

〈論 文〉

원추형 능동 자기베어링계의 모형화 및 제어

정호섭* · 김철순* · 이종원*

(1993년 6월 24일 접수)

Modeling and Control of Cone-Shaped Active Magnetic Bearing System

Ho-Seop Jeong, Cheol-Soon Kim and Chong-Won Lee

Key Words : Cone-Shaped Magnetic Bearing(원추형 자기베어링), Robot Joint(로봇관절), Decoupled PD Control(비연성 비례미분제어), Rigid Rotor(강성 회전체)

Abstract

A magnetically suspended robot joint is developed, which is free of dust and oil generation. Two radial bearings consisting of cone-shaped magnet cores control the rotor motion in the axial and radial directions. A linearized dynamic model is developed for active control of the magnetic bearing system. The control algorithm is constructed such that the axial displacement of the joint is controlled by axial control currents to the upper and lower bearings whereas the radial displacement is controlled by radial control current to the pairs of facing radial bearings. The stability and control performance is tested through numerical simulation based on the nonlinear model. Experiments are also performed to verify the theoretical development.

1. 서 론

기계적접촉이 없는 전자기 베어링은 정밀스핀들, 고속펌프, 원심분리기 등의 고속 회전체에 많이 응용되어 왔다.^(1,2,3) 최근에는 반도체, 생체공학과 항공우주 산업분야에서 고진공, 고정정을 요하는 기술이 필요하게 되었으며 고정정실에서 사용되는 기계나 로봇도 청정도를 유지하기 위해서 밀봉(sealing)을 사용해야만 한다. 따라서 청정실에서 사용되는 로봇관절도 기계적접촉이 없고 윤활이 필요없으므로 공기를 오염시키지 않을 뿐만 아니라 정밀 위치제어도 가능한 능동 자기베어링을 이용하는 추세에 있다.^(4,5,6)

전자기 베어링을 응용한 로봇관절의 장점으로는 마찰력때문에 야기되는 문제로부터 벗어날 수 있고, 전자기 베어링의 회전체의 위치를 제어함으로

서 로봇의 정밀 위치제어가 가능하며 로봇의 끝단(end-effector)에 작용하는 힘을 베어링에서 직접 측정할 수 있으며 필요에 따라 그에 상응하는 힘제어(force control)를 할 수 있고 구동시에 발생하는 진동도 능동제어가 가능하다. 본 연구에서는 고정정, 고진공에 유리한 전자기 베어링을 사용하는 로봇관절을 개발함에 있어서 전자석의 단면을 Fig. 1과 같이 원추형(cone-shaped)으로^(6,7,8) 함으로써 전체의 구성요소가 감소하기 때문에 비용이 절감되고 축방향 베어링이 없기때문에 회전체를 소형화할 수 있다는 장점이 있으며, 축방향과 반경방향의 5자유도를 8개의 전자석만으로 제어할 수 있다. 원추형 전자석에서 발생하는 전자기력 선형화를 통해서 강성 회전체에 대한 5자유도 운동방정식을 유도하고 각 자유도에 대해 비연성된 제어를 구성하였다. 원추형 전자기 베어링에 효과적인 제어알고리즘을 개발하고 감쇠와 강성을 고려하여 구해진 이득을 제안한 알고리즘에 적용하여 제작된 시스템에서 실험적으로 동특성을 규명하고 이론적 모델의

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

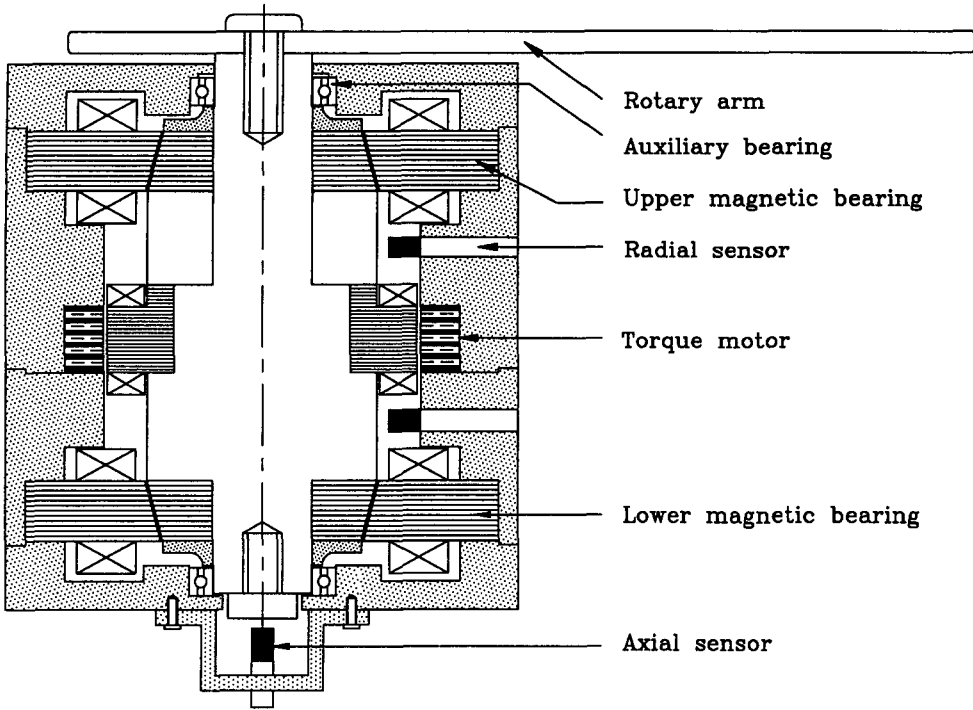


Fig. 1 Magnetically supported robot joint

타당성을 보였다.

2. 전자기 베어링계의 모형화

2.1 전자기력의 선형화

전자기 베어링에서 회전체와 고정자는 귀환 제어기가 없다면 계가 불안정하게 되므로 Fig. 2와 같이 서로 마주보는 한 쌍의 전자석에 흐르는 전류를 조정하여 두 전자석의 전자기력 차이를 이용하여 계를 안정되게 한다.

전자기 베어링을 해석하기 위해서 코어에서 발생하는 전자기력을 모형화하는 것이 필요하다. Fig. 3(a)와 같은 전자석 모형에서 공극의 자속손실을 무시하고 공극, 회전체와 전자석이 모두 같은 자속 밀도를 가진다는 가정하에 전자석에서 발생하는 기자력(magneto motive force; mmf)에 의해 발생하는 자속(ϕ , flux)은 다음과 같고,

$$mmf = NI = \phi R = \frac{\phi}{\mu_0 A} \left(\frac{l_m}{\mu_{r1}} + \frac{l_r}{\mu_{r2}} + 2g_0 \right)$$

$$\phi = \frac{\mu_0 N I A}{2g_0} \quad (1a)$$

여기서 $2g = l_m/\mu_{r1} + l_r/\mu_{r2} + 2g_0 \cong 2g_0$ 는 총 등가공

극, g_0 는 정상상태 공극, N 은 코일의 감은 회수, I 는 코일에 흐르는 전류, μ_0 는 자유 공간에서의 투자율(permeability, $4\pi \times 10^{-7}$ H/m), A 는 자극의 한쪽 단면적, l_r , l_m 은 전자석 및 회전체에서의 자속 통과거리, μ_{r1} , μ_{r2} 는 전자석 및 회전체에서의 상대 투자율, R 은 자기저항(magnetic reluctance)이다. 자속밀도(B , flux density) 및 전자기력(F)은 다음과 같이 표현할 수 있다.⁽⁶⁾

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2g_0}, \quad F = \frac{B^2 A}{\mu_0} = \frac{\mu_0 A N^2 I^2}{4g_0^2} \quad (1b)$$

회전체의 변위변동에 대한 Fig. 3(b)와 같은 원추

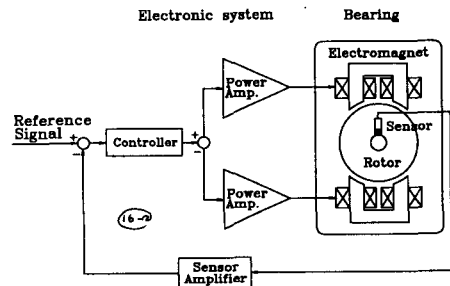


Fig. 2 Electromagnetic bearing system

형 전자석 단면에서 각 전자석에서의 공극의 변화는

$$\begin{aligned}
 g_1 &= g_0 - x \sin \beta - (y + l_1 \theta_2) \cos \beta \\
 g_2 &= g_0 - x \sin \beta + (y + l_1 \theta_2) \cos \beta \\
 g_3 &= g_0 - x \sin \beta - (z - l_1 \theta_2) \cos \beta \\
 g_4 &= g_0 - x \sin \beta + (z - l_1 \theta_2) \cos \beta \\
 g_5 &= g_0 + x \sin \beta - (y - l_2 \theta_2) \cos \beta \\
 g_6 &= g_0 + x \sin \beta + (y - l_2 \theta_2) \cos \beta \\
 g_7 &= g_0 + x \sin \beta - (z + l_2 \theta_2) \cos \beta \\
 g_8 &= g_0 + x \sin \beta + (z + l_2 \theta_2) \cos \beta
 \end{aligned} \quad (2)$$

이며, 여기서 l_1, l_2 는 질량중심에서 위, 아래쪽 베어링까지의 거리이고, $x, y, z, \theta_y, \theta_z$ 는 질량중심에서의 변위이며, β 는 코어의 경사각이다. 공극 및 전류의 변화에 따른 베어링 전자기력의 변화 F_1 은

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \frac{\alpha_g \mu_0 AN^2 (I_{01} + i_1)^2}{4 (g_0 - cx \sin \beta - c (y + l_1 \theta_2) \cos \beta)^2} \\
 \alpha_g &= \frac{\sin \theta_2 - \sin \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}, \quad c = \cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}
 \end{aligned} \quad (3)$$

같이 되며, 여기서 I_{01} 는 위쪽 베어링에서의 정상상태 전류이며, g_0 는 정상상태 공극, i_1 은 제어전

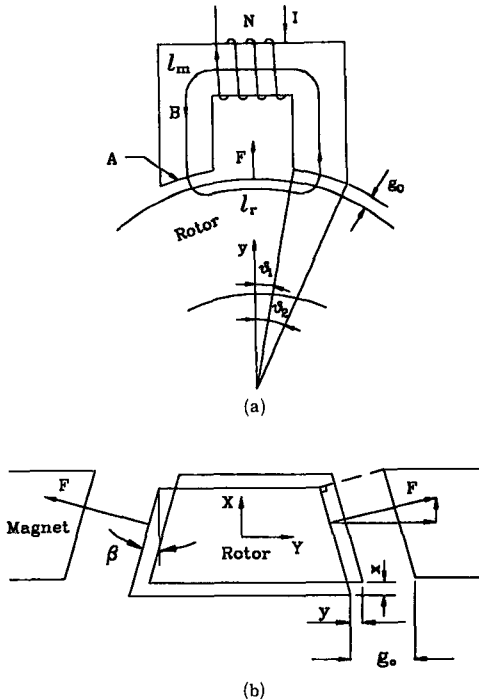


Fig. 3 (a) Cross-section magnet geometry
(b) Inclined magnet geometry

류이고, α_g 는 힘계수(force factor)이고, c 는 형상계수(shape factor)이다. 공극 및 전류의 변화가 작은 경우 테일러 급수전개에 의해 Fig. 4에서 보는 바와 같이 각 8개의 전자기력은 다음과 같이 선형화된다.

$$\begin{aligned}
 F_1 &\approx \frac{\alpha_g \mu_0 AN^2 I_{01}^2}{4g_0^2} \\
 &\left[1 + 2 \frac{i_1}{I_{01}} \right] \\
 &\left[1 + 2c \frac{x \sin \beta + (y + l_1 \theta_2) \cos \beta}{g_0} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_1 &= F_{01} + K_{i1} i_1 + K_{q1} x \sin \beta + K_{q1} (y + l_1 \theta_2) \cos \beta \\
 F_2 &= F_{01} + K_{i1} i_2 + K_{q1} x \sin \beta - K_{q1} (y + l_1 \theta_2) \cos \beta \\
 F_3 &= F_{01} + K_{i1} i_3 + K_{q1} x \sin \beta + K_{q1} (z - l_1 \theta_2) \cos \beta \\
 F_4 &= F_{01} + K_{i1} i_4 + K_{q1} x \sin \beta - K_{q1} (z - l_1 \theta_2) \cos \beta \\
 F_5 &= F_{02} + K_{i2} i_5 - K_{q2} x \sin \beta + K_{q2} (y - l_2 \theta_2) \cos \beta \\
 F_6 &= F_{02} + K_{i2} i_6 - K_{q2} x \sin \beta - K_{q2} (y - l_2 \theta_2) \cos \beta \\
 F_7 &= F_{02} + K_{i2} i_7 - K_{q2} x \sin \beta + K_{q2} (z + l_2 \theta_2) \cos \beta \\
 F_8 &= F_{02} + K_{i2} i_8 - K_{q2} x \sin \beta - K_{q2} (z + l_2 \theta_2) \cos \beta
 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 K_{i1} &= \frac{\alpha_g \mu_0 AN^2 I_{01}}{2g_0^2}, & K_{i2} &= \frac{\alpha_g \mu_0 AN^2 I_{02}}{2g_0^2} \\
 K_{q1} &= \frac{c \alpha_g \mu_0 AN^2 I_{01}^2}{2g_0^3}, & K_{q2} &= \frac{c \alpha_g \mu_0 AN^2 I_{02}^2}{2g_0^3}
 \end{aligned}$$

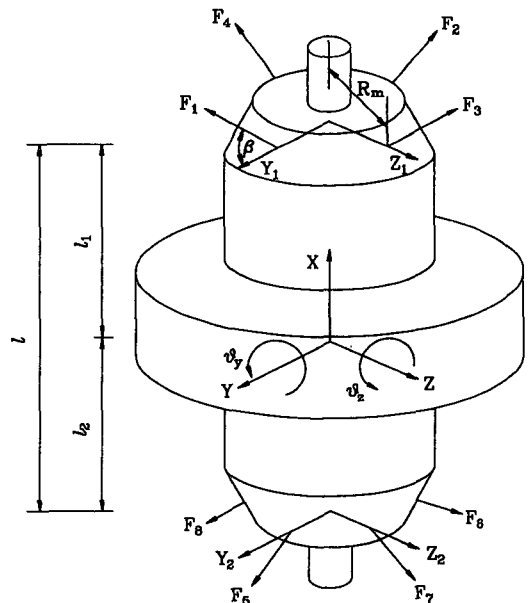


Fig. 4 Modeling of MSRJ system

$$F_{01} = \frac{\alpha_g \mu_0 A N^2 I_{01}^2}{2g_0^2}, \quad F_{02} = \frac{\alpha_g \mu_0 A N^2 I_{02}^2}{2g_0^2}$$

$$\alpha_g = \frac{\sin \theta_2 - \sin \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}, \quad c = \cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$$

그리고 I_{02} 는 아래쪽 베어링에서의 정상상태 전류, $i_1, i_2, i_3, \dots, i_8$ 는 각 전자석에서의 제어전류, $F_{0j}, j=1, 2$ 는 정상상태에서의 전자기력, $K_{ij}, j=1, 2$ 는 전류에 대한 전자기력의 민감도, $K_{aj}, j=1, 2$ 는 변위에 대한 전자기력의 민감도이다.

2.2 전자기 베어링계의 운동방정식

Fig. 4에서 질량중심 좌표계(XYZ)에 대한 질량 m 인 강성 회전체의 운동방정식은 다음과 같다. ^(6,9,10)

$$m\ddot{x} = \sum_{i=1}^4 F_i \sin \beta - \sum_{i=5}^8 F_i \sin \beta - mg$$

$$m\ddot{y} = (F_1 - F_2 + F_5 - F_6) \cos \beta$$

$$m\ddot{z} = (F_3 - F_4 + F_7 - F_8) \cos \beta$$

$$I_d \ddot{\theta}_y + \Omega I_p \dot{\theta}_z$$

$$= (F_4 - F_3) l_1 \cos \beta + (F_7 - F_8) l_2 \cos \beta$$

$$+ (F_3 - F_4 - F_7 + F_8) R_m \sin \beta I_d \dot{\theta}_z - \Omega I_p \dot{\theta}_y$$

$$= (F_1 - F_2) l_1 \cos \beta + (F_6 - F_5) l_2 \cos \beta$$

$$+ (F_2 - F_1 - F_6 + F_5) R_m \sin \beta \quad (5)$$

여기서 R_m 는 전자석 코어의 유효반경, I_d, I_p 는 반경 및 수직방향 관성모멘트이고, Ω 는 회전속도이다.

식(5)와 선형화된 식(4)를 결합하여 질량중심 좌표계에 대한 운동방정식을 행렬식으로 쓰면 다음과 같다.

$$M_g \ddot{q}_g + C_g \dot{q}_g + K_g q_g = K_{ig} I_m \quad (6)$$

여기서,

$$q_g = \{x, y, z, \theta_y, \theta_z\}^T, \quad I_m = \{i_1, i_2, i_3, \dots, i_8\}^T$$

$$M_g = \text{Diag}\{m, m, m, I_d, I_d\}$$

$$C_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_p \Omega \\ 0 & 0 & 0 & -I_p \Omega & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_g = \begin{bmatrix} -K_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{yy} & 0 & 0 & -K_{y\theta_z} \\ 0 & 0 & -K_{zz} & -K_{z\theta_y} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{\theta_y z} & -K_{\theta_y \theta_y} & 0 \\ 0 & -K_{\theta_z y} & 0 & 0 & -K_{\theta_z \theta_z} \end{bmatrix}$$

$$K_{ig} = K_{i1} \begin{bmatrix} \beta_s & \beta_s & \beta_s & \beta_s & -\kappa\beta_s & -\kappa\beta_s & -\kappa\beta_s & -\kappa\beta_s \\ \beta_c & -\beta_c & 0 & 0 & \kappa\beta_c & -\kappa\beta_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_c & -\beta_c & 0 & 0 & \kappa\beta_c & -\kappa\beta_c \\ 0 & 0 & k_1 & k_2 & 0 & 0 & k_3 & k_4 \\ k_2 & k_1 & 0 & 0 & k_4 & k_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{xx} = 4K_{q1}(1+\eta)\beta_s$$

$$K_{yy} = K_{zz} = 2K_{q1}(1+\eta)\beta_c^2$$

$$K_{\theta_y \theta_y} = K_{\theta_z \theta_z} = 2K_{q1} \left[(l_1^2 + \eta l_2^2) \beta_c^2 - R_m (l_1 + \eta l_2) \beta_s \beta_c \right]$$

$$K_{y\theta_z} = -K_{z\theta_y} = 2K_{q1} (l_1 - \eta l_2) \beta_c^2$$

$$K_{\theta_z y} = -K_{\theta_y z} = 2K_{q1} \left[(l_1 - \eta l_2) \beta_c^2 - R_m (l_1 + \eta l_2) \beta_s \beta_c \right]$$

$$k_1 = -l_1 \beta_c + R_m \beta_s$$

$$k_2 = l_1 \beta_c - R_m \beta_s$$

$$k_3 = \kappa (l_2 \beta_c - R_m \beta_s)$$

$$k_4 = \kappa (-l_2 \beta_c + R_m \beta_s)$$

$$\beta_s = \sin \beta$$

$$\beta_c = \cos \beta$$

$$\eta = K_{q2}/K_{q1}$$

$$\kappa = K_{i2}/K_{i1}$$

I_m 은 각 전자석에서의 제어전류이다.

제어는 베어링 좌표계 (x, y, z, z_1, z_2) 에서 행해지므로 질량중심 좌표계와 베어링 좌표계의 변환행렬을 통해 식(6)은 다음과 같이 베어링 좌표계로 변환될 수 있다. 즉 좌표 변환관계식

$$q_b = \{x, y, z, z_1, z_2\}^T, \quad q_b = T q_g$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -l_2 \\ 0 & 0 & 0 & -l_1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & l_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

을 이용하면 전자기 베어링 시스템의 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$M_b \ddot{q}_b + C_b \dot{q}_b + K_b q_b = T^{-T} K_{ig} I_m \quad (8)$$

2.3 원추형 전자기 베어링계의 제어알고리즘

일반적으로 5자유도의 회전체는 5조의 전자석으로 회전체를 제어하는데 원추형 전자기 베어링은 4조의 전자석만으로 축방향과 반경방향을 동시에 제어하기 때문에 Fig. 5와 같이 축방향 운동은 위쪽, 아래쪽 전자석 각각에 서로 다른 부호의 축방향 제어전류를 조절하여 제어하며, 반경방향의 운동은 마주보는 두 전자석의 균형을 이룬 전류에 서로 다

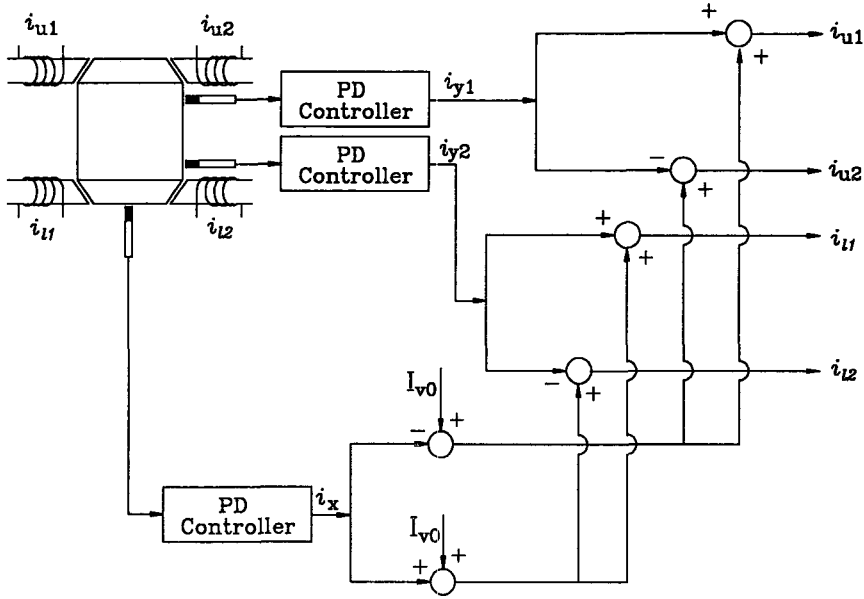


Fig. 5 Conceptual control loop

른 부호의 반경방향 제어전류를 가함으로써 제어한다. 이와 같은 원리를 식(8)에 적용하면 I_m 은 각 방향의 제어전류 $I_b = \{i_x, i_{y1}, i_{y2}, i_{z1}, i_{z2}\}^T$ 로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 i_1 &= i_x + i_{y1}, & i_2 &= i_x - i_{y1}, \\
 i_3 &= i_x + i_{z1}, & i_4 &= i_x - i_{z1}, \\
 i_5 &= -i_x + i_{y2}, & i_6 &= -i_x - i_{y2}, \\
 i_7 &= -i_x + i_{z2}, & i_8 &= -i_x - i_{z2}
 \end{aligned} \tag{9}$$

식(8)에 위식을 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$M_b \ddot{q}_b + C_b \dot{q}_b + K_b q_b = K_{ib} I_b \tag{10}$$

여기서,

$$M_b = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m\bar{l}_2^2 + i_d & m\bar{l}_1\bar{l}_2 - i_d & 0 & 0 \\ 0 & m\bar{l}_1\bar{l}_2 - i_d & m\bar{l}_1^2 + i_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m\bar{l}_2^2 + i_d & m\bar{l}_1\bar{l}_2 - i_d \\ 0 & 0 & 0 & m\bar{l}_1\bar{l}_2 - i_d & m\bar{l}_1^2 + i_d \end{bmatrix}$$

$$C_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Omega i_p & \Omega i_p \\ 0 & 0 & 0 & \Omega i_p & -\Omega i_p \\ 0 & \Omega i_p & -\Omega i_p & 0 & 0 \\ 0 & -\Omega i_p & \Omega i_p & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{ib} = \begin{bmatrix} K_{ix} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{iy1y1} & K_{iy1y2} & 0 & 0 \\ 0 & K_{iy2y1} & K_{iy2y2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{iz1z1} & K_{iz1z2} \\ 0 & 0 & 0 & K_{iz2z1} & K_{iz2z2} \end{bmatrix}$$

$$K_b = \begin{bmatrix} -K_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{y1y1} & -K_{y1y2} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{y2y1} & -K_{y2y2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{z1z1} & -K_{z1z2} \\ 0 & 0 & 0 & -K_{z2z1} & -K_{z2z2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 K_x &= 4K_{q1}(1 + \eta)\beta_s, \\
 K_{y1y1} &= K_{z1z1} = K_{q1} [2\beta_c^2 - r_m\beta_s\beta_c], \\
 K_{y2y2} &= K_{z2z2} = \eta K_{q1} [\beta_c^2 - r_m\beta_s\beta_c], \\
 K_{y1y2} &= K_{z1z2} = \eta K_{q1} r_m\beta_{2s}, \\
 K_{y2y1} &= K_{z2z1} = K_{q1} r_m\beta_{2s}, \\
 K_{ix} &= 4K_{i1}(1 + \kappa)\beta_s, \\
 K_{iy1} &= K_{iz1} = 2K_{i1}[\beta_c - r_m\beta_s], \\
 K_{iy2} &= K_{iz2} = 2\kappa K_{i1}[\beta_c - r_m\beta_s], \\
 K_{iy1y2} &= K_{iz1z2} = 2\kappa K_{i1} r_m\beta_s, \\
 K_{iy2y1} &= K_{iz2z1} = 2K_{i1} r_m\beta_s, \\
 r_m &= R_m/l, \quad \bar{l}_1 = l_1/l, \quad \bar{l}_2 = l_2/l, \quad l = l_1 + l_2, \\
 i_d &= I_d/l^2, \quad i_p = I_p/l^2, \quad \beta_{2s} = \sin 2\beta
 \end{aligned}$$

5조의 전자석으로 제어하는 전자기 베어링에서는

변위 강성행렬이 대각행렬만 존재하지만 원추형 전자기 베어링에서는 전자기력이 원추형 단면의 수직으로 작용하기 때문에 반경방향 운동이 없더라도 축방향 운동에 대해 전자석 모두가 전자기력의 변화가 생기고, 축방향 힘에 의해서도 토크가 발생한다. 이것은 위, 아래 베어링에서 연성을 발생시키며 변위 강성행렬의 대각항에서 양의 강성(positive stiffness)이 되어서 음의 강성(negative stiffness)을 감소시킨다. 또한 전류 강성행렬도 위, 아래 베어링에서 연성이 존재하는데 이것은 의도적으로 연성된 제어기를 구성하지 않더라도 계의 제어입력 연성을 가지게 된다.

3. 제어기 설계

3.1 비연성 제어기

식(10)에서 축방향은 반경방향과 비연성되어 있고, 반경방향은 질량, 변위 및 전류 강성행렬에서 위, 아래쪽 베어링으로 연성되어 있으며, 감쇠행렬에서는 자이로에 의해 y - z 방향이 연성되어 있다. 그런데 시스템이 고속으로 회전하지 않을 경우 자이로에 의한 영향은 무시할 수 있으며 질량과 강성행렬의 연성된 항들은 대각항에 비하여 상대적으로 미세하므로 제어회로는 각각 독립적으로 구성할 수 있다. 시스템에 강성과 감쇠를 줄 수 있는 비례미분 제어기는 각 자유도별로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_c(s) = -K_s \left[K_p + \frac{K_{as}}{s+1} \right] Y(s) \quad (11)$$

여기서 $V_c(s)$, $Y(s)$ 는 각각 $v_c(t)$, $y(t)$ 의 라플라스 변환이고, K_p 는 비례이득, K_a 는 미분이득, K_s 는 센서이득이고, 미분기의 고주파 잡음제거를 위하여 시상수 τ 인 저주파 통과 여과기를 첨가하였다.

전자기력을 제어하기 위해서는 전류를 제어해야 하지만 실제로 제어기의 출력은 전압이 되고 이때 제어전압과 전류의 관계는 다음과 같다.

$$V_a = Ri + \frac{d(Li)}{dt} = Ri + L_0 \frac{di}{dt} + \gamma K_a \frac{dy}{dt} \quad (12)$$

$$L \approx L_0 = \frac{\mu_0 N^2 A}{2g_0}$$

여기서 R 은 코일의 저항, L_0 는 코일의 인덕턴스, K_i 비연성된 각 방향의 전류에 대한 전자기력의

민감도, $\gamma = c/2a_g$ 이다. 제어전압을 전력 증폭기로 증폭하여 코일의 전류를 제어할때 코일의 자기 유도계수에 의해 전압과 전류사이에 시간 지연이 발생하며 이는 전체 시스템의 안정성에 악영향을 준다. 이를 개선하기 위해 Fig. 6(a)와 같이 전류귀환 제어기를 첨가하고 정리하면 제어전압과 코일의 전류는 다음과 같다.

$$K_a(V_0 + v_c) = (K_a K_f + R)(I_0 + i) + L \frac{di}{dt} + \gamma K_i \frac{dy}{dt} \quad (13)$$

여기서 I_0 는 DC 전압 V_0 에 의해서만 결정되므로 식(13)은

$$I_0 = K_c V_0$$

$$i + \tau_c \frac{di}{dt} = K_c v_c - \frac{\gamma K_i}{K_a K_f + R} \frac{dy}{dt} \quad (14)$$

같이 되고 라플라스 변환을 하면 다음과 같다.⁽¹¹⁾

$$I(s) = \frac{K_c}{\tau_c s + 1} V_c(s) - \frac{\gamma K_i s}{K_a K_f + R} Y(s)$$

$$\tau_c = \frac{L}{K_a K_f + R}, K_c = \frac{K_a}{K_a K_f + R} \quad (15)$$

여기서 K_a 는 전력 증폭기의 전압이득, K_f 는 전류귀환 이득, $I(s)$ 는 $i(t)$ 의 라플라스 변환이다.

회전체 코어와 고정자사이에 와전류(eddy current) 손실과 자속누설(flux leakage)에 의해 전류와 힘사이에 다음과 같이 시간지연이 존재하게 된다.⁽¹²⁾

$$F(s) = \frac{K_i}{1 + \tau_e s} I(s) \quad (16)$$

여기서 τ_e 는 와전류에 의한 시상수이고, $F(s)$ 는 $f(t)$ 의 라플라스 변환이다. 따라서 시스템은 식(11)에 의해 변위에 대한 제어전압이 발생하고 여기에 DC전압을 더하여 식(15)에 의해 제어전류가 발생하며 와전류에 의한 시간지연이 있는 전자기력이 발생하여 계를 안정화시킨다. 이것을 블록선도로 표시하면 Fig. 6(b)와 같다.

3.2 전자기 베어링계의 특성⁽¹³⁾

베어링에서 중요한 기계적특성은 강성과 감쇠이다. 비연성된 전자기 베어링계를 각 방향에 대해 1 자유도로 모형화할 수 있으므로 Fig. 6(b)와 같이 나타낼 수 있다. 유도감쇠(inductive damping), 비선형요소와 와전류손실을 무시하고 $Y_r = 0$ 로 할 때 귀환 제어기를 포함한 블록선도에서 이 시스템

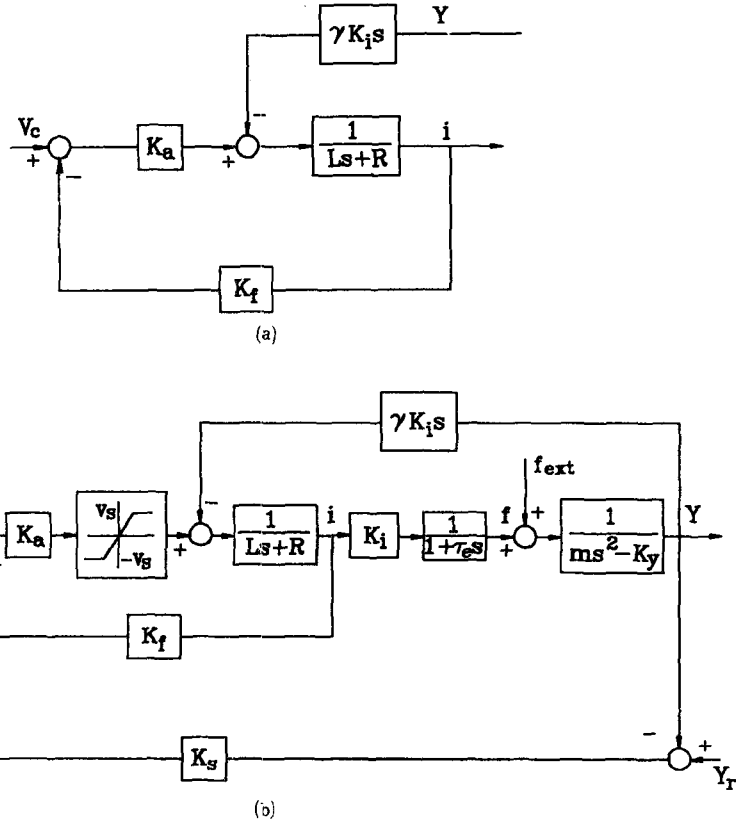


Fig. 6 (a) Current feedback loop (b) Block diagram of overall system

에 대한 폐회로 전달함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 (ms^2 - K_y) Y(s) - K_i I(s) &= F_{ext}(s) \\
 I(s) &= -G(s) Y(s) \\
 G(s) &= \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{K_s K_c [(K_p \tau + K_d) s + K_p]}{(\tau s + 1)(\tau_c s + 1)} \quad (17)
 \end{aligned}$$

위식을 다시 주파수 영역에서 표현하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 Y(j\omega) &= \frac{F_{ext}(j\omega)}{(-K_y - m\omega^2) + K_i G(j\omega)} \\
 &= \frac{F_{ext}(j\omega)}{(K_{eq} - m\omega^2) + j\omega C_{eq}} \quad (18)
 \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 K_{eq}(\omega) &= -K_y + K_i Re\{G(j\omega)\} \\
 C_{eq}(\omega) &= \frac{K_i Im\{G(j\omega)\}}{\omega} \quad (19)
 \end{aligned}$$

미분기의 저주파 통과 여과기와 코일의 시간지연을 무시하고 제어기 전달함수, \$G(s)\$를 간단히 쓰면 다음과 같이 되고

$$G(s) = K_s K_c (K_p + K_d s) \quad (20)$$

등가 강성계수 (\$K_{eq}\$)와 등가 감쇠계수 (\$C_{eq}\$)는 다음과 같이 간단히 정리된다.

$$\begin{aligned}
 K_{eq} &= -K_y + K_i K_s K_c K_p \\
 C_{eq} &= K_i K_s K_c K_d \quad (21)
 \end{aligned}$$

식(21)을 보면 등가 강성계수는 \$K_p\$와 비례하고 등가 감쇠계수는 \$K_d\$와 비례하여 나타난다. 따라서 전자기 베어링 시스템은 제어기의 이득을 조정함으로써 원하는 강성과 감쇠를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

3.3 안정성 해석 및 제어이득 결정

계의 안정성을 판별하기 위해서 식(18)의 시스템 전달함수에 대한 특성방정식을 구하면 다음과 같다.

$$(ms^2 - K_y) D(s) + K_i N(s) = 0 \quad (22)$$

식(22)을 Routh-Hurwitz 판정법을 써서 계의 안정

성을 판별하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tau\tau_c &< \frac{m}{K_y} \\ \frac{(\tau + \tau_c)K_y}{K_s K_c K_i} &< K_a < \frac{(\tau + \tau_c)m}{\tau\tau_c K_s K_c K_i} \\ \frac{K_y}{K_s K_c K_i} &< K_p < \frac{m + \tau\tau_c K_y}{(\tau + \tau_c)m} K_a - \frac{\tau\tau_c K_s K_c K_i}{(\tau + \tau_c)^2 m} K_a^2 \\ K_a &= K_p \tau + K_d \end{aligned} \quad (23)$$

식(23)을 살펴보면 안정이득은 계의 주파수 응답특성을 고려하여 미분기상수 τ 를 선정하고 이로부터 K_p, K_a 의 안정영역을 구할 수 있다. 또 안정된 K_p, K_a 의 최소값은 K_y 에 의해 결정됨을 알 수 있으며 미분기 및 코일의 시상수 τ, τ_c 가 작을수록

K_a 의 안정영역이 넓어지고 이에 따라 K_p 의 안정영역도 넓어짐을 알 수 있다. 예를 들어 $\tau=8 \times 10^{-5}$ sec, $\tau_c=6 \times 10^{-5}$ sec 이면, 2.6×10^{-4} sec $< K_a < 0.166$ sec이고 K_p 는 1.9보다 크고 최대값은 K_a 에 의해 정해지며 $K_a=0.005$ 이면 K_p 의 최대값은 34.7이다. 위에서 구해진 안정된 영역에서 Fig. 7(a)는 초기전류 $i_0=0$ 일 때의 초기 부상응답이고 Fig. 7(b)는 회전(θ_y)방향으로 충격을 가했을 때 Y_1 에서의 응답이다. 식(20)에서 살펴본 바와 같이 전자기 베어링의 비레이득은 계의 강성과 연결되므로 크게 하면 할수록 좋으나 지나치게 큰 비레이득은 안정된 영역에서 많은 제어량을 요구하며 증폭기의 포

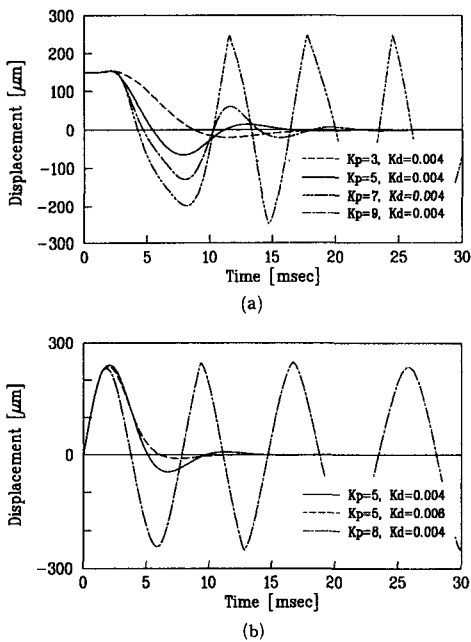


Fig. 7 (a) Start-up response in Y_1 direction
(b) Impulse response in Y_1 direction

Table 1 System parameter

Parameter	Value
Pole face area, A	155 mm ²
Inclined angle, β	15°
Nominal gap, g_0	0.5 mm
Rotor mass, m	1.68 kg
No. of coil turn, N	400/magnet
Power supply voltage, V_s	25 Volt
Force in the radial dir.	117 N/magnet
Force in the axial dir.	27 N/magnet
System size	H 130 mm \times ϕ 130 mm

Table 2 Eigenvalues of magnetic bearing system

	Uncontrolled	Controlled
Eigenvalue	± 249.5	$-236.7 \pm j320.7$
	± 341.6	$-368.1 \pm j480.4$
	± 382.8	$-454.8 \pm j456.7$

Table 3 Control parameter

	I_0 (A)	K_q (N/m)	K_i (N/A)	τ_e	K_p	K_d
X	none	2.15×10^5	117.8	4×10^{-4}	3	0.006
Y_1	1.03	1.60×10^5	101.8	4×10^{-4}	3	0.004
Y_2	1.0	1.59×10^5	98.38	4×10^{-4}	3	0.004
Z_1	1.03	1.60×10^5	101.8	4×10^{-4}	3	0.004
Z_2	1.0	1.59×10^5	98.38	4×10^{-4}	3	0.004

화와 전자기력의 비선형성 등으로 말미암아 식(23)과 같은 선형해석에 의한 안정한 제어이득이라도 Fig. 7과 같은 불안정한 응답이 나타날 수 있다.⁽¹¹⁾ 또한 미분이득은 제어응답에 감쇠를 주는 역할을 하지만 미분기의 특성상 고주파 잡음을 증폭하는 문제가 있다. 따라서 Table 1의 시스템이 감쇠비가 0.5이고, 강성이 1.5×10^6 N/m인 시스템이 되도록 제어이득을 결정하면 Table 2와 같이 극점가지고 이때 제어이득은 Table 3과 같다.

4. 실험

로봇관절로 설계되었기 때문에 이 시스템이 감당할 수 있는 최대 모멘트를 결정하는 것이 중요하다. 전자기 베어링이 감당할 수 있는 최대 부하용량 F_{max} 와 전자기 베어링이 감당할 수 있는 최대 모멘트 M_{max} 는 다음과 같다.

$$F_{max} = \frac{AB_{max}^2}{\mu_0} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} M_{max} &= F_{max}(D \sin \beta - l \cos \beta) \\ &= \frac{AcB_{max}^2}{\mu_0} D [\tan \beta - \tan \alpha] \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 B_{max} 는 전자석 코어의 최대 자속밀도이고, $\tan \alpha = l/D$, $A_c = A/\cos \beta$, l 는 두 전자기 베어링사이의 간격이고, $D = 2R_m$ 는 회전체 코어의 평균 직경이다. 최대 부하용량의 경우 주요 설계변수는 전자석 코어의 단면적 A 와 B_{max} 인데 B_{max} 는 대략 1.0 Tesla로 한정되므로 결국 A 만 주요 설계변수가 된다. 최대 모멘트의 경우 α 는 로봇관절의 형상에 따라 결정되므로 주로 코어의 경사각 β 에 의해 결정된다. 실제 β 는 미리 선정된 축방향 힘을 고려하여 15° 로 결정하였다. 실험에 사용된 주요 설계변수를 Table 1, 3에 보였다.

모의시험과 실험은 불안정한 전자기 베어링계를 안정화시키는 초기 부상응답과 외란에 대한 계의 안정성을 보기 위해서 충격실험을 행하였다. Fig. 8은 초기조건이 $q_b = \{-297, -1260, -147.5, 129.9, -89.3\}^T \mu\text{m}$ 인 전자기 베어링의 초기 부상응답으로 안정된 부상을 하였다. 초기에 마치 시간지연이 발생하는 것처럼 보이는 것은 증폭기의 공급 전압이 제한되기 때문에 발생하는 문제다. 또한 축방향의 제어전류와 반경방향의 제어전류가 동시에 4조의 전자석에 입력되기 때문에 초기 조건에 따라서 응답에 차이가 있다. Fig. 9는 부상중 축방향으로 충

격을 가했을때 축방향과 위쪽 베어링에서의 과도응답으로 충격 외란에 대해서도 안정된 특성을 보인다

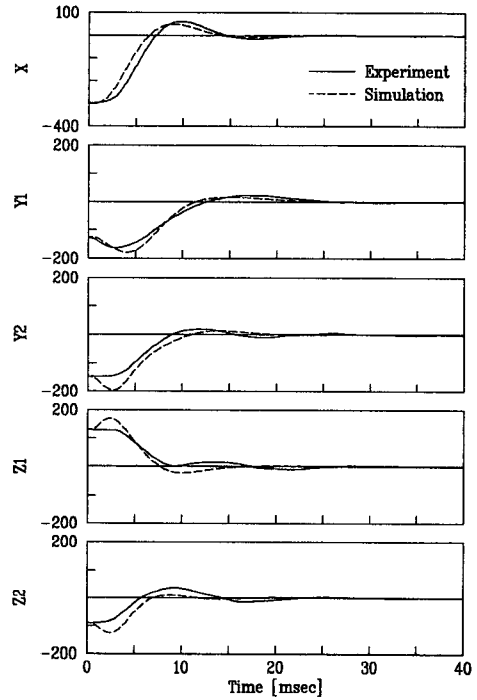


Fig. 8 Start-up response

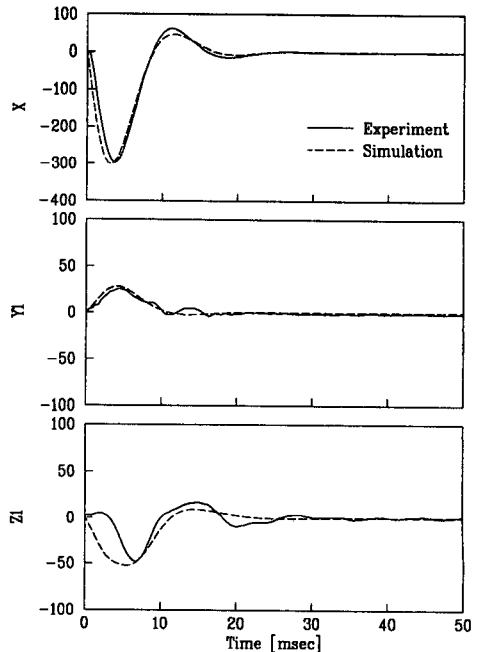


Fig. 9 Impact response

다. 충격시험에 의해 축방향에 대해 고유값과 감쇠비를 측정하면 각각 64.1 Hz, 0.476으로 이론적으로 구한 63.4 Hz, 0.59와 유사함을 알 수 있다. 실험은 모의시험 결과와 잘 일치하지만 감쇠가 약간 작게 나타나는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

고정정실 및 진공실에서 사용되는 로봇관절에 청정도와 진동제어 등의 측면에서 우수한 성능을 지닌 전자기 베어링을 적용하였다. 여기에 사용된 전자기 베어링은 4조의 전자석만으로 5자유도의 회전체를 제어하는 새로운 개념의 원추형 전자기 베어링으로 원추형 전자석에서 발생하는 전자기력을 선형화하였고 회전체-베어링 시스템의 선형화된 운동방정식을 질량중심 좌표계와 각 베어링 좌표계에서 유도하였고 각 방향으로 비연성된 제어를 설계할 수 있음을 보였다. 이 시스템의 제어기는 축방향 운동에 대해서는 위쪽, 아래쪽 베어링 각각에서 다른 부호의 축방향 제어전류를 조절하여 제어하며, 반경방향의 운동에 대해서는 마주보는 두 전자석의 균형을 이룬 전류에 서로 다른 부호의 반경방향 제어전류를 가함으로써 제어하는 비연성 비례미분 제어를 설계하였다. 해석적으로 전자기 베어링계의 특성과 안정영역을 구하고 안정된 응답을 얻도록 감쇠와 강성을 가진 제어이득을 선정하고 실험과 모의시험으로 얻은 응답특성이 잘 일치함을 보였다.

후 기

본 연구는 1991년도 과학기술처 첨단요소기술개발 과제의 연구비지원에 의한 결과로서 이에 감사의 뜻을 표합니다.

참고문헌

- (1) Dussaux M., 1990, "The Industrial Applications of the Active Magnetic Bearings Technology," Proc. of the 2nd Int'l Symp. on Magnetic Bearings, Tokyo, pp. 33~38.
- (2) Kim, J. S., Lee, C. W., 1992, "Modal Testing and Suboptimal Vibration Control of Flexible Rotor Bearing System using a Magnetic Bearing," ASME Journal of Dynamic System Measurement and Control, Vol. 114, June, pp. 244~252.
- (3) Lee, C. W., Kim, C. S., 1993, "Isotropic Control of Rotor Bearing System," Proc. of 14-th ASME conference on Mechanical Vibration and Noise, Albuquerque, pp. 325~330.
- (4) Higuchi, T., Oka K. and Sugawara, H., 1988, "Developmant of Clean Room Robot with Contactless Joints using Magnetic Bearing," Proc. of USA-Japan Symp. on Flexible Automation, Vol. 1, pp. 229~243.
- (5) Tsuda, H., Nakamura, Y. and Higuchi, T., 1989, "High-Speed Digital Controller for Magneto-Servo Levitation of Robot Manipulator," Proc. of 1st Int'l Symp. on Experimental Robotics, pp. 459~466.
- (6) 정호섭, 1992, "능동 자기베어링 지지로봇관절," 한국과학기술원 석사학위 논문.
- (7) Fukata, S., 1992, "Linearized Model and Control System of Active Magnetic Bearings with Magnet Cores in the Shape of a Cone," JSME Series C, Vol. 58, No. 551, pp. 75~82.
- (8) Mohamed, A. M., Emad, F. P., 1992, "Conical Magnetic Bearing with Radial and Thrust Control," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 37, No. 12, pp. 1859~1868.
- (9) 김철순, 하영호, 이종원, 1990, "능동 자기베어링 시스템의 설계," 소음진동공학회 춘계학술대회, pp. 193~198.
- (10) 김승중, 김철순, 이종원, 1991, "능동 자기베어링 지지 고속 정밀회전축계 해석," 소음진동공학회 추계학술대회, pp. 133~137.
- (11) 이종원, 김철순, 김승중, 정호섭, 1992, "마그네틱 베어링을 이용한 고속 정밀스핀들의 개발," 과학기술처연구보고서.
- (12) Zmood, R. B., Anand, D. K., Kirk, J. A., 1987, "The Influence of Eddy Currents on Magnetic Actuator Performance," Proc. of IEEE Vol. 75, No. 2, pp. 259~260.
- (13) Williams, R. D., Keith, F. J., Allaire, P. E., 1990, "Digital Control of Acitve Magnetic Bearings," IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 37, No. 1, pp. 19~27.