

〈論 文〉

직사각형 내부에서의 2차원 스핀업

서 용 권*

(1992년 12월 8일 접수)

Two-Dimensional Spin-Up in a Rectangle

Yong Kweon Suh

Key Words : Spin-Up(스핀업), Vortex(보텍스), Cell(셀), Boundary Layer(경계층)

Abstract

Two-dimensional spin-up in a rectangular domain is analysed by the numerical computation of the Navier-Stokes equations. The cells are in most cases generated by the vorticity developed near the upper and lower surfaces. Moreover, the movement and interaction of those vortices play a key role in establishing the quasi-steady state. The critical phenomena observed in the previous experiment turns out to be caused by the critical movement of the vortices.

1. 서 론

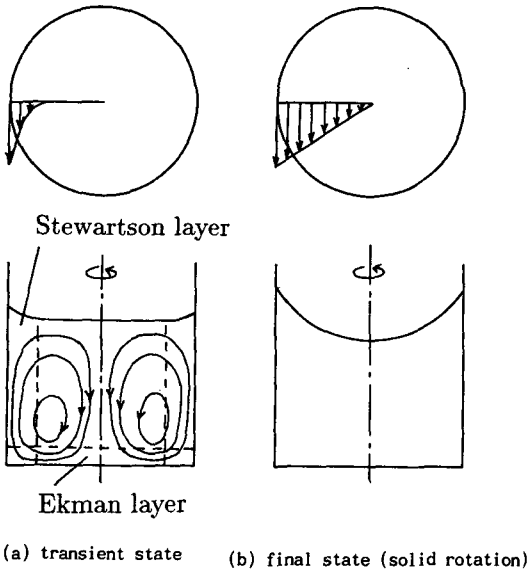
스핀업(spin-up)이란, 유체를 담고 있는 용기를 갑자기 회전시키는 것과 같은 것을 말한다. 스핀업의 문제는 지구물리학적으로 또한 공학적으로 중요한 의미를 갖는다. 1905년 Ekman⁽¹⁾이 바닥에서의 경계층 유동문제에 대해 연구한 이후 응용과 관련하여 다양하게 취급되어져 왔다.⁽²⁾ 따라서 스핀업 또는 스핀다운(spin-down)은 특히 지구물리학의 분야에서는 이미 잘 알려져 있다.

그러나, 1987년 이후의 대한기계학회논문집에는 이와 관련된 논문이 한편도 발견되지 않아, 본 논문의 이해를 돕기 위해 스핀업의 개념을 간략히 설명하고자 한다. 예를들어, 원통 내부에 물과 같은 점도가 낮은 유체를 담고 원통축을 중심으로 갑자기 일정한 각속도로 회전시키는 문제를 생각해 보자.(Fig. 1) 이 경우 충분히 긴 시간이 지나면 내부의 유체는 궁극적으로 상대적 운동이 전혀 없는 고체운동을 하게 된다. 그러나 극히 초기에는 내부

부의 유체가 정지해 있고 오직 원통만이 회전한다. 이 때 만약 바닥의 효과가 없다면 (아주 긴 원통이거나, 바닥에서 유체가 미끄러진다면), 내부의 유체는 측면의 벽으로부터 오직 분자적 확산(대류작용 또는 난류작용에 의한 확산이 없이 순수한 점성에 의한 확산)에 의해 운동량을 전달받고 따라서 전 유체가 고체운동을 하기까지는 장시간이 소요된다. 이제 바닥의 효과를 고려해 보자. 스핀업 이후의 초기에는 대부분의 유체가 정지해 있다 하더라도 고체표면에 인접한 유체는 회전운동을 하고 따라서 바닥에 인접한 유체들은 원심력을 받아 바깥쪽으로 이동한다. (이와같이 바닥의 영향을 받는 지역을 Ekman층이라 한다.(Fig. 1)) 이러한 효과로 Fig. 1과 같은 순환유동이 생기고 내부의 유체는 대류작용에 의해 훨씬 더 빠른 시간 내에 고체운동을 하게 된다.

그러나, 현재까지의 대부분의 스핀업 문제는 축대칭이며 또한 바닥에서의 Ekman층과 관련된 것들이다. 최근, 축대칭이 아닌 용기에 대해 실험한 사례들이 보고되었다.^(3,4) 특히 van Heijst, Davies와 Davis⁽⁴⁾(앞으로 HDD라 칭함)는 원통 대신에 직사각형 모양의 통(Fig. 2)에 대해서 실험하였는

*정회원, 동아대학교 기계공학과



(a) transient state (b) final state (solid rotation)
Fig. 1 Spin-up from rest of a circular cylinder containing a fluid of low viscosity. Shown at the top are distributions of the azimuthal velocity component

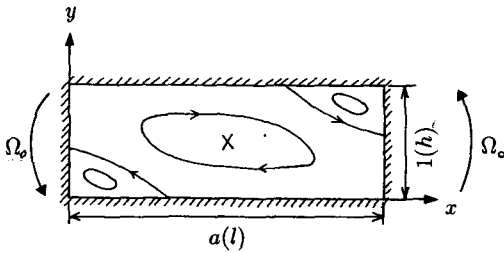


Fig. 2 Two-dimensional model for spin-up of a rectangular cylinder, its axis being perpendicular to the (x, y) plane. Coordinates (rotating) and lengths are dimensionless except for those in the brackets. Spin-up is given by an abrupt counterclockwise rotation of the cylinder about the central axis (marked as 'X') as shown by arrows

데, 이때, 놀랍게도 구석에서의 유동박리와 측면벽에서의 마찰 등으로 인하여, 축직각 단면 상에 2차원 형상의 셀들이 형성되고 이 셀의 패턴이 지속적으로 유지된다는 결과를 보고하였다. (물론 마찰로 인하여 그 강도는 점점 줄어들다). 또한, 같은 실험조건에서도 조그마한 섭동에 의해 셀의 패턴이 완전히 달라진다는 것이다. 예를들면, 중형비 a (Fig. 2)가 홀수 m 에 가까운 값일 때는 m 개의 셀

이 형성되고, 그것이 짝수 m 에 가까운 값일 때는 $m+1$ 또는 $m-1$ (모두 홀수) 개의 셀이 형성된다. 후자의 경우에서 $m+1$ 또는 $m-1$ 의 선택은 극히 작은 섭동(또는 교란)에 의해 바뀌어 질 수 있다는 것이다.

본 연구에서는, 이러한 흥미있는 실험결과를 수치해석을 통해 재현하고, 실험에서 나타난 임계적 현상들의 근본 원인을 규명하고 한다. 특별히 HDD가 연구대상으로 삼은 직사각형 내부의 문제를 취급하기로 한다. HDD의 모델은 초기의 셀형성과정에서는 2차원 유동 패턴을, 그후 Ekman층에 의해 순환유동이 강할 때는 축방향 유동이 가미되는 3차원 유동패턴을 보인다. 본 연구에서는 그중 초기의 2차원적 유동패턴에 대해서만 관심을 갖고 해석하기로 한다. 와도운송 방정식은 4계의 Runge-Kutta법으로 적분하였으며, 유동함수 방정식은 라인 SOR법으로 풀었다.

2. 수식화 및 수치해석방법

동점성 계수 ν 의 유체가 담긴 가로 l , 세로 h 의 직사각형 용기를 Ω_0 의 각속도로 갑자기 회전시키는 문제를 생각한다. (Fig. 2 참조) 이 경우, 속도를 $2h\Omega_0$ 로, 시간을 $1/(2\Omega_0)$ 으로, 길이를 h 로 무차원화하면 지배방정식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \zeta \quad (1)$$

$$\nabla^2 \psi = \zeta \quad (2)$$

여기서 t 는 시간, x, y 는 용기와 같이 회전하는 좌표계 (Fig. 2), ψ 는 유동함수, ζ 는 와도를 나타내며 모두 무차원이다. 그리고 레이놀즈수 Re 는 다음과 같이 정의된다.

$$Re = 2h^2 \Omega_0 / \nu$$

초기 및 경계조건은 다음과 같다.

$$\psi(x, y, 0) = \psi_0(x, y); \nabla^2 \psi_0 = 1 \quad (3)$$

$$\psi = \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \text{ (모든 경계에서)} \quad (4)$$

여기서 n 은 경계면에 대해 수직인 방향의 좌표를 나타내며, 경계조건에서 사용될 중형비 a 는 $a=l/h$ 이다. (Fig. 2) 초기조건 (3)은 $t=0$ 때 전 유동장에서 $\zeta=1$ 임을 의미한다.

본 문제는 직사각형의 중심 $(a/2, 1/2)$ 에 대하여 점대칭(anti-symmetric)임을 알 수 있다. 즉 $\phi =$

ψ, ζ 에 대하여

$$\phi(x, y, t) = \phi(a-x, 1-y, t) \quad (5)$$

이 성립한다. 이러한 점대칭 원리는 HDD의 실험 결과에서도 확인되었다.

따라서 수치해석은 $0 \leq x \leq a/2, 0 \leq y \leq 1$ 의 영역에 대해서만 수행하고, $x=a/2$ 에서의 경계조건은 식(5)에 의해 부여하면 된다. x 및 y 방향으로 $J \times K$ 의 격자계를 형성하고, 임의의 점에서의 함수 값을 $\phi_{j,k}(t)$ 로 나타낸다. 공간적인 미분을 중심차분으로 하여 차분화하면 식(1)과 (2)는

$$\frac{d\zeta_{j,k}}{dt} = f_{j,k}(\psi_{j-1,k}, \psi_{j+1,k}, \psi_{j,k-1}, \psi_{j,k+1}, \zeta_{j-1,k}, \zeta_{j+1,k}, \zeta_{j,k-1}, \zeta_{j,k+1}, \zeta_{j,k}) \quad (6)$$

$$g_{j,k}(\psi_{j-1,k}, \psi_{j+1,k}, \psi_{j,k-1}, \psi_{j,k+1}, \psi_{j,k}) = \zeta_{j,k} \quad (7)$$

과 같이 된다. 여기서 $g_{j,k}$ 는 선형이며, $f_{j,k}$ 는 비선형이다.

본 연구에서는 식(6)을 4계의 Runge-Kutta법으로 적분하였으며, 식(7)은 라인 SOR법으로 풀었다. 하나의 시간단계에서의 계산순서를 요약하면 다음과 같다.

(1) $\zeta_{j,k}^n$ 가 주어져 있고 식(7)의 우변을 $\zeta_{j,k}^n$ 으로 놓고 풀어서 $\psi_{j,k}^n$ 를 구한다.

(2) $k_{j,k}^1 = \Delta t f_{j,k}(\psi_{j-1,k}^n, \zeta_{j-1,k}^n)$ 를 계산한다.

(3) 식(7)의 우변을 $\zeta_{j,k}^{*1} = \zeta_{j,k}^n + k_{j,k}^1/2$ 으로 놓고 풀어서 $\psi_{j,k}^{*1}$ 를 구한다.

(4) $k_{j,k}^2 = \Delta t f_{j,k}(\zeta_{j-1,k}^{*1}, \zeta_{j-1,k}^{*1})$ 를 계산한다.

(5) 식(7)의 우변을 $\zeta_{j,k}^{*2} = \zeta_{j,k}^n + k_{j,k}^2/2$ 으로 놓고 풀어서 $\psi_{j,k}^{*2}$ 를 구한다.

(6) $k_{j,k}^3 = \Delta t f_{j,k}(\psi_{j-1,k}^{*2}, \zeta_{j-1,k}^{*2})$ 를 계산한다.

(7) 식(7)의 우변을 $\zeta_{j,k}^{*3} = \zeta_{j,k}^n + k_{j,k}^3$ 으로 놓고 풀어서 $\psi_{j,k}^{*3}$ 를 구한다.

(8) $k_{j,k}^4 = \Delta t \phi_{f_{j,k}}(\psi_{j-1,k}^{*3}, \zeta_{j-1,k}^{*3})$ 를 계산한다.

(9) $\zeta_{j,k}^{n+1} = \zeta_{j,k}^n + (k_{j,k}^1 + 2k_{j,k}^2 + 2k_{j,k}^3 + k_{j,k}^4)/6$

을 계산한다.

이 과정 중 표면의 와도는 2차 정도를 가지는 알고리즘으로 식(7)의 반복계산이 수렴한 뒤 매번 계산하도록 하였다.

3. 수치해석결과

3.1 수치해석방법의 검증

우선 ADI방법에 의한 결과와 비교해 보았다. $Re=5000, \Delta t=0.1, J \times K=51 \times 51$ 로 하여 계산한 결과 시간은 거의 비슷하게 (5%이내) 걸렸으며, 해의 정도는 Runge-Kutta 법에 의한 것이 더 좋았다.

Table 1 Parametric values for each computational cases, and the number of cells obtained

a	Re	$J \times K$	number of cells	center-cell's rotation
2.50	5000	51 × 51	3	clockwise
3.00	"	71 × 51	3	"
3.50	"	81 × 51	3, 5	"
4.00	10000	111 × 64	3, 5	"
4.50	5000	101 × 51	5	"
5.00	"	111 × 51	5	"
5.50	"	126 × 51	7	"
6.00	"	141 × 51	7	counterclockwise
6.50	"	151 × 51	9	clockwise
7.00	"	161 × 51	9	"
7.50	"	171 × 51	9	"
8.50	"	191 × 51	9	"
9.00	"	201 × 51	9	"

예를들면, $t=10$ 때의 ψ_{max} (반시계방향으로 회전하는 셀의 중앙에서의 ψ) 값을 보면, ADI에 의한 것이 0.020, Runge-Kutta법에 의한 것이 0.024인데, 더욱 정밀한 계산($J \times K=81 \times 81$, $\Delta t=0.01$)에 의하면, 이 값은 0.026이다. 따라서 본 문제와 같은 높은 레이놀즈수에서의 비정상 유동문제에 대해서는 Runge-Kutta법이 무난함을 알 수 있다.

다음 격자수를 줄여서 41×41 로 하였을 때, 아주 작은 Δt ($\Delta t=0.005$)에 대해서도 발산하였으며, ADI에서도 같은 발산을 보였다. Δt 를 줄여서 해소할 수 없는 이러한 불안정성은 Re 값이 커질수록 더욱 심각하여 높은 Re 에서는 더욱 세밀한 격자계를 요구한다. 본 연구 모델에서도 다른 유동모델과 같이 벽면 근처에서 조밀한 격자계가 요구되나 해석의 편의상 균일 격자계를 사용하였다.

Δt 의 영향은 심각하지 않았다. 예를 들면, $Re=5000$, $J \times K=51 \times 51$ 에서 $\Delta t=0.2$ 로 했을 때 $t=10$ 에서 $\psi_{max}=0.023$, $t=20$ 에서 $\psi_{max}=0.058$ 로서 $\Delta t=0.1$ 의 결과와 거의 같았다. ($t=10$ 때 ψ_{max} 값에서 0.001의 차이). 따라서 본 연구에서는 $\Delta t=0.1$ 로 하였다.

3.2 증횡비 a 의 영향

$Re=5000$ 으로 고정시키고, 증횡비 a 를 바꿔가면서 수치해석하였다. $K=51$ 로 하고, J 는 a 의 값에 따라 조정하였다. Table 1은 증횡비의 변화에 따른 수치해석 조건과 최종적으로 유지되는 셀의 수를 나타낸 것이다.

Fig. 3은 $a=3$ 에 대한 유선을 시간의 변화에 따라 그린 것이다. 처음 4개의 구석에서 셀이 나타나고 시간이 지남에 따라 좌상과 우하의 셀은 약해지며 좌하와 우상의 셀은 강해진다. 한편, 중앙에 위치한 원래의 셀은 점차 작아진다. 결국 최종적으로 시계방향으로 회전하는 1개 셀(중앙에 위치)과 반시계방향으로 회전하는 2개의 셀이 형성되고 이러한 패턴이 이후 계속 유지된다. (준정상상태, quasisteady state)

그 결과를 그림으로 나타내지는 않았지만, 계산 결과에 따르면 $a=3.5$ 와 4.0의 경우는 $a=3$ 의 경우와 유사하나, x -방향으로 공간이 커짐으로 인하여 좌우측의 벽면근처에서 시계방향으로 회전하는 셀이 새로이 형성되어 커졌다가 작아지는 것을 되풀이하는 점이 다르다. 작아지는 경우에는 완전한 셀(즉 상면과 하면에 동시에 접하는 셀)로 볼 수 없

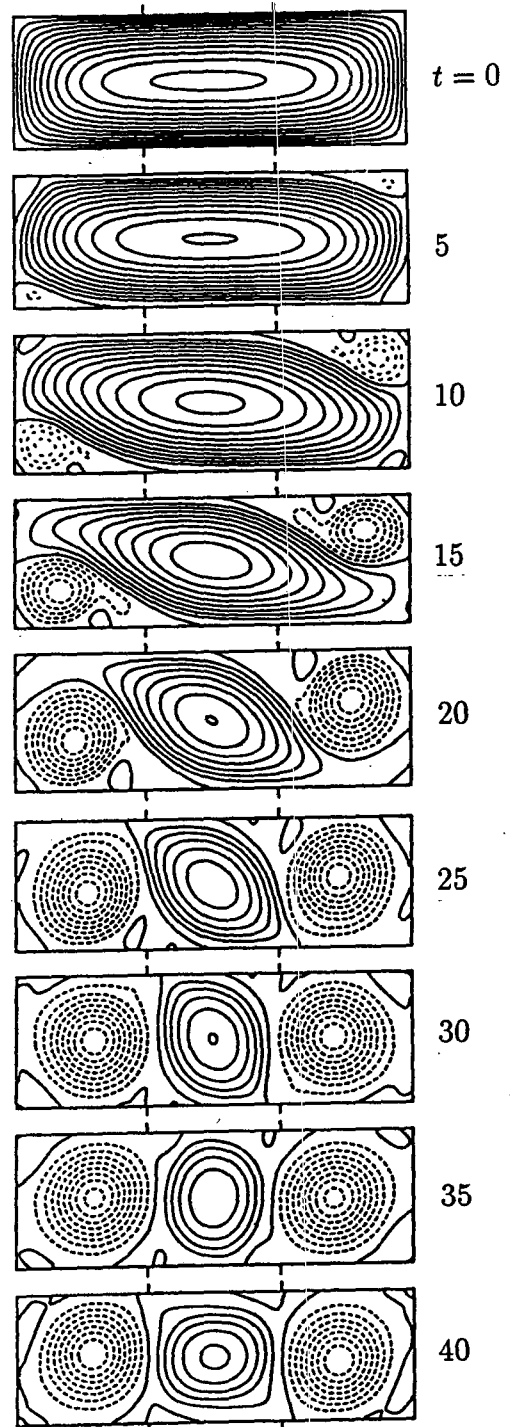


Fig. 3 Streamlines for $a=3.0$. The solid lines correspond to the clockwise rotation, and the broken ones correspond to the counterclockwise rotation. All streamlines are plotted with a 0.01 increment of stream function

으므로 셀의 수는 3개 혹은 5개가 되는 것이다. (Table 1)

Fig. 4는 $a=5$ 에 대한 결과이다. (중횡비가 커짐에 따라 직사각형이 길어지므로 앞으로는 좌측의 영역만을 보이기로 한다.) 여기서 특이한 것은, 중앙의 셀이 $t=40$ 에서 좌우로 길게 늘어진 모양을 취하고 있는데, 이것은 좌측하단에서 형성된 +의 와도가 중앙부의 기존의 +와도와 합해졌기 때문이다. 이 경우에는 5개의 셀이 형성된다.

Fig. 5는 $a=5.5$ 의 경우인데, $a=5.0$ 의 경우와 달리 7개의 셀이 형성되었다. $t=30$ 까지의 유동 발달 과정은 $a=5.0$ 의 경우와 흡사하다. 그러나, $t=40$ 에서 보면, 좌측하단에서 형성된 +와도가 중앙의 +와도에 흡수되지 않고 그 자리에 정체되어 있다가, 오히려 중앙의 +와도를 뺏아 온다. 그리고 이

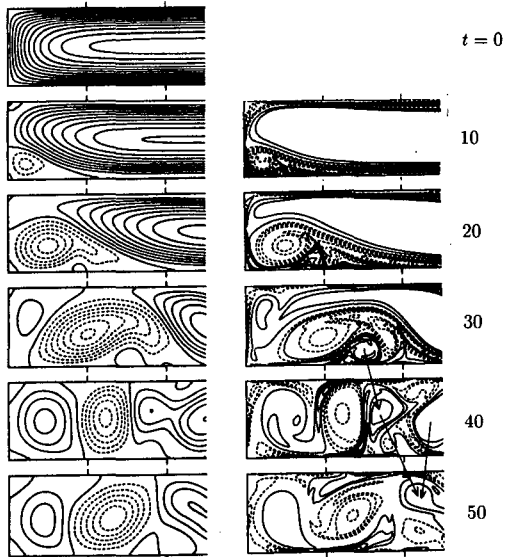


Fig. 4 Streamlines(left) and vorticity contours(right) for $a=5.0$. In the streamline plots, the solid lines denote the clockwise rotation, while the broken ones denote the counterclockwise rotation. In the vorticity contour plots, solid lines have positive vorticity, and the broken ones have negative vorticity. All streamlines are plotted with a 0.01 increment of stream function. All vorticity contours are with a 0.4 increment of vorticity(the lines of '0' vorticity are not drawn). Specially, note that the +vortex developed near the bottom wall moves to and is absorbed by the central +vortex as shown by arrows

과정에서 중앙지역은 -의 와도에 의해 채워지고 따라서 이 지역의 셀은 반시계방향으로 회전한다.

Fig. 6은 $a=6$ 에 대한 결과이다. -의 와도를 가진 보텍스가 길게 늘어졌다가 그 하부에 형성된 +의 와도에 의해 $t=50$ 에서 분리되는 것은 Fig. 5와 동일하나, 중앙으로 진행되는 부분이 중앙지역을 점유하지 못하고 계속 전진하여 우측에 있는 -의 와도와 합해지는 것이다. (그림에서는 우측이 보이지 않으나, 대칭원리에 의해 좌측의 해당부분의 거동을 살펴보면 된다. 즉, $t=60$ 이후에 중앙하단의 -의 와도가 좌측으로 전진하여 기존의 -와도와 합해지는 것을 볼 수 있다). 따라서 중앙지역은 여전히 시계방향의 회전을 보인다. 한편, 이 과정에서 좌측벽면 부근에서는 또다른 셀이 생성되어 모두 7개의 셀이 준정상상태를 지배한다. $a=5.5$ 의 경우에는 중앙에서 마지막으로 셀이 생성된 반면, $a=6$ 의 경우에는 좌측 끝에서 마지막 셀이 생성된 점이 크게 다르다.

3.3 셀의 형성에 있어서의 임계현상

위에서 본 바와 같이 셀의 형성은 상부 또는 하부의 표면에서 생성되는 와도 및 이의 거동과 밀접

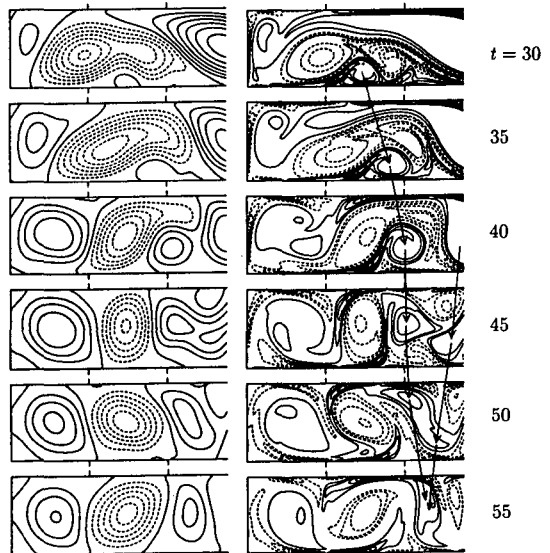


Fig. 5 Streamlines and vorticity contours for $a=5.5$. Same as legend of Fig. 4 for all the others. Contrary to Fig. 4, the +vortex developed near the bottom wall now splits the central +vortex and absorbs one part

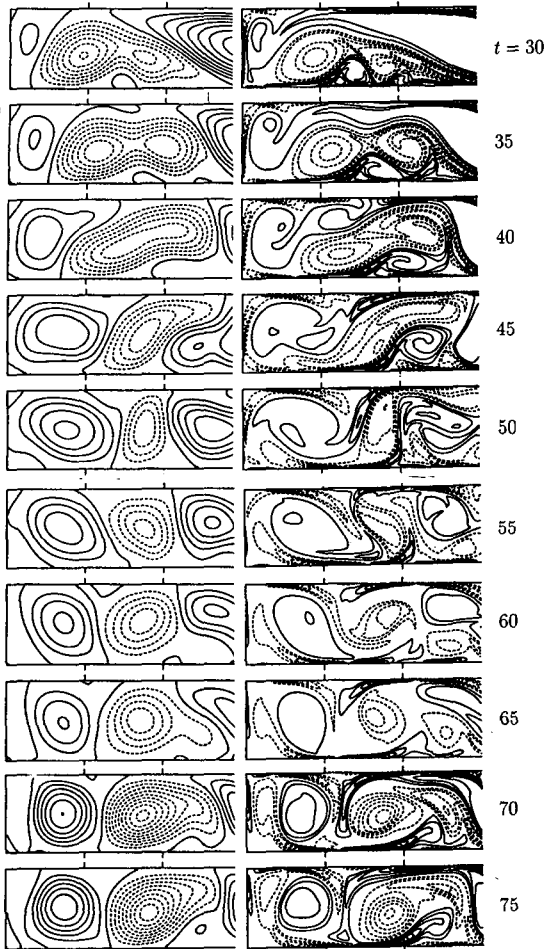


Fig. 6 Streamlines and vorticity contours for $a=6.0$. Final four plots(two for streamlines and two for vorticity contours) are with increments 0.005(stream function) and 0.2(vorticity). Same as legend of Fig. 4 for all the others

한 관계가 있다. 즉, 상하부 표면에서 생성된 와도가 중심부분(즉, $y=1/2$ 의 근처)으로 진출하느냐 아니면 표면을 따라서 계속 흘러가기만 하느냐에 따라 새로운 셀이 형성될 수도 있고 그렇지 않을 수도 있는 것이다. 또한, Fig. 4와 Fig. 5의 비교에서, 하나의 와도가 다른 와도를 뺏아오느냐 아니면 그 와도에 끌려가서 합병되느냐에 따라 셀의 형성에 있어서 근본적으로 다른 결과를 초래한다. 이러한 차이는 결국 a 의 작은 변화에 따라 나타나는 것이므로 그 상황은 임계적이라 할 수 있다.

이러한 임계적 상황이 과연 존재할 것이냐 하는 문제를 더욱 근본적으로 살펴보기 위해 초기의 와

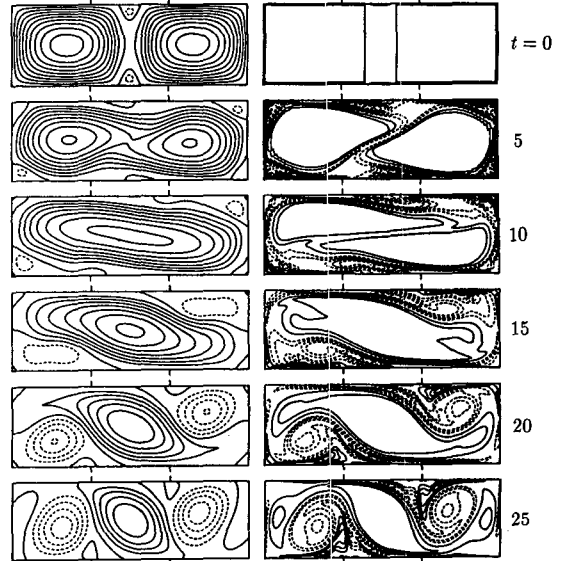


Fig. 7 Generation of cells for $a=3.0$ with vorticity -1 in the middle region(13.6% of the total width a) and $+1$ in the rest. The broken lines in the streamline plots at $t=0$ and 5 denote the stream function 0.002 and 0.005 respectively. Same as legend of Fig. 4 for all the others

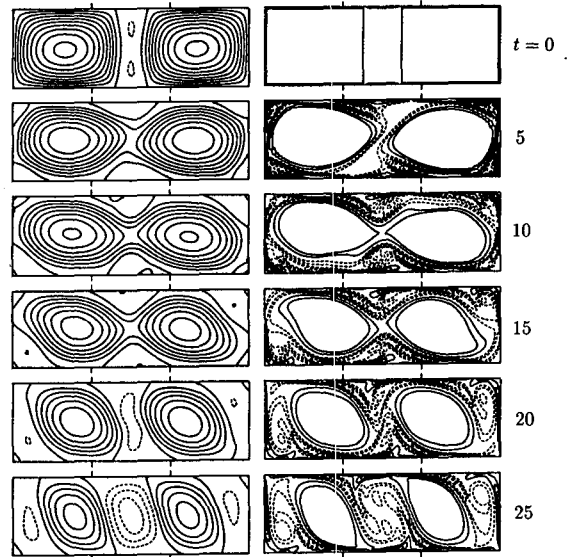


Fig. 8 Generation of cells for $a=3.0$ with vorticity -1 in the middle region(16.4% of the total width a) and $+1$ in the rest. Same as legend of Fig. 4 for all the others

도 분포를 임의로 조정하여 보았다. 즉, 초기조건으로서, 용기의 중앙부에 -1의 와도를 주고 나머지 부분은 이전과 같이 +1의 와도를 주는 것이다. 이 때, -1의 와도를 가지는 중앙부의 폭을 조정하여 수치해석하였을 때 셀이 어떻게 달리 형성되는지 살펴보는 것이다. Fig. 7은 중앙부의 폭을 a 에 대하여 13.6%로 하였을 때이고, Fig. 8은 16.4%로 하였을 때인데, 최종적으로 나타난 셀의 패턴은 전혀 다르다. 즉 Fig. 7에서는 중앙부의 유동이 시계방향이나 Fig. 8에서는 반시계방향이다. Fig. 7에서는 중앙의 상하부 표면에서 생성된 와도가 좌하와 우상의 구석으로 흘러가서 그곳의 반시계방향의 유동을 강화시키는 역할을 하는 반면, Fig. 8에서는 그것들이 표면을 따라 흘러가지 않고 중심부에 모여서 짝을 이루어 회전하면서 반시계방향의 셀을 형성시키는 것이다. 이와같이 미소한 초기조건에 따라 그 결과가 확연히 다르므로 이 상황은 임계적이다.

3.4 실험결과와의 비교

HDD의 실험은 $Re=Q(10^5)$ 정도의 높은 레이놀즈 범위에 속하므로 본 계산결과를 실험결과와 직접 비교할 수는 없다. 그러나, 그럼에도 불구하고 본 수치해석의 결과는 HDD의 실험결과와 전반적으로 초기의 유동발달 과정($t < 15$)에서 잘 맞는다(예를들면, $a=3$ 에서 Fig. 3의 $t=15$ 까지의 유선 모양이 HDD의 가시화 실험결과와 잘 맞음). 이후의 과정에서는 특히 중앙부의 유동에서 차이를 보이고 양측 구석에서도 맞지 않는다. 그 근본적인 이유는, 그들의 실험에서는 셀들이 중앙부로 물리기 때문이다.(그들의 원인분석에 따르면, 이것은 회전에 의해 형성된 포물형의 자유표면과 소용돌이의 상호작용 때문이라 한다.) 그래서 HDD의 실험결과를 보면, 최초의 중앙부의 시계방향 셀은 약해져서 사라지고 그 뒤를 따라오던 2개의 반시계방향의 셀이 합해져서 중앙부의 셀이 되는 것이다. 따라서, 그들의 실험에서는 많은 경우 중앙부의 셀이 반시계방향이다. 그러나, 실험장치를 달리하여 자유표면을 없게 하였을 때는, 중앙부의 셀은 사라지지 않고 유지됨을 보여 주었다.

본 연구에서는 HDD의 실험보다 더 낮은 Re 에서 수치해석하였다. 그럼에도 불구하고 초기의 셀형성과정이 잘 맞음은 셀의 초기 형성과정이 정성적으로 Re 에 크게 영향을 받지 않음을 시사한다고

생각된다. 그러나 이것은 더 높은 Re 에서의 수치해석에 의해 확인할 수 밖에 없다.

4. 검토 및 결론

지금까지의 수치해석 결과에 의하면, 셀은 거의 상하부 표면의 경계층에서 형성된 -의 와도 및 이 와도에 의해 다시 형성된 +의 와도에 의해 생성됨을 알 수 있다. 이것은 와도의 분포를 그려봄으로써 알 수 있는 것으로서, 실험에서는 직접 알아내기 어려운 점이다. 셀의 모양은 정사각형에 가까운 경향을 보이며, 경우에 따라서는 더 좁은(좌우로 좁은) 모양을 보이기도 한다. 표면의 경계층에서 형성된 와도의 거동과 상호작용은 임계적이며, 이 때문에 생성되는 셀의 형상, 개수 및 회전방향도 임계적으로 달라진다.

이러한 임계적 상황은 단순한 자유보텍스의 운동에 대한 연구에서 보고된 바 있다. 두개⁽⁵⁾ 및 세개⁽⁶⁾의 보텍스 뭉치(vortex patch)가 서로 상호작용하여 합해지거나 분리되는 것도 임계적으로 이루어지며, 또한 전단유동장에 존재하는 두개의 보텍스가 서로 맞물려 회전하느냐 아니면 빗겨가면서 멀어지느냐⁽⁷⁾하는 것도 임계적으로 이루어진다. 이러한 단순한 보텍스 모델에서 나타나는 현상은 과연 본 연구에서 보여지는 중요한 물리적 현상을 대변함을 알 수 있으며 그 연구가치를 인정하지 않을 수 없다.

후후의 연구는 이러한 비정상적 유동을 이용한 효과적 교반에 관한 것이다.

참고문헌

- (1) Ekman, V. W., 1905, "On the Influence of the Earth's Rotation on Ocean Currents," *Ark. Mat. Astron. Fys. Stockholm*. Vol. 2, p. 1.
- (2) Benton, E. R. and Clark, A., 1974, "Spin-Up," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 6, pp. 257~280.
- (3) Heijst, G. J. F. van, 1989, "Spin-Up Phenomena in Non-axisymmetric Containers," *J. Fluid Mech.*, Vol. 206, pp. 171~191.
- (4) Heijst, G. J. F. van, Davies, P. A. and Davis, R. G., 1990, "Spin-up in a Rectangular Container," *Phys. Fluids, A 2*, pp. 150~159.
- (5) Roverts, K. V. and Christiansen, J. P., 1972,

- "Topics in Computational Fluid Dynamics," The Impact of Computers on Physics, Macleod G. R. (ed), Northholland, Amsterdam.
- (6) Tsuboi, K. and Oshima, Y., 1985, "Merging of Two Dimensional Vortices by the Discrete Vortex Method," J. Phys. Soc. Japan, Vol. 54, pp. 2137~2145.
- (7) Kimura, Y. and Hasimoto, H., 1985, "Motion of Two Identical Point Vortices in a Simple Shear Flow," J. Phys. Soc. Japan, Vol. 54, pp. 4069~4072.