

〈論 文〉

## 구형용기내 고상의 하강운동을 고려한 용해과정의 해석

서정세\* · 김찬중\*\* · 이준식\*\*\* · 노승택\*\*\*

(1993년 4월 10일 접수)

### An Analysis of Gravity-Assisted Melting of Subcooled Solid Filled Inside a Spherical Capsule

Jeong-Se Suh, Charn-Jung Kim, Joon Sik Lee and Sung Tack Ro

**Key Words :** Spherical Capsule(구형용기), Melting(용해), Natural Convection(자연대류), Drop Motion(하강운동), Subcooling(과냉각), Liquid Film(액막)

#### Abstract

A numerical study on the melting process inside an isothermal spherical capsule is made. It is assumed that the phase change medium of its solid phase is heavier than the liquid phase and therefore the unmelted solid core is continuously moving downward on account of gravity forces. Such a gravity-assisted melting is commonly characterized by the existence of a thin liquid film below the solid core. The present study is motivated to present a full-equation-based analysis of the influences of the initial subcooling and the natural convection on the fluid flow and heat transfer characteristics associated with the gravity-assisted melting. In the light of the solution strategy, the present study is substantially distinguished from the existing works in that the complete set of governing equations in both the melted and unmelted regions are resolved without subdivision of the solution domains. For example, the liquid film region and the upper melted region are treated here as one domain and thus obviating laborious efforts to couple them. Numerical results are obtained by varying the Rayleigh numbers and the degree of subcooling. For the range of parameters examined, the presence of subcooling was found to impede the melting rate. The dropping velocity of the unmelted solid core was observed to affect the natural convection in the liquid significantly. When compared with the available experimental data, much improved prediction was achieved.

#### 기 호 설 명

$A$  : 면적 ( $m^2$ )

$c$  : 비열 ( $J/kg^\circ C$ )

$h_{sf}$  : 잠열 ( $J/kg$ )

$R$  : 열전도율 ( $W/m^\circ C$ )

$m_f$  : 용해율,  $V_L/V_0$

$Nu$  : Nusselt 수

$p$  : 압력 (Pa)

$Pr$  : Prandtl 수,  $\nu/\alpha_L$

$r$  : 반경좌표 (m)

$R_w$  : 구형용기의 내부반경 (m)

$Ra$  : Rayleigh 수,  $g\beta(T_w - T_f)R_w^3/(\nu\alpha_L)$

$Sc$  : 과냉각정도,  $c_s(T_f - T_0)/h_{sf}$

$s_D, s_U$  : 대칭축에서 하층부, 상층부 용해거리 (m)

$Ste$  : Stefan 수,  $c_L(T_w - T_f)/h_{sf}$

\*정회원, 서울대학교 기계공학과 대학원

\*\*정회원, 서울대학교 정밀기계설계공동연구소

\*\*\*정회원, 서울대학교 기계공학과

$t$	: 시간(s)
$T$	: 온도(°C)
$T_0$	: 초기온도(°C)
$T_f$	: 용해온도(°C)
$v_D$	: 고상의 하강속도
$V_0$	: 고상의 초기체적(m <sup>3</sup> )
$V_L, V_S$	: 액상, 고상의 체적(m <sup>3</sup> )
$x, y$	: 수평, 수직방향좌표(m)
그리스문자	
$\alpha_L$	: 열확산계수(m <sup>2</sup> /s)
$\beta$	: 액체의 열팽창계수(°C <sup>-1</sup> )
$\delta$	: 액막의 두께(m)
$\varepsilon$	: 이심거리(m)
$\theta_L, \theta_S$	: 액상, 고상의 무차원온도
$\Theta, \varphi$	: 중심, 이심에서 각 방향좌표
$\rho$	: 밀도(kg/m <sup>3</sup> )
$\zeta, \eta$	: 변환좌표계
$\nu$	: 액체의 동점성계수(m <sup>2</sup> /s)
$\tau$	: 무차원 시간, $\tau = Ste \cdot t^*$

#### 상첨자

+	: 무차원
-	: 평균값

#### 하첨자

0	: 초기값
$f$	: 용해점
$L$	: 액체
$S$	: 고체
$w$	: 원관벽

## 1. 서 론

용해 및 응고 등의 상변화는 잠열축열, 주조공정 등의 여러 분야에서 나타나는 매우 중요한 현상으로 이에 대한 연구가 많이 이루어져 오고 있다. 최근 태양열 등을 이용한 축열시스템에 대해 관심이 고조되면서, 상변화를 이용한 잠열축열방식이 축열 밀도가 높고 열의 저장 및 방출과정이 적은 온도범위에서 이루어진다는 장점으로 인해 다각도로 연구되고 있다.<sup>(1)</sup> 잠열축열조는 주로 상변화물질이 채워진 수평원관 또는 구형캡슐들로 구성된다. 잠열

축열에 대한 초기의 연구들은 전도에 의한 열전달만을 고려하여 해석하였으나, 자연대류의 영향이 매우 중요하다는 사실이 많은 연구들을 통해 밝혀졌다.<sup>(2~7)</sup> 최근에는 고액 밀도차도 상변화과정에 상당한 영향을 미친다는 사실이 제기되고 있다.<sup>(6,7)</sup>

지금까지의 연구자료들을 분석하여 보면, 상변화 물질이 용기내에서 용해되는 과정을 크게 고정형과 침강형으로 분류할 수 있다. 고정형은 고상이 고정된 채 용해되는 경우를 말하며, 액상내의 열전달이 주로 자연대류에 의해 이루어진다. 반면, 침강형은 고상물질이 중력에 의해 상승 또는 하강하는 경우를 말하며, 고상이 상층부 또는 하층부 벽면에 밀착하게 되면서 얇은 액막이 형성되어 접촉용해가 일어난다. 따라서 열전달은 액막에서 주로 전도에 의해 이루어지며, 액막을 제외한 액상영역에서는 자연대류에 의해 이루어진다. 고상의 밀도가 액상보다 큰 경우에는 고상의 하층부에 액막이 형성되며, 고상의 밀도가 낮은 경우에는 상반되는 현상이 나타난다. 본 연구에서는 구형용기내의 침강형 용해과정에 대하여 해석을 하고자 한다.

침강형 용해과정에 대한 이전의 연구들을 살펴보면 다음과 같다. 사각용기<sup>(7)</sup> 및 수평원관<sup>(8-12)</sup>의 용해과정에 대한 연구들 뿐만 아니라, 본 연구에서 해석하고자 하는 구형용기내의 침강형 용해에 대해서도 많은 연구가 있었다. Moore와 Bayazitoglu<sup>(13)</sup>는 고상의 하강운동으로 인해 발생하는 유동만을 고려하여 수치해석하였으며, Roy와 Sengupta<sup>(14,15)</sup> 그리고 Bahrami와 Wang<sup>(16)</sup>은 액막내의 전도 용해만을 고려하여 해석하였다. 수평원관과 구형용기에 대해 Roy와 Sengupta<sup>(17)</sup>는 침강형 용해과정의 일반적 모델을 제시하였다. Ro<sup>(18)</sup>등은 용해의 전과정에 대해 용해율을 측정하였다. 한편, Roy와 Sengupta<sup>(19)</sup>의 연구에서는 액상영역을 상층부와 하층부로 나누고, 상층부에는 지배방정식을 적용하였으며, 하층부에서는 유효이론을 도입하여 수치해석하였다. 그러나, 각각 다른 방법으로 액상영역을 나누어 해석함으로써 액상의 두 영역을 연관시키기 위한 여러가지 불필요한 가정들을 도입하였으며, 결과에서도 그들은 상층부 상경계면의 진행이 액막내의 용해만을 고려한 연구결과<sup>(14)</sup>에 비해 빠르고 예측함으로써 더욱 큰 차이를 보이고 있다. 이러한 문제가 본 연구를 착수하게 된 동기였으며, 본 연구에서는 다른 각도에서 해결을 시도하였다. 또한, 실제 자연현상에서 고상이 초기에 용해점이

하로 과냉각되어 있는 경우가 많으며, 열저장의 응용면에서 보면 잠열축열조가 초기에 용해점이하에서 작동되는 경우로 생각할 수 있다. Ghosal과 Sengupta<sup>(20)</sup>는 수평원관내에서 고상의 초기 과냉각 효과를 수치해석하였으며, 그들은 해석결과에서 초기 과냉각이 클수록 용해의 진행이 다소 느려지지만, 전체 용해과정에는 크게 영향을 미치지 못한다고 하였다. Roy와 Sengupta<sup>(15)</sup>는 구형용기내에서 고상의 초기 과냉각효과를 해석적으로 연구하였다. 그들은 과냉각의 정도가 특정한 값의 이상에서는 용해과정에 상대적으로 큰 영향을 미친다는 결과를 제시하였다. 그들은 다른 연구<sup>(19)</sup>에서도 구형용기내 고상의 초기 과냉각효과를 해석하였다. 그러나, 구형용기내의 침강형 용해에서 고상의 초기 과냉각효과에 대한 이전의 연구들은 다소 명확하지 못하였다.

본 연구에서는 고상의 초기 과냉각효과와 액상내의 자연대류효과를 고려하여 수치해석하였다. 해석방법상에서 본 연구는 액상영역을 하나의 영역으로 취급하여 지배방정식을 적용함으로써 두개의 영역—액상영역과 액막영역—으로 나누어 각각 다른 방법을 적용한 기존의 연구와는 다르며 결과적으로 두 영역을 연결하는데 요구되는 불필요한 가정들이 없게 된다. 한편, 기존의 연구에서 설정한 가정들을 보면, Bareiss<sup>(9)</sup>등과 Bahrami<sup>(16)</sup>등은 상층부 대칭축에서 상경계면의 열전달계수가 일정하다는 가정하에 용해율 예측 방정식을 유도하였으며, 실험치와 비교하여 적절히 교정하였다. Roy<sup>(14,15,17,19)</sup>등은 원주방향을 따라 변하는 액막두께를 각도에 따라 적절한 함수로 가정하여 용해율을 예측하였다. 그러나, 이러한 가정들은 물리적인 면에서 다소의 문이 제기된다. 본 연구에서는 대칭축에서 액막의 두께가 일정하다고 가정하였으며, 이는 기존의 연구<sup>(13)</sup>에서 액막의 두께변화가 거의 없다고 보고한 사실에 근거한다. 본 연구의 결과는 주로 액막두께의 영향, 액막에서의 유동형태 및 Rayleigh 수와 과냉각 정도가 용해에 미치는 영향에 관하여 제시하였다.

## 2. 해석

### 2.1 문제설정 및 수치모델

Fig. 1은 내부반경이  $R_w$ 인 구형용기내의 침강형 용해과정을 개략적으로 도시한 것이다. 본 연구

에서 사용된 상변화물질은 n-octadecane으로서 열물성치들이 비교적 잘 알려져 있다. 전체 시스템은 초기에 균일한 온도  $T_0 (< T_f)$ 로 유지된다.  $t=0$ 일 때 용기의벽의 온도가 일정한  $T_w (> T_f)$ 로 갑자기 상승하면서 고상상태의 상변화물질이 녹기 시작한다. 용해가 진행되면서 고상은 중력에 의해 계속해서 하강하게 되며, 얇은 액막이 고상하층부에 형성된다. Fig. 1(a)는 임의의 시간에서 용해과정의 대표적인 형태를 나타낸 것이다. 특히, Fig. 1(b)는 이해를 돕기 위해 초기의 고상중심을 구형용기의 중심과 일치시킴으로써 대칭축에서 상층부와 하층부에서의 용해거리(즉,  $s_u, s_d$ )를 각각 나타내었다. 효율적인 수치해석을 위해 용해과정을 다음과 같이 가정하였다. (a) 용해과정은 2차원이며, 중력방향에 대해 축대칭이다. (b) 액상은 비압축성 뉴우튼 유체이고, 유동은 2차원 층류이다. (c) 온도변화에 따른 밀도변화가 Boussinesq 근사를 따르며, 물성치들은 일정하다고 가정한다. (d) 하층부 대칭축에서 액막의 두께( $\delta_{\theta=0}$ )는 시간에 따라 일정하다. 위에서 (a)~(c)에 서술된 가정들은 이전의 연구들에서 타당성이 검토되었다 그러나 (d)의 가정 즉,  $\delta_{\theta=0}$ 의 값을 고정한다는 가정은 평균형식으로 부터  $\delta_{\theta=0}$ 의 크기를 결정하는 이전의 연구와 다르다. 이러한 가정을 하게 된 배경에 대해서는 뒤에서 다루기로 한다. 본 연구의 주된 목적은 고상에서의 전도열전달과 액상에서의 대류열전달을 해석함으로써 보다 실질적인 예측결과를 밝히는 데 있다.

이를 위해 먼저, 일반형 지배방정식을 적교좌표계에 대해 보존식 형태<sup>(2)</sup>로 나타내면

$$\frac{\partial}{\partial t}(x\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(x\rho v\phi - x\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(x\rho v\phi - x\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}) = xS(x, y) \quad (1)$$

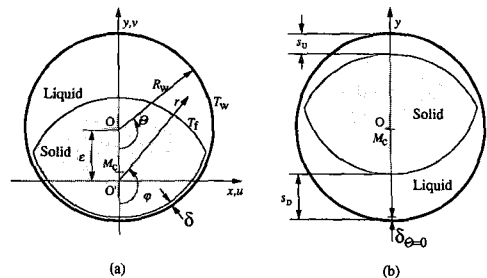


Fig. 1 Schematic representation of the physical model.

이다. 여기에서  $\phi$  는 일반적인 종속변수이며,  $\Gamma$  와  $S$  는  $\phi$  에 따라 적절히 정의된다. 다음으로 아래의 무차원수들,

$$\begin{aligned} t^+ &= \frac{\alpha_L t}{R_w^2}, \quad x^+ = \frac{x}{R_w}, \quad y^+ = \frac{y}{R_w}, \quad u^+ = \frac{u R_w}{\alpha_L}, \\ v^+ &= \frac{v R_w}{\alpha_L}, \quad p^+ = \frac{p R_w^2}{\rho_L \alpha_L^2}, \quad c^* = \frac{c_s}{c_L}, \quad k^* = \frac{k_s}{k_L}, \\ \theta_s &= \frac{c^*(T_s - T_f)}{(T_w - T_f)}, \quad \theta_L = \frac{T_L - T_f}{T_w - T_f} \\ Ste &= \frac{c_L(T_w - T_f)}{h_{sf}}, \quad Sc = \frac{c_s(T_f - T_0)}{h_{sf}}, \\ Ra &= \frac{g\beta(T_w - T_f)R_w^3}{\nu \alpha_L}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha_L} \end{aligned} \quad (2)$$

을 도입하여, 식(1)로부터 해석될 무차원 지배방정식들을 Table 1 에 정리하였다. 특히, 본 연구에서  $\delta_{\theta=0}$  값의 설정은 기존의 연구에서 힘균형식에 나타나는 Archimedes 수의 역할을 대신하는 것으로 생각할 수 있다. 따라서  $Ra$ ,  $Ste$  그리고  $Sc$  에 의해 본 연구의 모델을 특정지을 수 있다.

본 연구모델의 해석상 궁극적인 어려움은 시간에 따라 이동하는 상경계로 인해 고상과 액상영역이 변하며, 형상이 불규칙한 데 있다. 따라서, 이러한 난점을 극복하기 위해 시간의존경계 고정좌표계,

$$x = x(\xi, \eta, t), \quad y = y(\xi, \eta, t) \quad (3)$$

를 도입하여 식(1)을 변환하면

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}(\bar{J}\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\rho U\phi - \frac{\alpha_L \Gamma}{h_\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\rho V\phi - \frac{\alpha_L \Gamma}{h_\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right) \\ &= \bar{J}S(\xi, \eta) - \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{\beta_\xi \Gamma}{h_\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right) - \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{\beta_\eta \Gamma}{h_\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

으로 된다. 여기서

$$\begin{aligned} U &= \alpha_\xi u_\xi - \beta_\xi u_\eta - \dot{X}_t, \\ V &= \alpha_\eta u_\eta - \beta_\eta u_\xi - \dot{Y}_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_t &= x(y_\eta x_t - x_\eta y_t), \\ \dot{Y}_t &= x(x_\xi y_t - y_\xi x_t) \\ u_\xi &= (x_\xi u + y_\xi v)/h_\eta, \\ u_\eta &= (x_\eta u + y_\eta v)/h_\eta \end{aligned} \quad (5)$$

이며, 식(4), (5)에서 나타나는 다른 계수들은 참고문헌(22)에 자세히 정리되어 있다.

Fig. 1 에서와 같은 기하학적 형상을 효율적으로 다루기 위해 극좌표계를 보조좌표계로 다음과 같이 도입하였다.

$$x = r \sin \phi, \quad y = -r \cos \phi \quad (6)$$

여기에서

$$r = \begin{cases} r_f \xi & (0 \leq \xi < 1) \\ r_f + (\xi - 1)(r_w - r_f) & (1 \leq \xi \leq 2) \end{cases} \quad (7)$$

$$\phi = \eta \quad (0 \leq \eta \leq \pi) \quad (8)$$

이며, 이때 변환된  $(\xi, \eta)$  좌표계에서 상경계는  $\xi = 1$  로 고정이 된다.

상경계면에서 필요한 조건들은 온도의 연속성, 질량유속과 에너지유속의 보존 그리고 고상에서의 점착조건 등이다. 즉,

$$T_s = T_L = T_f \quad (9)$$

$$(\rho U)_s = (\rho U)_L \quad (10)$$

$$\left(\rho U\phi - \frac{\alpha_\xi \Gamma}{h_\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right)_s = \left(\rho U\phi - \frac{\alpha_\xi \Gamma}{h_\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right)_L \quad (11)$$

$$u = 0, \quad v = v_D \quad (12)$$

이다. 여기에서 식(11)의  $\phi$  는 각상에서의 엔탈피를 나타내고  $v_D (< 0)$  는 고상의 하강속도를 나타내며 시간의 함수이다.

속도장과 온도장에 대한 추가적인 경계조건들은

$$\text{구형벽면} : T_L = T_w, \quad u = v = 0 \quad (13)$$

$$\text{대칭축} : \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad u = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

으로 주어진다. 이러한 조건들은 차별화에 앞서 모

Table 1 Variables in the dimensionless governing equation

	$\phi^+$	$\Gamma^+$	$S^+$
Solid	$\theta_s$	$k^*/c^*$	0
Liquid	1	0	0
	$u^+$	$Pr$	$-\partial p^+/\partial x^+ - Pr \cdot u^+/x^{+2}$
	$v^+$	$Pr$	$-\partial p^+/\partial y^+ + Ra \cdot Pr \cdot \theta_L$
	$\theta_L$	1	0

두  $\theta_s$ ,  $\theta_L$ ,  $u_\epsilon$  그리고  $u_\eta$  등으로 적절히 표현되어야 하며, 여기서는 지면상 생략하였다.

2.2 해석방법

계산격자제는 고상영역과 액상영역에 대해 각각  $\xi$ 방향으로 23 개,  $\eta$ 방향으로 61 개의 격자점들로 불균일하게 구성되어 있으며, 각 격자점은 식(7)~(8)을 통해 실제영역에 일대일로 사상된다. 이때 속도 및 온도의 변화가 심한 상경계면과 용기벽면 근처에는 격자점들이 좀더 조밀하게 배치된다. 좌표의 중심은 용해가 상당히 진행된 후에도 상경계의 추적이 용이하도록 고상의 하층부에 설정되었으며, 대부분의 계산이  $\epsilon=0.5R_w$ 에서 수행되었다.

앞에서 이미 언급하였듯이  $\delta_{\theta=0}$ 는 일정하다고 가정하였으며, 본 연구에서는  $\delta_{\theta=0}=0.02R_w$ 로 하여 계산을 수행하였다. 여기에 대해서는 뒤에서 자세히 언급하기로 하겠다. , 계산은 먼저 액상영역이  $0.02R_w$ 의 두께로 형성되었다는 가정하에 그곳의 온도를 벽면온도와 용해온도 사이에 선형적으로 분포시킴으로써 시작되었다. 상경계의 위치는 식(10)와 (11)의 상경계조건들로부터 명시적으로 결정되며, 이에 대한 수치이론은 기타의 연구들<sup>(22)</sup>에서 자세히 설명되어 있다.

고상의 하강속도는 대칭축에서 액막의 두께가 일정하게 유지되도록 ( $\bar{X}_z=0, \eta=0$ ) 식(10)으로부터 결정된다. 즉,

$$v_D = -\frac{2U}{(x^2)_\eta}, \eta=0 \tag{15}$$

이다. 따라서 고상의 하강속도를 결정하기 위한 별도의 평균형식<sup>(9)</sup>이 요구되지 않는다.

상경계의 이동은 변동시간증분을 취함으로써 조절되며, 상경계에서 명시적인 수치처리를 고려하여 상경계의 이동증분을 적절히 선택한다. 계산의 전 과정에서 용기벽면을 통과하는 총에너지양과 상변화물질에 저장된 에너지의 순수변화량 사이의 에너지 균형이 0.5% 이내에서 만족됨을 확인하였다.

3. 계산결과 및 토의

본 연구에서 고려한 *n*-octadecane에 대해  $Pr=50, c^*=0.86, k^*=2.48$ 의 무차원 변수값들을 계산에 사용하였다. 본 연구에서 계산결과는 주로 고정된  $Ste=0.1$ 에서 얻었으며, 먼저  $Ra=1.49 \times 10^7$ ,

$Ste=0.20$ 에서 실험결과와  $\delta_{\theta=0}=0.015R_w, 0.02R_w, 0.025R_w$ 의 각각에 대한 계산결과를 서로 비교하였다.  $S_c=0$ 에서  $Ra=0, 10^6, 10^7$ 로 변화시키면서 자연대류의 영향을 분석하였으며,  $Ra=10^6$ 에서  $S_c=0, 0.1, 0.3$ 의 경우에 대해 과냉각 효과를 분석하였다.

본 연구의 계산결과를 제시하기 이전에 앞에서 언급한  $\delta_{\theta=0}$ 의 설정에 대해 알아보자. Fig. 2는  $Ra=1.49 \times 10^7, Ste=0.20$ 에서 실험결과<sup>(18)</sup>와  $\delta_{\theta=0}=0.015R_w, 0.02R_w, 0.025R_w$ 의 경우에 대한 수치결과 및 Roy<sup>(14)</sup> 등의 해석결과를 시간에 따른 용해율의 변화에 대해 비교하여 나타내었다. 그림에서 계산결과를 보면  $\delta_{\theta=0}$ 가 클수록 용해율이 느려짐을 알 수 있다. 예측결과를 실험결과<sup>(18)</sup>와 비교할 때,  $\delta_{\theta=0}$ 가  $0.015R_w$ 인 경우에는 전반적으로 높게 나타나고 있으며,  $0.02R_w$ 인 경우에는 용해초기

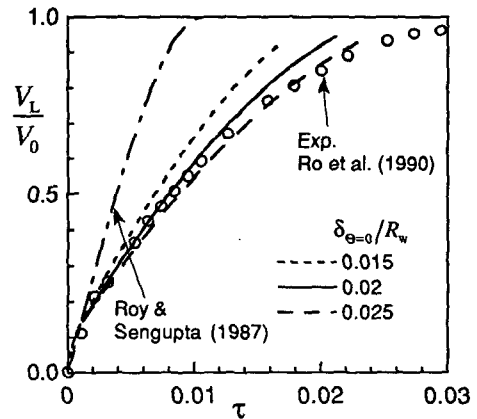


Fig. 2 The molten volume fraction as a function of dimensionless time for  $Ra=1.49 \times 10^7$  and  $Ste=0.2$ .

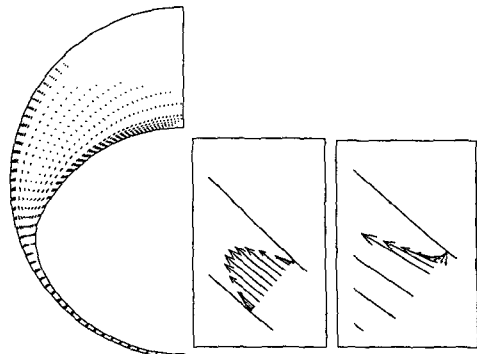


Fig. 3 Velocity distributions in the liquidfilmregion for the case of  $Ste=0.1, S_c=0$  and  $Ra=10^6$ .

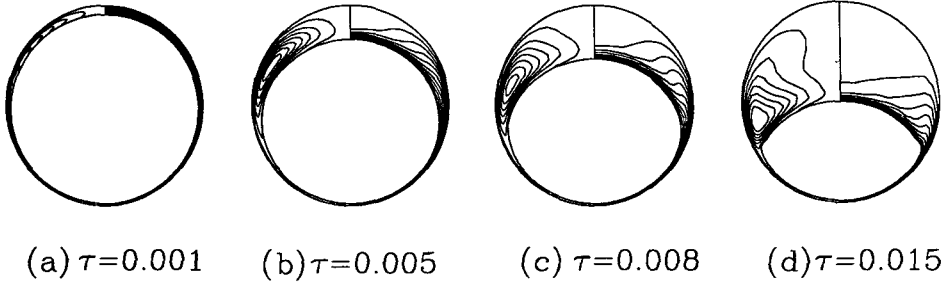


Fig. 4 Contour plots for isotherms (right) and stream lines (left) at several times for  $Ste=0.1$ ,  $Sc=0$  and  $Ra=10^6$ .

에 잘 일치하고, 용해 후반부에서는  $0.025R_w$ 인 경우가 잘 일치한다. 이는 예측결과가  $\delta_{\theta=0}/R_w=0.02\sim 0.025$ 의 범위에서 실험결과와 비교적 잘 일치함을 의미한다. Roy<sup>(14)</sup> 등이 제시한 방정식으로부터  $\delta_{\theta=0}$ 를 계산한 결과  $\delta_{\theta=0}/R_w=0.0080\sim 0.011$ 에서 형성되었으며, 따라서 그들의 해석결과가 실험결과와 비교하여 빠른 용해율을 보이는 것은 충분히 예상되는 결과이다. 본 연구에서는 기존의 연구<sup>(13)</sup>에서 제시한  $\delta_{\theta=0}=0.02/R_w$ 인 경우에 대하여 계산 결과를 제시하고자 한다.

Fig. 3는  $Ste=0.1$ ,  $Sc=0$ ,  $Ra=10^6$  경우에 용해가 충분히 이루어진  $\tau=0.01$  일때의 속도분포를 나타낸 것이다. 그림에서 화살표의 방향과 크기는 속도의 방향과 상대적 크기를 각각 나타낸다. 액상내의 유동은 침강형 용해의 대표적인 형태를 나타내고 있다. 특히, 액막영역을 확대하였을 때 재미있는 현상을 관찰하였다. 즉, 액상의 흐름이 상경계면에서 중력방향으로 하향하다가 상경계면으로부터 멀어지면서 방향을 바꾸어 상경계면과 평행하는 방향으로 상승한다. 액막내의 속도분포를 보면 최대속도의 위치가 액막의 중앙보다 벽면으로 다소 치우친 곳에서 나타나고 있다. 이러한 일련의 현상은 고상의 하강운동에서 비롯된다. 그러나, 액막내의 속도분포가 정성적으로 Poiseuille 유동과 다소 다르지만, Poiseuille 유동으로 근사될 수 있음을 보여주고 있다.

Fig. 4은  $Ra=10^6$ ,  $Ste=0.1$ ,  $Sc=0$ 의 경우에 유동장과 온도장을 몇몇시간에 대해 연속적으로 나타낸 것이다. 각각의 그림에서 왼쪽은 유선을 적절한 등간격으로 나타낸 것이며, 오른쪽은 등온선을  $0.1(T_w - T_c)$ 의 간격으로 나타낸 것이다. 고상영역은 유동장과 온도장에 둘러싸인 부분이다. 초기

단계의 용해과정이 Fig. 4(a)에 잘 나타나 있다. 여기서, 고상의 하강으로 인해 액상의 두께가 하층부 보다 상층부에서 넓게 나타나고 있다. 그러나 상층부 액상층과 하층부 액막이 뚜렷하게 구별되지 않는다. 액상층내에서는 이미 자연대류가 형성되어 있으나 강도가 너무 약해 열전달이 주로 전도에 의해 이루어지고 있다. Fig. 4(b)~(d)에서 보면 용해가 좀더 진행되면서 상층부 액상층과 액막이 완연하게 구별되며, 상층부 액상층에서 발달하고 있는 유동셀의 중심이 시간에 따라 아래로 이동하고 있다. 나중에 알 수 있겠지만, 이러한 유동셀의 거동은 국소열전달계수의 시간에 따른 변화와 연관성을 가지고 있다. 온도분포는 전체적으로 유동장과 밀접한 관계를 가지면서 형성되고 있음을 알 수 있다. 특히, 상층부 액상층에서는 부분적이지만 등온선이 수평을 이루면서 열역학적으로 성층화되어 있으며, 이는 이 지역에서 열전달이 저하됨을 의미한다. 용해과정의 마지막 단계에서는 고상이 렌즈모양으로 나타나며, 이러한 형상은 이전의 실험결과<sup>(13,16)</sup>에서 관찰된 것과 일치한다.

자연대류가 상경계면의 진행과정에 미치는 영향을 알아보기 위해  $Ste=0.1$ ,  $Sc=0$ 에서  $Ra=0, 10^6, 10^7$ 에 대한 결과를 Fig. 5~8에 제시하였다. Fig. 4

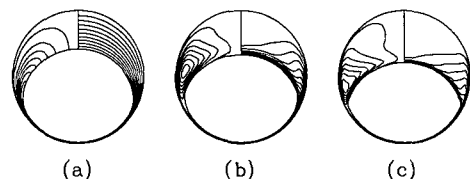


Fig. 5 Contour plots for isotherms (right) and stream lines (left) at  $\tau=0.01$  for  $Ste=0.1$ ,  $Sc=0$  in (a)  $Ra=0$  (b)  $Ra=10^6$  and (c)  $Ra=10^7$ .

에 동일시간  $\tau=0.01$  일 때의 유동장과 온도장들을 나타내었다. Fig. 5(a)는  $Ra=0$  인 경우를 나타내며, 고상의 하강으로 인해서만 대류가 발생하고 열전달이 주로 전도에 의해 이루어진다. 이러한 경우의 유동장을 보면 유선이 모두 액막내의 고상면에서 시작하여 액막을 따라 상승하다가 상층부 액상영역에서 포물선을 그리며 유동셀의 형성없이 상층부 고상면에 수직하게 종착한다. 유선이 상층부 상경계면에서 수직으로 종착하는 것은 고상이 중력에 의해 하강하기 때문이다. 반면 Fig. 5(b)는  $Ra=10^6$ 인 경우로서 몇몇유선이 상층부 상경계면에 사선으로 종착하지만 대부분의 유선이 유동셀에 흡수된다. 이는 고상의 하강으로 인해 발생하는 유동에 비해 자연대류에 의한 유동이 상대적으로 매우 크다는 것을 의미한다. 자연대류의 강도가 클수록 이러한 현상이 더욱 뚜렷하게 나타남을 Fig. 5(c)에서 확인할 수 있다.

몇몇시간에서 상경계 위치를 Fig. 6(a)에 나타내었다. 용해초기에는 각각의 경우에 대해 상경계의 진행 정도가 거의 차이 없으며, 이는 열전달이 자연대류의 영향없이 주로 전도에 의해 이루어짐을 의미한다. 시간이 지나면서  $Ra$ 수가 클수록 상층부 상경계가 더욱 빠르게 진행하고 있으며, Fig. 6(b)에서도 명확하게 확인할 수 있다. 물론,  $Ra$ 수가 클수록 상경계의 진행이 빠른 것은 자연대류가 상층부에서 보다 활발하게 이루어지면서 용해를 촉진시키기 때문이다. 이러한 사실을 증명하기 위해 Fig. 7에 시간에 따른 용해거리를 상층부( $s_u$ )와 하층부( $s_D$ )에 대해 각각 나타내었다. 그림에서 보면  $s_D$ 는  $Ra$ 수에 따라 거의 변하지 않으나,  $s_u$ 는  $Ra$ 수가 클수록 더욱 높게 나타나고 있다. 액막에서의 용해정도를 의미하는  $s_D$ 가  $Ra$ 수에 거의 무관하다는 것은 액막내의 용해가 자연대류에 거의 영향받지 않음을 의미한다. 상층부 대칭축의 상경계 진행거리는  $s_u$ 와  $s_D$ 의 합으로 나타나며, 결국 Fig. 6에서  $Ra$ 수가 증가할 수 상경계의 진행이 빠르게 나타나는 결과는 상층부에서 자연대류가 활발히 이루어지면서 용해가 보다 빠르게 진행된 데서 비롯된 것임을 확인할 수 있다.  $Ra=0$ 인 경우에도 상층부에서 용해가 일어나며, 특히  $Ra=10^7$ 인 경우에는 상층부 용해가 전체용해의 30%정도까지 이루어진다. 이러한 결과는  $Ra$ 수가 높은 경우에 상층부에서의 용해를 무시할 수 없음을 의미한다. 따라서, 기존의 대부분 연구에서 고상상층부의

용해를 무시한 채 얻은 결과는  $Ra$ 수가 낮은 경우에 국한되어야 한다.

Fig. 8은 평균열전달계수의 변화를 벽면( $\overline{Nu}_w$ )과 상경계( $\overline{Nu}_i$ )에 대해 시간에 따라 나타낸 것이다.

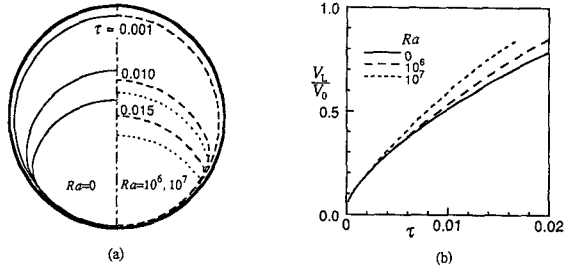


Fig. 6 The history of the melting front for  $Ra=0$  (solid lines),  $Ra=10^6$  (dashed lines) and  $Ra=10^7$  (dotted lines) and the molten volume fraction as a function of dimensionless time for  $Ste=0.1$  and  $S_c=0$ .

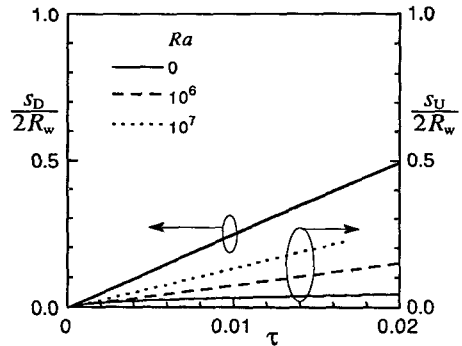


Fig. 7 The melting distances along the lower ( $s_D$ ) and upper ( $s_u$ ) lines of symmetry vs. the dimensionless time for  $Ste=0.1$ ,  $S_c=0$  and  $Ra=10^6$ .

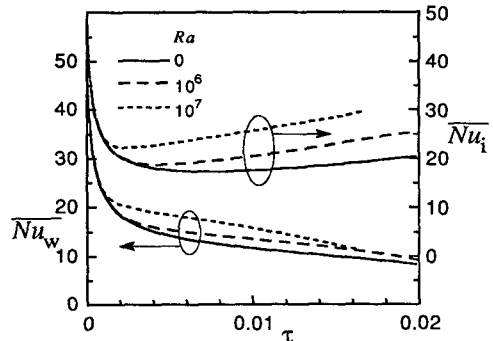


Fig. 8 Timewise variation of the overall heat transfer coefficients at the capsule wall ( $\overline{Nu}_w$ ) and the solid-liquid interface ( $\overline{Nu}_i$ ) for  $Ste=0.1$  and  $S_c=0$ .

$\overline{Nu_w}$ 와  $\overline{Nu_i}$ 를 각각 정의하면

$$\begin{aligned} \overline{Nu_w} &= \frac{1}{A} \int \frac{\partial \theta}{\partial n} dA, \\ \overline{Nu_i} &= \frac{1}{A_i(\tau)} \int \frac{\partial \theta}{\partial n} dA_i \end{aligned} \quad (16)$$

이다. 여기에서  $A$ 와  $A_i(\tau)$ 는 각각 벽면과 상경계면의 면적이며,  $n$ 는 적분경로의 수직방향 단위벡터이다. 용해 초기에는  $\overline{Nu_w}$ 와  $\overline{Nu_i}$  모두가 급격하게 감소하며, 열전달이 주로 전도에 의해 이루어진다.  $Ra$  수가 증가할수록 유동이 활발해지면서 전도해와 분리되는 시점이 빠르게 일어나고 있다. 자연대류의 영향이 나타난 이후에는  $Ra$  수가 증가할수록 자연대류의 활성화로 인해  $\overline{Nu_w}$ 와  $\overline{Nu_i}$ 가 높게 나타나고 있다. 한편, 시간이 지날수록  $\overline{Nu_w}$ 의 변화경향은 완만하게 감소하고 있으나, 반대로  $\overline{Nu_i}$ 는 점차 증가한다.

Fig. 9은  $Ste=0.1$ ,  $S_c=0$ ,  $Ra=10^6$ 의 경우에 몇몇시간에서 국소열전달계수의 각방향 분포를 벽면( $Nu_w$ )과 상경계면( $Nu_i$ )에 대해 각각 나타내었다.  $Nu_w$ 는 대칭축 액막( $\theta=0$ )에서 가장 높으며, 벽면을 따라 가면서 점차 감소하는 경향을 보이고 있다. 시간이 상당히 경과한 후에는 상층부 액상영역에서 열전달이 거의 없으며, 이는 상층부 액상의 열적 성층화에서 비롯된다. 반면,  $Nu_i$ 는  $Nu_w$ 와 비슷한 경향으로 상경계면을 따라 감소하다가 중간부위에서 최소점을 가지며, 시간에 따라 최소점이 아래로 이동하고 있다. 이러한 최소점의 이동은 앞에서 이미 언급되었듯이 액상층내의 유동셀의 이동과 밀접한 관련이 있으며, 액막과 상층부 액상영역의 접합부에서 최소점이 나타남을 Fig. 4에서 확인할 수 있다.

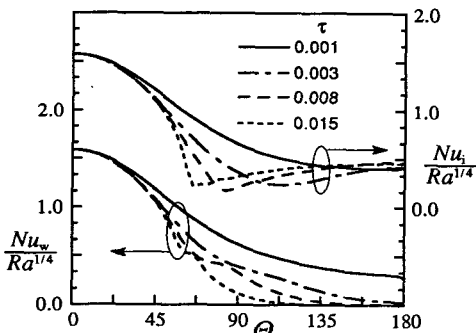


Fig. 9 Angular distribution of the local heat transfer coefficients for  $Ste=0.1$ ,  $S_c=0$  and  $Ra=10^6$ .

이제 우리는 고상의 초기 과냉각이 용해에 미치는 영향을 알아보고자 한다. 그러나 유동장 및 온도장 등의 형태가 앞에서 언급된 결과들과 정성적으로 유사하기 때문에 여기에서는 지면상 생략하기로 한다. 과냉각이 상경계의 진행에 미치는 영향을 알아보기 위해 몇몇시간에서의 상경계 위치를  $Ra=10^6$ 에서  $S_c=0, 0.1, 0.3$ 에 대해 Fig. 10에 나타내었다. 상경계면의 형태들은 앞에서 제시한 결과와 비슷하다. 그러나, 예상하였듯이 초기 과냉각이 클수록 용해초기에서도 상경계면의 진행이 느리

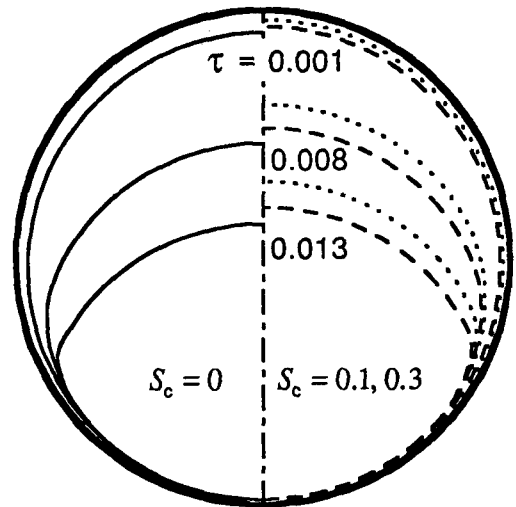


Fig. 10 The temporal positions of the interface subject to changes in the subcooling number. The cases shown are for  $Ste=0.1$  and  $Ra=10^6$ . The subcooling numbers vary  $S_c=0$  (solid lines),  $S_c=0.1$  (dashed lines) and  $S_c=0.3$  (dotted lines).

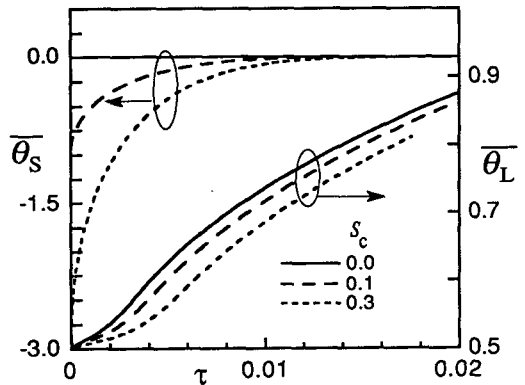


Fig. 11 Variation of dimensionless mean temperatures of the liquid and solid phases for  $Ste=0.1$  and  $Ra=10^6$ .



며, 초기 과냉각의 효과가 용해과정에 상당한 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. 이러한 상경계의 거동은 상경계면에 전달된 열의 일부가 고상의 온도를 높이는데 쓰이면서 비롯된 것이다. 이러한 사실을 확인하기 위해 시간에 따른 평균온도의 변화를 고상과 액상에 대해 Fig. 11에 나타내었다.  $\bar{\theta}_s$ 과  $\bar{\theta}_L$ 는

$$\begin{aligned}\bar{\theta}_s &= \frac{1}{\rho_s V_s} \int \rho_s \theta_s dV_s, \\ \bar{\theta}_L &= \frac{1}{\rho_L V_L} \int \rho_L \theta_L dV_L\end{aligned}\quad (17)$$

로 정의되며, 여기서  $V_s$ 와  $V_L$ 는 고상과 액상의 부피이다.  $\bar{\theta}_s$ 는 초기에 급격하게 단조 증가하다가 용해의 중반부를 지나면서 용해온도로 접근하는 경향을 보이고 있다. 이러한 경향은 고상의 초기 과냉각이 용해의 초반부에서 상당한 영향을 미치다가 중반부 이후에서는 거의 사라짐을 의미한다. 반면,  $\bar{\theta}_L$ 는 시간에 따라 지속적으로 증가하고 있으며, 증가율이 비교적 완만하다. 특히, 용해초기에는 고상으로의 열전달로 인해 증가율이 다소 낮다.

#### 4. 결 론

구형용기내에서 고상이 중력에 의해 하강하는 침강형 용해과정에 대한 수치해석을 수행하였다. 액상내의 자연대류와 고상내의 초기 과냉각을 고려하였으며, 이를 위해 액상영역을 단일영역으로 취급하여 지배방정식을 적용하였다. 기존의 연구<sup>(13)</sup>에서 보고된 사실에 근거하여 본 연구에서는 대칭축의 액막두께를 일정하다고 가정하였으며,  $\delta_{\theta=0} = 0.02R_w$  경우에 대한 계산결과들을 제시하였다. 용해율에 대해 기존의 실험결과<sup>(18)</sup>는  $\delta_{\theta=0}/R_w = 0.02 \sim 0.025$ 의 범위에서 계산결과와 비교적 잘 일치하였다. 계산결과에서 액막내의 속도분포가 비록 Poiseuille 유동으로 근사될 수는 있으나 다소 다르게 나타났다. 즉, 상경계면에서 하향유동이 있으며, 액막내 최대속도점의 위치가 액막의 중앙으로부터 용기벽면쪽으로 치우쳐 있다. 상층부 액상내에 하나의 유동셀이 형성되며, 이는 이전의 연구결과<sup>(19)</sup>와 비슷하다.  $Ra$  수가 클수록 용해의 진행이 빠르게 이루어지며, 이러한 결과는 주로 상층부 고상면의 용해가 빠르게 일어나는 데 기인함을 알았다. 특히, 액막에서의 용해는 주로 전도에 의해 이루어지며,  $Ra$  수에 거의 무관하였다. 상경계면에

서 국소열전달계수는 액막과 상층부 액상의 접합부에서 최소점을 나타내었다. 한편, 고상의 초기 과냉각이 클수록 상경계면이 느리게 진행하였다.

#### 후 기

본 연구는 한국과학재단과 터보동력기계연구센터의 지원하에 이루어졌으며, 이에 대해 관계자에게 감사드린다.

#### 참고문헌

- (1) Viskanta, R., 1983, "Phase-Change Heat Transfer," in: *Solar Heat and Storage: Latent Heat Material*, G.A. Lane et al., Eds., CRC Press, Boca Raton, FL, pp. 845~877.
- (2) Viskanta, R., 1988, "Heat Transfer During Melting and Solidification of Metals," *J. Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1205~1219.
- (3) Sparrow, E. M., Patankar, S. V. and Ramadhyani, S., 1977, "Analysis of Melting in the Presence of Natural Convection in the Melt Region," *J. Heat Transfer*, Vol. 99, pp. 520~526.
- (4) Viskanta, R., 1985, "Natural Convection in Melting and Solidification," in: *Natural convection: Fundamentals and Applications*, S. Kakac et al., Eds., Hemisphere, Washington, DC, pp. 845~877.
- (5) Yoo, H. and Ro, S. T., 1991, "Melting Process with Solid-Liquid Density Change and Natural Convection in a Rectangular Cavity," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 12, pp. 365~374.
- (6) Kim, C.J., Ro, S. T., Lee, J. S. and Kim, M. G., 1992, "Two-Dimensional Freezing of Water Filled Between Vertical Concentric Tubes Involving Density Anomaly and Volume Expansion," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 2647~2656.
- (7) Yoo, H. and Ro, S. T., 1990, "Melting Process with the Solid Bulk Motion in a Rectangular Cavity," *Heat transfer 1990*, Vol. 4, pp. 283~288.
- (8) Nicholas, D. and Bayazitoglu, Y., 1980,

- "Heat Transfer and Melting Front within a Horizontal Cylinder," *J. Solar Energy*, Vol. 102, pp. 299~232.
- (9) Bareiss, M. and Beer, H., 1984, "An Analytical Solution of the Heat Transfer Process During Melting of an Unfixed Solid Phase Change Material Inside a Horizontal Enclosure," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 739~746.
- (10) Sparrow, E. M. and Geiger, G. T., 1986, "Melting in a Horizontal Tube with the Solid either Constrained or Free to Fall under Gravity," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 29, pp. 1007~1019.
- (11) Prasad, A. and Sengupta, S., 1987, "Numerical Investigation of Melting inside a Horizontal Cylinder Including the Effects of Natural Convection," *J. Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 803~806.
- (12) Webb, B. W., Moallemi, M. K. and Viskanta, R., 1987, "Experiments on Melting of Unfixed Ice in a Horizontal Cylindrical Capsule," *J. Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 454~459.
- (13) Moore, F. E. and Bayazitoglu, Y., 1982, "Melting within a Spherical Enclosure," *J. Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 19~23.
- (14) Roy, S.K. and Sengupta, S., 1987, "The Melting Process within Spherical Enclosures," *J. Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 460~462.
- (15) Roy, S. K. and Sengupta, S., 1989, "Melting of a Free Solid in a Spherical Enclosure: Effects of Subcooling," *J. Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 32~36.
- (16) Bahrami, P. A. and Wang, T. G., 1987, "Analysis of Gravity and Conduction-Driven Melting in a Sphere," *J. Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 806~809.
- (17) Roy, S. K. and Sengupta, S., 1990, "A Generalized Model for Gravity-Assisted Melting in a Enclosures," *J. Heat Transfer*, Vol. 112, pp. 804~808.
- (18) Ro, S. T., Lee, J. S. and Suh, J. S., 1990, "Experimental Study on the Melting Process in a Spherical Enclosure," *ICHMT-22, Dubrovnik*.
- (19) Roy, S. K. and Sengupta, S., 1990, "Gravity-Assisted Melting in a Spherical Enclosure: Effects of Natural Convection," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 1135~1147.
- (20) Ghosal, S. and Sengupta, S., 1987, "Melting within a Horizontal Cylinder: Effects of Subcooling and Natural Convection," *AICHE Sympo. Seri. Pittsburgh*, pp. 163~170.
- (21) Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," *Hemisphere, Washington, DC*.
- (22) Kim, C. J., Ro, S. T. and Lee, J. S., 1993, "An Efficient Computational Technique to Solve the Moving Boundary Problems in the Axisymmetric Geometries," *Int. J. Heat Mass Transfer*, to be Published.