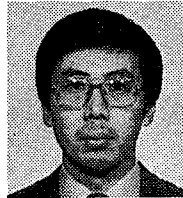


불확실성을 고려한 열교환기 최적설계방법

The Optimal Design Method of Heat Exchanger
with Uncertain Design Parameters

박 종 남
J. N. Park
한국전력기술(주)



- 1952년생
- 동력발생기기 및 계통과 공기조화냉동기기의 설계기술 향상이 관심이 있음.

송 은 실
E. S. Song
한국전력기술(주)



- 1964년생
- 원자력발전소 천이해석과 방사선 방어 및 보건 물리분야에 관심이 있음.

1. 머리말

열유체계통의 설계는 발전소의 안전성향상은 물론 성능 및 신뢰성 향상과 건설비절감 등 발전소의 운영 전반에 걸쳐 큰 영향을 준다. 지금까지 발전소 설계에 사용되어온 모델이나 방법들은 안전성이 우선이었기 때문에 보수적인 상관식이나 방법들이 사용되어 왔으며, 실제로 이러한 열유체계통 및 구성기기들은 설계시 사용되는 설계 입력변수들과 운전조건 등의 불확실성으로 인하여 설계결과에 많은 불확실성이 내포되어 있는 실정이다. 기존의 보수적인 성격의 결정론적 설계방법(deterministic design method)은 안전성에 영향을 미치리라고 생각되는 변수에 대한 불충분한 고려를 보상하고 설계상의 안전성을 확보하기 위하여 모든 불확실성

변수들을 극한값으로 대체하는 심한 보수성(conservativity)를 가지고 있다.

이러한 설계방법은 안전여유가 너무 커서 경제적인 손실은 물론 불필요하게 운전여유도를 감소시켜 운전상의 많은 제약을 초래하여 왔다. 따라서, 이러한 보수적 설계방법의 개선된 방법으로서 설계변수 및 현상들에 관여하는 변수들의 불확실성을 최적으로 평가하여, 이를 설계시 고려하는 방법이 대두되었다. 이 방법은 충분한 분석으로 타당성이 입증된 방법을 통해 불확실성을 정량화하여 가장 최적의 설계여유값을 결정하여 평균 설계값(mean design value)에 추가하는 방법이다. 이러한 확률론적 설계방법(stochastic design method)에 의해 기기의 크기(sizing)를 결정할 경우 설계하고자 하는 기기 또는 계통에 관련된 설계변수를 도출하여, 불확

실성 설계변수를 선정하고 각각의 불확실성 설계변수들에 대한 평균값(mean value)과 편차(standard deviation)를 계산하여, 최적의 설계여유값을 결정하는 자료로서 사용한다.

이러한 설계방법에 있어서 중요한 과정은 설계입력변수들의 편차와 신뢰도를 결정하는 과정인데, 많은 제작 및 운전자료를 수집하여 충분한 분석을 통해 결정한다. 또한, 신뢰도는 설계하고자하는 기기의 중요도 및 각각의 불확실성 설계입력변수들의 기여도에 따라 결정하며, 경제적 측면 뿐만아니라 안정성 측면에서도 문제가 없도록 적절하게 결정하여야 한다. 높은 신뢰성을 갖는 계산결과를 얻기 위하여 신뢰도 대한 정량적인 수치로는 일반적으로 95%의 신뢰도가 제시되고 있다.^{(3) (5) (7) (8) (9)}

2. 정량적 해석

2.1 통계이론^{(4) (5)}

2.1.1 정규분포(normal distribution)

각각의 설계변수들의 분포형태를 일반적으로 계산이 간편한 정규분포(normal distribution)를 가정한다. 정규분포함수는 연속분포함수(continuous distribution function)중 가장 일반적으로 사용되며, 연속분포 함수의 무작위 변수(random variable) X 가 임의의 x 보다 작을 확률은 식 (1)과 같다.

$$P(X \leq x) = F_N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \int_{-\infty}^x \exp[-(X-\mu)^2/2\sigma^2] dx \dots\dots (1)$$

여기서, X 는 정규분포를 따르는 변수이며, 상수 μ 와 σ 는 X 의 평균과 표준편차이다. $F_N(x)$ 는 그림 1에 나타난 누적정규분포(cumulative normal distribution)이며, $F_N(x)$ 의 x 에 대한 미분형태를 정규분포의 확률밀도함수(probability density function), $f_N(X)$ 라 하며 그림 2와 같다.

$$F_N(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \exp[-(X-\mu)^2/2\sigma_x^2] \dots (2)$$

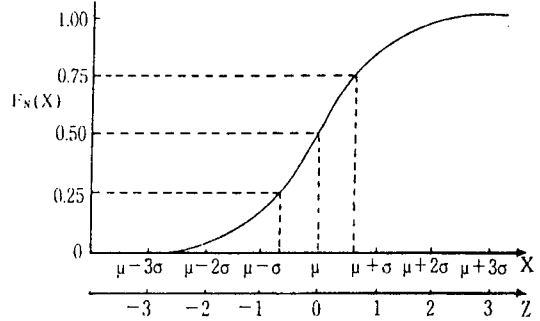


그림 1 누적정규분포함수(normal distribution cumulative density function)

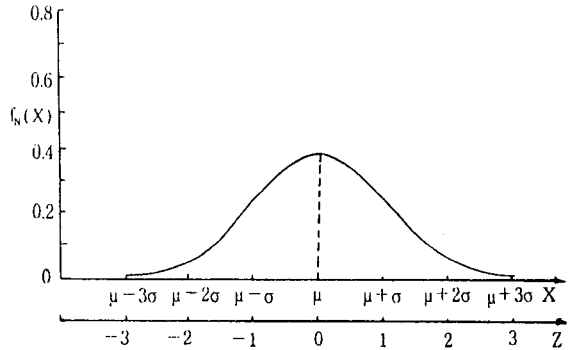


그림 2 정규확률밀도함수(normal distribution probability density function)

그림 1에서 평균 μ 는 분포의 중앙에 해당하는 최빈값이며, 표준편차 σ 는 분포를 이루는 각각의 측정값들이 평균값에서 산란된 정도를 나타낸다. 식 (2)에서, $\mu=0$, $\sigma=1$ 인 경우를 표준정규분포(standard normal distribution)라 하며, 식 (2)는 식 (3)과 같은 새로운 변수 Z (standard score)을 도입함으로써 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \dots\dots\dots (3)$$

$$f_N(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp[-Z^2/2] \dots\dots\dots (4)$$

일반적으로 모집단(population)의 평균과 표준편차는 무작위 표본추출(random sampling)에 의하여 구하며, X 가 정규 집단(normal popula-

tion)이라면, 표본평균(sample mean) \bar{x} 는 모집단의 평균 μ 의 평가값(estimated value)이고, 표본표준편차(sample standard deviation) σ_s 는 모집단의 σ 의 평가치이다.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \dots\dots\dots (5)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N}} \dots\dots\dots (6a)$$

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N-1}}, N < 30 \dots\dots\dots (6b)$$

그림 1에서 표준점 $Z=0$ 일 때 정규곡선은 평균에 대해 대칭이며, 곡선의 총 면적은 1.0이다. $Z=0$ 과 $Z=1.0$ 사이의 면적은 0.3413이며, $Z=-1.0$ 과 $Z=1.0$ 사이의 면적은 0.6826으로서, 표준정규분포로부터 구한 $\mu \pm \sigma$ 사이의 임의의 값이 존재할 확률을 의미한다.

2.1.2 신뢰구간(confidence interval)

정규분포를 갖는 변수 X 가 $\mu - 1.96\sigma$ 과 $\mu + 1.96\sigma$ 사이에 놓일 확률은 0.95이며, 이러한 95% 확률을 X 의 신뢰구간이라 한다. 모집단의 평균 μ 와 표준편차 σ 가 미지의 값일 경우, 표본의 평균

\bar{x} 와 표본표준편차 σ_s 를 식 (5), (6)에 대입하여 구한다. N 개의 표본으로부터 표본평균 \bar{x} 와 표본표준편차 σ_s 를 구하면, 모집단의 평균 μ 에 대한 신뢰도는 다음과 같이 계산한다. 95%의 신뢰도에 대한 표준점 Z 는 1.96이며, 표본에 대한 표본표준편차가 $\sigma\sqrt{N}$ 이면, 평균 μ 에 대한 신뢰한계(confidence limit)는 식 (7)과 같다.

$$\bar{X} - 1.96 \sigma_s/\sqrt{N} \leq \mu \leq \bar{X} + 1.96 \sigma_s/\sqrt{N} \dots\dots (7)$$

또한, 일반적으로 임의의 신뢰도(confidence level)에 대한 신뢰구간(confidence interval)은 식 (8)과 같이 표현한다.

$$\bar{X} - Z \sigma/\sqrt{N} \leq \mu \leq \bar{X} + Z \sigma/\sqrt{N} \dots\dots\dots (8)$$

임의의 변수에 대한 최상한계(upper limit)와 최하한계(lower limit)중 하나의 한계를 취할 경우, 곡선의 총 면적은 1이며, 원점에 대하여 대칭이므로 임의의 Z 에 대한 신뢰도가 P 일 경우 나머지 면적은 $1-P$ 이다. Z 의 값이 1.645인 95%의 신뢰도의 최상한계에 대해서 $-\infty$ 부터 0사이의 면적은 0.5이고 0부터 Z 사이의 면적은 0.45이며, 따라서 평균 μ 에 대한 최상한계는 $\bar{X} + 1.645\sigma/\sqrt{N}$ 이다. 이러한 누적확률(cumulative probability; one-sided confidence level)은 그림 3과 같다.

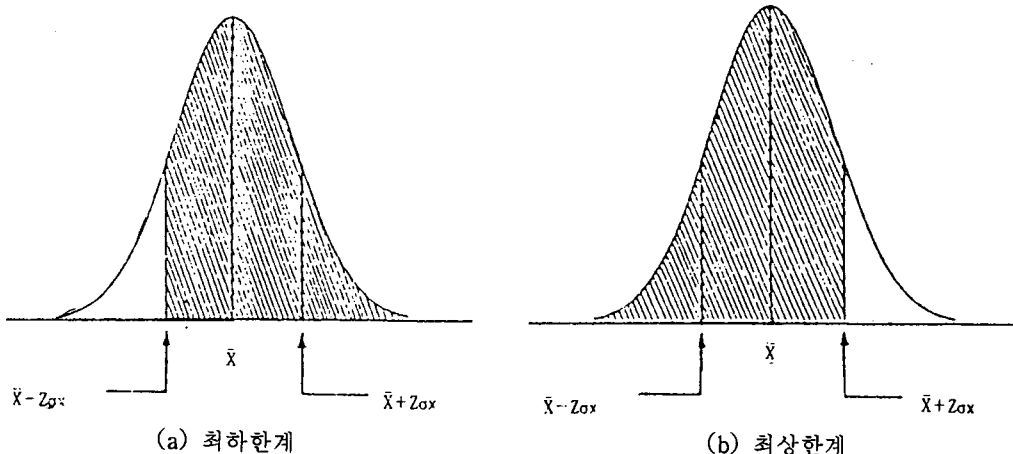


그림 3 누적확률(cumulative probability; one-sided confidence level)

2.1.3 표본크기(sample size)

때 표본의 크기는 식 (10)과 같다.

임의의 표본 평가값의 정확도를 범위를 $\pm \Delta$ 라면, 95% 신뢰도에서 대해 \bar{X} 는 $\mu \pm 1.96 \sigma \sqrt{N}$ 사이에 놓여 있다. 따라서 95% 신뢰도일

$$1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \Delta \dots\dots\dots (9)$$

표 1 누적분포함수(cumulative probability function)

$$I(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-Z^2/2) dZ = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} \exp(-Z^2/2) dZ$$

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5369
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5590	0.5636	0.5275	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6363	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9299	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9430	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9648	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9700	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9893	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9974	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9796	0.9998	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9818	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9838	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9907	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000

$$N = \frac{4\sigma^2}{\Delta^2} \dots\dots\dots (10)$$

참고로, 99%의 신뢰도에 대한 표본의 크기는 식 (11)과 같다.

$$N = 6.6 \frac{\sigma^2}{\Delta^2} \dots\dots\dots (11)$$

2.2 정량화 이론^{(1) (2) (3) (7)}

불확실성 영향의 정량화에 사용되는 이론은 다음과 같다. 최종설계변수(종속변수) Y는 식 (12)와 같이 설계입력변수(독립변수) x_1, x_2, \dots, x_N 들과 함수관계에 있다고 하자.

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \dots\dots\dots (12)$$

여기서, Y : 최종설계변수
 x_1, x_2, \dots, x_N : 설계입력변수

만약, x_1, x_2, \dots, x_N 등의 설계입력변수들에 어느 정도의 불확실성이 존재한다면, 이들에 의해 계산되는 최종설계변수 Y에도 불확실성이 존재하게 되며, 이러한 관계는 2.3절에 예를 통해 자세히 설명하였다.

설계입력변수들 및 최종설계변수의 불확실성은 각각의 표준편차인 σ_{xi} 와 σ_Y 를 계산하므로서 정량화 하며, 식 (13)의 $\sigma_{\sigma Y}$ 는 x_i 들의 불확실성이 Y의 불확실성에 미치는 정도를 나타낸다.

$$\sigma_{\sigma Y} = \left(\frac{\partial Y}{\partial x_i} \right) \cdot \sigma_{xi} \dots\dots\dots (13)$$

여기서 σ_{xi} : x_i 의 표준편차
 $\sigma_{\sigma Y}$: x_i 의 불확실성으로 인한 Y의 표준편차

식 (13)과 같이 각각의 설계입력변수들의 불확실성을 정량화하여, 전체 불확실성을 나타내는 σ_Y 를 식 (14)와 같이 변수들의 개별적인 불확실

성 영향의 제곱 합의 제곱근(root-sum square method)으로 구한다.

$$\begin{aligned} \sigma_Y &= \sqrt{(x_1\sigma_Y)^2 + (x_2\sigma_Y)^2 + \dots + (x_N\sigma_Y)^2} \\ &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial Y}{\partial x_i} \cdot \sigma_{xi} \right)^2 \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

신뢰도에 따라 표 1의 확률표에 의해 결정되는 표준점(standard score), Z으로 최종설계변수 Y를 나타내면 식 (15)와 같으며, 식 (16)에 의하여 최종설계변수 Y의 최종 설계값을 구한다.

$$\frac{Y - \bar{Y}}{\sigma_Y} = Z \dots\dots\dots (15)$$

$$Y = \bar{Y} + Z \cdot \sigma_Y \dots\dots\dots (16)$$

여기서, Z : 표준점(standard score)
 σ_Y : Y의 표준편차
 \bar{Y} : Y의 평균값

여기서, $Z \cdot \sigma_Y$ 는 설계시 Y의 설계 평균값 \bar{Y} 에 설계입력변수들의 불확실성을 고려하여 추가해주는 여유값으로서 식 (17)의 ΔY 의 해당된다.

$$Y = \bar{Y} + \Delta Y \dots\dots\dots (17)$$

여기서, \bar{Y} : 평균 설계값
 Y : 실제 설계값
 ΔY : 설계 여유값

확률론을 도입한 기기 및 계통의 설계방법에는 여러방법이 있으며, 특히 Buckley방법과 Berryman & Himmelblau 방법 등이 널리 알려져 있다.

2.3 설계입력변수의 불확실성 영향^{(2) (3) (6)}

설계입력변수들의 불확실성이 최종설계변수의 불확실성에 영향을 미치는 이론을 설명하면 다음과 같다.

일반적으로 열교환계통의 튜브(tube) 및 셸(shell)측에 대한 열전달계수들과의 압력강화는 운전변수의 상관식들과 설계방정식사이의 관계식으로부터 계산한다. 튜브 및 셸측에서의 열전달계수는 식 (18)의 Nu 수를 결정하여, Nu 수와 열전달계수의 관계식으로부터 구한다.

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} (\mu/\mu_w)^{0.14} \dots\dots\dots (18)$$

- 여기서, Re : Reynolds수($\rho vD/\mu$)
- Pr : Prandtl수($Cp\mu/k$)
- Nu : Nusselt수(hD/k)
- μ : 평균온도에서의 점성
- μ_w : 튜브벽 온도에서의 점성

식 (18)의 Re , Pr 및 Nu 와 각각의 변수들사이의 관계식들을 대입하여, 튜브측 열전달계수를 구하면 식 (19)와 같다.

$$h_i = \frac{k \cdot Nu}{D} = \frac{k \cdot 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} (\mu/\mu_w)^{0.14}}{D}$$

$$= \frac{k \cdot 0.023 (\rho vD/\mu)^{0.8} (Cp\mu/k)^{1/3} (\mu/\mu_w)^{0.14}}{D}$$

$$= 0.023 v^{0.8} D^{-0.2} \rho^{0.8} Cp^{1/3} k^{2/3} \mu^{-1/3} \mu_w^{-0.14} \dots\dots (19)$$

- 여기서, v : 유체의 속도
- D : 튜브의 직경
- ρ : 유체의 밀도
- Cp : 유체의 비열

식 (19)의 변수들로서 튜브측의 압력강화를 표현하면 식 (20)과 같다.

$$\Delta P_t = 1.44 \rho^{0.67} v^{1.67} D^{-1.33} \mu^{0.19} \mu_w^{0.14} L^{1.0} \dots (20)$$

- 여기서, ΔP_t : 튜브측의 압력강화
- L : 튜브의 길이

식 (20)에 사용되 튜브측 마찰계수(tubeside

friction factor)는 식 (21)과 같다.

$$f_i = 0.72 Re^{-0.33} \dots\dots\dots (21)$$

여기서, f_i : 튜브측 마찰계수

식 (18)~(21)에서 열교환기 튜브측 열전달계수 h_i 와 압력강화 ΔP_t 에 관련된 변수중, 다른 변수들이 변화하지 않는 상태에서 임의의 한 변수의 변화가 h_i 와 ΔP_t 의 변화에 미치는 영향을 검토하면 다음과 같다. 하나 또는 두 유체의 유량이 변할경우, 튜브측 열전달계수는 $v^{0.8}$ 에 비례하여 변화하며, 압력강화는 $v^{1.67}$ 에 비례하여 변화한다. 이와같은 경우 h_i 와 ΔP_t 를 유체의 속도항만으로 표현하면 식 (22), (23)과 같다.

$$h_i = C_1 v^{0.8} \dots\dots\dots (22)$$

$$\Delta P_t = C_2 v^{1.67} \dots\dots\dots (23)$$

여기서, C_1, C_2 : 상수

열교환계통을 이루는 각각의 열교환기내의 유체의 속도, 튜브 직경, 열교환기의 길이 등은 다른 변수들과 함수관계에 있으며, 이러한 함수관계에 의하여 임의의 한 변수의 변화는 함수관계에 있는 다른 변수의 변화를 초래한다.

3. 불확실성을 고려한 최적설계방법^{(1) (2) (9) (10)}

비열이 0.90 ± 0.05 Btu/lbm $^{\circ}$ F($\sigma_c=0.05$), 입구 온도가 100° F이며, 출구온도가 175° F인 저온유체를 사용하여 비열이 0.86 Btu/lbm $^{\circ}$ F인 고온유체를 200° F에서 180° F로 냉각하려고 한다. 총 열전달계수(U)는 55 ± 5 Btu/hr Ft 2 $^{\circ}$ F($\sigma_c=5$)이며, 저온유체의 비열오차는 ± 0.05 이고 열교환기의 총 열전달계수의 오차는 ± 5 이다. 이러한 조건을 만족하는 유량이 25,000lb/hr인 대향류 열교환기(countercurrent flow heat exchanger)의 열전달면적을 Buckley의 방법과 Berryman & Himmelblau 방법에 의해 결정하면 다음과 같다.

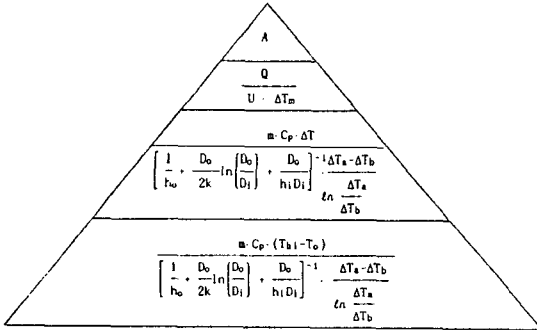


그림 4 열전달면적의 분해과정

여기서, 열교환기의 열전달면적의 불확실성 영향을 주는 불확실성 설계입력변수는 셀측 유체의 비열(C_{pc})과 총 열전달계수(U)이다.

입력변수와 출력변수사이의 상관식을 이용하여 출력변수의 불확실성에 영향을 주는 입력변수를 도출하고 입력변수들중에서 지배 불확실성변수를 선정하는 과정을 설계식의 분해과정(disaggregation process)이라 하며, 열교환기의 최종 설계변수인 열전달 면적의 분해과정은 그림 4와 같다.

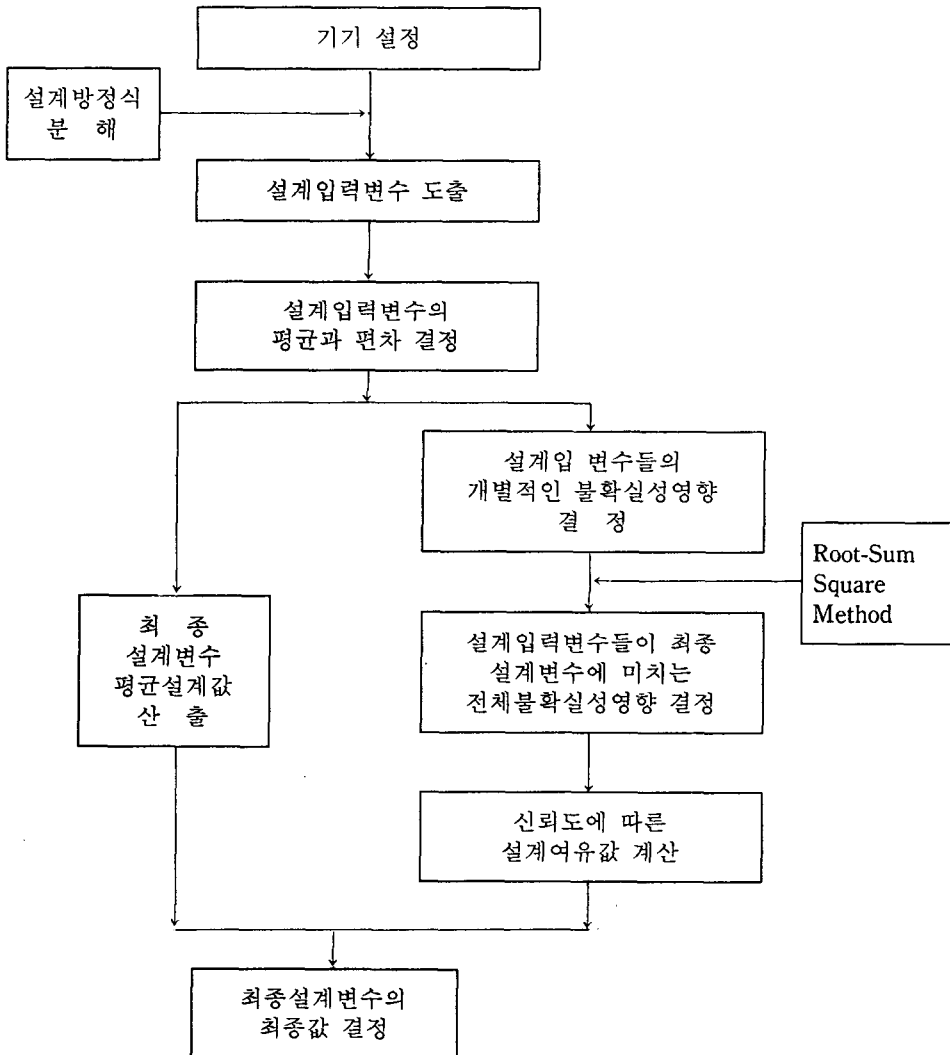


그림 5 Buckley의 최적설계방법

3.1 Buckley 방법⁽¹⁾

Buckley 방법은 기기 또는 계통을 설계할 때 독립변수인 각각의 설계 입력변수를 이용하여 종속변수인 최종설계변수의 설계값을 계산하는 방법이다. 각각의 설계입력변수들이 정규확률분포를 갖는다는 가정으로 각각의 독립변수에 대한 평균값과 표준편차를 결정하고 설계입력변수들이 최종설계변수의 전체 불확실성(overall uncertainty)에 미치는 영향들을 결정하여, 이 값들을 조합해서 최종설계변수의 전체불확실성, σ_v 를 계산한 후, 신뢰도(confidence level)에 따라 설계여유값을 결정한다. Buckley의 방법의 절차는 그림 5와 같다.

주어진 설계조건에 알맞은 열교환기에 열전달면적을 Buckley 방법을 이용해서 계산하면 다음과 같다.

A. 총 열전달량 : Q

$$Q = m \cdot C_p \cdot \Delta T = 25,000 \text{ lbm/hr} \times 0.9 \text{ Btu/lbm } ^\circ\text{F} \\ \times (175 - 100) ^\circ\text{F} = 1.69 \times 10^6 \text{ Btu/hr} \dots (24)$$

B. 대수 평균온도차 : ΔT_m

$$LMTD = \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln \left[\frac{\Delta T_a}{\Delta T_b} \right]} \\ = \frac{(180 - 100) - (200 - 175) ^\circ\text{F}}{\ln \left[\frac{80}{25} \right]} \\ = 47.4 ^\circ\text{F} \dots (25)$$

C. 평균(공칭) 열전달면적 : A

$$A = \frac{1.69 \times 10^6 \text{ Btu/hr}}{55 \text{ Btu/hr Ft}^2\text{F} \times 47.4 ^\circ\text{F}} \\ = 650 \text{ Ft}^2 \dots (26)$$

D. 불확실성 영향 정량화

1) 저온유체의 불확실성 정도 : σ_q

식 (24)의 총 열전달량, Q에는 저온 유체 비열, C_p 의 불확실성으로 인한 어느정도의 불확실성이 존재하며, 식 (13)에 의해서 저온유체 비열의 불확실성에 의한 열전달량의 불확실성을 정량화하면 식 (27)과 같다.

$$\sigma_q = \left[\frac{\partial Q}{\partial C_p} \right] \cdot \sigma_c = m \cdot \Delta T \cdot \sigma_c \\ = 25,000 \text{ lbm/hr } ^\circ\text{F} \times 75 ^\circ\text{F} \times 0.05 \text{ Btu/lbm } ^\circ\text{F} \\ = 9.39 \times 10^4 \text{ Btu/hr} \dots (27)$$

즉, 저온유체 비율의 불확실성이 총 열전달량에 미치는 불확실성 영향, σ_q 의 크기는 식 (28)이다.

$$\sigma_q = \pm 9.38 \times 10^4 \text{ Btu/hr} \dots (28)$$

그림 4에서 알 수 있듯이 저온유체 비열의 불확실성은 열전달량의 불확실성에 영향을 주며, 열전달량의 불확실성은 결과적으로 최종설계변수인 열전달 면적의 불확실성에 영향을 주며, 그 크기는 식 (29)와 같다.

$$\sigma_A = \left[\frac{\partial A}{\partial Q} \right] \cdot \sigma_q = \frac{1}{U \cdot \Delta T_m} \cdot \sigma_q \\ = \frac{1}{55 \text{ Btu/hr Ft}^2\text{F} \times 47.4 ^\circ\text{F}} \times 9.38 \times 10^4 \text{ Btu/hr} \\ = 36 \text{ Ft}^2 \dots (29)$$

2) 총 열전달계수의 불확실성 (${}_U\sigma_A$)

총 열전달계수의 불확실성이 열전달면적의 불확실성에 미치는 불확실성 정도, ${}_U\sigma_A$ 는 식 (30)과 같다.

$${}_U\sigma_A = \left[\frac{\partial A}{\partial U} \right] \cdot \sigma_U = \left[\frac{Q}{\Delta T_m} \right] \cdot \left[-\frac{1}{U^2} \right] \cdot \sigma_U$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1.69 \times 10^6 \text{ Btu/hr}}{47.4^\circ\text{F}} \\
 &\times \left[-\frac{1}{[55 \text{ Btu/hr Ft}^2]^2} \right] \times 5 \\
 &= 59 \text{ Ft}^2 \dots\dots\dots (30)
 \end{aligned}$$

열교환기의 총 열전달면적은 저온유체의 비열에 의해서 $\pm 36\text{Ft}^2$, 총 열전달계수에 의해서 $\pm 59\text{Ft}^2$ 의 불확실성이 존재한다.

식 (14)에 의해서 각 불확실성변수들의 불확실성 영향에 의해 증감되는 열전달 면적은 식 (31)과 같다.

$$\sigma_A = \pm \sqrt{[36\text{Ft}^2]^2 + [59\text{Ft}^2]^2} = \pm 69\text{Ft}^2 \dots\dots (31)$$

E. 불확실성을 고려한 열전달 면적(A)

신뢰도에 따른 표 1의 Z 값과 식 (15)를 이용하여 실제 필요한 열전달면적을 구한다. 여기서 신뢰도를 95%로 하면 Z의 값은 1.64이다.

식 (15)를 이용하여 추가되는 열전달면적을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{A - \bar{A}}{\sigma_A} = Z$$

$$A - \bar{A} = Z \cdot \sigma_A$$

$$(A - \bar{A}) = 1.645 \times 69\text{Ft}^2 = 114\text{Ft}^2 \dots\dots\dots (32)$$

결과적으로 95%의 신뢰도를 갖는 설계입력 변수들의 불확실성 영향에 의한 설계 여유값을 추가한 열교환기의 최종 열전달면적은 식 (33)과 같다.

$$\begin{aligned}
 A &= \bar{A} + 114\text{Ft}^2 \\
 &= 650 + 114\text{Ft}^2 \\
 &= 764\text{Ft}^2 \dots\dots\dots (33)
 \end{aligned}$$

공칭열전달 면적은 650Ft^2 이며, Buckley 방법에 의해 계산한 열전달면적은 764Ft^2 이다. 따라서 설계변수의 불확실성에 의해 결정된 설계여유값인 114Ft^2 는 평균 열전달 면적의 17.53%에 해당하는 값이다.

3.2 Berryman & Himmelblau의 통계적 방법 (2) (3)

Berryman & Himmelblau의 방법은 Monte-Carlo방법을 이용한 방법으로서, 각 변수의 불확실성을 알면, 동일한 평균과 표준편차를 갖는 정규분포로부터 각 변수의 발생하는 변동을 무작위수(random number)로 대신하여 이를 이용하여 최종변수의 불확실성을 정량화하기 위한 통계적 모델을 푸는 방법이다. 즉 설계입력변수(독립변수)들이 무작위 변수이면 표본값(sample value)은 그들의 확률분포함수로부터 무작위적으로 택할 수 있으며, 최종변수(종속변수)는 이러한 표본치들을 이용하여 계산할 수 있다. 또한, 이러한 과정을 반복하면 이론적으로 해에 접근할 수 있는 최종변수(종속변수)의 분포함수를 결정할 수 있다. 임의의 한 기기에 대해 많은 시뮬레이션을 함으로써 표본의 평균값과 표준편차를 결정하여 요구되는 신뢰도로부터 기기의 크기를 결정할 수 있다. Berryman & Himmelblau 방법은 Buckley방법보다 변수들의 같은 기기 또는 계통이라 하더라도 정확하면서도 낮은 여유도를 갖도록 설계할 수 있다.

Berryman & Himmelblau 방법에 의한 열교환기의 설계는 유체의 온도, 유량, 비열 등의 변수와 h_i, h_o, R_f, R_o 등 열전달에 관련된 변수들을 시뮬레이션에 의해 각각의 변수들의 분포를 결정하여, 평균과 표준편차를 계산한다. 시뮬레이션을 반복적으로 행함으로써 출력변수의 표본치를 계산하고, 출력변수의 분포형태를 결정하여 평균과 표준편차를 구하여 출력변수의 불확실성을 정량화 한다.

따라서 Berryman & Himmelblau 방법은 특정한 출력변수의 표준편차로서 입력변수의 불확실성이 출력변수의 불확실성에 미치는 영향을 정량화하는 방법으로써 설계방정식(design

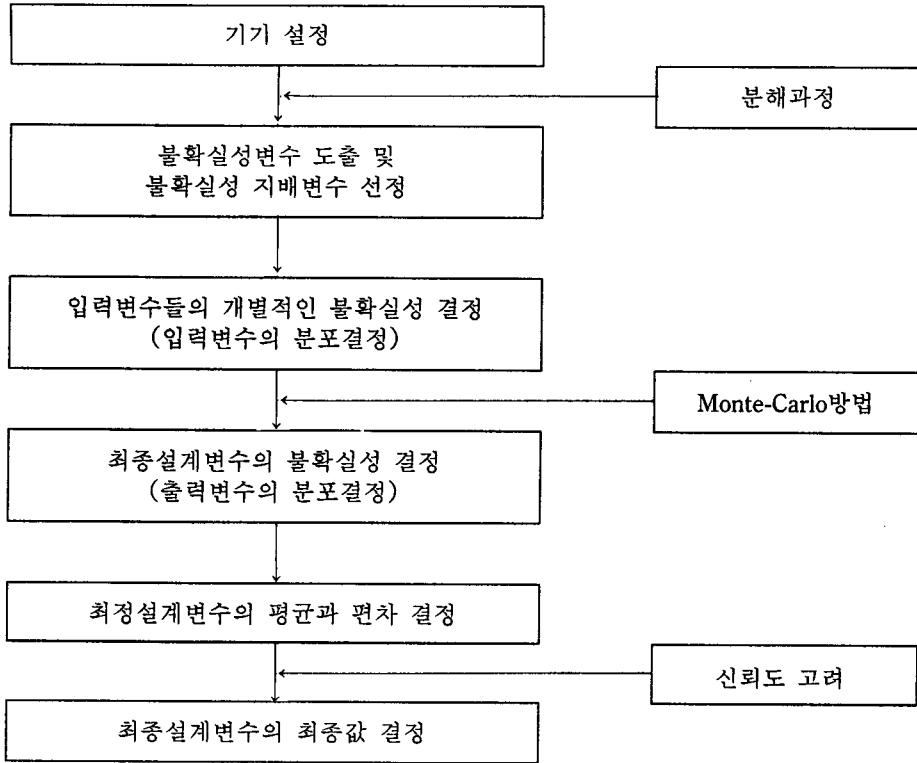


그림 6 Berryman & Himmelblau의 최적설계방법

equation)에서 열전달면적을 계산한 Buckley 방법과는 달리, 식 (34)와 같은 미분형태의 설계 방정식을 적분하여 열전달면적을 계산하는 방법이다. Berryman & Himmelblau 방법의 절차는 그림 6과 같다.

Buckley 방법에 적용했던 열교환기 설계와 관련된 변수값들을 이용하여 Berryman & Himmelblau 방법으로 설계하면 다음과 같다.

Berryman & Himmelblau 방법 식 (34), (35)와 같은 미분형태의 설계방정식을 적분하여 열전달면적을 계산한다.

$$\frac{dT_c}{dA} = \frac{U(T_c - T_h)}{Cp_c W_c} \dots\dots\dots (34)$$

$$\frac{dT_h}{dA} = \frac{U(T_h - T_c)}{Cp_h W_h} \dots\dots\dots (35)$$

초기조건 : $A = 0\text{ft}^2$, $T_h = 200^\circ\text{F}$
 $T_c = 100^\circ\text{F}$

결정론적 값(deterministic value)들을 사용하여 식 (34), (35)를 수치적분하여 식 (34)의 T_c 와 동일하게 T_h 를 계산하면, 결정론적 열전달면적인 650ft^2 일 때 T_c 와 동일하게 175.07°F 이며 T_h 는 200.02°F 이다. 동일한 평균과 표준편차를 갖는 정규분포로부터 저온유체의 비열과 총 열전달 계수의 불확실성영향을 정량화하면 95%의 신뢰계수(confidence coefficient)에 대한 열교환기의 총 열전달면적은 715ft^2 이다.

따라서 불확실성을 고려하여 계산한 열전달면적과 결정론방법에 의한 열전달면적의 비로 정의되는 면적에 대한 설계여유인자(overdesign factor)는 Berryman & Himmelblau 방법은 1.10 ($715/650$)이며, Buckley방법은 1.175($764/650$)이다.

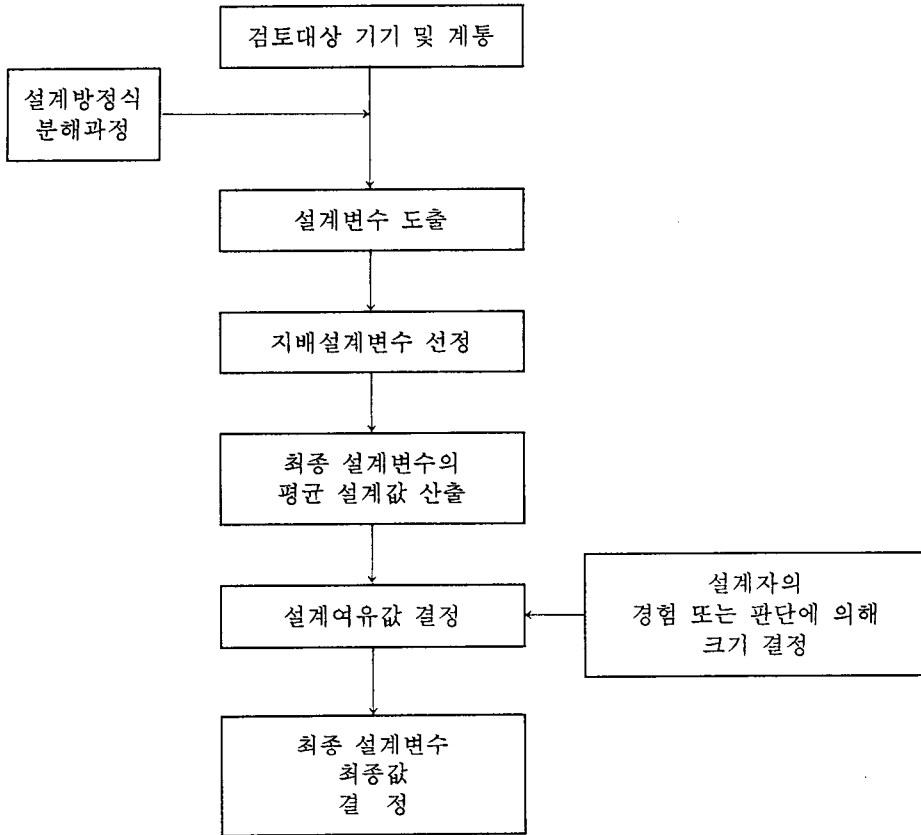


그림 7 기존설계방법의 설계절차

4. 기존설계방법과의 비교

4.1 기존설계방법⁽¹⁾

기존의 설계방법은 우선 설계자료 및 설계변수들의 불확실성을 무시하고 설계변수들의 평균값을 이용하여 설계변수의 설계값을 계산한다. 후에, 계통 및 기기의 운전과 설계과정에서의 많은 불확실성 요인에 의해 야기되는 예상되는 예상치 못한 효과를 고려하고, 운전 또는 성능의 신뢰도를 보증해 주기 위해서 설계자의 경험에 의한 보수적인 방법에 의해 설계여유값(safety factor)을 설계값에 더해준다. 이러한 설계방법을 결정론적 방법(deterministic method)이라 하며, 이러한 설계방법은 경제적인 측면에서 뿐만 아니라 신뢰도 측면에서도 많은 문제들이 발생할 수 있다.

기존 설계방법은 설계변수들의 개별적인 불확실성을 고려하는 것이 아니라 설계시 불확실성 변수들이 미치는 효과를 전체적으로 일정하게 보상해주는 방법이다. 즉, 불확실성이 큰 설계변수나 크지 않은 설계변수를 동일하게 보상해준다는 개념이다. 그러나 이러한 방법을 이용한 설계는 설계변수의 불확실성 영향을 충분히 보상해주지 못할 경우 운전중 기기 또는 계통에서 요구하는 성능을 충분히 수행하지 못하며, 또한 과도한 설계여유값을 갖는 설계에서는 제작비용 및 운전비용 등이 과도하게 소요된다.

이러한 문제를 해결하기 위해 기기 운전중 문제가 발생할 확률이 높은 설계변수에 전체적인 여유값과는 별개로 추가 여유도값을 주는 방법으로 기존의 설계 방법을 보완하고 있다. 기존의 설계방법에서 일반적으로 수행되는 설계절차를 그림 7에 나타내었다.

대향류 열교환기의 열전달면적 계산을 통해서 불확실성을 고려한 설계방법과 기존의 설계방법을 정량적으로 비교하면 다음과 같다. 대향류 열교환기의 열전달면적을 계산하기 위한 설계조건은 다음과 같다.

4.2 설계조건

- 관측 유체 : 물
 - 유 량 : $20 \times 10^6 \text{lb/hr}$
 - 비 열 : $1 \text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}$
 - 입 구 온 도 : 80°F
 - 출 구 온 도 : 140°F
 - 관 외 경 : 0.625inch
 - 관 내 경 : 0.527inch
 - 열전도 계수 : $25 \text{Btu/hr-Ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$
- 셀측 유체 : 오일
 - 입구온도 : 240°F
 - 출구온도 : 140°F
- 불확실성 설계변수
 - 셀측 대류열전달계수 : $300 \pm 25 \text{Btu/hr-Ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$
 - 관측 대류열전달계수 : $2,000 \pm 175 \text{Btu/hr-Ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$
 - 관벽두께 : $0.049 \pm 0.004 \text{inch}$

여기서 열교환기내의 오염효과는 무시하였고 신뢰도는 80%로 가정하여 계산하였다.

4.3 열전달면적

4.3.1 평균(공칭) 열전달면적

1) 총 열전달량(thermal duty) : Q

$$Q = m \cdot Cp \cdot \Delta T$$

$$= 2,000,000 \text{lb/hr} \times 1 \text{Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F} \times (140 - 80)^\circ\text{F}$$

$$= 1.28 \times 10^8 \text{Btu/hr} \dots\dots\dots (36)$$

2) 공칭 총열전달계수(nominal heat transfer coefficient) : U

$$U = \left[\frac{1}{h_o} + \frac{D_o}{2k} \ln \frac{D_o}{D_i} + \frac{D_o}{h_i D_i} \right]$$

$$U = \left[\frac{1}{300} + \frac{0.625}{2 \times 12 \times 25} \ln \frac{0.625}{0.527} + \frac{0.625}{2000 \times 0.527} \right]$$

$$= 243.7 \text{ Btu/hr-Ft}^2 \cdot ^\circ\text{F} \dots\dots\dots (37)$$

3) 대수평균온도차 : $LMTD$

$$\Delta T_a = 260^\circ\text{F} - 140^\circ\text{F} = 120^\circ\text{F}$$

$$\Delta T_b = 140^\circ\text{F} - 80^\circ\text{F} = 60^\circ\text{F}$$

$$LMTD = \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln \left[\frac{\Delta T_a}{\Delta T_b} \right]} = \frac{(120 - 60)^\circ\text{F}}{\ln \left[\frac{120}{60} \right]}$$

$$= 86.56^\circ\text{F} \dots\dots\dots (38)$$

4) 온도수정계수(MTD correction factor) : F

$$P = \frac{140 - 80}{260 - 80} = 0.33 \quad R = \frac{260 - 140}{140 - 80} = 2.0$$

$$F = 0.81 \dots\dots\dots (39)$$

5) 평균 온도차(Mean Temperature Difference) : ΔT_m

$$\Delta T_m = MTD \times LMTD$$

$$= 0.81 \times 86.56$$

$$= 70.1^\circ\text{F} \dots\dots\dots (40)$$

6) 평균 열전달면적 : A

$$A = \frac{Q}{U \times \Delta T_m} = \frac{1.2 \times 10^8}{243.7 \times 70.1}$$

$$= 7024.4 \text{Ft}^2 \dots\dots\dots (41)$$

4.3.2 불확실성을 고려한 열전달면적

A. 셀측 대류열전달계수

- 1) 불확실성을 고려한 셀측 대류열전달계수 : h_o

$$h_o = \bar{h}_o - Z\sigma_{h_o}$$

$$= 300 - 0.842 \times 25$$

$$= 279 \text{ Btu/hr-Ft}^2\text{-}^\circ\text{F} \dots\dots\dots (42)$$

- 2) 셀측 대류열전달계수의 불확실성을 고려한 총열전달계수 : U_{ho}

$$U_{ho} = \left[\frac{1}{279} + \frac{0.625}{2 \times 12 \times 25} \ln \frac{0.625}{0.527} + \frac{0.625}{2000 \times 0.527} \right]$$

$$= 229.6 \text{ Btu/hr-Ft}^2\text{-}^\circ\text{F} \dots\dots\dots (43)$$

- 3) 셀측 대류열전달계수의 불확실성을 고려한 총열전달계수 : A_{ho}

$$A_{ho} = \frac{1.2 \times 10^8}{229.5 \times 70.1} = 7455.8 \text{ Ft}^2 \dots\dots\dots (44)$$

- 4) 셀측 대류열전달계수의 불확실성으로 인해 증가되는 열전달면적 : ΔA_{ho}

$$\Delta A_{ho} = 7455.8 - 702.4 = 431.4 \text{ Ft}^2 \dots\dots\dots (45)$$

B. 관측 대류열전달계수

- 1) 불확실성을 고려한 셀측 대류열전달계수 : h_i

$$h_i = \bar{h}_i - Z\sigma_{h_i}$$

$$= 2000 - 0.842 \times 175$$

$$= 1853 \text{ Btu/hr-Ft}^2\text{-}^\circ\text{F} \dots\dots\dots (46)$$

- 2) 관측 대류열전달계수의 불확실성을 고려한

총열전달계수 : U_{hi}

$$U_{hi} = \left[\frac{1}{300} + \frac{0.625}{2 \times 12 \times 25} \ln \frac{0.625}{0.527} + \frac{0.625}{1853 \times 0.527} \right]$$

$$= 240.9 \text{ Btu/hr-Ft}^2\text{-}^\circ\text{F} \dots\dots\dots (47)$$

- 3) 관측 대류열전달계수의 불확실성을 고려한 총열전달계수 : A_{hi}

$$A_{hi} = \frac{1.2 \times 10^8}{240.9 \times 70.1} = 7106.0 \text{ Ft}^2 \dots\dots\dots (48)$$

- 4) 관측 대류열전달계수의 불확실성으로 인해 증가되는 열전달면적 : ΔA

$$\Delta A_{hi} = 7106.0 - 702.4 = 81.6 \text{ Ft}^2 \dots\dots\dots (49)$$

C. 관벽두께

관벽두께는 열교환기 설계시 주요한 불확실성 설계변수중 하나로서 관벽두께는 얇으면 얇을 수록 열교환기의 열효율이 향상되므로 가장 큰 값이 주요관점이 되며 따라서 열전달계수와는 다르게 가장 최고값을 한계값으로 결정한다. 그림 3의 (b)와 같은 확률분포함수로 나타낼 수 있으며 관벽의 두께가 두꺼워지면 열저항이 증가하여 열효율이 낮아지기 때문에 열교환기 설계시 최상한계 설계변수인 관벽두께 t 에 대한 분포범위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X_1 = -t, X_2 = t + Z \cdot \sigma_t \dots\dots\dots (50)$$

- 1) 불확실성을 고려한 관벽두께 : t

$$t = \bar{t} + Z\sigma_t$$

$$= 0.049 + 0.842 \times 0.004$$

$$= 0.0524 \text{ inch} \dots\dots\dots (46)$$

- 2) 관벽두께의 불확실성을 고려한 총열전달

계수 : U_i

관 내경의 변화는 관측 대류열전달계수에 영향을 미치는데 관벽두께의 불확실성이 총열전달계수에 미치는 불확실성 효과는 Dittus-Boelter 열전달 상관관계식에서 관측의 열전달계수를 수정하여 사용한다.

$$h_i = 2000 \left[\frac{0.527}{0.520} \right]^{1.8} = 2049 \text{ Btu/hr-Ft}^2\text{-}^\circ\text{F} \dots (52)$$

이 값을 이용하여 총열전달계수를 구하면 다음과 같다.

$$U_i = \left[\frac{1}{300} + \frac{0.625}{2 \times 12 \times 25} \ln \frac{0.625}{0.520} + \frac{0.625}{1853 \times 0.527} \right]^{-1}$$

$$= 243.2 \text{ Btu/hr-Ft}^2\text{-}^\circ\text{F} \dots (53)$$

3) 관벽두께에 불확실성을 고려한 총열전달면적 : A_i

$$A_i = \frac{1.2 \times 10^8}{243.2 \times 70.1} = 7038.8 \text{ Ft}^2 \dots (54)$$

4) 벽두께의 불확실성으로 인해 증가되는 열전달면적 : ΔA_i

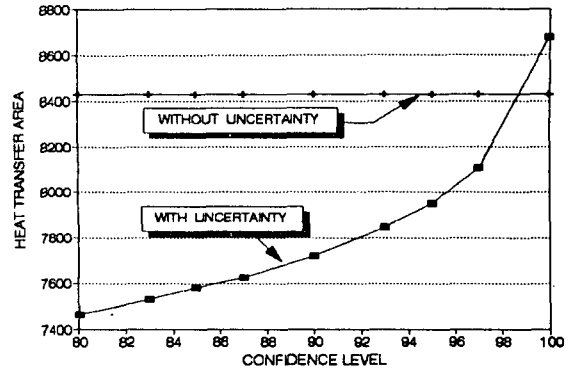


그림 8 신뢰도에 따른 열전달면적

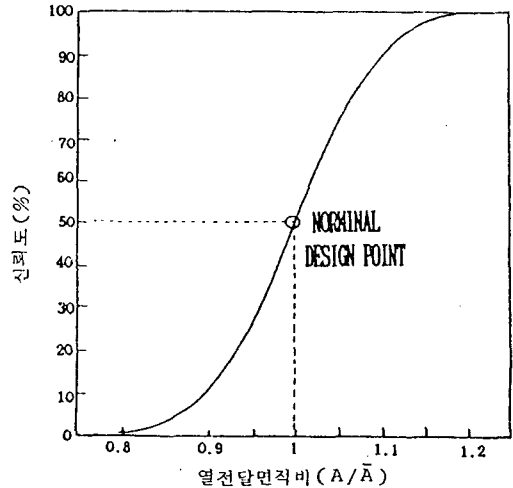


그림 9 신뢰도에 따른 열전달면적비

표 2 신뢰도에 따른 열전달면적

(단위 : Ft^2)

신뢰도 (%)	평균(공칭) 열전달면적 \bar{A}	불확실성을 고려한 열전달면적 A	기존설계방법에 의한 열전달면적* A'	면적비 $(A-A')/\bar{A}(\%)$
99.87	7024.4	8676.29	8429.28	23.50
97	7024.4	8105.78	8429.28	15.39
95	7024.4	7949.35	8429.28	13.17
93	7024.4	7848.80	8429.28	11.74
90	7024.4	7729.63	8429.28	9.91
87	7024.4	7628.09	8429.28	8.59
85	7024.4	7581.43	8429.28	7.92
83	7024.4	7528.30	8429.28	7.17
80	7024.4	7463.70	8429.28	6.30

* 평균설계값의 20%의 설계여유값을 준값임.

$$\Delta A_i = 7038.8 - 7024.4Ft^2 = 14.4Ft^2 \dots\dots\dots (55)$$

열교환기의 열전달면적의 불확실성의 크기를 결정하는 주요 설계변수는 관측 대류 열전달계수 h_i , 셀측 대류열전달계수 h_o 및 관벽두께 t 이며, 열전달면적의 불확실성은 이 변수들이 열전달면적에 미치는 불확실성의 총합이다. 각 불확실성 설계변수들의 불확실성으로 인해 증가되는 열전달면적은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta A_{total} &= \sqrt{(4314)^2 + (8162)^2 + (144)^2} \\ &= 439.3Ft^2 \dots\dots\dots (56) \end{aligned}$$

이 값은 4.2.1절에서 계산한 평균 열전달면적의 6.3%에 해당하는 값이다. 따라서 최종적인 열전달면적의 설계값은 다음과 같다.

$$A = 7024.4 + 439.3 = 7463.7Ft^2 \dots\dots\dots (57)$$

4.4 신뢰도에 따른 열전달면적

불확실성을 고려한 설계방법과 기존의 설계방법으로 계산한 열전달 면적과 설계 신뢰도와 의 상관관계는 표 2와 그림 8과 같다. 기존 설계방법은 공칭(평균)설계값의 20%의 설계여유값을 주어 계산하였으며, 그 값은 불확실성을 고려한 설계방법의 설계 신뢰도가 98.5%일때의 열전달면적과 같음을 보여주고 있다. 그러므로 기존 설계방법은 불확실성을 고려한 설계방법보다 열전달면적이 과다하게 설계될 확률이 높음을 알 수 있다. 기기 및 계통을 설계할 때, 각각의 설계변수들이 기기의 설계, 운전과정중에 미치는 영향을 고려하여, 각각의 변수마다 적절하고 정확한 신뢰도가 주어져야 한다. 그림 9는 신뢰도에 따른 열전달면적비를 나타내며, 신뢰도가 50%일 때에 해당되는 열전달면적이 공칭(평균)열전달면적이다. 그림 9에서 볼 수 있듯이 설계신뢰도는 경제성과 안전성을 고려하여 적절하게 선정하여야 한다.

5. 결 론

열교환계통의 불확실성 원인들을 규명하여 불확실성 설계입력변수들의 불확실성을 정량화하는 방법을 소개하였으며 열교환계통을 구성하는 대향류형 열교환기에 대하여 Buckley방법과 Berryman & Himmelblau방법을 비교평가 하였다. 기기 및 계통의 최적설계 또는 성능평가를 위해서는 가장 적절하고 타당성있는 입력값을 사용하여야 하므로 각각의 설계입력변수들의 분포를 결정하여 정량화하는 이론 및 응용방법에 대해 검토하였다. 불확실성을 고려하여 기기의 크기를 결정하거나 성능을 평가하는 방법은 1950년대 처음으로 대두되어 많은 연구가 수행되어 왔으나 설계의 안전성을 우선으로 하기 때문에 보수적인 값들과 방법들이 사용되어왔다. 그러나 1988년 NRC는 10CFR50.46과 부록 K의 비상노심냉각계통 규제지침 및 평가방법과 관련된 규정을 개정하여, 기존의 보수적, 결정론적 평가방법과 함께 최적계산방법 및 불확실성 정량화에 따른 비상노심냉각계통의 최적평가방법을 승인하였다. 따라서 앞으로 원전관련 기기 및 계통의 설계시 축척된 제작, 운전자료 등을 기반으로 타당성이 입증된 불확실성 정량화 방법을 도입하여 최적의 설계 및 평가가 수행되리라 본다.

참 고 문 헌

1. Page S. Buckley, 1950, "Sizing Process Equipment by Statistical Method", Chemical Engineering, pp.112-114.
2. James E. Berryman and David M. Himmelblau, 1971, "Effect of Stochastic Input and Parameter on Process Analysis and Design", Ind. Eng. Chem. Process Des. Develop., Vol. 10, No.4, pp.441-449.
3. James E. Berryman and Davide M. Himmelblau, 1973, "Influence of Stochastic Inputs and Parameters on Heat Exchanger Design", Ind. Eng. Chem. Process Des. Develop., Vol12, No.

- 2, pp.165-171.
4. F.A. Holland, F.A. Watson and J.K. Wilkinson, 1973, "Statistical Techniques Improve Decision-Making", *Chemical Engineering*, Dec., pp.61-66.
5. F.A. Holland, F.A. Watson and J.K. Wilkinson, 1974, "Estimating Profitability When Uncertainties Exist", *Chemical Engineering*, Feb., pp.73-79.
6. D.T. Neill, 1979, "The Effect of fluid Temperature Uncertainties on Calculated Transfer Coefficients in Heat Exchangers", *AIChE*, No. 189, Vol.75, pp.24-31.
7. D.M. Evans, 1983, "The Role of Probable Uncertainty in the Design and Testing of Compact Heat Exchangers", *ASME, HTD-Vol.10*, pp.135-143.
8. S.M.Cho, 1987, "Uncertainty Analysis of Heat Exchanger Thermal-Hydraulic Designs", *Heat Transfer engineering*, vol.8, No.2, pp.63-74.
9. T. Takamatsum, I. Hashimoto and S. Shoya, 1973, "On Design Margin Process System with Parameter Uncertainty", *J. of Chemical Eng. of Japan*, Vol.6, No. 3, pp.453-457.
10. N.D. Cox, D.J. Varacelle, Jr. and C.L. Atwood, 1979, "Uncertainty Analysis of Computed Heat transfer Parameters", *AIChE*, No.189, Vol75, pp.14-19.