

〈技術論文〉

압력 용기 도움의 형상 및 두께 변화에 따른 비선형 응력해석

이영신* · 조원만** · 이방업** · 구송회**

(1992년 12월 26일 접수)

Nonlinear Stress Analysis of Pressure Vessel for Various Dome Shapes and Thicknesses

Young-Shin Lee, Won-Man Cho, Bang-Eop Lee and Song-Hoe Koo

Key Words : Pressure Vessel(압력 용기), Geometric Nonlinear Analysis(기하학적 비선형 해석), Material Nonlinear Analysis(재료 비선형 해석), Nondimensionalized Hoop Stress(무차원 원주 방향 응력), Nondimensionalized Equivalent Stress(무차원 등가 응력), Hemispherical Dome(반구형 도움), General Torispherical Dome(일반 토리구형 도움), Optimum Torispherical Dome(최적 토리구형 도움)

Abstract

Dome structures of pressure vessels subjected to internal pressure are usually analyzed by linear elastic theory assuming small deformation. Geometric and material nonlinear behaviors appear in actual dome structures because of large deformation and loads exceeding yield strength. In this paper, linear and nonlinear analyses were performed for various hemispherical and torispherical domes to check the effects of geometric and material nonlinearity on the stress and displacement by the finite element method. The effect of the geometric nonlinearity decreased the stress levels a lot for very thin general torispherical domes, which enables more realistic and effective design. The material nonlinear effects are negligible for hemispherical and optimum torispherical domes, and those are large for most of the general torispherical domes.

기호 설명

B_L : 선형 변위-변형률 변환 행렬
 B_{NL} : 비선형 변위-변형률 변환 행렬
 F : 내부응력 등가힘
 K : 강성 행렬
 P : 압력
 R : 외부힘 벡터
 r : 반경
 t : 압력용기의 두께
 U : 변위 벡터

E_T : 접선 계수
 V : 부피
 N -Hoop : 무차원 원주방향 응력
 N -Eq : 무차원 최대 등가 응력
 W : 외력에 의한 가상일
 τ_{ij} : Cauchy 응력 텐서
 e_{ij} : 변형률 텐서
 δ : 미소 변화
 S_{ij} : 2차 Piola-Kirchhoff 응력 텐서
 ϵ_{ij} : Green-Lagrangian 변형률 텐서
 β : BFGS 반복법에서 가속 스칼라 요소
 ϵ_E : 에너지 에러 한계

*정회원, 충남대학교 기계설계공학과

**정회원, 국방과학연구소

k : 재료 매개 변수

상첨자

$t+\Delta t$: 순간 시각 $t+\Delta t$

o : 초기 시각

t : 순간 시각 $t+\Delta t$

하첨자

L : 선형

NL : 비선형

i, j : 좌표 성분

c : 구형부

k : 곡률 천이부

T : 접선

1. 서 론

압력 용기는 원자로, 로켓 연소관, 저장용기, 항공기의 부품 등에 널리 사용되고 있다. 특히 로켓트 연소관, 항공 부품으로 사용될때는 구조물의 무게가 완성품의 성능에 중요한 요인이 되기 때문에 가능하면 얇게 설계되어야 하며, 원자로 또는 저장용기 등과 같이 일반 산업용으로 사용되는 압력 용기는 상대적으로 두껍게 설계된다. 압력 용기는 실린더(cylinder)부와 도음(dome)부로 되어 있으며, 실린더는 보통 탄성막 이론(membrane theory)을 사용하여 설계하고 도음과 실린더의 연결부는 불연속 영향으로 굽힘 이론(bending theory)을 사용하여 설계한다. 도음과 실린더가 연결된 복합 구조물의 보다 정확한 응력해석을 위해서는 유한 요소법을 사용하여 재료 및 기하학적 비선형 해석을 하여야 한다. Stanley와 Campbell⁽¹⁾은 토리구형 도음과 반타원형 도음에 대하여 선형 탄성 해석을 수행하였으며 Varga 등⁽²⁾은 여러 두께의 도음에 대하여 탄소성 해석을 수행하였다. 매우 얇은 압력용기 도음의 실험적 연구는 Jones 및 Galletly 등⁽³⁻⁶⁾에 의해서 수행되었다. 그러나 지금까지 다른 두께를 갖는 여러 형상의 도음에 대한 선형 및 기하학적 비선형, 재료비선형 해석에 관한 비교 연구가 거의 수행되지 않았다.

본 연구에서는 반구형 도음, 일반 토리구형 도음, 최적 토리구형 도음⁽⁷⁾에 대하여 비선형 유한 요소 코드인 "SOLVIA"⁽⁸⁾를 이용하여 선형, 기하

학적 비선형, 재료비선형 해석을 수행하였으며, 응력과 변위를 비교 분석하여 도음의 형태 및 두께에 적합한 해석 방법을 찾고자 하였다.

본 연구에서의 기하학적 비선형 해석은 대변형, 소변형을 탄성해석, 재료 비선형해석은 대변형, 소변형을 탄소성 해석이다.

2. 이론적 배경^(9,10)

가상 일의 원리를 사용하여 " $t+\Delta t$ " 시각에 연속체의 변분 평형 방정식을 표현하면 식(1)과 같다.

$$\int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} \tau_{ij} \delta t_{i+\Delta t} e_{ij}^{t+\Delta t} dV = {}^{t+\Delta t}W \quad (1)$$

만약 연속체의 상태가 대변형, 소변형률인 경우에 식(1)은 비선형 방정식이 되며 비선형항을 증분 형태로 선형화하여 근사해를 얻을 수 있다. 근사해를 얻는 기본식은 Total Lagrangian(T.L.)식과 Updated Lagrangian Jaumaun(U.L.J.)식이 있다.

2.1 증분 형태의 평형 방정식의 수식화

변분 평형 방정식을 T.L.식으로 표현하면 식(2)와 같다.

$$\int_{o}^{t+\Delta t} S_{ij} \delta t_{i+\Delta t} \epsilon_{ij}^o dV = {}^{t+\Delta t}W \quad (2)$$

T.L.식은 모든 변수가 연속체의 초기상태에서 표현되며 기하학적 비선형 해석에 적용 된다.

변분 평형 방정식을 U.L.J.식으로 표현하면 식(3)과 같다.

$$\int_{t}^{t+\Delta t} S_{ij} \delta t_{i+\Delta t} \epsilon_{ij}^t dV = {}^{t+\Delta t}W \quad (3)$$

U.L.J.식은 모든 변수가 연속체의 시각 " t "에서 표현되며 재료 비선형 해석에 적용 된다.

2.2 유한 요소법의 정식화

식(2)의 T.L.식을 선형화하여 행렬 형태로 표현하면 식(4)과 된다.

$$({}^oK_L + {}^oK_{NL}) U = {}^{t+\Delta t}R - {}^oF \quad (4)$$

여기서 ${}^oK_L, {}^oK_{NL}$ 는 선형 및 비선형 강성행렬이고, U 는 절점변위 증분벡터이다.

$${}^oK_L = \int_{o} {}^oB^T C {}^oB dV$$

$${}^i K_{NL} = \int_{\sigma_v} {}^i B_{NL}^T {}^i S {}^i B_{NL} dV \quad (5)$$

$${}^i F = \int_{\sigma_v} {}^i B_L^T {}^i S dV \quad (6)$$

또한 식(3)의 U.L.J.식을 선형화하여 행렬 형태로 표현하면 식(7)이 된다.

$$({}^i K_L + {}^i K_{NL}) U = {}^{t+dt} R - {}^i F \quad (7)$$

여기서 ${}^i K_L$, ${}^i K_{NL}$, ${}^i F$ 는 식(8), 식(9)와 같다.

$${}^i K_L = \int_V {}^i B_L^T {}^i C {}^i B_L dV$$

$${}^i K_{NL} = \int_V {}^i B_{NL}^T {}^i t {}^i B_{NL} dV \quad (8)$$

$${}^i F = \int_V {}^i B_L^T {}^i t dV \quad (9)$$

2.3 등방성 재료의 소성 거동

하중이 항복강도 이상으로 작용할 때 총변형률은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$de = de^e + de^p \quad (10)$$

$$de^e = C^E \cdot d\sigma \quad (11)$$

$$de^p = \lambda \frac{\delta {}^t f}{\delta {}^t \sigma_{ij}} \quad (12)$$

$$d\sigma = C^E de^e \quad (13)$$

여기서 C^E 는 탄성행렬, 식(12)은 flow rule에 의한 소성변형률 증분이다. Von Mises의 등방성 재료에 대한 항복조건은 다음과 같다.

$${}^t f = \frac{1}{2} {}^t S_{ij} {}^t S_{ij} - {}^t k \quad (14)$$

여기서

$${}^t S_{ij} = {}^t \sigma_{ij} - \frac{{}^t \sigma_{mm}}{3} \delta_{ij}; {}^t \sigma_{mm} = \sum_m {}^t \sigma_{mm}$$

$$; {}^t k = \frac{1}{3} {}^t \sigma_y^2$$

식(10), (11), (12)를 응력 변형률 관계식에 적용하면 식(15)가 된다.

$$d\sigma = C^E de - C^E \lambda \frac{\delta {}^t f}{\delta {}^t \sigma_{ij}} \quad (15)$$

식(15)에 식(14)의 Von Mises 항복조건을 대입하면 식(16)가 된다.

$$C^{EP} = C^E - \frac{C^E {}^t q (C^E {}^t q)^T}{{}^t P^T {}^t q + {}^t q^T C^E {}^t q} \quad (16)$$

여기서

$${}^t q = \frac{\delta {}^t f}{\delta {}^t \sigma} = {}^t S_{ij}, {}^t P = -\frac{\delta {}^t f}{\delta {}^t e^p} = {}^t H^t \sigma_{ij}$$

$${}^t H = \frac{2}{3} \left(\frac{E E_T}{E - E_T} \right)$$

2.4 비선형 방정식의 수치 계산

비선형 방정식을 선형화시킨 연립 방정식을 증분/반복 방법으로 해를 구할때 사용되는 수치 해석 방법에는 Newton-Raphson 반복법과 Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno(BFGS) 반복법이 사용된다.

Newton-Raphson 반복법은 Taylor series expansion식을 사용하여 전개하며 식(17)과 같다.

$${}^{t+dt} K^{(i-1)} \Delta U^{(i)} = {}^{t+dt} R - {}^{t+dt} F^{(i-1)} \quad (17)$$

$$\text{and } {}^{t+dt} U^{(i)} = {}^{t+dt} U^{(i-1)} + \Delta U^{(i)}$$

BFGS 반복법은 강성 행렬을 변형하여 Modified Newton Raphson 반복법 보다 수렴성을 좀더 향상시킨 방법이며 식(18)과 같다.

$${}^{t+dt} K^{(i-1)} \Delta U^{(i)} = {}^{t+dt} R - {}^{t+dt} F^{(i-1)} \quad (18)$$

$$\text{and } {}^{t+dt} U^{(i)} = {}^{t+dt} U^{(i-1)} + \beta^{(i)} \Delta U^{(i)}$$

2.5 수렴 조건

변위와 하중의 수렴 조건을 모두 만족하기 위하여 반복계산시 내부 에너지의 증분량을 초기 내부 에너지 증분량과 비교하는 수렴 조건을 적용하였으며 식(19)와 같다.

$$\frac{\Delta U^{(i)T} ({}^{t+dt} R - {}^{t+dt} F^{(i-1)})}{\Delta U^{(i)T} ({}^{t+dt} R - {}^t F)} \leq \epsilon \epsilon \quad (19)$$

3. 해 석

3.1 형상 및 재질

Fig. 1과 Table 1은 반구형 도움과 일반 토리구형 도움, 최적 토리구형 도움의 형상 및 재원을 보여주고 있다. 최적 토리구형 도움은 일반 토리구형의 구형(Crown)반경과 곡률천이(torus)부 반경을 조금 변화시킴으로서 곡률천이부위에 압축응력이 작도록 하여 좌굴이 발생하지 않도록 설계된 형상이다.⁽⁷⁾

해석시 사용된 형상은 내경(r)을 고정하고 두께(t)를 변화시켰으며, 도움부와 실린더부의 두께는 같게 하였다.

해석에 사용된 재료는 일반 연강이며 탄소성 해

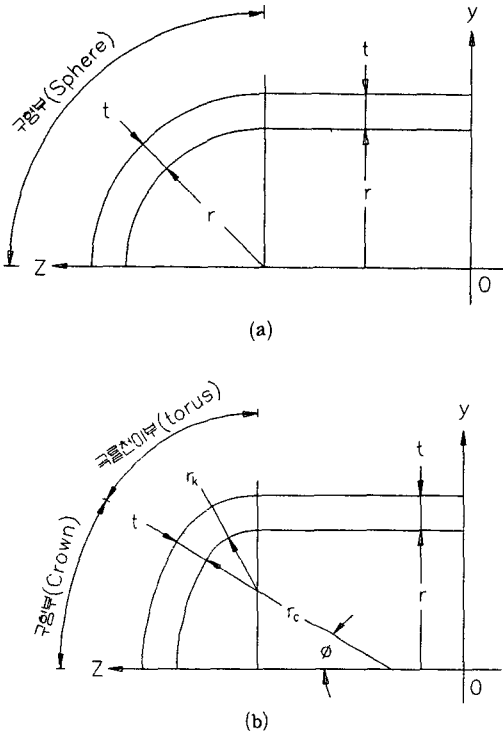


Fig. 1 (a) Configuration of hemispherical dome
(b) Configuration of torispherical dome

석시 사용되는 응력-변형률 관계는 Fig. 2와 같다. 소성역에서의 접선계수 E_T 는 실험치를 고려하여 탄성계수의 1/90로 적용하였다.

3.2 해석 방법

모델은 실린더 부위에 균일한 응력 분포를 갖게 하기 위해 도음과 실린더의 접점부에서 $5\sqrt{r \times t}$ 길이만큼 떨어진 부위까지 실린더 길이를 확장하여 모델링하였다.⁽¹¹⁾

2차원 8절점 축대칭 등계수 요소를 사용하였으며 해석의 확장도를 높이고 얇은 부위의 해 고정(locking) 현상을 방지하기 위하여 2x2 감소적분(resuced integration) 방법을 적용하였다.

Fig. 3은 세가지 형상의 도음 및 두께에 대한 유한 요소 모델링을 보여주고 있다.

작용 하중은 균일한 내압으로 모든 모델에 대하여 실린더 부에서 평균 원주 방향 응력이 같고 최대 등가응력이 항복강도와 극한강도의 중간값이 되도록 하였다.

Table 1 Dimensions of pressure vessels

Dome Form	r/t	r_c/r	r_k/r	r_k/t
Hemispherical Dome	4.00	1.0	1.0	4.00
	7.00	1.0	1.0	7.00
	9.88	1.0	1.0	9.88
	28.20	1.0	1.0	28.20
	136.80	1.0	1.0	136.80
	444.50	1.0	1.0	444.50
General Tonispherical Dome	4.00	1.57	0.43	1.71
	7.00	1.57	0.43	3.00
	9.88	1.57	0.43	4.23
	28.20	1.57	0.43	12.10
	136.80	1.57	0.43	58.62
	296.30	1.57	0.43	127.00
	444.50	1.57	0.43	190.50
Optimum Tonispherical Dome	4.00	1.25	0.74	2.50
	7.00	1.25	0.74	4.38
	9.88	1.25	0.74	6.17
	28.20	1.25	0.74	17.64
	136.80	1.25	0.74	85.48
	296.30	1.25	0.74	185.21
	444.50	1.25	0.74	277.81

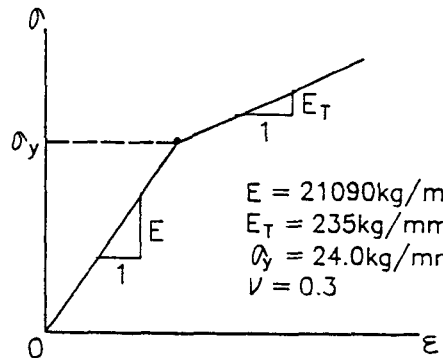


Fig. 2 Stress-strain behaviour in this elastic-plastic analysis

$$P \cdot r/t = \text{constant} \tag{20}$$

$$\sigma_{\text{yield}} < \sigma_{\text{eq. max}} < \sigma_{\text{ultimate}} \tag{21}$$

비선형 해석은 증분/반복 수치 해석인 BFGS와 Newton-Raphson 방법을 이용하였다. 대부분의 경우에 BFGS 방법을 적용하였으며 매우 얇은 경우

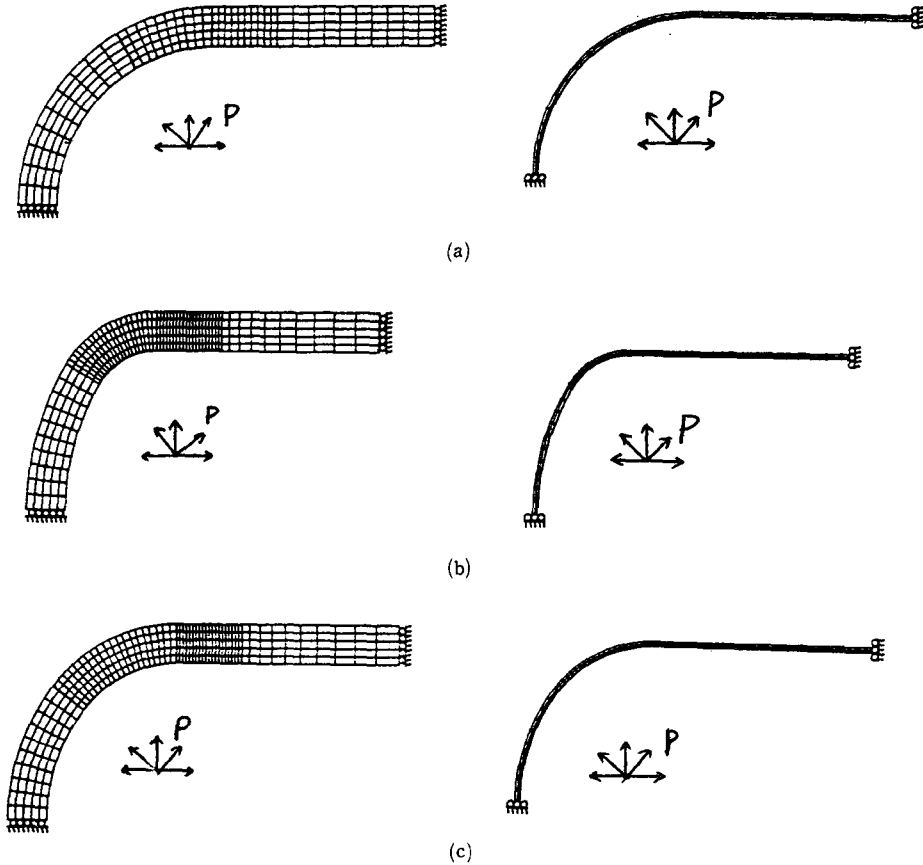


Fig. 3 (a) Finite element meshes and boundary condition for hemispherical domes
 (b) Finite element meshes and boundary condition for general torispherical domes
 (c) Finite element meshes and boundary condition for optimum torispherical domes

에 해의 수렴이 잘 되도록 하기 위하여 Newton-Raphson 방법을 적용하였다.

해석 결과는 무차원 원주 방향 응력과 무차원 최대 Von-Mises 등가 응력 및 최대 변형으로 표현하였다. 무차원 원주 방향 응력(N-Hoop)은 실린더부의 평균 원주 방향 응력에 대한 절점 원주 방향 응력으로 정의하였다.

$$N-Hoop = \frac{\sigma_{hoop}}{(P \cdot r/t)_{avg}} \quad (22)$$

무차원 등가 응력(N-Eq)은 선형 해석시의 최대 등가 응력에 대한 각 해석의 최대 등가 응력으로 정의하였다.

$$N-Eq = \frac{\sigma_{eq. \max} \text{ at each analysis method}}{\sigma_{eq. \max} \text{ at linear analysis}} \quad (23)$$

3.3 경계 조건

Fig. 3(a) (b) (c)와 같이 실린더부를 충분히 길게 확장한 후 실린더 끝단을 반경방향 변위 자유, 축방향 변위 고정 조건을 적용하였으며, 도움선단 부위는 반경방향변위 고정, 축방향 변위 자유 조건을 적용하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 반구형 도움에 미치는 재료 및 기하학적 비선형의 영향

Fig. 4는 도움 및 실린더부 내면에서의 무차원 원주 방향 응력분포를 나타내고 있다. 반구형 도움은 모든 두께에서 원주 방향으로 인장응력을 받고

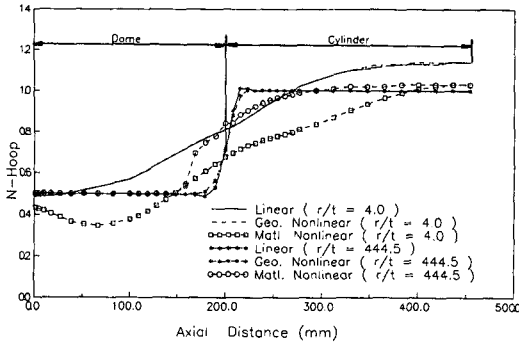


Fig. 4 Effects of geometric and material nonlinearity of hemispherical domes on hoop stress distribution

있으며 두꺼운 도음($r/t=4.0$)에서는 선형 해석과 기하학적 비선형 해석 결과 전부위에 걸쳐 응력분포가 거의 동일하였다. 매우 얇은 도음($r/t=444.5$)에서는 도음과 실린더의 접속부에서 기하학적 비선형의 영향이 발생하여 원주 방향 최대 응력의 약 1% 정도 감소하는데 그 이유는 응력에 의한 강성보강 효과로 판단된다.

재료 비선형 해석을 수행하면 원주방향 최대 응력값이 얇은 도음($r/t=444.5$)에서는 선형 해석과 거의 같고, 두꺼운 도음($r/t=4.0$)에서는 9.6% 감소하여 두꺼워질수록 재료 비선형의 영향이 커짐을 알 수 있다.

Fig. 5는 두께 변화에 따른 무차원 최대 등가 응력을 보여주고 있다. 최대 등가응력도 선형 해석과 기하학적 비선형 해석시 두꺼운도음($r/t=4.0, 9.88, 28.2$)의 경우에는 차이가 거의 없으나, 매우 얇은 도음($r/t=444.5$)의 경우 3.5% 정도 감소하여 두께가 얇아짐에 따라 기하학적 비선형의 영향이 증가함을 알 수 있다. 재료 비선형 해석을 수행하면 얇은도음($r/t=28.2, 136.8, 444.5$)에서는 선형 해석과 차이가 없으나 두꺼운 도음($r/t=4.0$)의 경우에는 3.4% 정도 감소하여 두께가 증가함에 따라 재료 비선형의 영향이 증가함을 알 수 있다.

원주 방향 응력과 최대 등가 응력 측면에서 볼때 반구형 도음에서는 두께의 변화에 따른 기하학적 비선형의 영향은 무시할 수 있으며, 재료 비선형의 영향은 두꺼운 도음의 경우에 선형 해석과 재료 비선형 해석시 비록 원주방향 최대응력값이 크지만 최대 등가 응력에 차이가 크지 않으므로 반구형 도

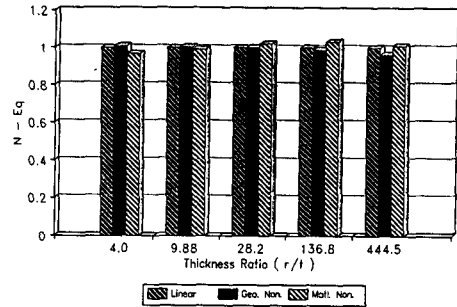


Fig. 5 Effects of geometric and material nonlinearity of hemispherical domes on maximum equivalent stresses

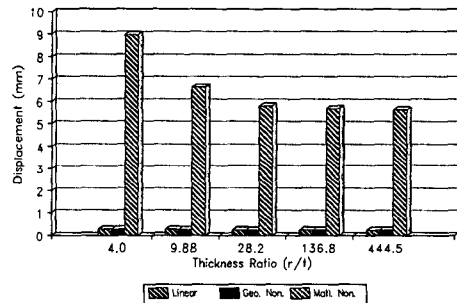


Fig. 6 Effects of geometric and material nonlinearity of hemispherical domes on maximum displacements at the cylinder part

음의 두께 변화에 따른 재료 비선형의 영향도 기하학적 비선형과 같이 무시할 수 있다.

Fig. 6은 반구형 도음의 실린더부 최대 변형을 보여주고 있다. 실린더부 변형은 기하학적 비선형의 영향으로 선형 해석치보다 두께에 따라 2.0~4.8%정도 작은 경향을 보이고 있으나 재료 비선형의 영향을 고려하면 20~30배 증가한 값을 보여 설계시 변형이 중요한 경우 재료 비선형을 고려한 해석이 필수적임을 알 수 있다.

4.2 일반 토리구형 도음에 미치는 재료 및 기하학적 비선형의 영향

Fig. 7에서 알 수 있듯이 매우 두꺼운 도음($r/t=4.0$)에 대한 선형 및 기하학적 비선형 해석을 수행하면 전부위에 걸쳐 원주 방향으로 인장응력이 발생하며 응력분포가 거의 동일하였다. 그러나 매우 얇은 도음($r/t=444.5$)의 경우에는 선형 해석시 매우 큰 압축응력이 곡률천이(Torus)부위에 발

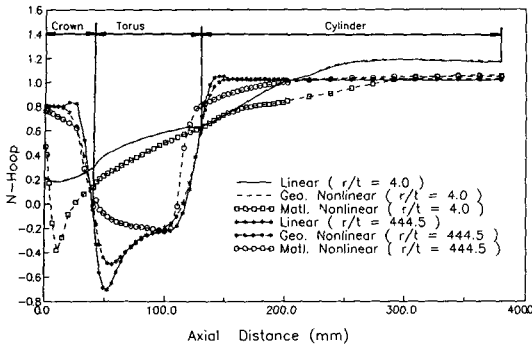


Fig. 7 Effects of geometric and material nonlinearity of general torispherical domes on hoop stress distribution

생하여 이 압축응력이 도움에 좌굴을 발생 시킬 가능성이 있으며 이는 Stanley⁽⁵⁾의 광탄성 시험결과와 거의 동일한 결과를 보여 주고 있다. 기하학적 비선형 해석을 수행하면 곡률 천이부위에서의 최대 압축응력이 약 30.3%정도 감소하여 기하학적 비선형 해석을 통하여 좀더 최적화된 설계가 가능하며 더욱 정확한 해석이 된다.

매우 두꺼운 도움($r/t=4.0$)의 재료 비선형 해석시 실린더부위에서 원주 방향 최대 인장응력이 선형 해석에 비하여 10.9%정도 감소하며 구형(Crown)부에 최대 인장응력의 35.6%에 달하는 압축응력이 발생한다. 매우 얇은 도움($r/t=444.5$)에서는 선형 해석과 재료 비선형 해석시의 원주 방향 최대 인장응력은 같고 선형해석이나 기하학적 비선형 해석시 곡률천이부에 큰 압축응력이 발생하지만 재료 비선형 해석을 하면 기하학적 비선형 해석과 비교할때 54.6%정도 압축응력이 감소하므로 좌굴 해석시는 반드시 재료 비선형 해석을 해야함을 알 수 있다.

Fig. 8에서 알 수 있듯이 두꺼운 도움의 경우에 ($r/t=4.0, 7.0, 9.88$) 기하학적 비선형 해석을 수행하면 최대 등가 응력이 선형 해석치와 거의 같은 값을 보이며 두께가 얇아 질수록 기하학적 비선형의 영향이 크게 작용하여 매우 얇은 도움($r/t=444.5$)의 경우 27.3%정도 감소하는데 이는 응력에 의한 강성보강 효과로 판단된다.

재료 비선형의 영향으로 최대 등가응력은 모든 두께에서 선형 해석치보다 16.2%~43.1%정도 작게 나타난다. 항복점을 넘는 하중이 작용할때 일반 토리구형 도움의 해석시에는 두께에 관계없이 재료

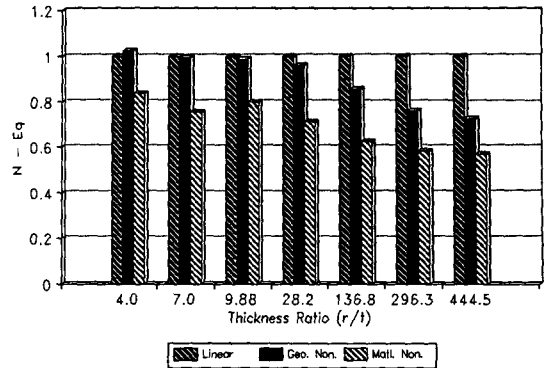


Fig. 8 Effects of geometric and material nonlinearity of general torispherical domes on maximum equivalent stresses

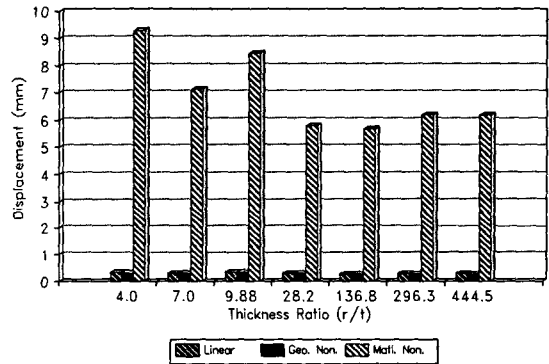


Fig. 9 Effects of geometric and material nonlinearity of general torispherical domes on maximum displacements at the cylinder part

비선형을 수행해야 보다 실질적이며 효율적인 설계가 가능하다.

Fig. 9를 살펴보면 기하학적 비선형이나 재료 비선형에 의한 실린더부의 최대변형은 반구형 도움의 최대변형과 같은 경향을 보이고 있다.

4.3 최적 토리구형 도움에 미치는 재료 및 기하학적 비선형의 영향

Fig. 10에서 알 수 있듯이 최적 토리구형 도움의 원주 방향 응력분포의 형태는 일반 토리구형 도움과 유사하지만 일반 토리구형 도움에서의 곡률천이부 압축응력이 최적 토리구형 도움에서는 낮은 인장응력으로 발생하여 좌굴현상을 방지할 수 있는 최적화된 형상임을 알 수 있다. 모든 두께의 도움에서 기하학적 비선형의 영향은 무시할 수 있으며

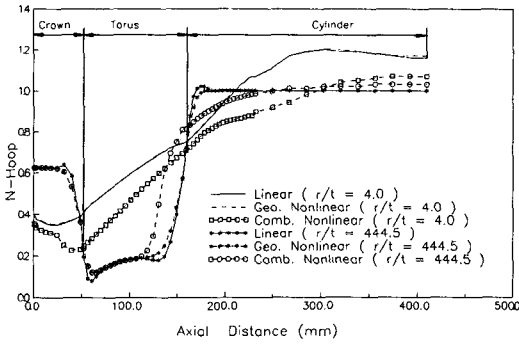


Fig. 10 Effects of geometric and material nonlinearity of optimum torispherical domes on hoop stress distribution

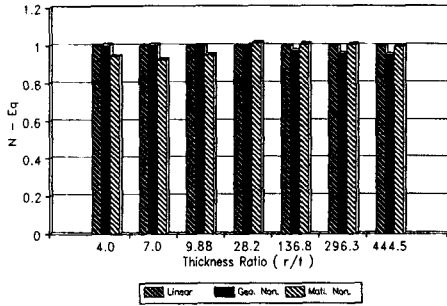


Fig. 11 Effects of geometric and material nonlinearity of optimum torispherical domes on maximum equivalent stresses

이런 경향은 반구형 도움과 같으나 일반 토리구형과는 상이한 현상이다.

재료 비선형 해석을 수행하면 원주 방향 최대 응력값이 기하학적 비선형 해석시보다 작아지는데 두꺼운 도움($r/t=4.0$)에서는 10.8% 감소하였고 매우 얇은 도움($r/t=444.5$)에서는 거의 같았다.

Fig. 11에서 알 수 있듯이 최대 등가응력이 선형 해석과 기하학적 비선형 해석시 상대적으로 두꺼운 도움($r/t=4.0, 7.0, 9.8, 28.2$)의 경우에는 차이가 거의 없으며, 매우 얇은 도움($r/t=444.5$)의 경우에는 5% 이하의 기하학적 비선형의 영향이 나타났다. 재료 비선형 해석을 할 경우 두께가 두꺼워지면 재료 비선형의 영향이 커지는데 두꺼운 도움($r/t=4.0$)의 경우 최대 등가 응력값이 7.6% 정도 감소하며, 두께가 얇아짐에 따라 그 차이는 점점 작아진다.

Fig. 12를 살펴보면 기하학적 비선형이나 재료

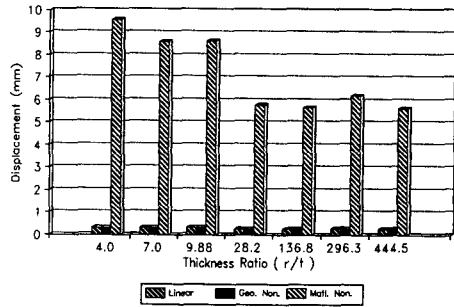


Fig. 12 Effects of geometric and material nonlinearity of optimum torispherical domes on maximum displacements at the cylinder part

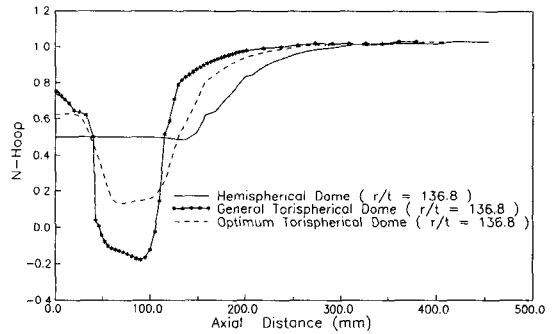


Fig. 13 Effects of dome shapes on hoop stress distributions

비선형에 의한 실린더부의 최대 변형은 반구형 도움의 최대 변형과 같은 경향을 보이고 있다.

4.4 원주 방향 응력 분포에 대한 도움 형태의 영향

Fig. 13은 같은 두께($r/t=136.8$)를 갖는 세가지 형상의 도움(반구형, 일반 토리구형, 최적 토리구형)에 대하여 재료 비선형 해석을 수행한 결과 원주 방향 인장 응력분포를 나타낸 것이다. 최대 원주 방향 응력은 실린더부에서 발생하며 그 값은 거의 같다. 일반 토리구형 도움에서는 곡률천이부에서 큰 압축응력이 발생하여 좌굴현상이 발생할 수 있으나 구형부반경과 곡률천이부반경을 조금 변화시킨 최적 토리구형 도움에서는 작은 인장응력이 발생하여 좌굴에 대해 안전하다.

반구형 도움은 응력 수준으로 볼때 세가지 형상 중에서 가장 안정된 현상이며, 특히 최적 토리구형 도움은 일반 토리구형 도움보다 안정된 응력 분포

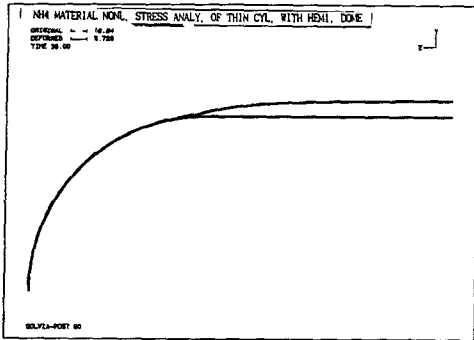


Fig. 14 Deformation of hemispherical dome ($r/t=136.8$)

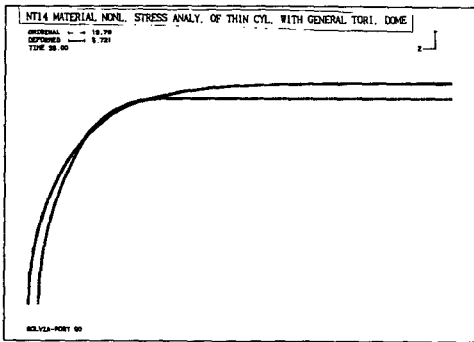


Fig. 15 Deformation of general torispherical dome ($r/t=136.8$)

를 보여주고 있다.

제작을 용이하게 하고 주어진 길이 내에서의 내용적(Internal volume)을 크게 하기 위하여 토리구형 도음이 많이 사용되는데 토리구형 도음을 사용할 경우에는 최적 토리구형 도음이 추천되며 기하학적 비선형 및 재료 비선형을 수행하여 압축응력이 발생하는지 또는 이로 인하여 좌굴현상이 발생하는지를 판단하여 선택하여야 한다.

4.5 변형에 대한 도음형태의 영향

Fig. 14, 15, 16은 두께비 $r/t=136.8$ 인 세가지 형태의 도음에 대한 재료비선형 해석의 변형을 보여주고 있다.

Fig. 17에서 보면 반구형 도음은 실린더부에서 최대 변형이 발생하며 도음부는 거의 변형하지 않는다. 이런 경향은 모든 두께에서 같이 나타나고 있다.

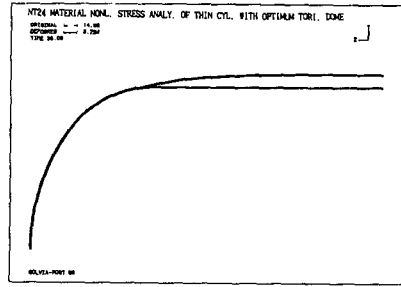


Fig. 16 Deformation of optimum torispherical dome ($r/t=136.8$)

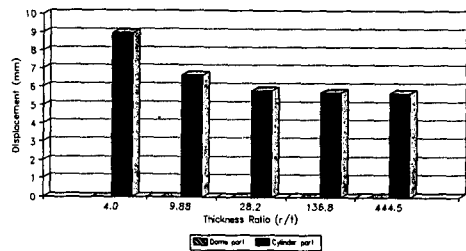


Fig. 17 Deformation in dome and cylinder parts of hemispherical dome

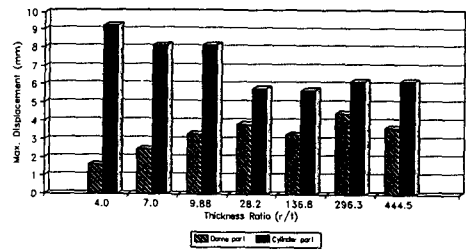


Fig. 18 Deformation in dome and cylinder parts of general torispherical dome

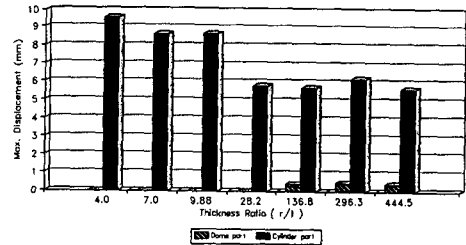


Fig. 19 Deformation in dome and cylinder parts of optimum torispherical dome

Fig. 18에서 보면 일반 토리구형 도음은 반구형 도음과는 달리 도음부에 상당한 변형이 발생하는데 두꺼운 도음($r/t=4.0$)에서는 도음부의 변형량이

실린더부 변형량의 약 17%정도이며 매우 얇은 도움($r/t=444.5$)에서는 약 58.7%정도로 두께가 얇아지면 도움부의 변형이 커짐을 알 수 있다.

Fig. 19에서 보면 최적 토리구형 도움은 반구형 도움과 일반 토리구형 도움의 중간경향을 보이는데 두꺼운 도움($r/t=4.0$)의 경우에는 도움부의 변형

량이 거의 없으며 매우 얇은 도움($r/t=444.5$)에서는 약 7.1%정도로 그값이 작다.

로켓 연소관에 토리구형 도움을 사용할 경우에는 도움부에 상당한 변형이 예상되므로 점화기부 설계시 변형을 고려한 설계가 수행되어야 함을 알 수 있다.

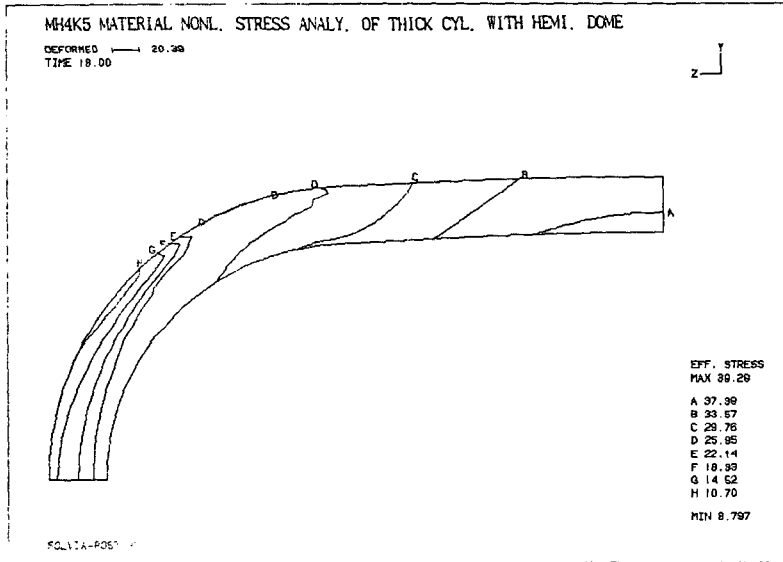


Fig. 20 Effective stress contour of hemispherical dome($r/t=4.0$)

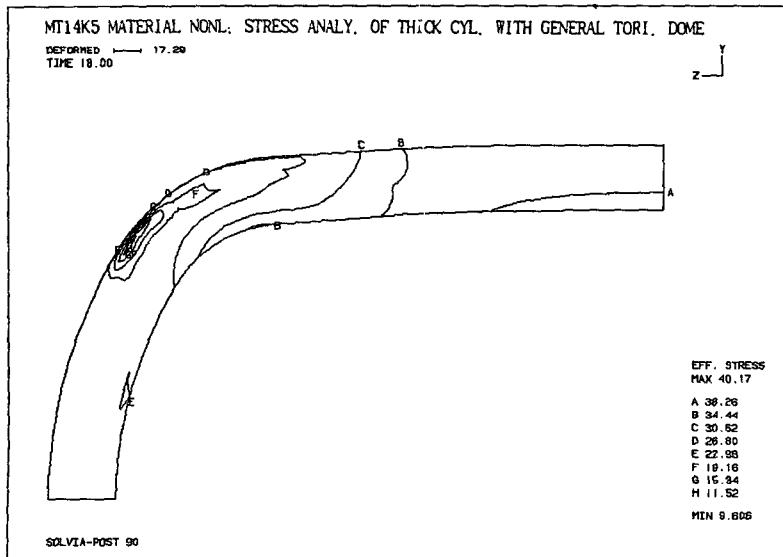


Fig. 21 Effective stress contour on general torispherical dome($r/t=4.0$)

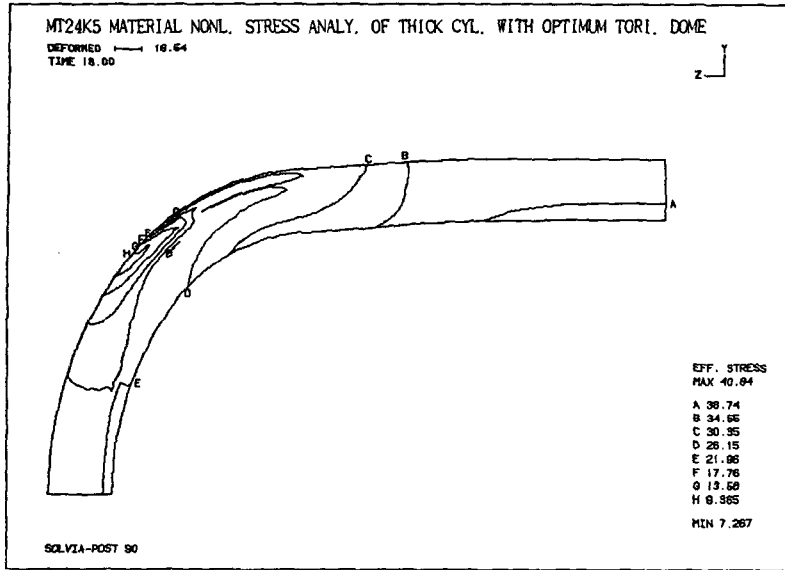


Fig. 22 Effective stress contour of optimum torispherical dome ($r/t=4.0$)

4.6 등가응력 분포에 대한 도움형태의 영향

Fig. 20, 21, 22는 여러 해석모델중 응력분포를 가시적으로 잘 보여주는 두께비 $r/t=4.0$ 인 세가지 형태의 도움에 대한 재료비선형 해석 결과를 보여주고 있다. 위의 세가지 형태의 도움 실린더부 내면에는 거의 유사한 응력 분포를 보여주고 있으나, 곡률천이부 내면에서의 최대 등가응력값은 반구형 도움의 경우 27 kg/mm^2 정도의 응력수준을 보이지만 일반토리구형 도움은 34 kg/mm^2 로 응력수준이 높아졌고, 최적토리구형 도움에서는 30 kg/mm^2 로 중간값을 보여주고 있다. 외면의 경우 반구형 도움에서는 점진적인 응력변화를 보이나 일반 토리구형 도움은 곡률천이부에서 심한 응력집중을 보이고 있고, 최적 토리구형 도움은 일반 토리구형 도움에 비해서 응력 집중현상이 감소하고 있다. 이상의 결과로써 세가지 도움 형상중에서 제작성과 내용적을 고려한 토리구형 도움을 설계할 경우에는 최적 토리구형 도움이 유리함을 알 수 있다.

5. 결 론

여러 두께의 반구형 도움, 일반 토리구형 도움, 최적 토리구형 도움에 대한 선형 및 기하학적 비선형, 재료 비선형 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 두께가 얇아질수록 기하학적 비선형의 영향이 커지는데 그 영향은 반구형 도움과 최적 토리구형 도움에서는 무시할 만하나 일반 토리구형 도움에서는 무시할 수 없을 만큼 크다.

(2) 기하학적 비선형 해석을 수행하면 최대 등가응력이 선형 해석시 보다 작아지므로 좀 더 최적화된 설계를 할 수 있다.

(3) 반구형 도움과 최적 토리구형 도움은 두께가 두꺼워질수록 재료 비선형의 영향이 커지지만 무시할 만 하나, 일반 토리구형 도움은 모든 두께에서 재료 비선형의 효과가 크므로 반드시 재료 비선형 해석을 수행하여야 한다.

(4) 일반 토리구형 도움은 곡률천이부에서 압축응력이 발생하므로 재료 및 기하학적 비선형 해석시 좌굴해석을 수행하여야 한다.

(5) 제작성과 내용적을 고려하여 반구형 도움 대신 토리구형 도움을 사용할 경우에는 곡률천이부에 안정된 응력분포를 갖는 최적 토리구형 도움이 추천된다.

참고문헌

- (1) Stanley, P. and Campbell, T.D., 1981, Very thin Torispherical Pressure Vessel Ends Under Internal Pressure: Strains, Deformations and Buckl-

- ing behaviour, *Journal of Strain Analysis*, Vol. 16, pp. 187~203.
- (2) Varga, L., Gaga, P. and Kollar, G., 1986, Elastic-plastic State of Torispherical Heads, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 23, pp. 2103~2120.
- (3) Jones, E.O., 1962, The Effect of Internal Pressure on Thin-Shell Pressure Vessel Heads, *Journal of Engineering Industry*, pp. 1~10.
- (4) Galletly, G.D., and Radhamonhan, S.K., 1979, Elastic-plastic Buckling of Internally Pressurized thin Torispherical Shells, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 101, pp. 216~225.
- (5) Stanley, P. and Campbell, T.D., 1981, Very Thin Torispherical Pressure Vessel Ends Under Internal Pressure: Test Procedure and Typical Result, *Journal of Strain Analysis*, Vol. 16, pp. 172~186.
- (6) Hamada, M., Morita, T., Harima, T., and Morisawa, Y., 1989, On the Buckling Problem of a Pressure Vessel Torispherical Head Due to Internal Pressure, *International Journal of Pressure Vessel & Piping*, Vol. 36, pp. 327~340.
- (7) Szyskowski, W. and Glockner, P.G., 1985, Design for Buckle-free Shape in Pressure Vessels, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 107, pp. 387~393.
- (8) SOLVIA-PRE90, 1989, User's Manual for Stress Analysis (Report SE90-1), Sept.
- (9) Ishizaki, T. and Bathe, K.J., 1980, On Finite Element Large Displacement and Elastic-plastic dynamic analysis of shell structures, *Computers and Structures*, Vol. 12, pp. 309~318.
- (10) Bathe, K.J., 1982, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, chap. 6.
- (11) Dingwell, I.W., 1964, Design guides for tapered Transition Section for Pressure Vessel, *Journal of Spacecraft*, Vol. 1, pp. 115~116.
- (12) 권진희, 주상건, 홍창선, 윤성호, 조원만, 1992, "원공이 존재하는 필라멘트 와인딩 압력 용기의 응력 해석," *한국복합재료 학회지*, 제 5권 제 2호, pp. 53~65.
- (13) 도영대, 정발, 황태경, 조원만, 손영일, 1989, "F/W-압력용기의 구조해석에 대한 연구," *한국복합재료 학회지*, 제 2권 제 2호, pp. 20~27.
- (14) 권진희, 주상건, 홍창선, 윤성호, 조원만, 1992, "필라멘트 와인딩 압력 용기의 비선형 유한 요소 해석," *한국항공우주 학회지*, 제20권 제 4호, pp. 71~81.
- (15) 조원만, 이영신, 이 현, 1990, "압력 용기의 도움의 구조 해석," '90대한 기계학회 춘계 학술대회 논문집, pp. 184~188.