

〈論 文〉

가열된 회전원주를 지나는 정상유동 및 열전달해석

부정숙* · 이종춘**

(1993년 1월 6일 접수)

Numerical Solution of Steady Flow and Heat Transfer around a Rotating Circular Cylinder

Jung-Sook Boo and Jong-Choon Lee

Key Words: Spin Parameter(회전계수), Closed Stream(닫힌유선), Outer Boundary Condition(바깥경계조건), Magnus Force(마그너스힘), Local Nusselt Number(국소누셀트수)

Abstract

A numerical method is presented which can solve the steady flow and heat transfer from a rotating and heated circular cylinder in a uniform flow for a range of Reynolds number from 5 to 100. The steady response of the flow and heat transfer is simulated for various spin parameter. The effects on the flow field and heat transfer characteristics known as lift, drag and heat transfer coefficient are analyzed and the streamlines, velocity vectors, vorticity, temperature distributions around it were scrutinized numerically. As spin parameter increases the region of separation vortex becomes smaller than upper one and the lower region will vanish. The lift force, a large part is due to the pressure force, increases as the Reynolds number increases and it increases linearly as spin parameter increases. The pressure coefficient changes rapidly with spin parameter on the lower surface of the cylinder and the vorticity is sensitive to the spin parameter near separation region. As spin parameter increases the maximum heat transfer coefficient and the thin thermal layer on front region are moved to direction of rotation. However, with balance between the local increase and decrease, the overall heat transfer coefficient is almost unaffected by rotation.

———— 기 호 설 명 ————

C_D : 항력계수
 C_{DF} : 마찰 항력계수
 C_{DP} : 압력 항력계수
 C_L : 양력계수
 C_{LF} : 마찰 양력계수
 C_{LP} : 압력 양력계수
 D : 항력(drag)
 H : 격자간 간격

(I, J) : 격자점 위치
 J : Jacobian
 L_s : 박리와(separation vortex)의 무차원 길이
 N : 반경방향 격자점수
 (Nu_o) : 국소누셀트수(local nusselt number)
 L : 양력(lift)
 P : 평균압력
 P_o : 원주표면에서의 평균압력
 Pr : Prandtl Number
 (R, θ) : 극좌표계
 Re : Reynolds수(= $2R_o U_o / \nu$)

*정회원, 부산대학교 기계공학과

**정회원, 부산대학교 대학원

R_o	: 원주반경
T_o	: 바깥 경계온도
T_w	: 원주 표면온도
U, V	: X, Y 방향 평균속도
U_o	: 상류축 주속도
V_R, V_θ	: 반경방향 속도, 원주방향 속도
(X, Y, Z)	: 직교좌표계
α	: 회전계수 (spin parameter, $R_o\omega_o/U_o$)
β	: 열확산계수 (thermal diffusivity)
ζ	: 와도 (vorticity)
(ξ, η)	: 수치 평면좌표계
$\Delta\xi, \Delta\eta$: 수치격자간 간격
μ	: 점성계수
ν	: 동점성계수
ρ	: 밀도
τ_o	: 원주표면에서의 전단응력
φ	: 유량함수
ω_o	: 원주의 각속도
*	: 무차원변수

1. 서 론

회전하는 원주를 지나는 유동은 학문적인 연구대상 이외에도 공학 및 산업에서 많이 응용되고 있다. 회전하는 원주는 정지한 원주에 비해 다양한 후류구조를 나타내고 야기된 양력 및 항력의 변화 등으로 인해 오래전부터 많은 연구대상이 되어왔다.

원주가 회전하게 되면, 베르누이효과로 인해 비대칭성의 압력분포를 야기시켜 높은 속도축으로 양력이 발생하는 마그너스효과(magnus effect)가 나타난다. 이러한 마그너스양력은 회전계수에 비례하여 증가하는 것으로 되어 있지만 Re 수, 표면조건, 중횡비, 끝단형상, 벽면조건 등에 의해 많이 변하게 되어 그리 단순한 것이 아니다.

회전원주를 지나는 유동은 복잡하고 항력이나 양력과 같은 유체역학적 힘의 변화가 회전계수 등에 크게 영향을 받기 때문에, 이론해석이나 수치해석 등을 통해 신뢰할 만한 결과를 얻기 시작한 것은 극히 최근의 일이다. Badr와 Dennis⁽¹⁾는 $Re=200, 500$, $\alpha=0.5, 1.0$ 에서 비정상 점성유동을 수치해석하고 이를 실험결과와 비교, 제시함으로써 새로운 전기를 마련하였다. 가장 최근에 들어서는 Kimura

와 Tsutahara,⁽²⁾ 吉野章男,⁽³⁾ Aldos,⁽⁴⁾ Badr와 Dennis,^(5,6) Tang과 Ingham,⁽⁷⁾ Chang과 Chern,⁽⁸⁾ 손명환⁽⁹⁾ 등이 이론해석 및 수치해석을 통해 새로운 연구결과를 많이 발표하고 있다.

한편, 정상상태의 Navier-Stokes방정식의 경우, 수치해석을 통해 발표된 연구실적은 극히 드물며 계산 가능한 Re 수가 Tang과 Ingham⁽⁷⁾의 연구결과가 나오기 전까지는 20정도가 최대이었다. 정확한 수치해를 얻기 위한 가장 큰 장애요인은 원주로부터 멀리 떨어져 있는 바깥경계조건을 적절하게 설정하는 것으로 되어 있으며 이 문제를 Badr와 Dennis⁽⁵⁾의 연구에서 자세하게 다루고 있다. 특히 정상해를 구하는 경우는 유동에서의 주요 물리량인 양력, 항력 등의 계수가 위의 경계조건에 크게 좌우된다. 이러한 수치기법의 어려움을 피하기 위해, Ingham과 Tang⁽¹⁰⁾이 새로운 바깥경계조건을 정하는 방식을 시도하였다.

따라서 본 연구에서는 회전하는 원주를 지나는 유동의 정상수치해를 구하기 위해서, 종래 지배방정식의 변환시에 좌표계만 변환하는 방식을 피하고 Ingham과 Tang⁽¹⁰⁾이 처음으로 적용한 좌표계변환과 함께 물리량인 유량함수를 새로운 변수로 변환하여 유동 지배방정식을 변환하는 과정을 소개한다. 또한 회전하는 원주의 경우는 유동표면인 원주 표면에서의 경계조건이 해의 정확성과 수렴성에 크게 영향을 미치므로 이론적으로 적합한 새로운 표면와도 경계조건을 설정하였다.

한편 종래의 수치해석 연구결과가 부분적인 Re 수와 회전계수에 국한되고 자세한 유동구조를 체계적으로 다루지 못한 점을 감안하여, Re 수 5, 20, 60, 100, 회전계수 0~3전반에 걸쳐, 유동장내의 유선(stream line), 와도(vorticity) 및 속도벡터의 형태, Re 수와 회전계수의 영향에 의한 표면와도, 압력계수, 항력 및 양력계수 등의 유체역학적 힘에 대한 자세한 자료를 제시하였다. 또한 이전의 연구가 유동해석에만 치우치고 원주의 회전이 강제 대류열전달에 미치는 영향에 관한 이렇다할 연구가 없는 점을 감안하여 가열된 회전원주로부터의 열전달특성과 온도장해석을 처음으로 시도하였다. 이상을 통해 가열된 회전원주를 지나는 후류유동에 대한 수치해석의 신뢰성을 높이고, 유동 및 열전달에 따른 물리적인 현상을 구체적으로 고찰하고자 하였다. 수치해석은 정상상태의 운동방정식과 에너지방정식을 중심차분법에 의해 차분화시키고 SOR

반복법을 사용하여 유동 및 열전달의 동특성을 구해서 결과를 정지상태의 원주의 경우와 비교 검토하였다.

2. 수식화

2.1 지배방정식의 변환

유동은 2차원, 정상상태, 비압축성의 점성유동으로 가정하며, 주어진 좌표계 및 유체역학적 힘은 Fig. 1에 나타낸 것과 같다. 유동장에서 운동하는 원주는 일정한 속도 U_0 의 균일속도장에서 반시계 방향으로 각속도 ω_0 의 크기로 원주중심에 대해 회전운동을 하고 원주표면은 일정온도 T_w 을 유지한다. 회전유동에서는 유동을 나타내는 기본인자로 레이놀즈수 ($Re=2R_0U_0/\nu$)와 주속도에 대한 원주의 상대속도비율을 나타내는 회전계수 (spin parameter, $\alpha=R_0\omega_0/U_0$)를 사용한다.

이와 같은 유동을 지배하는 운동방정식은 와도전달방정식과 Poisson방정식 형태의 유량함수-와도 관계식, 온도장의 열적특성이 일정하고 내부마찰을 무시할때의 에너지방정식으로 다음과 같이 나타낸다.

$$U \frac{\partial \zeta}{\partial X} + V \frac{\partial \zeta}{\partial Y} = \nu \left[\frac{\partial^2 \zeta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial Y^2} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} = -\zeta \quad (2)$$

$$U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \beta \left[\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right] \quad (3)$$

여기서, ζ 는 와도(vorticity)를 나타내며, 식(4)와 같이 정의한다.

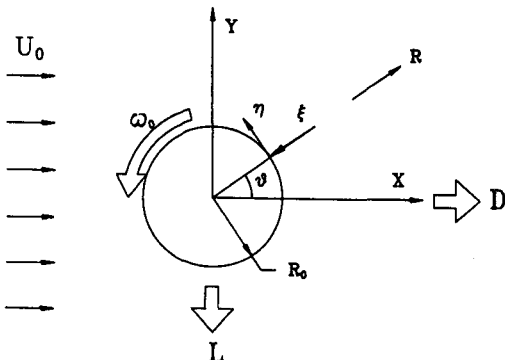


Fig. 1 The coordinate systems and definition of fluid dynamic motion

$$\zeta = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \quad (4)$$

또한, 유량함수 ϕ 와 속도와의 관계는,

$$U = \frac{\partial \phi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \phi}{\partial X} \quad (5)$$

위의 식에서 각각의 항을 주속도 U_0 와 원주반경 R_0 및 원주표면 온도 T_w 와 원주로부터 멀리 떨어진 곳에서의 온도 T_0 의 차이인 $T_w - T_0$ 로 무차원화 시키면,

$$\begin{aligned} U^* &= \frac{U}{U_0}, \quad V^* = \frac{V}{U_0}, \quad \zeta^* = \frac{\zeta}{U_0/R_0}, \\ \phi^* &= \frac{\phi}{U_0 \cdot R_0}, \quad T^* = \frac{T - T_0}{T_w - T_0}, \quad X^* = \frac{X}{R_0}, \\ Y^* &= \frac{Y}{R_0}, \quad Re = \frac{2U_0R_0}{\nu}, \quad R^* = \frac{R}{R_0} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 위첨자 *는 무차원변수를 나타낸다. $\phi^* = \phi^* - Y^*$ 로 두고 식(1, 2, 3)을 무차원변수로 다시 쓰면, 식(7, 8, 9)가 된다.

$$\frac{\partial \phi^*}{\partial X^*} \frac{\partial \zeta^*}{\partial Y^*} - \frac{\partial \phi^*}{\partial Y^*} \frac{\partial \zeta^*}{\partial X^*} - \frac{\partial \zeta^*}{\partial X^{*2}} + \frac{2}{Re} \left[\frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial X^{*2}} + \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial Y^{*2}} \right] = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \phi^*}{\partial X^{*2}} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial Y^{*2}} = -\zeta^* \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi^*}{\partial X^*} \frac{\partial T^*}{\partial Y^*} - \frac{\partial \phi^*}{\partial Y^*} \frac{\partial T^*}{\partial X^*} - \frac{\partial T^*}{\partial X^{*2}} + \frac{2}{Re \cdot Pr} \left[\frac{\partial^2 T^*}{\partial X^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial Y^{*2}} \right] = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 Pr 은 Prandtl수로서 공기에 관한 대표값인 0.7로 고정하였다.

지배방정식(7, 8, 9)을 풀기 위해서는 다음과 같은 경계조건이 필요하다.

$$\begin{aligned} R^* = 1 \text{에서, } \phi^* &= -\sin \theta, \\ \frac{\partial \phi^*}{\partial R^*} &= -\sin \theta - \alpha, \quad T^* = 1 \end{aligned} \quad (10)$$

$$R^* \rightarrow \infty \text{에서, } \frac{\partial \phi^*}{\partial R^*} = \frac{1}{R^*} \frac{\partial \phi^*}{\partial \theta} \rightarrow 0, \quad T^* = 0 \quad (11)$$

위의 방정식이 정확한 수치해를 얻기 위해서는 유동의 경계조건, 특히 원주로부터 멀리 떨어져 있는 바깥 경계조건의 선정이 매우 중요하고 까다롭다.

유량함수를 이용한 바깥 경계조건이 여러형태로 발표되었지만, 비대칭흐름에 맞지 않거나 부정확한 항력 및 양력계수의 예측, 해석가능한 Re 수의 제

한 등으로 인해 수치해석의 범위가 한정되어왔다. 특히 최근의 Badr와 Dennis⁽⁵⁾의 연구결과를 보면, 회전원주를 지나는 정상유동해석에서 바깥경계조건을 무차원반경 400이상으로 잡고 후류폭 내에서 계산정도를 보장하기 위해서 격자크기를 후류후면에 일정한 각도내로 밀집시키는 Clustering 방식을 사용하고도 계산가능한 Re수 범위가 20으로 제한되었다. 이와는 달리 Ingham과 Tang⁽¹⁰⁾은 새로운 변수인 ϕ^*/R^* 를 도입하여 바깥 경계조건으로 다음식을 사용함으로써 간단하면서도 정확한 수치해석 결과를 제시하고 있다.

$$\frac{\phi^*}{R^*} \rightarrow 0, R^* \rightarrow \infty, 0 \leq \theta < 2\pi \quad (12)$$

본 해석에서도 Ingham과 Tang⁽¹⁰⁾은 새로운 변수인 F 를 도입하고, 수치해석을 간단히 하기위해 유동해석영역 ($1 \leq R^* < \infty, 0 \leq \theta < 2\pi$)을 유한한 직각형태의 수치격자영역 ($0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \eta \leq 4$)으로 변환시킨다.

새로 도입한 변수 F 와 좌표변환방정식은 다음과 같다.

$$F = \frac{\phi^*}{R^*} \quad (13)$$

$$\xi = \frac{1}{R^*} \quad (14)$$

$$\eta = \frac{2\theta}{\pi} \quad (15)$$

간단한 사각격자로 변환된 좌표평면 (ξ, η)에서 계산을 수행하기 위해서는 지배방정식과 경계조건을 새로운 독립변수인 ξ, η 에 관해서 변환하여 나타내야 한다.

수치계산 공간에서, Metric 및 임의의 함수, G (여기서는 ϕ^*, ζ^*, T^*)에 대한 미분연산자는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} X_\xi^* &= \frac{\partial X^*}{\partial \xi} = -\frac{1}{\xi^2} \cos\left(\frac{\pi\eta}{2}\right), \\ X_\eta^* &= \frac{\partial X^*}{\partial \eta} = -\frac{1}{\xi} \left(\frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi\eta}{2}\right), \\ Y_\xi^* &= \frac{\partial Y^*}{\partial \xi} = -\frac{1}{\xi^2} \sin\left(\frac{\pi\eta}{2}\right), \\ Y_\eta^* &= \frac{\partial Y^*}{\partial \eta} = \frac{1}{\xi} \left(\frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi\eta}{2}\right), \\ \frac{\partial G}{\partial X^*} &= J \cdot \left(\frac{\partial Y^*}{\partial \eta} \frac{\partial G}{\partial \xi} - \frac{\partial Y^*}{\partial \xi} \frac{\partial G}{\partial \eta} \right), \\ \frac{\partial G}{\partial Y^*} &= J \cdot \left(\frac{\partial X^*}{\partial \xi} \frac{\partial G}{\partial \eta} - \frac{\partial X^*}{\partial \eta} \frac{\partial G}{\partial \xi} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, J 는 다음과 같이 정의된 Jacobian이다.

$$J = \frac{1}{X_\xi^* \cdot Y_\eta^* - Y_\xi^* \cdot X_\eta^*} \quad (17)$$

한편, Laplacian 연산자 $\nabla^2 G$ 는 식(18)과 같이 나타낸다.

$$\nabla^2 G = J^2 \cdot (a \cdot G_{\xi\xi} - 2b \cdot G_{\xi\eta} + c \cdot G_{\eta\eta} + d \cdot G_\eta + e \cdot G_\xi) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} a &= X_\eta^{*2} + Y_\eta^{*2}, \\ b &= X_\xi^* \cdot X_\eta^* + Y_\xi^* \cdot Y_\eta^*, \\ c &= X_\xi^{*2} + Y_\xi^{*2} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} d &= J \cdot (Y_\xi^* \cdot a - X_\xi^* \cdot \beta), \\ e &= J \cdot (X_\eta^* \cdot \beta - Y_\eta^* \cdot a) \end{aligned} \quad (20)$$

$$a = a \cdot X_{\xi\xi}^* - 2b \cdot X_{\xi\eta}^* + c \cdot X_{\eta\eta}^* \quad (21)$$

$$\beta = a \cdot Y_{\xi\xi}^* - 2b \cdot Y_{\xi\eta}^* + c \cdot Y_{\eta\eta}^* \quad (22)$$

이상의 변환을 통해 지배방정식과 경계조건은 다음과 같은 최종식이 된다.

$$\begin{aligned} -2 \frac{\xi^2}{\pi} \left(\frac{\partial F}{\partial \xi^*} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} - \frac{\partial F}{\partial \eta} \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi^*} \right) + 2 \frac{\xi}{\pi} F \frac{\partial \zeta^*}{\partial \eta} \\ + \xi^2 \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi} \cos\left(\frac{\pi\eta}{2}\right) + 2 \frac{\xi}{\pi} \frac{\partial \zeta^*}{\partial \eta} \sin\left(\frac{\pi\eta}{2}\right) \\ + \frac{2}{Re} \left[\xi^4 \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial \xi^2} + \frac{4\xi^2}{\pi^2} \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial \eta^2} + \xi^3 \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi} \right] = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\xi^3 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} + \frac{4\xi}{\pi^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} - \xi^2 \frac{\partial F}{\partial \xi} + \xi F = -\zeta^* \quad (24)$$

$$\begin{aligned} -2 \frac{\xi^2}{\pi} \left(\frac{\partial F}{\partial \xi} \frac{\partial T^*}{\partial \eta} - \frac{\partial F}{\partial \eta} \frac{\partial T^*}{\partial \xi} \right) + 2 \frac{\xi}{\pi} F \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \\ + \xi^2 \frac{\partial T^*}{\partial \xi} \cos\left(\frac{\pi\eta}{2}\right) + 2 \frac{\xi}{\pi} \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \sin\left(\frac{\pi\eta}{2}\right) \\ + \frac{2}{Re \cdot Pr} \left[\xi^4 \frac{\partial^2 T^*}{\partial \xi^2} + \frac{4\xi^2}{\pi^2} \frac{\partial^2 T^*}{\partial \eta^2} + \xi^3 \frac{\partial T^*}{\partial \xi} \right] = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} F = -\sin\left(\frac{\pi\eta}{2}\right), \quad \frac{\partial F}{\partial \xi} = a, \quad T^* = 1 \\ (\xi = 1, 0 \leq \eta < 4) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} F = 0, \quad \zeta^* = 0, \quad T^* = 0 \\ (\xi = 0, 0 \leq \eta < 4) \end{aligned} \quad (27)$$

또한, 수치격자영역 변환시 Branch-Cut 된 $\eta=0$ 및 $\eta=4$ 는 연속성을 위한 경계조건으로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F(\xi, 4) = F(\xi, 0), \quad \zeta^*(\xi, 4) = \zeta^*(\xi, 0), \\ T^*(\xi, 4) = T^*(\xi, 0) \quad (0 \leq \xi \leq 1) \end{aligned} \quad (28)$$

수치계산을 위한 영역인 ($0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \eta < 4$)는 크기가 H 인 사각격자(square mesh)로 나누어진 다. ξ 방향의 격자수를 N 으로 두면 격자간 간격은

다음과 같다.

$$H = \Delta\xi = \Delta\eta = \frac{1}{N} \quad (29)$$

앞에서 변환된 미분방정식 (23~25)는 중심차분법 (central finite difference approximation)을 이용하여 차분방정식으로 변환시킨다.

2.2 표면와도

유동표면인 원주표면에서는 식(26)에 의해 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial F}{\partial \eta} = -\frac{\pi}{2} \text{SIN}\left(\frac{\pi\eta}{2}\right), \quad \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} = \frac{\pi^2}{4} \text{COS}\left(\frac{\pi\eta}{2}\right) \quad (30)$$

그러므로, 식(24), (26)에 의해,

$$\left. \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=1} = -\zeta^* \Big|_{\xi=1} + \alpha \quad (31)$$

식(24)을 ξ 에 대해서 미분하고, 정리하면 다음과 같다.

$$\left. \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = -\left. \frac{\partial^3 F}{\partial \xi^3} \right|_{\xi=1} - \alpha + 2\zeta^* \Big|_{\xi=1} \quad (31)$$

후향차분(backward difference approximation)에 의해,

$$\left. \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = \frac{\zeta^*(N, J) - \zeta^*(N-1, J)}{\Delta\xi} \quad (33)$$

Taylor 급수전개에서,

$$\left. \frac{\partial^3 F}{\partial \xi^3} \right|_{\xi=1} = \frac{6}{\Delta\xi^3} \left[-F(N-1, J) + F(N, J) - \Delta\xi \left. \frac{\partial F}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} + \frac{\Delta\xi^2}{2} \left. \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=1} \right] \quad (34)$$

이상의 식에 의해, 원주표면에서의 와도는 다음과 같다.

$$\zeta^*(N, J) = \frac{H}{2H+2} \left[-\frac{\zeta^*(N-1, J)}{H} - \frac{6}{H^3} F(N-1, J) + \frac{6}{H^3} F(N, J) + \alpha \cdot \left(1 + \frac{3}{H} - \frac{6}{H^2} \right) \right] \quad (35)$$

2.3 유체역학적 힘과 열전달계수

유동장에서 운동하는 원주에 작용하는 항력(drag) D 와 양력(lift force 혹은 magnus force) L 은 Fig. 1에서와 같고 항력계수(drag coefficient) C_D 와 양력계수(magnus force coefficient, or lift coefficient) C_L 는 다음 식으로 정의한다.

$$C_D = \frac{D}{\rho \cdot U_o^2 \cdot R_o}, \quad C_L = \frac{L}{\rho \cdot U_o^2 \cdot R_o} \quad (36)$$

항력 및 양력계수를 와도의 항으로써 압력에 의한 항(C_{DP}, C_{LP})과 표면마찰에 의한 항(C_{DF}, C_{LF})으로 분리하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_D &= C_{DP} + C_{DF} \\ &= -\frac{2}{Re} \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} \text{SIN} \theta d\theta \\ &\quad - \frac{2}{Re} \int_0^{2\pi} \zeta_o^* \cdot \text{SIN} \theta d\theta \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} C_L &= C_{LP} + C_{LF} \\ &= -\frac{2}{Re} \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial \zeta^*}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} \text{COS} \theta d\theta \\ &\quad - \frac{2}{Re} \int_0^{2\pi} \zeta_o^* \cdot \text{COS} \theta d\theta \end{aligned} \quad (38)$$

또한, 무차원변수인 압력계수를 다음과 같이 정의한다.

$$C_p = \frac{P(R_o, \theta) - P(R_o, \pi)}{1/2 \cdot \rho \cdot U_o^2} \quad (39)$$

무차원 열전달계수인 국소누셀트수(local nusselt number), Nu_o 는 다음과 같이 나타낸다.

$$Nu_o = 2 \left. \frac{\partial T^*}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} \quad (40)$$

3. 결과 및 고찰

3.1 계산방법

수치계산을 위한 영역은 30×120 (ξ 방향 30, η 방향 120)의 직각격자를 사용한다. 물리적 좌표계에서 보면, 원주표면 가까이에서는 격자간격이 좁고 표면에서 멀어질수록 그 간격이 넓어지는 구조이다.

차분화된 와도전달방정식과 유량함수-와도관계식 및 에너지방정식은 이완계수를 사용한 반복법인 SOR방법을 사용하여 계산하였다. 이완계수의 선정은 수렴해를 얻기위한 중요한 인자로서, 본 해석에서는 안정된 해를 얻기위해 시행착오를 거쳐 Re 수가 5,20일때는 0.2, Re 수가 60, 100일때는 0.09를 사용하였다. 안정된 해를 구하는 데 필요한 반복수는 $Re=100$, $\alpha=0.5$ 인 경우를 예를 들면 12100회로 나타났다. 계산과정은 구해진 와도값을 기준으로 해의 수렴성을 판단하고, 해가 수렴될 때까지 위의 과정을 반복계산하였다. 반복에 의한 수렴조건으로는 와도의 최대 변화값을 기준으로 1.0

$\times 10^{-4}$ 으로 하였다. 수렴이 완료된 다음에 구해진 와도-유량함수 및 온도분포를 이용하여 앞장에서 언급한 항목들을 분석, 검토하였다.

3.2 계산결과 및 고찰

회전이 없는 경우, 즉 $\alpha=0$ 일 때의 해의 정확성을 확인하기 위해 유선의 분포, 원주표면에서의 압력계수 및 와도분포 등을 이전의 연구결과^(5,7,12,13)와 비교해 본 결과, 만족할 만한 일치성을 얻었다. 또한 $Re=100$, $\alpha=0$ 일때, C_D , C_{DP} , C_{DF} 와 박리와류(separation vortex)의 무차원 길이(L_s)를 비교한 결과를 Table 1에 나타내었다. Table 1에서 보면 C_D , C_{DP} , C_{DF} 의 값은 비교치와 비슷하며 L_s 또한 적합한 값으로 생각된다.

Fig. 2와 Fig. 3은 각각 $Re=60$, 100에서 회전계수에 따른 유선형태를 나타내고 있다. 예상처럼, 원주회전의 영향은 유선형태를 크게 변화시키고 있다. $\alpha=0$ 일 때는 상하대칭으로 나타나는 유선의 형태가 α 증가에 따라, $\theta=0$ 축에 대해 더욱 비대칭으로 되어가고 박리와류의 상하 Eddy는 점점 작아지다가 아래쪽 Eddy부터 사라지는 형태를 확인할 수 있다. Fig. 2에서보면, Re 수=60, $\alpha=1.0$ 에서는 분명히 아래측 Eddy는 사라지고 재순환영역이 상부에만 존재하는 것을 확인할 수 있다.

또한, Fig. 2와 Fig. 3에서, $\alpha=1.0$ 인 경우에 닫힌유선의 형상이 나타나고 있다. 닫힌유선(closed streamlines)은 원주표면에서 발생 시작하여 회전계수가 커짐에 따라 더욱 넓은 영역으로 커져간다. 원주가 회전함에 따라 얇은 유체층이 원주와 함께 회전하게 되고, 낮은 회전수에서는 원주표면에 존재하던 정체점이 회전의 증가에 따라 유체내부로 옮겨가게 된다. 즉, 정체점이 유체내부에서 발생하게 된다. 특히 원주를 지나기 위해 갈라지는 원주전면의 정체점은 회전이 증가함에 따라 회전방향의

반대로 거슬러 올라가고 있으며, 어떤 α 값에서 상부박리점과 일치할 것이다.

Fig. 4는 $Re=60$ 에서 $\alpha=1.0$ 인 경우의 속도벡터를 나타내었다. 전술한 바와 같이 대칭형상의 후류의 Eddy는 회전에 의해 비대칭이 되면서 아래쪽의 Eddy는 사라지고 없다. $\theta=160^\circ$ 에서는 흐름을 원주의 상하로 갈라놓는 정체점에서의 속도형태를 확인할 수 있다.

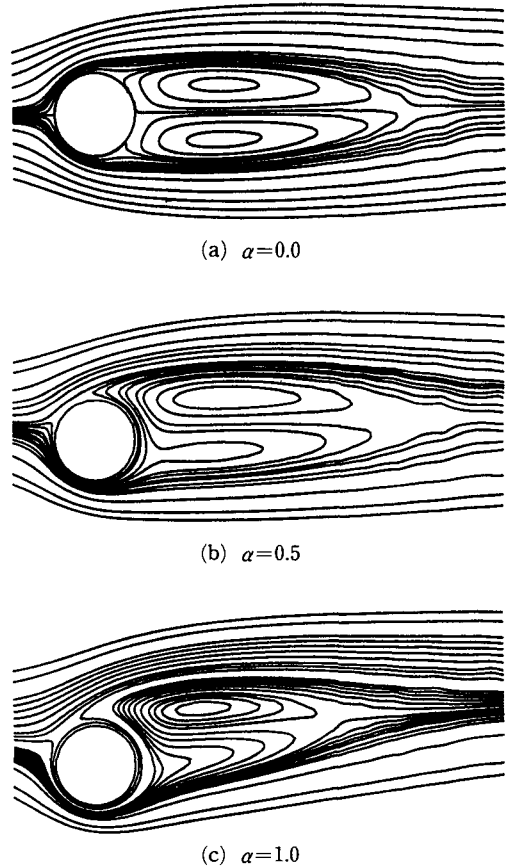


Fig. 2 Streamlines for $Re=60$, $\alpha=0.0, 0.5, 1.0$

Table 1 Comparison of the value of drag coefficients and separation vortex length for $Re=100$, $\alpha=0.0$

	C_D	C_{DF}	C_{DP}	L_s
Taphuoc Loc ⁽¹¹⁾				12.0
Tang and Ingham ⁽⁷⁾	1.059	0.282	0.777	13.1
Fornberg ⁽¹²⁾	1.058			13.7
Dennis & Chang ⁽¹³⁾	1.056	0.282	0.774	13.1
Present	1.058	0.288	0.770	12.4

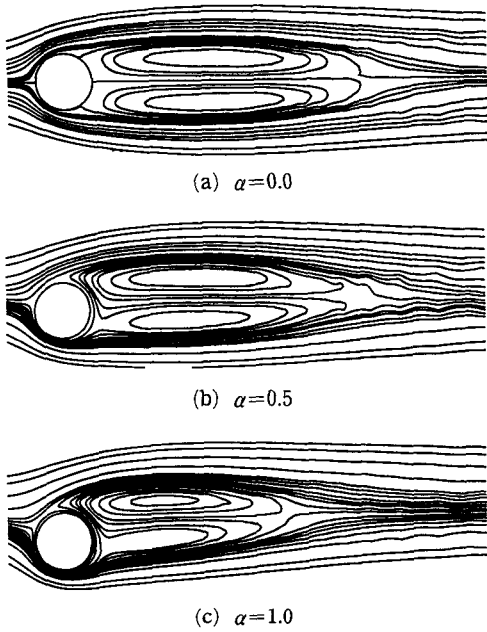


Fig. 3 Streamlines for $Re=100$, $\alpha=0.0, 0.5, 1.0$

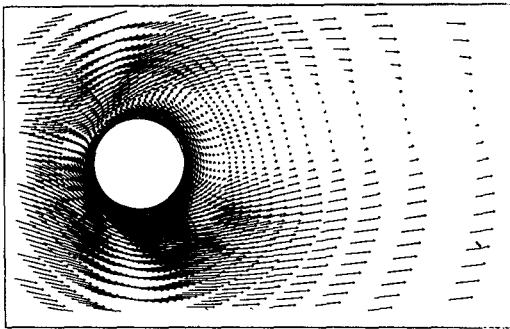


Fig. 4 Distribution of the velocity vectors for $Re=60$, $\alpha=1.0$

Fig. 5(a) 및 Fig. 5(b)는 Re 수 5와 20에서 $\alpha=0.0\sim 1.0$ 인 경우의 유선의 형태를, Fig. 6은 등와도 형태를 나타낸 것이다. 유선은 무차원 유량함수 기준으로 $-1.0\sim 1.0$ 사이를, 등와도는 무차원와도 기준으로 $-1.5\sim 1.5$ 사이를 0.1 간격으로 도시한 것이다. 그림에서 보면, 회전의 영향이 명확하게 나타나고 있으며, 박리와류(separation vortex)가 $Re=5$ 일 때는 없지만 $Re=20$ 이 되면 원주후방에 약하고 작게 나타났다가 회전수가 증가함에 따라 전체 Eddy가 사라지고 없다. 한편, 회전계수가 커짐에 따라 유동이 원주상부로 많이 편향되고 원주 아래쪽은 가속되어 유선이 더욱 밀집되는 것을

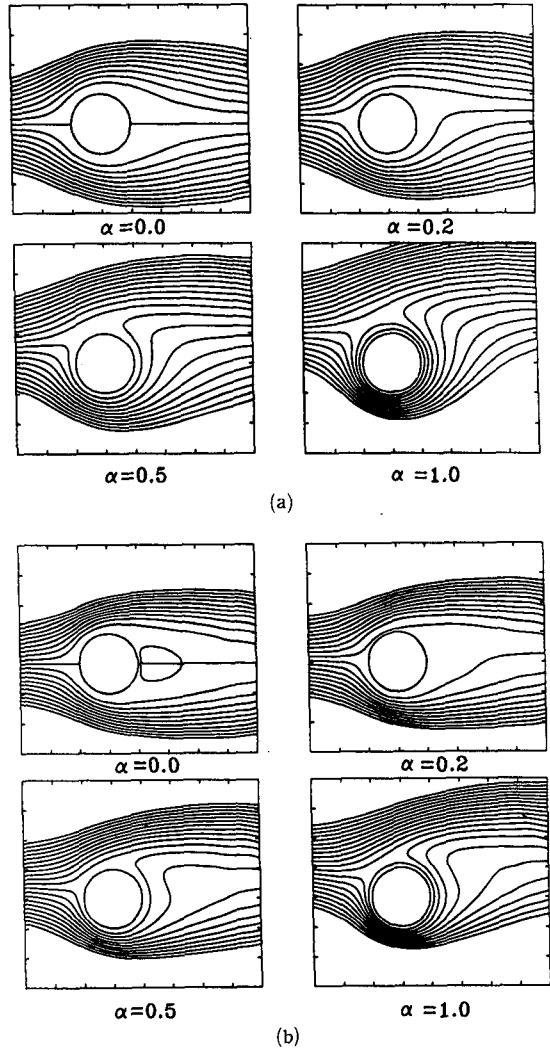


Fig. 5 (a) Streamlines for $Re=5$, $\alpha=0.0, 0.2, 0.5, 1.0$
(b) Streamlines for $Re=20$, $\alpha=0.0, 0.2, 0.5, 1.0$

볼 수 있다. Fig. 6에서는 회전에 의해 야기된 부가적인 음(-)의 와도에 의해 표면에서 생성된 음(-)와도가 회전방향으로 전파되어 비대칭분포를 나타내는 것을 볼 수 있다. 원주후방에서는 대류가와의 확산을 도와서 Re 수가 커질수록 등와도분포가 길어지고 원주쪽으로 몰리는 형태를 보여주고 있다.

Fig. 7은 $Re=20$ 일때 α 변화에 따르는 원주주위의 속도형태를 알아보기 위해 원주주위를 8등분한 곳에서의 속도벡터를 나타낸 것이다. α 증가에 따른 감속, 가속측의 속도분포와 닫힌유선을 형성하는 속도형태를 명확하게 볼 수가 있다. ($Re=5, 20$

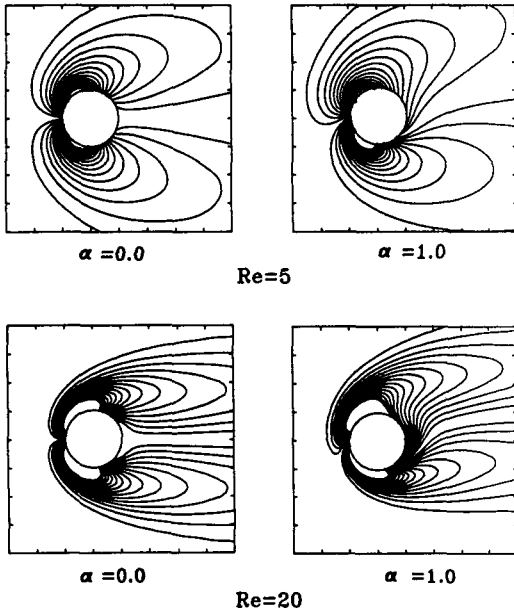


Fig. 6 Contours of the equi-vorticity for $Re=5, 20, \alpha=0.1, 1.0$

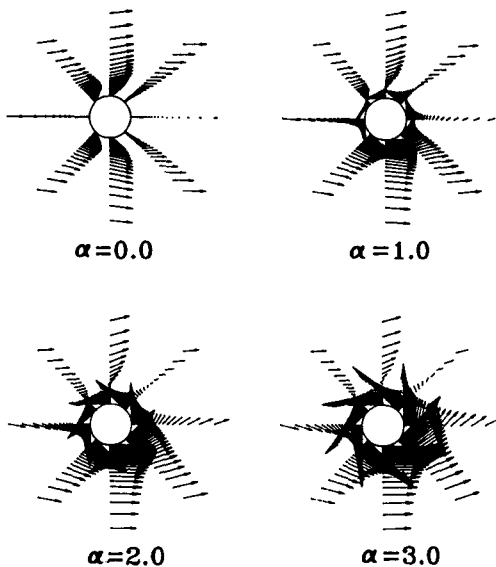


Fig. 7 Distribution of the velocity vectors for $Re=20, \alpha=0.0, 1.0, 2.0, 3.0$

에서는 $\alpha=3$ 까지 정상상태의 수렴해를 구할 수 있다.)

Fig. 8은 $Re=60$ 일때 α 변화에 따른 표면와도 ζ_0 분포를 각각 나타내었다. $\alpha=0$ 일때 원주 상하대칭

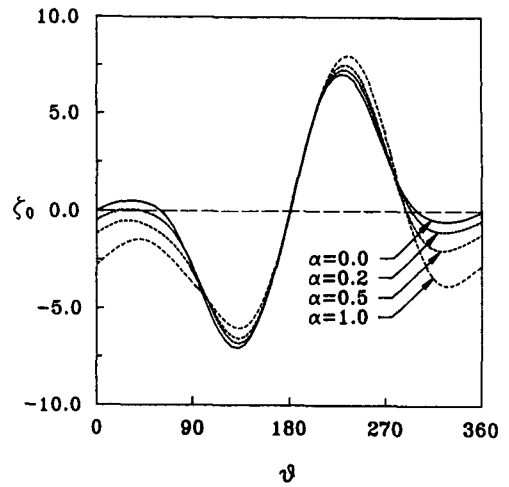


Fig. 8 Distribution of the surface vorticity for $Re=60, \alpha=0.0, 0.2, 0.5, 1.0$

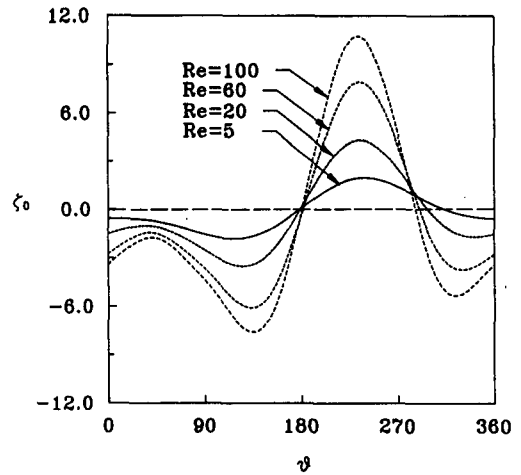


Fig. 9 Effect of Reynolds number on the distribution of the surface vorticity for $\alpha=1.0$

의 와도분포를 보이고, α 가 증가함에 따라 원주상 하면에서의 Peak치가 약간씩 증가함을 알 수 있다. 이는 Badr와 Dennis,⁽⁵⁾ Tang과 Ingham⁽⁷⁾의 결과치와 잘 일치한다. 원주회전에 의해 원주표면에서 발생한 추가적인 음(-)의 와도로 인해, α 증가에 따라서 특히 후류영역인 $0^\circ < \theta < 90^\circ, 270^\circ < \theta < 360^\circ$ 에서 와도의 변화가 심하다. $Re=60, \alpha=0$ 일때, $\theta=60^\circ, 300^\circ$ 에서 $\zeta_0=0$ 인 것은 이 지점이 박리점임을 알 수 있고 $Re=100$ 일때는 이 지점이 $66^\circ, 294^\circ$ 이다.

Fig. 9는 $\alpha=1.0$ 일때 Re 수에 따른 표면와도분포

의 영향을 나타내었다. Re 수 증가에 따라서 원주 상하면의 표면와도의 최대, 최소값의 변화가 급격함을 알 수 있다. 원주의 전면영역($90^\circ < \theta < 270^\circ$)에서 표면와도는 Re 수의 영향을 크게 받는데, 이는 이 지역의 원주표면에서 발생하는 전단응력이 Re 수 증가에 따라 급격히 변하여, 결과적으로 표면와도의 크기변화도 심한 것으로, 3사분면에서 발생하는 양의 와도 최대값이 $Re=5$ 일때는 1.97이고 Re 수가 20, 60, 100으로 됨에 따라 4.35, 7.96, 10.76으로 나타나고 있다. 또한, 2사분면에서 발생하는 음(-)의 표면와도 최소값은 Re 수 증가에 따라 조금씩 $\theta=180^\circ$ 쪽으로 이동됨을 볼 수 있다.

Fig. 10은 $Re=20$, $\alpha=1.0$ 일때 원주표면에서의 무차원 압력계수분포를 Badr와 Dennis,⁽⁶⁾ Tang과 Ingham⁽⁷⁾의 결과와 비교하여 나타내었다. 본 해석의 결과와 비교치들이 정량적으로 비교적 잘 일치하고 있다.

Fig. 11은 $Re=60$ 일때 α 변화에 따른 무차원 압력계수 C_p 의 분포를 각각 나타내었다. $\alpha=0.0$ 인 경우는 원주 상하대칭의 형태를 보이고 있어서 양력을 발생시킬 수 없음을 알 수 있다. 회전이 시작되면 원주상면은 압력이 증가하고 하면에서는 감소하여 양력이 발생함을 알 수 있다. α 증가에 따라 원주상면의 압력증가를 보다 하면의 압력감소율이 크게 나타나고 있다.

Fig. 12는 $\alpha=1.0$ 일때 Re 수 변화에 따른 압력계수의 영향을 나타내었다. Re 수가 증감함에 따라

원주상하면의 압력계수도 동시에 증감하고 있으며 원주 후류영역에서 대부분의 압력계수변화가 일어나고 있다.

Fig. 13은 $Re=60$ 일때 α 변화에 따른 양력계수를 나타낸 것이다. Tang⁽⁷⁾이 결과치는 정상해석을 통한 수렴값이며, Badr⁽⁶⁾의 결과는 비정상해석의 평균값을 나타낸 것이다. 양력계수는 α 증가에 대해 선형 비례하여 증가되는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 14는 Re 수와 α 에 대한 항력계수를 다른 수치해석^(5,7,14) 및 실험치⁽¹⁵⁾ 결과와 비교하여 나타낸 것이다. 항력계수는 α 의 변화에는 민감하지 않음

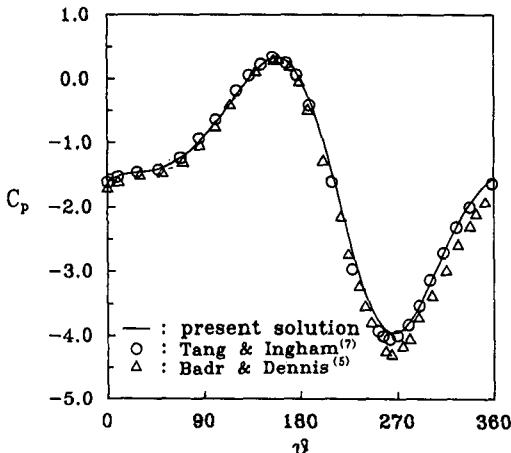


Fig. 10 Comparison of the dimensionless pressure coefficient over the cylinder surface for $Re=20$, $\alpha=1.0$

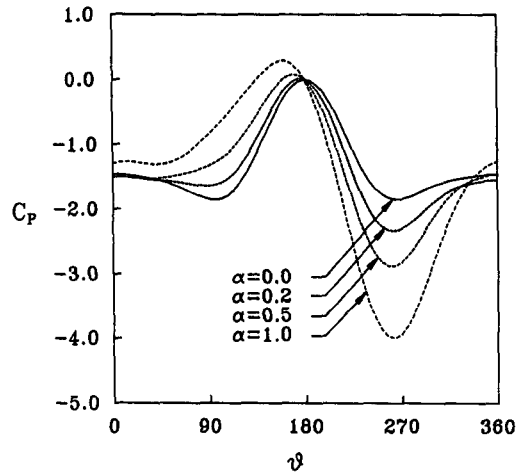


Fig. 11 Distribution of the dimensionless pressure coefficient over the cylinder surface for $Re=60$

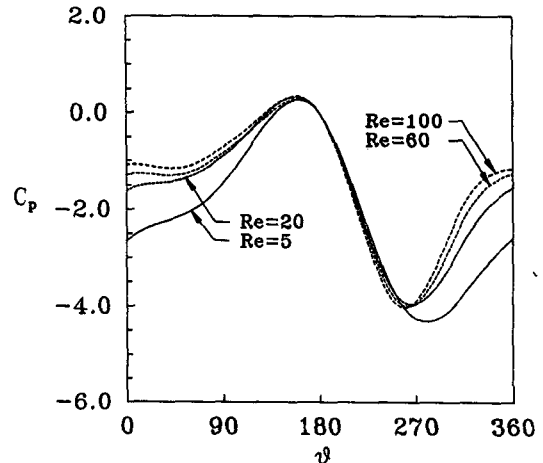


Fig. 12 Effect of Reynolds number on the dimensionless pressure coefficient over the cylinder surface for $\alpha=1.0$

을 알 수 있다.

Table 2는 Re 수와 α 변화에 따른 양력 및 항력 계수를 나타낸 것이다. 표에서 보면, α 에 관계없

이 압력에 의한 양력발생이 지배적임을 알 수 있다. C_L 에서 C_{LP} 가 차지하는 성분은 모든 회전계수에 대해, 평균치가 81% ($Re=5$), 88% ($Re=20$), 92% ($Re=60$), 93% ($Re=100$)이다. 이는 Re 수가

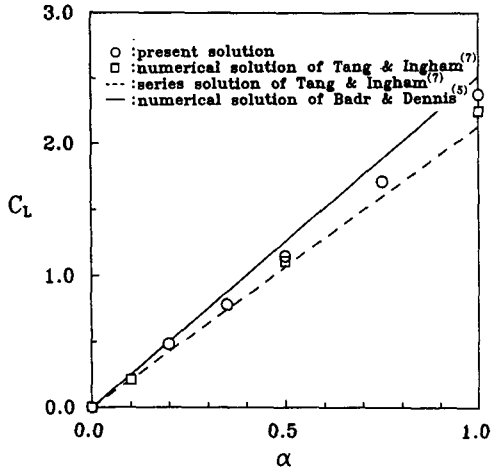


Fig. 13 Comparison of the dimensionless pressure coefficient with existing data for various spin parameter, $Re=60$

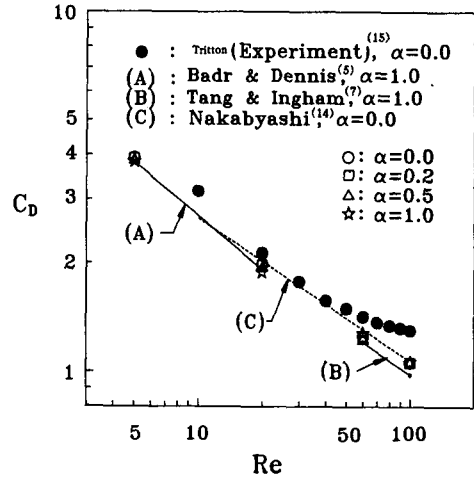


Fig. 14 Variation of the drag coefficient with spin parameter for $Re=5, 20, 60, 100$

Table 2 Value of C_L, C_D for the case of $Re=5, 20, 60, 100$ and $\alpha=0, 0.2, 0.5, 1.0$

Re	α	C_L	C_{LP}	C_{LP}	C_D	C_{DP}	C_{DF}
5	0.0	0.0	0.0	0.0	3.915	2.087	1.828
	0.2	0.524	0.422	0.101	3.909	2.080	1.829
	0.5	1.315	1.058	0.257	3.888	2.055	1.833
	1.0	2.680	2.165	0.515	3.840	1.984	1.855
20	0.0	0.0	0.0	0.0	1.979	1.189	0.791
	0.2	0.490	0.430	0.060	1.973	1.183	0.790
	0.5	1.280	1.122	0.158	1.951	1.157	0.795
	1.0	2.590	2.275	0.315	1.891	1.074	0.817
60	0.0	0.0	0.0	0.0	1.249	0.844	0.405
	0.2	0.484	0.444	0.040	1.247	0.851	0.396
	0.5	1.148	1.054	0.094	1.234	0.831	0.403
	1.0	2.377	2.186	0.191	1.170	0.752	0.418
100	0.0	0.0	0.0	0.0	1.058	0.770	0.288
	0.2	0.430	0.403	0.027	1.058	0.770	0.288
	0.5	1.098	1.027	0.071	1.0567	0.767	0.289
	1.0	2.348	2.190	0.158	1.046	0.750	0.296

증가함에 따라, 양력성분 중에 압력에 의한 성분이 커지고 있음을 보여준다. 하지만 Re 수가 증가함에 따라 그 증가율은 둔화되고 있다. 한편, C_D 에서 C_{DP} 성분의 평균치는 53% ($Re=5$), 59% ($Re=20$), 67% ($Re=60$), 72% ($Re=100$)로 나타나, 양력에서와 같은 경향을 보이지만 낮은 Re 수에서는 전단력에 의한 항력성분이 압력에 의한 항력성분과 거의 같은 정도로 크게 나타나고 있다.

Fig. 15와 Fig. 16은 Re 수가 20 및 100일때의 회

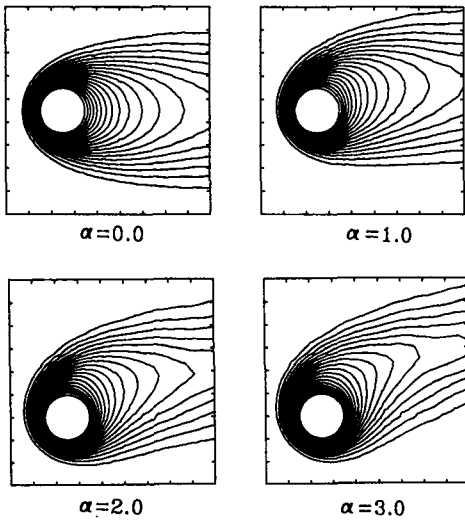


Fig. 15 Equi-temperature lines around a rotating cylinder, $Re=20$

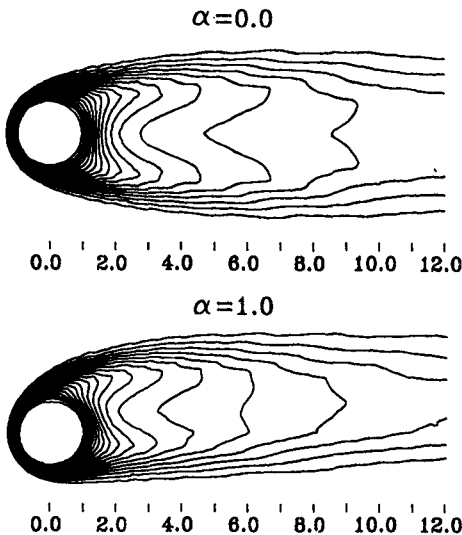


Fig. 16 Equi-temperature lines around a rotating cylinder. $Re=100$

전계수에 따른 무차원 등온분포를 나타낸 것으로 0.1에서 1.0 사이를 0.05 간격으로 도시한 것이다. 박리와류의 영향으로 후류영역에서의 등온선 분포 형태가 현저하게 차이를 보이며, Fig. 16에서 보면 박리와류의 형태를 등온분포에서도 예측할 수 있다. $90^\circ < \theta < 270^\circ$ 영역에서 등온선이 원주쪽으로 밀집되어 있어 이 영역에서는 열경계층이 매우 얇으며 Re 수가 큰 경우 더욱 얇아짐을 알 수 있다. 유선이나 와도분포에서와 같이 정지원주의 경우 상하대칭의 분포가 원주회전에 의해 회전방향으로 편향되어 나타나고 전방의 얇은 열경계층도 회전방향으로 이동되는 것을 알 수 있다.

Fig. 17과 Fig. 18은 원주표면에서의 국소누셀트 수 분포를 Re 수 20, 100에 대해 나타낸 것이다. 정지원주의 경우, 열전달을 방해하는 경계층이 거의 없는 $\theta=180^\circ$ 에서 최대값을 보이고 하류로 갈

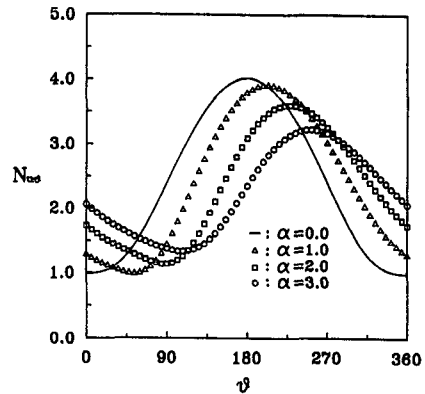


Fig. 17 Local Nusselt number at various spin parameter, $Re=20$

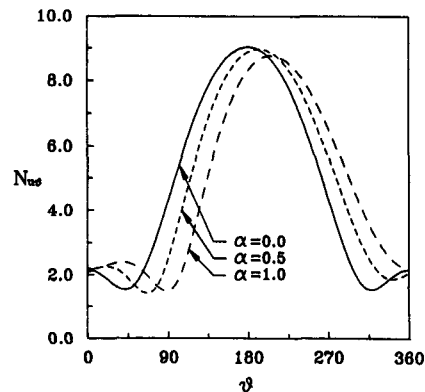


Fig. 18 Local Nusselt number at various spin parameter, $Re=100$

수록 속도 및 온도경계층의 발달과 함께 국소누셀 트수도 감소하게 되는데, Re 수가 100인 경우, 박리와류에 의한 재순환영역에서는 열전달이 증가함을 알 수 있다. 원주회전이 증가할수록 최대 열전달 지점이 $\theta=180^\circ$ 이상으로 옮겨가고 최대 열전달량이 약간씩 감소하게 된다. 한편, 박리점 부근에서의 최소 열전달지점이 회전방향으로 옮겨가고, Re 수 20의 경우 그 크기가 약간씩 증가하고 있다. 원주회전에 의한 국소적인 열전달의 변화는 원주상부의 감소와 원주하부의 증가가 거의 상쇄되어 전체적인 총열전달률에는 뚜렷한 변화가 없다.

6. 결 론

이상에서와 같이 균일유동장에 놓인 가열된 회전 원주를 지나는 정상상태의 유동 및 열전달을 다루는 효과적인 수치해석방법을 개발하였다. Re 수 5, 20, 60, 100 Pr 수 0.7, 회전계수 $0 < \alpha < 3$ 과 같은 해석대상의 유동 및 온도장의 형태, 유체역학적인 힘과 열전달특성을 고찰한 바 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

(1) 회전계수의 증가에 따라 유선 및 와도형태가 더욱 비대칭으로 편향되고 원주표면에서 발생한 단원유선의 형태가 유동장내 넓은 영역으로 퍼져가면서 정체점이 유체내부에서 나타나며 전방정체점은 회전반대방향으로 이동한다.

(2) 원주 하류측에서 발생하는 박리와류는 Re 수가 커질수록 대류가 와의 확산을 도와 길어지고 원주쪽으로 물리는 형태를 보이는데, 낮은 Re 수에서는 회전이 시작되면서 와류가 사라지고, 높은 Re 수에서는 회전계수가 증가함에 따라 와류가 작고 약해지다가 아래쪽부터 사라지기 시작한다.

(3) 표면와도가 원주하류측에서는 회전계수, 원주상류측에서는 Re 수의 변화에 민감하고, 압력계수는 원주하부에서 회전계수의 영향을 많이 받는다. 회전증가에 따른 원주상부의 압력증가율보다 하면부의 압력감소율이 크게 나타나 양력증가를 주도한다.

(4) 원주회전으로 인한 항력의 변화는 미소하다. 항력은 Re 수가 증가하면 커지고, 회전계수에 선형비례 증가하는데 표면마찰에 의한 성분보다 압력에 의한 성분이 지배적이다.

(5) 등온분포에서 박리와류의 형태를 예측할 수 있으며, 박리와류 내부에서는 재순환에 의해 열전

달이 증가한다. 원주회전으로 인해 온도분포가 회전방향으로 편향되며, 원주전방의 얇은 열경계층이 회전방향으로 이동된다.

(6) 원주회전이 증가할수록 최대 열전달지점이 회전방향으로 옮겨가고 그 크기가 약간씩 감소하며, 국소적인 열전달의 변화는 원주상부의 감소와 원주하부의 증가가 거의 상쇄되어 전체적인 총열전달률에는 뚜렷한 변화가 없다.

참고문헌

- (1) Badr, H. M. and Dennis, S. C. R., 1985, "Time Dependent Viscous Flow past an Impulsively Started Rotating and Translating Circular Cylinder," J. Fluid Mech., Vol. 158, pp. 447~488.
- (2) Kimura, T. and Tsutahara, M., 1986, "Flow about a Rotating Circular Cylinder by the Discrete Vortex Method," AIAA Journal, Vol. 25, No. 1, pp. 182~184.
- (3) 吉野章男, 1986, "一樣流中における回轉圓柱まわりの流れの計算," 日本機械學會論文集, 第52卷, 第484號, pp. 3920~3924.
- (4) Aldos, T. K. and Mansour, A., 1988, "Theoretical Calculations of the Flow around a Rotating Circular Cylinder Placed in a Uniform Flow," Trans. of the ASME, J. of Fluids Engineering, Vol. 151, pp. 96~98.
- (5) Badr, H. M. and Dennis, S.C.R., 1989, "Steady and Unsteady Flow past a Rotating Cylinder at Low Reynolds Number," Computers & Fluids, Vol. 17, No. 4, pp. 579~609.
- (6) Badr, H. M. and Dennis, S. C. R., 1990, "Unsteady Flow past a Rotating Circular Cylinder at Reynolds Numbers 10^3 and 10^4 ," J. Fluid Mech., Vol. 220, pp. 459~484.
- (7) Tang, T. and Ingham, D. B., 1991, "On the Flow past a Rotating Cylinder at Reynolds Numbers 60 and 100," Computers & Fluids, Vol. 19, No. 2, pp. 217~230.
- (8) Chang, C.C. and Chern, R. L., 1991, "Vortex Shedding from and Started Rotating and Translating Circular Cylinder," J. Fluid Mech., Vol. 233, pp. 265~295.
- (9) 손명환, 1991, "Integro Differential 방법을 이

- 용한 회전하는 원통주위의 비정상 점성유체 흐름의 수치해,” 한국항공우주학회논문집, 제19권, 제2호, pp. 1~15.
- (10) Ingham, D. B. and Tang, T., 1990, “A Numerical Investigation into the Steady Flow past a Rotating Circular Cylinder at Low and Intermediate Reynolds Numbers,” J. Comput. Phys., Vol. 87, pp. 91~107.
- (11) Taphuoc Loc, 1975, “Numerique de lecoulement dun Fluide Visqueux Incompressible autor dun Cylindre fixe ou en Rotation,” J. Mec. Vol. 14, pp. 109.
- (12) Fornberg, B., 1985, “Steady Viscous Flow past a Circular Cylinder up to Reynolds Number 600,” J. Comput. Phys., Vol. 61, pp. 297~320.
- (13) Dennis, S. C. R. and Chang, G. Z., 1970, “Numerical Solution for Steady Flow past a Circular Cylinder at Reynolds Numbers up to 100,” J. Fluid Mech., Vol. 42, pp. 471~489.
- (14) Nakabayashi, K., Miyake, Y. and Aoi, T., 1985, “Numerical Analysis of Low Reynolds Number Flow around a Body Immersed in a Uniform Stream,” Trans. of th JSME, Vol. 51, No. 467, pp. 2351~2357.
- (15) Tritton, D. J., 1979, Physical Fluid Dynamics, Van Nostrand Reinhold Co., England, pp. 27~29.