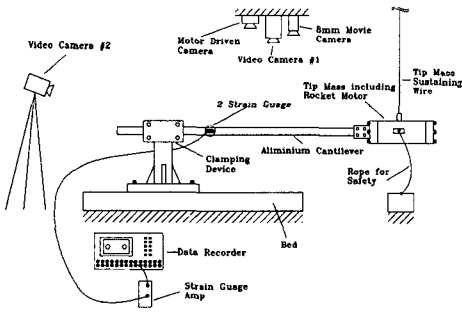
Fig. 3에서 보는 바와 같이 사용된 로켓 모터는 초기에 추진력이 최대를 이루었다가 그 후에는 선형적으로 감소하는 특성을 가지고 있다. 이러한 특

**Table 3** Specifications of aluminium cantilevers

Exp. Sequence	l [m]	EI [N · m <sup>2</sup> ]	m[kg/m]
1	0.98	28.148	0.539
2	1.14	28.484	0.546
3	1.06	28.102	0.550
4	1.08	28.144	0.544

**Table 4** Nondimensional rigid body parameters of Tip Mass

Exp. Sequence	$\mu$	$\nu$	$\alpha$
1	20.380	0.141	0.176
2	17.295	0.089	0.151
3	19.256	0.111	0.162
4	19.107	0.106	0.159



**Fig. 4** Configuration of experimental set up

성에 따라 힘이 감소함에 따른 비보존계의 거동을 살펴보는 것이 가능하다.

실험에 사용된 외팔보의 제원과 말단질량인 로켓 모터의 강체 파라미터는 각각 Table 2, Table 3과 같으며 외팔보의 굽힘강성 EI의 값은 매 시편마다 미리 자유진동 실험을 통하여 측정하였다. 그리고, 각 실험시편에서 말단질량의 강체 파라미터  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\alpha$ 는 Table 4와 같다. 실험장치의 전체적인 구성은 Fig. 4에 나타내었다.

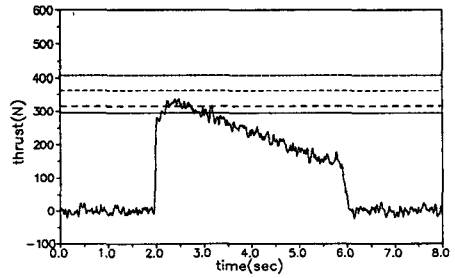
**3.2 실험계의 이론적 안정성 평가**

외팔보 시편 #2, #3에 대하여 근의 복소평면상의

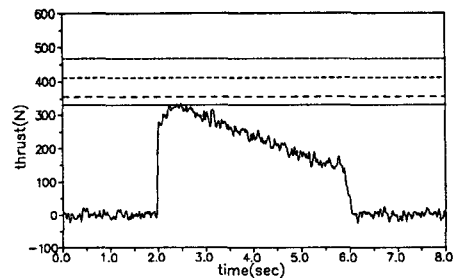
**Table 5** The 1st and the 2nd eigenvalues at maximum thrust(326N)

Specimen	only $\mu$ considered	$\mu, \nu$ considered	$\mu, \alpha$ considered	$\mu, \nu, \alpha$ considered
#2	1.202i, 8.025i (○)	1.287i, 3.414i (○)	$\pm 1.082$ $+ 2.321i$ (×)	$\pm 1.126$ $+ 1.623i$ (×)
#3	0.931i, 9.305i (○)	0.965i, 3.660i (○)	1.228i, 4.607i (○)	1.426i, 2.221i (○)

(○) : estimated stable  
(×) : estimated unstable



(a) Specimen #2 (l = 1.14 m)



(b) Specimen #3 (l = 1.06 m)

(..... :  $P_{crit}$  with M; ..... :  $P_{crit}$  with M, J;  
--- :  $P_{crit}$  with M, a; — :  $P_{crit}$  with M, J, a)

**Fig. 5** Thrust curve with  $P_{crit}$  lines

위치 및 추진력 곡선 상에서 강체 파라미터들을 고려함에 따른 이론적 안정성 평가는 다음과 같다.

(1) 복소 평면상의 고유치의 위치

Table 5에서는 시편 #2, #3에 대하여 최대 추진력일 때, 각 강체 파라미터  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\alpha$ 를 고려함에 따른 제1차 및 제2차의 고유치를 표시하고 각 경우의

안정성을 평가하였다.

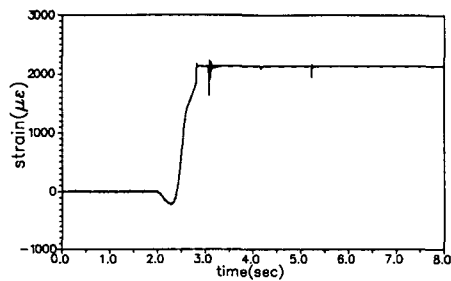
(2) 추진력 곡선에 의한 안전성 평가

시편 #2, #3에 대하여 강체 파라미터  $M, J, a$ 를 고려함에 따른 플러터 임계하중  $P_{crit}$ 를 표시하고 이를 로켓 모터의 추진력 곡선과 함께 표시하면 Fig. 5와 같다. 그림에서 보는 바와 같이 시편 #2에 대해서는  $M, J, a$ 를 모두 고려한다면 추진력이  $P_{crit}$ 선을 넘게 되어 위험하다고 판단할 수 있으나  $M$ 만을 고려하거나  $J$ 만을 고려한다면 추진력은  $P_{crit}$ 선을 넘지 않게 되어 안전하다고 할 수 있다. 시편 #3에 대해서는 어느 경우이든 추진력이 임계하중  $P_{crit}$ 이하에 있게 된다.

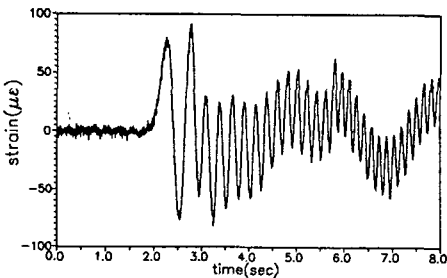
3.3 실험 결과

(1) 스트레인 측정결과

계에 지배적인 영향을 미치는 제1차 및 제2차 고유진동수는 모두 10 Hz 미만이다. 그러므로, 진동 신호의 계측은 포일(foil) 스트레인 게이지로 측정하였으며, 외팔보의 고정단으로부터 전체 길이의 15%되는 지점에서 측정된 스트레인을 Fig. 6에 표시하였다. 실험의 이론적 예측에서 보였던 것과 같이 시편 #2는 완전한 플러터 발산에 의해 구조물이



(a) Specimen #2



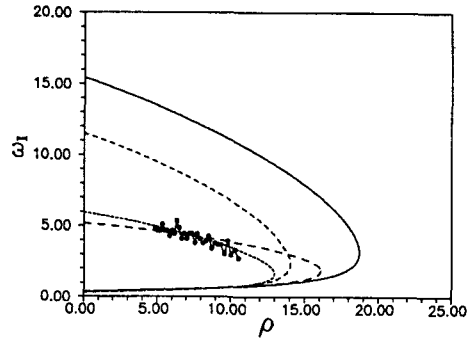
(b) Specimen #3

Fig. 6 Strain signals picked-up at the point of 15% of beam total length from the clamped end

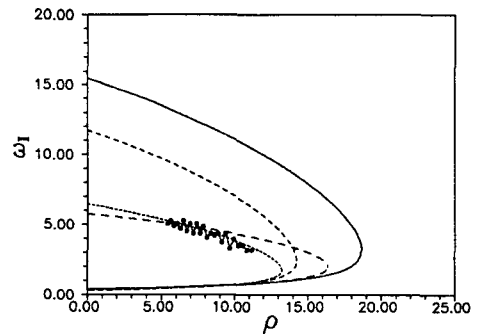
파괴되었음을 볼 수 있고, 시편 #3는 대체로 안정했음을 알 수 있다.

(2) 추진력 감소에 따른 제2차 고유진동수의 변동

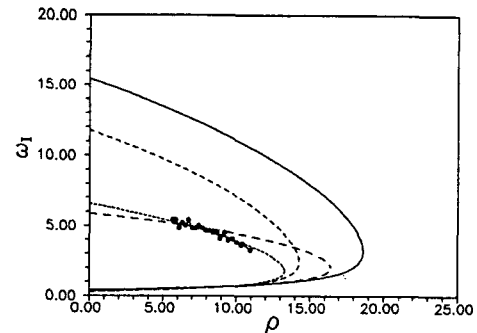
계가 안정한 경우에, 스트레인 게이지로 측정된 계의 진동신호는 제2차 고유진동수가 지배적으로



(a) Specimen #1



(b) Specimen #3



(c) Specimen #4

(— : only  $\mu$ ; - - :  $\mu, \nu$ ;  
 ..... :  $\mu, \alpha$ ; ..... :  $\mu, \nu, \alpha$ ;  
 ● : Experiment)

Fig. 7 Plots of the 2nd eigenvalues got from experiments on the  $\rho$ . vs. eigenvalue Curves

나타났다. 이 때, Fig. 6(b)에서 알 수 있는 바와 같이 Fig. 3에 표시한 로켓 모터의 추진력 특성상 스트레인 신호의 2차 고유 진동수의 반주기(half period)에 걸리는 시간이 초기에는 컷다가 추진력이 감소하면서 점점 줄어드는 모양을 볼 수 있다. 이러한 제2차 고유진동수를 무차원 고유치로 환산하여 시편 #1, #3, #4에 대하여  $\rho$ 대 고유치 곡선상에서 나타내면 Fig. 7과 같다. 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이  $\mu, \nu, \alpha$ 를 모두 고려한 2차 고유치 선상에 실험으로부터 얻어진 2차 고유치가 일치한다. 그러므로 강체의 크기가 커짐에 따라서  $\mu$ 을 비롯한  $\nu, \alpha$ 가 계의 동특성에 미치는 영향을 알 수 있으며, 해석시에 강체 파라미터  $\mu, \nu, \alpha$ 를 모두 고려해야 함을 확인할 수 있다.

(3) 플러터 발산시의 진동양태

두번째 시편에 의한 실험에서는 완전한 플러터 발산에 의하여 구조물이 파괴되었다. 이 때 플러터 발산의 형태는 말단질량의 영향이 크게 나타나 2차 모드의 형태로 플러터 발산이 일어났다. 이 플러터 발산 형태가 8mm무비 카메라(24 frames/sec)로 촬영된 것을 Fig. 8에 보였다.

4. 결 론

로켓 중동력을 받는 탄성 외팔보에 대한 실험에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 실제의 로켓 추진력에 의한 비보존 중동력이 작용하는 탄성 외팔보에 대한 실험에서 외팔보의 조건에 따라 계의 진동양태가 안정, 플러터 불안정으로 나타났다.

(2) 시편 #2를 사용한 실험에서는 급격한 플러터 발산에 의하여 구조물이 파괴되었으며, 파괴 시에는 말단질량의 영향으로 2차 모드의 형태로 파괴가 일어났다.

(3) 이 논문의 계와 같이 중동력이 짧은 시간동안 작용하는 경우에 대해서는 해석시에 계의 감쇠를 고려하지 않아도 된다.

(4) 추진력이 감소함에 따른 제2차 고유진동수의 변화를 추적한 결과, 강체 파라미터  $\mu, \nu, \alpha$ 를 모두 고려하여 예측한 결과와 잘 일치하여 해석방법의 타당성을 검증하였으며, 본 실험계와 같이 큰 말단질량의 경우에는 말단질량의 강체 파라미터  $\mu, \nu, \alpha$ 를 모두 고려해야 한다.

(5) 각각 5요소를 가지는 수정변수 및 수정연산자를 사용하여 근사해석한 결과는 실험결과와 비교하여 매우 정확하였으며, 계를 상태변수(state variables)로 나타낼 수 있다.

후 기

이 논문은 1992년도 교육부지원 한국학술진흥재단의 자유공모(지방대학육성)과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

(1) Willems, N., 1966, "Experimental Verification of the Dynamic Stability of a Tangentially Loaded Cantilever Columns," J. Appl. Mech. Vol. 33, pp. 460~461.  
 (2) Beck, M., 1952, "Die Knicklast des Einseitig Eingespannten, Tangential Gedruckten Stables," ZAMP, Vol. 3, pp. 225~228.  
 (3) Huang, N. C., Nachbar, W. and Nemat-Nasser, S., 1967, "On Willem's Experimental Verification

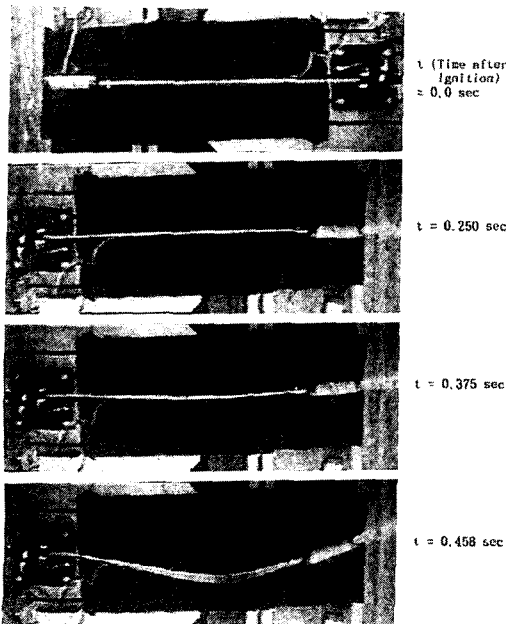


Fig. 8 Sequence of flutter phenomena of specimen #2 (captured by 8 mm movie camera (24frames/sec))

- of the Critical Load in Beck's Problem," J. of Appl. Mech. Vol. 34, pp. 243~245.
- (4) Wood, W. G., Saw, S. S. and Saunder, P. M., 1969, "The Kinetic Stability of a Tangentially Loaded Strut," Proc. Roy. Soc. Lond., A. 313, pp. 239~248.
- (5) Feldt, W. T., Nemat-Nasser, S., Prasad, S. N. and Hermann, G., 1969, "Instability of Mechanical System Induced by an Impinging Fluid Jet," J. Appl. Mech. Vol. 36, pp. 693~701.
- (6) 노광춘, 1985, "비보존 탄성계의 안정성에 관한 연구," 연세대학교 박사학위논문.
- (7) Sugiyama, Y., Katayama, K., Kinoi, S., 1990, "Experiment on Flutter of Cantilevered Columns Subjected to a Rocket Thrust," AIAA-90-0948.
- (8) Parks, T. R., Pak, H. A., 1991, "Effect of Payload on the Dynamics of a Flexible Manipulator-Modeling for Control," Trans. of ASME, Vol. 113, pp. 409~418.
- (9) Meirovitch, L., 1980, Computational Methods in Structural Dynamics, SIJTHOFF & NOORDHOFF, Alphen aan den, The Netherlands.
- (10) Bolotin, V. V., 1963, Nonconservative Problems of Theory of Elastic Stability, Pergamon Press, New York.
- (11) Meirovitch, L., 1970, Method of Analytical Dynamics, McGraw-Hill, New York.
- (12) Blevins, R. D., 1979, Formulas for Natural Frequency and Mode Shape, VNR, New York, 1979.