

〈論 文〉

로켓 추진력을 받는 외팔보의 동적 안정성에 관한 수치 및 실험적 연구

류봉조* · 杉山 吉彦**

(1993년 4월 10일 접수)

Experimental and Numerical Study on the Dynamic Stability of a Cantilevered Beam Subjected to a Rocket Thrust

B. J. Ryu and Y. Sugiyama

Key Words : Solid Rocket Motor(고체 로켓 모터), Flutter(플러터), Dynamic Stability(동적 안정성), Follower Thrust(종동 추진력), Finite Element Method(유한요소법)

Abstract

The paper deals with the flutter of a cantilevered beam subjected to a rocket thrust generated by a solid rocket motor. It is assumed that the rocket thrust is to be a constant follower thrust, and produced by the installation of a solid rocket motor to the tip end of the cantilevered beam. The rocket motor is considered to be a rigid body having finite sizes, but not a mass point as it has been assumed so far. Governing equations are derived through the extended Hamilton's principle, and finite element method is applied to obtain the theoretical prediction for critical follower thrust. The maximum follower thrust is also calculated through the change of shear deformation parameter of the beam in the numerical simulation. The theoretical prediction for flutter or stability is verified by experiment. The experimental results show that critical follower thrust in theory agrees well with the experimental value taking account of the magnitude, rotary inertia of the rocket motor and the distance from the tip end of the beam to the center of gravity of the rocket motor.

기 호 설 명

L	: 보의 전체 길이	J	: 로켓 모터의 질량 회전관성 모멘트
m	: 보의 단위 길이당 질량	L_R	: 보의 자유단에서 로켓 모터의 무게 중심까지의 거리
A	: 보의 단면적	t	: 시간
h	: 보의 두께	x	: 보의 축 방향 좌표
b	: 보의 폭	y	: 보의 횡축 방향좌표
E	: 탄성계수	F	: 로켓 모터의 평균 추진력
I	: 보 단면의 2차 모멘트	F_{max}	: 로켓 모터의 최대 추진력
M	: 로켓 모터의 평균질량	F_{min}	: 로켓 모터의 최소 추진력
		M^*	: 무차원화된 로켓 모터의 질량과 보의 질량 비

*정회원, 대전산업대학교 기계설계학과

**대판부립대학 공학부 항공우주공학과

- J^* : 무차원화된 로켓 모터의 회전관성
- L_R^* : 무차원화된 로켓 모터의 무게 중심부터 보의 자유단까지의 거리
- S : 무차원화된 보의 전단변형 매개변수
- R : 무차원화된 보의 회전관성 매개변수
- ξ : 무차원화된 보의 축 방향 좌표
- η : 무차원화된 보의 횡축방향 좌표
- λ : 무차원화된 보의 고유 진동수
- F_{cr}^* : 무차원화된 임계 추진력
- F_{cr} : 임계 추진력

1. 서 론

중동력(follower force)을 받는 구조물의 동적 안정성에 관한 연구는 기계공학, 항공우주공학, 토목공학등의 분야에서 많은 관심의 대상이 되어져 왔다. 특히, 항공우주 구조물들의 대형화나 경량화는 결과적으로 구조물들을 유연한 것으로 만들게 하는 경향이 있으므로, 구조물들의 진동 및 안정성에 관한 연구가 중요한 문제로 대두되어져 왔다. 로켓은 제트(jet)와 추진력에 의해 중동력을 받게 되는데 이러한 힘들은 비보존력으로서 구조물들의 플러터형(flutter type) 불안정의 원인이 될 수 있다.

중동력을 받는 구조물들의 안정성에 대한 이론 및 수치해석적 연구들은 지난 수십년간 많은 연구^(1~5)가 이루어져 왔으며, 이에 대한 정량적 검증방법인 실험도 병행되어져 왔다.⁽⁶⁾ 특히, 고체 로켓 모터를 사용하여 추진력을 창출시키는 실험적 연구는 위험도 동반되므로 소규모 단위의 실험실에서는 더욱이 힘들게 여겨져 왔으며, 경계조건도 한 단고정-타단자유인 외팔보에 대해서 가능할 수 있었다. 중동력을 받는 외팔보의 안정성에 대한 최초의 연구는 Beck⁽⁷⁾에 의해 연구되어졌는데, 그는 끝단에 집중질량을 갖지 않는 외팔보가 중동력을 받는 경우에 대하여, 임계 중동력의 값을 구하였다. 그 후, Pflüger⁽⁸⁾는 외팔보의 자유단에 집중질량이 존재하는 경우에 대해 보의 동적안정성을 연구하였다. Sato⁽⁹⁾는 보의 회전관성과 전단변형을 고려하여 자유단이 탄성지지된 외팔보의 동적 안정성을 스프링 상수의 변화에 따라 연구하였으며, Chen과 Ku⁽¹⁰⁾는 집중질량을 갖고 중동력을 받는 외팔보의 최대 추진력을 유한요소법을 사용하여 구

하는데 있어서, 정확도를 나타내는 고유치 감도(eigenvalue sensitivity)에 대해 연구하였다.

위의 연구들에서 적용된 말단질량(end mass)은 단순한 질점으로서 간주되었으며, 질량의 크기나 회전관성만이 고려된 경우의 수치해석적 연구들이다. 최근 Sugiyama⁽¹¹⁾ 등에 의해 로켓 모터를 유한한 크기의 강체로 간주한 연구가 이루어져 왔고, 류봉조와 Sugiyama⁽¹²⁾는 두개의 집중질량을 갖는 보의 동적 안정성을 보의 회전관성과 전단변형의 효과를 고려하여 연구하였다. 국내에서도 박영필 등이 로켓 모터를 사용한 외팔보의 동적 안정성 실험을 행하였으나, 아직 발표되지 않고 있다.

본 연구는 로켓 모터를 크기뿐만 아니라 회전관성과 보의 자유단으로부터 모터의 무게중심까지의 거리를 고려하여, 로켓 모터에 의해 추진 받는 외팔보의 임계 추진력 값을 수치 시뮬레이션을 통해 예측하고, 보의 전단변형을 고려한 경우에 대해서도 동적 안정성을 해석하며, 정량적 실험을 통하여 예측된 수치 값에서 안정과 불안정 현상이 일어나는지를 검증하는데 있다.

2. 이론해석

2.1 수학적 모델 및 지배 방정식

로켓 모터를 강체로 간주하여, 이에 의해 접선 방향의 추진력을 받는 외팔보 모델에 대한 그림은 Fig. 1에 나타난 바와 같다. 로켓 추진력의 크기는 일정하다고 가정하였으며, 로켓 모터의 질량도 시간에 따라 일정하다고 간주하였다. Fig. 1에서, L 은 보의 길이를 나타내며, M 은 모터의 질량, J 는 모터의 회전관성, F 는 일정 크기의 추진력, L_R 은 보의 자유단과 로켓 모터의 무게중심까지의 거리를 나타낸다. 또한, EI 와 m 은 각각 보의 굽힘 강성

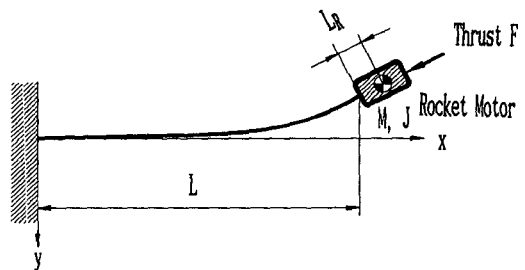


Fig. 1 Mathematical model of a cantilevered beam subjected to a rocket thrust

계수와 보의 단위 길이당 질량을 보여준다. x 축은 보의 중심 축이며, y 는 보의 횡축방향 변위를 나타낸다.

Fig. 1의 보 모델에 대해 확장된 Hamilton의 원리를 적용하면 다음과 같다.

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(T - V + W_c)] dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{NC} dt = 0 \quad (1)$$

여기서, T 는 계의 운동 에너지, V 는 포텐셜 에너지, W_c 와 δW_{NC} 는 각각 중동력에 의한 보존일과 비보존 가상일의 성분을 나타내며, 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L (m \cdot \dot{y}_i^2 + \rho I \dot{\phi}_i^2) dx + \frac{1}{2} M (\dot{y}_i^2 + 2L_R \cdot \dot{y}_i \cdot \dot{y}_x + L_R^2 \cdot \dot{y}_{ix}^2)|_{x=L} + \frac{1}{2} J \cdot \dot{y}_{ix}^2|_{x=L} \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L \{EI \phi_x^2 + KAG \cdot (y_x - \phi)^2\} dx \quad (3)$$

$$W_c = \frac{1}{2} \int_0^L F \cdot y_x^2 dx \quad (4)$$

$$\delta W_{NC} = -F \cdot y_x|_{x=L} \cdot \delta y|_{x=L} \quad (5)$$

식(2)~(5)에서 ρ 는 보의 밀도를 나타내고, K 는 보의 단면형상에 따른 전단계수, G 는 전단 탄성계수, ϕ 는 순수 굽힘에 의한 경사각을 나타낸다. 또한 하첨자 t 와 x 는 각각 시간과 위치에 대한 미분을 표시한다.

2.2 유한요소법의 적용

식(2)~(5)를 식(1)에 대입하여 변분을 정리한 후, 보를 다음과 같은 N 개의 유한요소로 분할한다. 분할한 그림은 Fig. 2와 같다.

Fig. 2에서 N 은 로켓 모터가 위치한 요소를 나타내며, i 는 보의 i 번째 요소, l 은 보 요소의 길이, L 은 보의 길이, x' , x_m' 은 각각 보의 임의의 위치와 로켓 모터의 위치에 대한 국부좌표이며, 다음과 같이 나타내진다.

$$x' = x - (i-1)l, \quad x_m' = L - (N-1)l \quad (6)$$

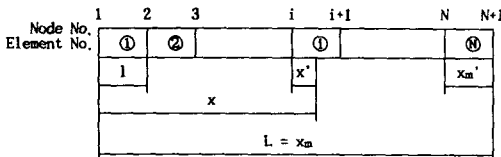


Fig. 2 Finite element model of the beam

계산상의 편리를 위해 다음과 같은 무차원화된 좌표들을 이용한다.

$$\xi = \frac{x'}{l}, \quad \xi_m = \frac{x_m'}{l}, \quad \eta = \frac{y}{l} \quad (7)$$

식(6)~(7)을 식(1)에 대입하고 정리하면 식(8)과 같다.

$$\sum_{i=1}^N \int_0^1 \{m l^3 \eta_{ii}^{(i)} \delta \eta^{(i)} + \rho I l \phi_{ii}^{(i)} \delta \phi^{(i)} + \frac{EI}{l} \phi_{\xi}^{(i)} \delta \phi_{\xi}^{(i)} + KAG l (\eta_{\xi}^{(i)} - \phi^{(i)}) \delta (\eta_{\xi}^{(i)} - \phi^{(i)}) - F l \eta_{\xi}^{(i)} \delta \eta_{\xi}^{(i)}\} d\xi + M l^2 \eta_{uu}(1, t)^{(N)} \delta \eta(1, t)^{(N)} + J \phi_{uu}(1, t)^{(N)} \delta \phi(1, t)^{(N)} + M L_R^2 \phi_{uu}(1, t)^{(N)} \delta \phi(1, t)^{(N)} + M L_R l \phi_{uu}(1, t)^{(N)} \delta \eta(1, t)^{(N)} + M L_R l \eta_{uu}(1, t)^{(N)} \delta \phi(1, t)^{(N)} + F l \eta_{\xi}(1, t)^{(N)} \delta \eta(1, t)^{(N)} = 0 \quad (8)$$

식(8)의 해를 식(9)와 같이 가정하고 식(10)과 같은 무차원화된 변수들

$$\eta(\xi, t) = \eta(\xi) \cdot e^{i\omega t}, \quad \phi(\xi, t) = \phi(\xi) \cdot e^{i\omega t} \quad (9)$$

$$\Omega^2 = \frac{m L^4 \omega^2}{EI}, \quad R = \frac{I}{A L^2}, \quad S = \frac{KAG L^2}{EI}, \quad F^* = \frac{F L^2}{EI}, \quad M^* = \frac{M}{m L}, \quad J^* = \frac{J}{m L^3}, \quad L_R^* = \frac{L_R}{L} \quad (10)$$

을 도입하면 식(8)은 다음과 같이 된다.

$$\sum_{i=1}^N \int_0^1 \left\{ -\frac{\Omega^2}{N^2} \eta^{(i)} \delta \eta^{(i)} - \frac{\Omega^2}{N^2} R \phi^{(i)} \delta \phi^{(i)} + \phi_{\xi}^{(i)} \delta \phi_{\xi}^{(i)} + \frac{S}{N^2} (\eta_{\xi}^{(i)} - \phi^{(i)}) \delta (\eta_{\xi}^{(i)} - \phi^{(i)}) - \frac{F^*}{N^2} \eta_{\xi}^{(i)} \delta \eta_{\xi}^{(i)} \right\} d\xi - \frac{M^* \Omega^2 L_R^*}{N} \phi(1)^{(N)} \delta \eta(1)^{(N)} - \frac{M^* \Omega^2 L_R^{*2}}{N} \phi(1)^{(N)} \delta \phi(1)^{(N)} - \frac{M^* \Omega^2 L_R^*}{N^2} \eta(1)^{(N)} \delta \eta(1)^{(N)} - \frac{J^* \Omega^2}{N} \phi(1)^{(N)} \delta \phi(1)^{(N)} + \frac{F^*}{N^2} \eta_{\xi}(1)^{(N)} \delta \eta(1)^{(N)} = 0 \quad (11)$$

여기서, R 과 S 는 각각 보의 회전관성과 전단변형 매개변수이고, F^* 는 임계 추진력, M^* 는 로켓 모터와 보와의 질량비, J^* 모터의 회전관성, L_R^* 는 보의 자유단과 로켓 모터의 무게중심간의 거리, Ω 는 무차원화된 보의 고유진동수를 나타낸다.

식(11)에서 field 변수 η 와 θ 는 completeness와 적합성을 만족시키는 다음과 같은 근사해의 행렬 형태

$$\eta(\xi)^{(i)} = \underline{a}^T(\xi) \cdot \underline{H}^{(i)} \phi(\xi)^{(i)} = \underline{a}^T(\xi) \cdot \underline{\Phi}^{(i)} \quad (12)$$

로 표시되며, 식(12)를 식(11)에 대입하고 $\{ \underline{H}^T \underline{\Phi}^T \} = \underline{U}^T$ 라 놓으면 최종적으로 다음과 같은 고유치 문제의 행렬식이 된다.

$$\{ -\Omega^2 [M] + [K] \} \underline{U} = \{ 0 \} \quad (13)$$

여기서, 행렬 $[M]$ 과 $[K]$ 는 각각 질량행렬 및 강성행렬이며, 이 행렬식의 고유치의 변화에 따라 안정성을 판별한다.

3. 수치결과 해석 및 예측

본 연구의 수치해를 구하기 위해 보 요소를 20개의 유한 요소로 나누었으며 실험적 검증을 위한 데이터로 이용하기 위하여 로켓 모터의 질량은 시간의 변화에 따라 일정한 것으로 간주하여, 평균 값 $M=4.05$ (kg)으로 고정시켰다. Fig. 3은 로켓 모터의 질량 M , 회전관성 J 그리고 보의 자유단으로부터 로켓 모터의 무게 중심까지의 거리 L_R 를 고려한 Euler-Bernoulli보에 대해, 보의 두께 h , 길이 L 의 변화에 따른 임계 추진력의 값을 나타낸다. 보의 두께가 증가하거나 보의 길이가 감소함에 따라 임계 추진력의 값은 증가됨을 알 수 있다. Fig. 3의 결과를 토대로 실험을 위한 보의 길이 L 과 두께 h 를 $L=1.1$ (m) — 1.2 (m), $h=7.0$ (mm)로 결정하였다. 이는 실제 로켓 모터의 연소시점으로부터 얻은 추진력의 최대 및 최소 값이 각각 $F_{max}=66.17$ (kgf), $F_{min}=57.93$ (kgf) 이기 때문에 이 값의 범위내에 포함되는 보의 두께와 길이를 결정하였다. 물론, 보의 두께가 $h=6.0$ (mm)과 $h=6.5$ (mm)의 경우도 이 범위에는 포함되지만 로켓 모터의 길이 0.3m에 비해 보의 길이가 너무 짧음으로 인해서 플러터 현상을 감지하기 어렵다고 간주하여, $h=7.0$ (mm)로 선택하였다.

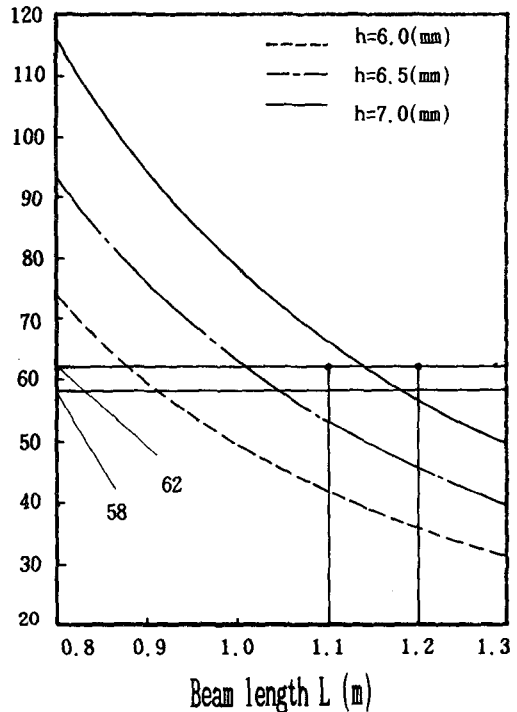


Fig. 3 Critical thrust depended on the length and thickness of the beam

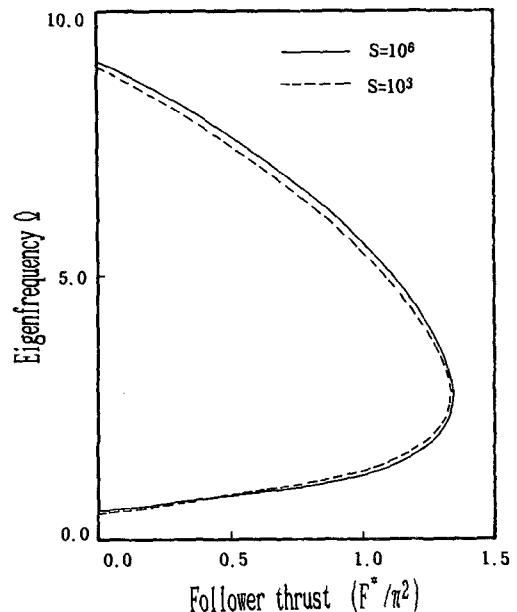


Fig. 4 Change of the eigenfrequencies of the beam depended on the shear deformation parameter of the beam

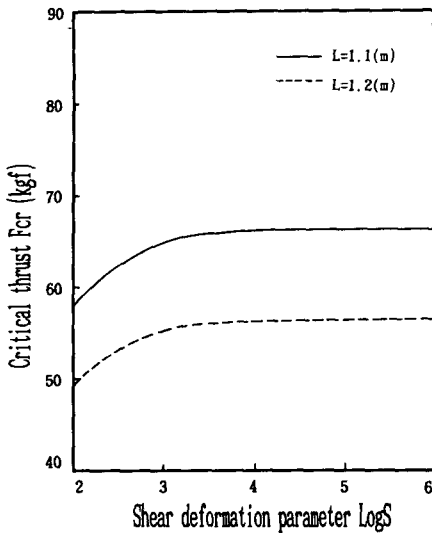


Fig. 5 Effect of the shear deformation on critical follower thrust

Fig. 4 는 보의 두께 7.0(mm), 보의 길이 1.1(m)에 대해, 보의 전단변형 매개변수 S 의 변화에 따른 보의 무차원화된 고유진동수 1,2차를 나타낸 그림이다. 추진력이 증가됨에 따라 1차 고유진동수는 점차 증가되고, 2차 고유진동수는 점차 감소되어 임계 추진력 값인 $F_{cr}=66.10(\text{kgf})$ 에서 만나게 된다. 또한 보의 전단변형 매개변수 $S=10^6$ 쪽이 $S=10^3$ 에 비해 임계 추진력 값에 있어 1.5%의 증가가 있다.

Fig. 5는 보의 전단변형 매개변수의 변화와 보의 길이 변화에 따른 임계 추진력 값의 변화를 나타내는 그림으로, S 값에 관계없이 보의 길이가 증가되면 임계 추진력 값은 감소되고, 보의 전단변형 매개변수 값이 증가됨에 따라 임계추진력 값도 증가됨을 알 수있다. 또한 보의 전단변형 매개변수 $S=10^6$ 쪽이 $S=10^3$ 에 비해 임계 추진력 값에 있어 1.5%의 증가가 있다. 그러나, $S=10^4$ 이상에 대해

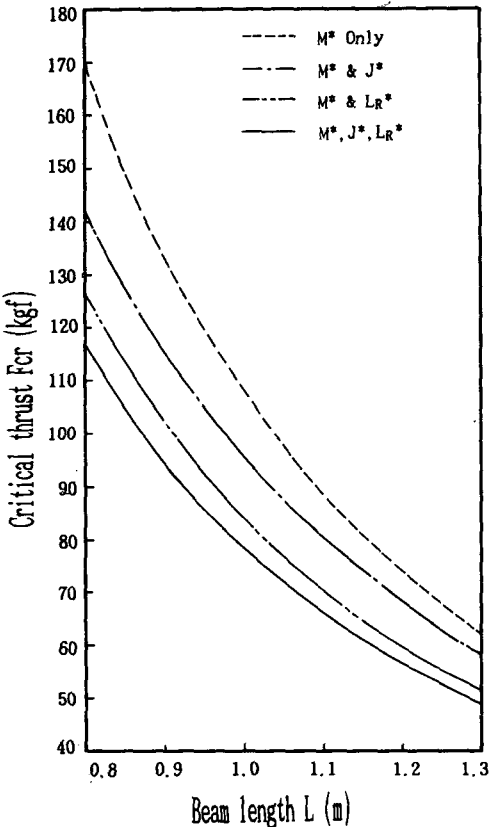


Fig. 6 Critical follower thrust depended on the length L_R^* , rotary inertia J^* and mass ratio M^* of the rocket motor ($S=10^6$)

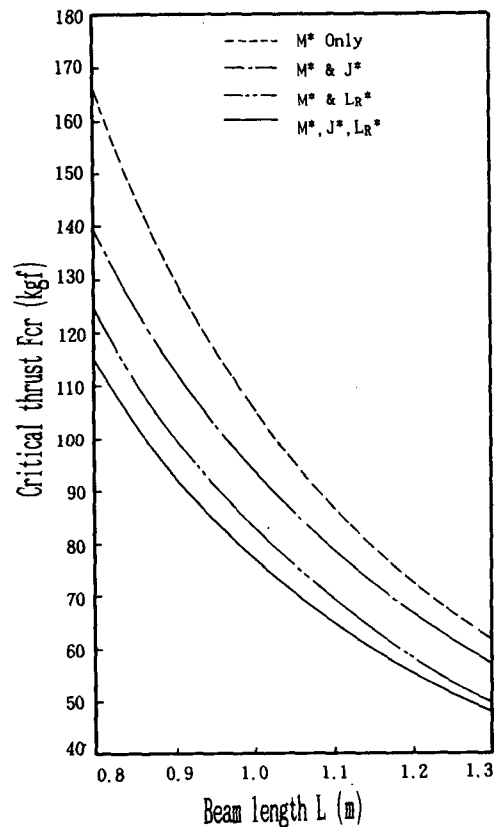


Fig. 7 Critical follower thrust depended on the length L_R^* , rotary inertia J^* and mass ratio M^* of the rocket motor ($S=10^3$)

서는 임계추진력 값의 변화에 미치는 S의 영향은 작다.

Fig. 6과 Fig. 7은 $S=10^6$ 과 $S=10^9$ 에 대해, 보의 길이 변화에 따라 로켓 모터의 질량, 회전관성 그리고 길이 L_R 이 임계 추진력 값에 미치는 영향을 나타낸 그림들이다. S값에 관계없이, 로켓 모터의 질량만을 고려한 경우는 그외의 변수들을 고려한 경우에 비해 임계 추진력의 값이 증가됨을 알 수 있고, 한 예로, 보의 길이 $L=1.2(m)$ 이고 $S=10^6$ 인 보의 질량만을 고려한 임계 추진력 값 $F_{cr}=74.05(kgf)$ 이, 모터의 질량뿐만 아니라 회전관성, 길이 L_R 을 모두 고려한 임계 추진력 값 $F_{cr}=56.77(kgf)$ 에 비해 30.4%의 증가를 가져왔다. 따라서, 로켓 모터를 단순한 집중질량의 질점으로 간주하지 않고, 실제의 유한크기와 회전관성, 길이 L_R 등을 고려한 경우, 이들 변수들이 임계 추진력 값의 변화에 미치는 영향은 대단히 크다.

4. 실험장치 및 실험

4.1 시험 보와 로켓 모터

시험 보의 재질은 알루미늄으로 선택하였고, 보의 제원은 수치 결과해석에서 기술되었던 바와 같이 로켓 모터의 연소시험을 통한 추진력의 최대 최소값의 범위와 Fig. 3의 컴퓨터 시뮬레이션 결과에

Table 1 Determination of the test beam size

Length $L(mm)$	1,100 — 1,200
Width $b(mm)$	30.0
Thickness $h(mm)$	7.0
Bending stiffness $EI(kgf \cdot m^2)$	6.0025
Mass per unit length $m(kg/m)$	0.567

Table 2 Specification and size of the rocket motor

Mass before burning $M_b(kg)$	4.5
Mass after burning $M_a(kg)$	3.6
Average mass $M(kg)$	4.05
Rotary inertia $J(kg \cdot m^2)$	2.84×10^{-2}
Distance $L_R(mm)$	152.84

따라 Table 1에 나타내져 있다.

로켓 모터의 연소 시험에서 연소시간은 3.5초이고, 모터의 질량은 연소전에는 모터 케이스와 연료 질량을 합하여 4.5(kg), 연소후에는 3.6(kg)으로 평균값인 $M=4.05(kg)$ 을 수치 시뮬레이션을 위한 입력 값으로 취하였다. Table 2는 로켓 모터의 제원과 특성을 보여주고 Fig. 8은 모터의 연소시험 결과를 나타낸다.

4.2 실험장치

Fig. 9는 실험 장치의 측면 개략도를 보여준다. 그림에서 ①은 외팔보의 고정단, ②는 시험 보, ③은 외팔보의 자유단에 부착된 로켓모터, ④는 가는 와이어(thin wire)로서, 로켓 모터를 매달고 있으며, 로켓 모터와 보의 자유단을 연결시키기 위해 보의 자유단쪽 길이 5(cm) 정도에 대해 두께를 1(cm) 깎아서 연결시켰다. 가는 와이어에 의해 모터를 유지시킨 이유는 실험시 발생할지 모르는 위험방지 때문이다. ⑤는 스트레인 게이지, ⑥은 추

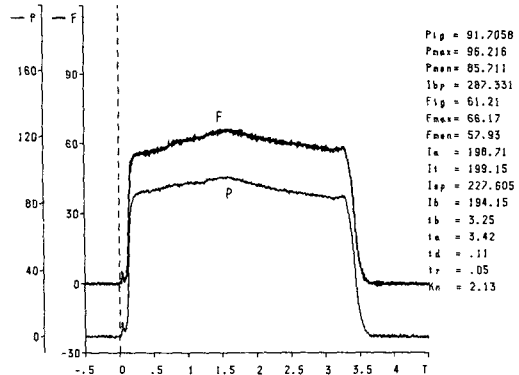


Fig. 8 Combustion test of the rocket motor

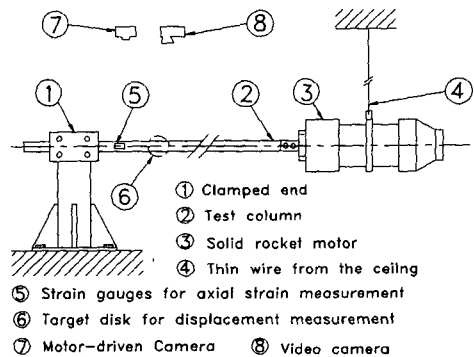


Fig. 9 Experimental setup of the cantilevered beam

진에 의한 보의 변위를 측정기 위한 센서이다. ⑦은 보의 움직임을 고속 촬영하기 위한 카메라, ⑧은 비디오 카메라로서 천정과 측면에 두개 설치하였다.

로켓 모터의 후단에서 점화되어 추진력이 보에

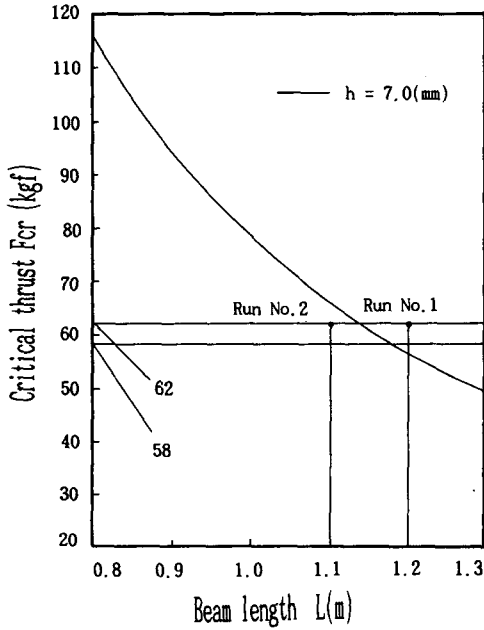


Fig. 10 Theoretical prediction curve and test run number of the experiment

가해지면 보의 변위와 추진력의 크기는 F.F.T 분석기와 레코더에 의해 기록되어 진다.

4.3 실험

실험은 로켓모터의 질량 M, 회전관성 J, 길이 L_R 에 대해 수치 시뮬레이션 된 Fig. 10의 그래프를 이용하였다. 로켓 모터의 추진력은 실제로 시간에 따라 변하지만 평균 추진력 값에 해당되는 $F=62.05(kgf)$ 의 수평선과 보의 길이 $L=1.2(m)$ 를 나타내는 수직선이 교차하는 point 1을 예측된 플러터 불안정 위치로 선정하여 실제로 플러터 불안정이 유발되는지를 관찰하였다. Fig. 11과 Fig. 12는 점화 후 경과된 시간이 각각 1.5초와 1.6초에 대한 보의 상태를 나타낸 사진들로서 연속적인 플러터 현상이 감지되었다. Fig. 13은 결과 그래프로서 추진력의 변화와 보의 변위를 나타내는 그림이다. 실제로 연소시간의 변화에 따라 순간적인 플러터 현상이 유발되었지만, 약 2.2초 부근에서 로켓모터를 매단 와이어 선이 끊어지면서 추진력의 값은 측정이 불가능 해졌다.

2차 실험은 안정 현상을 관찰하기 위해, 추진력의 평균값과 보의 길이 $L=1.1(m)$ 가 만나는 point 2를 안정위치로 선정하여, 실제로 보의 안정 현상이 일어나는지를 관찰하였다. Fig. 14와 Fig. 15는 각각 연소시간 1.2초와 2.3초에 대한 사진들



Fig. 11 Photograph of the flutter phenomena at the time of 1.5 second

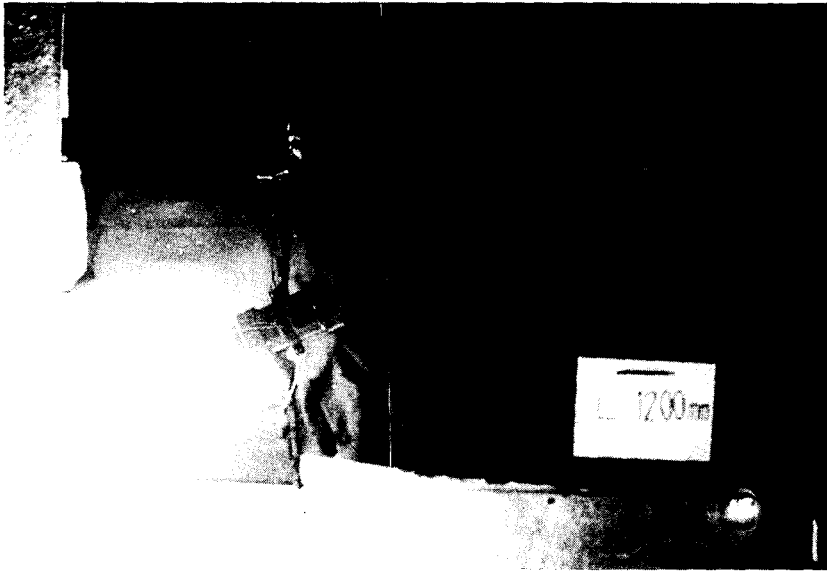


Fig. 12 Photograph of the flutter phenomina at the time of 1.6 second

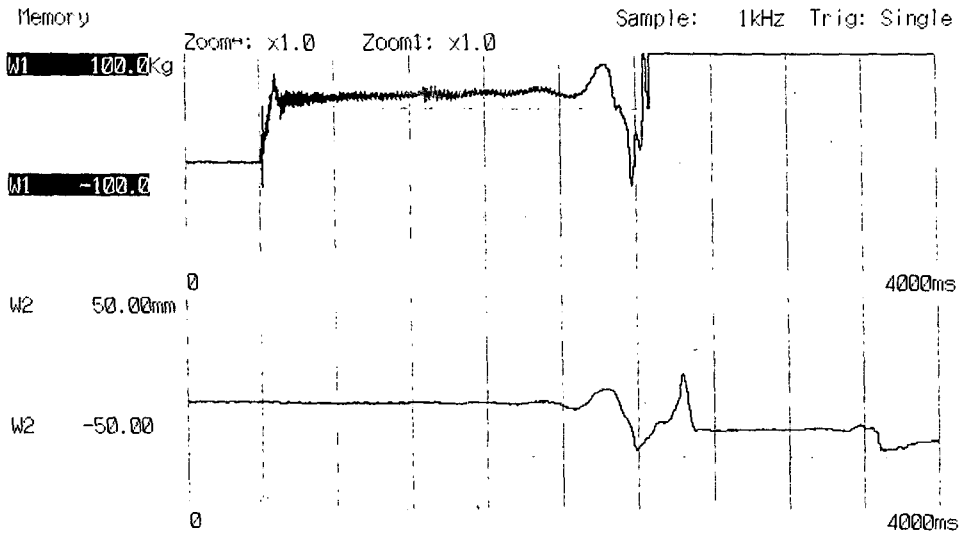


Fig. 13 Thrust and displacement curves in the flutter experiment

로서, 추진력의 변화에 대해서도 보의 운동이 없음을 보여준다. 이에 대한 추진력과 변위의 결과 그래프는 Fig. 16에서 보여진다. 연소시간의 변화에 따라 추진력 값의 변화는 거의 일정하였고, 이에 따른 변위도 거의 변화가 없는 안정 현상을 확인할 수 있었다.

5. 고 찰

본 연구의 수치 시뮬레이션으로부터 예측된 Fig. 10의 그래프에 따라, 실험이 행하여졌으며, 예측된 안정과 불안정 현상이 유발됨을 확인할 수 있었다.

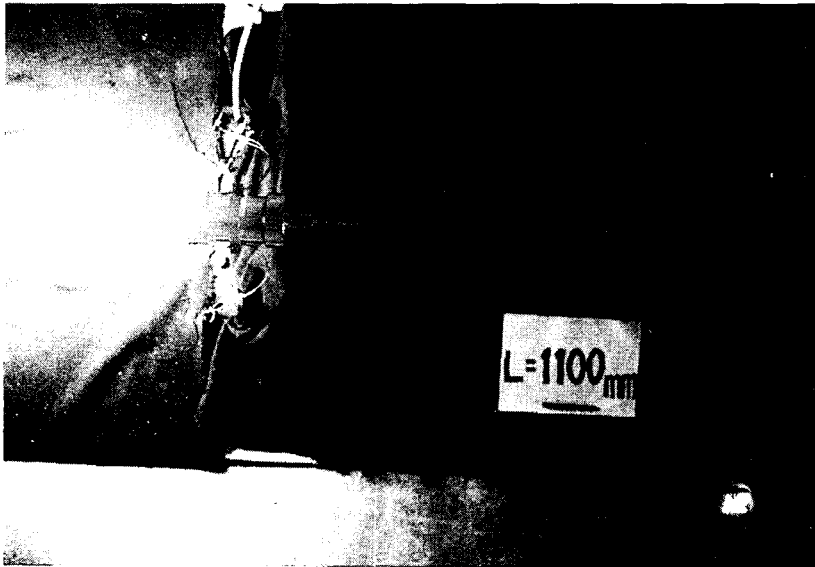


Fig. 14 Photograph of the flutter phenomina at the time of 1.2 second

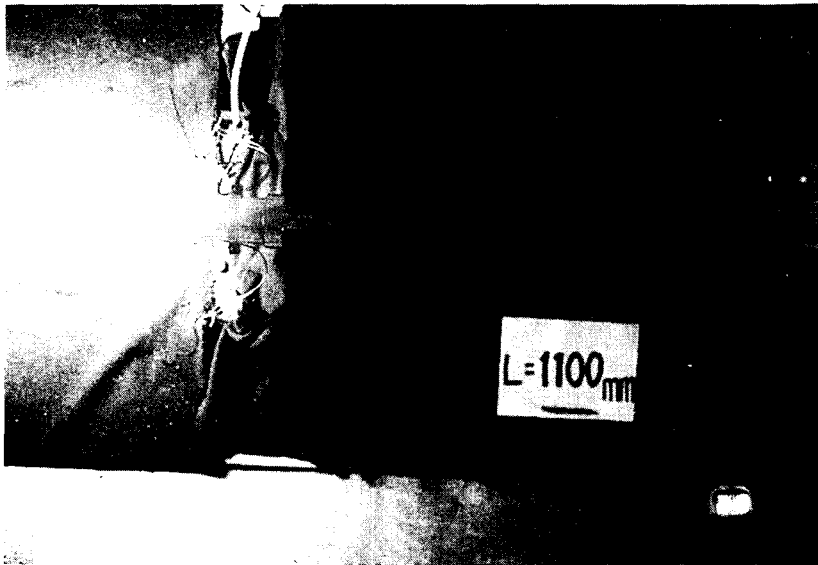


Fig. 15 Photograph of the flutter phenomiana at the time of 2.3 second

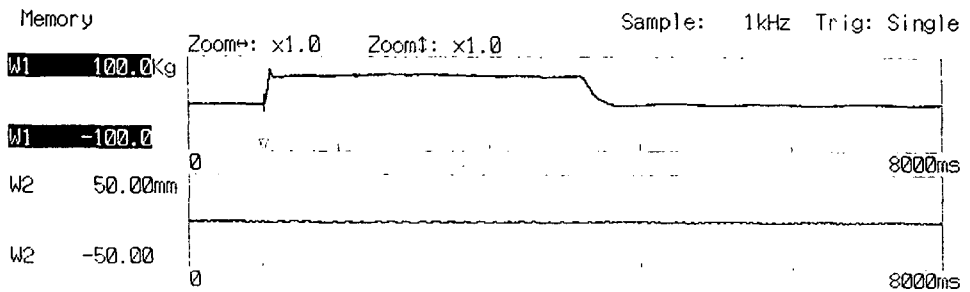


Fig. 16 Thrust and displacement curves in the stable phenomina

Table 3 Critical follower thrust depended on the mass ratio

Parameters	Critical follower thrust F_{cr}^*			
	M only	$M \& J$	$M \& L_R$	$M, J \& L_R$
0.01	19.05	19.05	19.05	19.05
0.1	17.07	17.07	16.78	16.78
1.0	15.79	15.79	14.80	14.70
10.0	17.77	16.88	15.50	14.90
100.0	18.95	15.00	14.71	12.73

특히, 예측된 그래프는 로켓 모터의 질량 M , 회전관성 J 뿐만 아니라 길이 L_R 를 모두 고려한 경우의 임계 추진력을 나타낸 것이고, 실험과 근사하게 일치됨이 확인되었으므로, 실제로 로켓 모터에 의해 추진력을 받는 외팔보의 동적 안정성 실험에 있어서는 모터의 회전관성과 길이 L_R 의 고려는 필요하다. 즉, 로켓모터가 모터의 단순한 질량만을 고려한 질점으로 간주되어서는 임계 추진력 값에 있어서 큰 오차를 유발하게 된다.

Table 3은 로켓 모터의 회전관성 값과 길이 L_R 의 값을 쉽게 계산하기 위해, 로켓 모터를 구형(spherical type)으로 가정한 경우에 대해, 로켓 모터의 질량비의 변화에 따른 임계 추진력의 변화를 보여준다. 이 표에서 알 수 있는 것은 로켓 모터의 질량과 보의 질량비가 작은 $M^* \leq 0.1$ 에서는 로켓 모터의 회전관성과 길이 L_R 이 임계 추진력 값의 변화에 미치는 영향은 거의 없다. 즉, 로켓 모터의 질량비가 작은 경우는 로켓 모터의 회전관성과 길이 L_R 을 고려치 않고 질량만을 고려해도 실제적인 임계 추진력 값의 예측에 차이가 없다. 그러나, 로켓 모터의 질량비 $M^* \geq 1.0$ 에서는 길이 L_R 과 회전관성 J 의 영향이 크다. 따라서, 로켓 모터의 정량화나 소형화가 이루어진다면 로켓 모터의 질량만의 고려로도, 임계 추진력 값의 예측은 실제와 잘 일치된다고 볼 수 있다.

6. 결 론

로켓 모터에 의해 추진력을 받는 외팔 보의 안정 및 플러터에 대한 수치 및 실험적 검증들 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 로켓 모터를 단순한 질량이 아닌 유한 크기의 강체로 취급하는 경우, 모터의 질량, 회전관성, 그리고 모터의 무게 중심부터 보의 자유단까지의 거리를 고려하여, 수치 시뮬레이션 예측된 임계 추진력 값은 정량적 실험과 잘 일치되고 있다. 그러나 로켓 모터와 보의 질량비 M^* 가 $M^* < 1.0$ 에서는 모터의 질량만을 고려해도 예측된 임계 추진력 값을 얻을 수 있다.

(2) 보의 전단변형 매개변수 S 값이 증가되면 임계 추진력 값은 증가되나, $S \geq 10^4$ 에서는 S 값이 임계 추진력 값의 변화에 미치는 영향은 거의 없다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 선정 1991년도 후반기 해외 Post-Doc. 연수과제의 부분결과이며, 연수과제의 수행에 도움을 주신 재단 관계자분들과 대판부립대학에 감사의 뜻을 포함합니다.

참고문헌

- (1) Beal, T. R., 1965, "Dynamic Stability of a Flexible Missile under Constant and Pulsating Thrusts," AIAA Journal. Vol. 3. pp. 486~495.
- (2) Kounadis, A. N. and Katsikadelis, J. T., 1980, "On the Discontinuity of the Flutter Load for Various Types of Cantilevers," International Journal of Solids and Structures. Vol. 20. pp. 375~383.
- (3) Park, Y. P. and Mote, JR., C. D., 1985, "The Maximum Controlled Follower Force on a Free-Free Beam Carrying a Concentrated Mass," Journal of Sound and Vibration. Vol. 98. No. 2. pp. 247~256.
- (4) Park, Y. P. and Ryu, B. J., 1987, "Effect of a Concentrated Mass on the Stability of a Free Timoshenko Beam under a Controlled Follower Force," Proceedings of the KSME/JSME Vibration Conference '87, pp. 309~318.
- (5) Chen, L. W. and Ku, D. M., 1991, "Stability Analysis of a Timoshenko Beam Subjected to Distributed Follower Forces using Finite Elements," Computers & Structures. Vol. 41. pp.

- 813~819.
- (6) Sugiyama, Y. and Sekiya, T., 1971, "Surveys of the Experimental Studies on Instability of the Elastic Systems Subjected to Nonconservative Forces," *Journal of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 19, No. 205, pp. 19~26.
- (7) Beck, M., 1952, "Die Knicklast des Einseitig Eingespannten Tangential gedrückten Stabes," *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, Vol. 3, pp. 225~228.
- (8) Pflüger, A., 1955, "Zur Stabilität des Tangential Gedrückten Stabes," *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. Vol. 35. pp. 191.
- (9) Sato, K., 1991, "Vibration and Stability of a Clamped-Elastically Restrained Timoshenko Column under Nonconservative Load." *JSME International Journal*, Vol. 34, pp. 459~465.
- (10) Chen, L. W. and Ku, D. M., 1992, "Eigenvalue Sensitivity in the Stability Analysis of Beck's Column with a Concentrated Mass at the Free End," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 153, pp. 403~411.
- (11) Sugiyama, Y., Katayama, K. and Kinoi, S., 1990, "Experiment on Flutter of Cantilevered Columns Subjected to a Rocket Thrust," 31st AIAA/ASME/ASCE/ASH/ASC Structures, Structural Dynamics and Material Conference. April 2~4, pp. 1893~1898.
- (12) Ryu, B. J. and Sugiyama, Y., 1992, "The Effect of Two Concentrated Masses on the Dynamic Stability of a Free-Free Timoshenko Beam Subjected to a Follower Force," *JSME Dynamics and Design Conference '92*, July 7~11. pp. 160~165.