

논문 93-08

입력 가속에서 비롯된 예측오차 바이어스 레벨의 검출

辛海坤*, 洪淳穆**

Detection of a Bias Level in Prediction Errors
due to Input Acceleration

Hae Gon Shin and Sun Mog Hong

요 약

이 논문에서는 목표의 가속에서 비롯된 예측오차의 바이어스 레벨을 검출하기 위해서 Kalman 필터의 정규화된 이노베이션 제곱을 검출함수로 사용하고 그 검출함수의 바이어스 레벨 검출확률을 구했다. 여기서 이 확률의 효율적 표현을 위해서 재정의된 상태변수를 사용하였고, 이 상태변수의 Singer 모델에 대한 정상상태 Kalman 필터의 정규화된 이노베이션 제곱의 확률밀도함수를 구했다. 그리고 이 확률밀도함수를 이용하여 예측오차의 바이어스 레벨 검출확률 및 기동검출기 동작특성곡선을 구했다.

Abstract

In this paper the normalized innovations squared of a Kalman filter is used to detect a bias level in prediction errors due to target accelerations. The probability density function of the normalized innovation squared is obtained for a steady state Kalman filter, and it is used to calculate the detection probability of the bias level. A typical example is given to compute the detection probability and to plot the maneuver detector operating characteristic curves.

I. 서 론

빔의 신속한 조향이 가능한 전자식 주사 안테나(electronically scanned antenna) 레이더에서는 측정을 원하는 목표에 대한 측정시간, 측정간격을 선택적으로 취할 수 있다. 이러한 레이더에서는 레이더의 효율적 운용을 위해서 추적필터의 예측오차를 일정한 범위안으로 유지하면서 불필요한 측정을 피할 수 있도록 목표의 가속에 따라 표본화 빈도를 변화시키게 된다.^[1,4]

일반적으로 추적필터의 예측오차는 가속의 크기에 비례하는 바이어스를 갖는다. 따라서 목표의 가속이 크게 나타나는 경우 예측오차를 일정한 범위안으로 유지하려면 더 높은 표본화 빈도를 선택해야 한다. 여기서 목표의 운동에 정합되는 추적필터의 파라미터 및 표본화 빈도를 선택하기 위해서는 먼저 목표의 기동 정도를 분류하는 기동검출기가 필요하게 된다. Bar-Shalom^[5]은 Kalman 필터의 정규화된 이노베이션 제곱(normalized innovations squared)을 이용한 χ^2 시험을 통해서 기동을 검출하였다.

이 논문에서는 Kalman 필터의 정규화된 이노베이션 제곱을 예측오차의 바이어스 레벨을 검출하기 위한 함수로 사용하고 그 검출확률을 해석적으로 구했다. 여기서 우선 목표 운동모델을 Singer 모델로 해서 그 이노베이션의 확률적 분포를 얻는다. 그리고 상태변수의 재정의를 통해 이 확률적 분포의 효율적 표현을 얻는다. 이러한 상태변수의 재정의로 얻어진 표현은

* 慶北大學校 電子工學科
(Dept. of Electronics, Kyungpook Nat'l Univ.)

** 正會員 : 慶北大學校 電子工學科
(Dept. of Electronics, Kyungpook Nat'l Univ.)
<접수일자 : 1993년 2월 26일>

※ 본 연구는 1992년도 국방과학연구소 기초연구비 지원에 의해 수행되었음.

두 개의 독립적인 파라미터에 의해 결정되게 된다. 그리고 정상상태 필터에 대한 정규화된 이노베이션 제곱의 확률밀도함수를 구하고 이것을 이용해서 목표 가속에서 비롯된 바이어스 레벨의 검출확률을 검출 임계값(threshold)에 대해 얻었다. 또 이러한 기동검출기의 기동검출 성능을 비교하기 위한 기동검출기 동작특성곡선을 대표적 응용 예에 대해서 얻어 보았다.

II. Singer 모델에 대한 Kalman 필터의 이노베이션

먼저 기동 목표의 운동모델로 많이 이용하게 되는 Singer 모델을 간략하게 설명한다.^[6] Singer 모델에서는 목표의 가속도 $a(t)$ 를 평균이 0이고 자기상관함수 (autocorrelation function)를 다음과 같이 지수함수로 한다. 즉,

$$R(\tau) = E[a(t)a(t+\tau)] = \alpha_m^2 \exp(-\alpha |\tau|) \quad (1)$$

의 형태로 자기상관함수를 취한다. 여기서 α_m^2 는 목표 가속도의 분산, $1/\alpha$ 는 자기상관함수의 시정수에 해당한다. 이러한 목표 가속모델을 쓸 때, 표본화 간격 T 에 대한 이산치시간 목표 운동모델은 상태변수 $x = [x \dot{x} \ddot{x}]^T$, $\ddot{x} = a$ 에 대해서 다음과 같이 정리된다.

$$x(k+1) = Fx(k) + v(k) \quad (2)$$

여기서

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{\alpha T - 1 + \exp(-\alpha T)}{\alpha^2} \\ 0 & 1 & \frac{1 - \exp(-\alpha T)}{\alpha} \\ 0 & 0 & \exp(-\alpha T) \end{bmatrix} \quad (3)$$

이고, 이산치시간 운동과정 잡음 v 는 평균이 0인 백색과정 잡음으로 공분산 행렬은

$$Q = 2\alpha_m^2 \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} \quad (4)$$

이다. 여기서

$$q_{11} = \frac{1}{2\alpha^5} [1 - \exp(-2\alpha T) + 2\alpha T + \frac{2\alpha^3 T^3}{3} - 2\alpha^2 T^2 - 4\alpha T \exp(-\alpha T)]$$

$$q_{12} = \frac{1}{2\alpha^4} [\exp(-2\alpha T) + 1 - 2\exp(-\alpha T) - 2\alpha T \exp(-\alpha T) - 2\alpha T + \alpha^2 T^2]$$

$$q_{13} = \frac{1}{2\alpha^3} [1 - \exp(-2\alpha T) - 2\alpha T \exp(-\alpha T)]$$

$$q_{22} = \frac{1}{2\alpha^3} [4\exp(-\alpha T) - 3 - \exp(-2\alpha T) + 2\alpha T]$$

$$q_{23} = \frac{1}{2\alpha^2} [\exp(-2\alpha T) + 1 - 2\exp(-\alpha T)]$$

$$q_{33} = \frac{1}{2\alpha} [1 - \exp(-2\alpha T)] \quad (5)$$

이고, $\alpha T \ll 1$ 인 경우

$$Q = 2\alpha_m^2 \begin{bmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{bmatrix} \quad (6)$$

이 된다. 그리고 측정식은 다음 식과 같다.

$$y(k) = Hx(k) + w(k) \quad (7)$$

여기서 위치만 측정으로 얻어지는 경우 $H = [1 \ 0 \ 0]$ 이며, 측정잡음 w 는 평균이 0이고 분산이 $R = \alpha_m^2$ 인 백색 잡음이다.

위와 같이 목표운동을 Singer 모델로 모델링하고 예측을 위해서 Kalman 필터를 사용한 경우, 측정 예측오차는 Kalman 필터의 이노베이션으로 다음과 같이 정의된다.

$$v(k+1) \triangleq y(k+1) - H\hat{x}(k+1|k) \quad (8)$$

여기서 $\hat{x}(k+1|k)$ 는 Kalman 필터의 상태변수 예측이다. 그리고 여기서는 실제목표의 가속 운동에 대한 Kalman 필터의 이노베이션 변화를 얻었다. 우선 실제목표의 가속운동은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$x(k+1) = Fx(k) + \bar{u}(k) + \bar{v}(k) \quad (9)$$

여기서 목표에 크기 u 의 계단 가속도(step acceleration)을 발생시키는 입력 $\bar{u}(k)$ 는

$$\bar{u}(0) = \begin{bmatrix} T^2 \\ 2 \\ T \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

$$\bar{u}(k) = \begin{bmatrix} T^2 - \frac{\alpha T - 1 + \exp(-\alpha T)}{2} \\ \frac{\alpha^2}{T - \frac{1 - \exp(-\alpha T)}{\alpha}} \\ 1 - \exp(-\alpha T) \end{bmatrix} u, k=1,2,3,\dots \quad (10)$$

가 된다. 그리고 \bar{u} 는 대기의 교란을 상관(correlation)된 가속입력으로 모델링하는 백색 과정잡음이다. 이 잡음의 평균의 0이고 공분산 행렬을 \bar{Q} 이다. 식 (9)의 실제운동이 식 (2)의 운동과 정합된 경우(즉, $\bar{u}(k) = 0$, $\bar{Q} = Q$), 이노베이션 $v(k+1)$ 은 평균 0이고 분산 $S(k+1)$ 가 $HP(k+1|k)H^T + R$ 이 되는 백색 잡음이 된다. 여기서 $P(k+1|k)$ 은 Kalman 필터 상태 변수 예측의 공분산 행렬을 표시한다.

하지만 목표의 가속이 발생한 경우 ($\bar{u}(i) \neq 0$), Kalman 필터 이노베이션 $v^*(k+1)$ ^[5]는

$$v^*(k+1) = v(k+1) + H \sum_{i=0}^k [\prod_{m=i+1}^k \Phi(m)] \bar{u}(i) \quad (11)$$

로 여기서 $\Phi(m) \triangleq F[I - K(m)H]$ 로 $K(m)$ 은 Kalman 이득을 표시한다. 즉, 가속입력 $\bar{u}(i)$, $i=0, \dots, k$ 에 의하여 발생하는 예측의 바이어스

$$\Psi(k+1) \triangleq H \sum_{i=0}^k [\prod_{m=i+1}^k \Phi(m)] \bar{u}(i) \quad (12)$$

로 나타나고 따라서 $v^*(k+1)$ 은

$$v^*(k+1) = v(k+1) + \Psi(k+1) \quad (13)$$

로 표현되게 된다. 더 나아가 $\bar{Q} \neq Q$ 인 경우의 이노베이션 $v^*(k+1)$ 은

$$v^*(k+1) = \bar{v}(k+1) + \Psi(k+1) \quad (14)$$

으로 나타나게 되고, 여기서 $\bar{v}(k+1)$ 은 평균이 0이고 분산 $\bar{S}(k+1)$ 이

$$\bar{S}(k+1) = H\bar{P}(k+1|k)H^T + R \quad (15)$$

으로 주어지는 백색 잡음이 된다. 여기서 $\bar{P}(k+1|k)$ 은 다음과 같은 공분산 행렬이다.

$$\begin{aligned} \bar{P}(k+1|k) = & F[I - K(k)H] \bar{P}(k|k-1) [I - K(k)H]^T F^T \\ & + FK(k)RK^T(k)F^T + \bar{Q} \end{aligned} \quad (16)$$

나아가 대기교란을 모델링하는 \bar{u} 와 측정잡음 w 를 백색 가우스(Gauss) 과정으로 가정하면 식 (14)의 $v^*(k+1)$ 의 분포는 $N(\Psi(k+1), \bar{S}(k+1))$ 로 나타남을 알 수

있다. 다음 장에서는 이노베이션의 확률적 분포를 효율적으로 표현하기 위해서 상태변수를 재정의하여 확률분포를 얻는다.

III. 재정의된 상태변수에 대한 이노베이션

두 개의 독립적인 파라미터 αT 및 $T^2\sigma_m/\sigma_v$ 에 대해 이노베이션을 효율적으로 표현하기 위해서, 앞의 상태변수 x 를 차원이 없는 새로운 상태변수로 Fitzgerald^[7]와 같이 재정의한다.

$$z_1 = \frac{x}{\sigma_v}$$

$$z_2 = \frac{T\dot{x}}{\sigma_v}$$

$$z_3 = \frac{T\ddot{x}}{\sigma_v} \quad (17)$$

이 상태변수 $z = [z_1, z_2, z_3]^T$ 를 사용하여 이산치시간 운동모델 식 (2)를 다시 표현하면 다음과 같이 정리된다.

$$z(k+1) = F_z z(k) + v_z(k) \quad (18)$$

여기서

$$F_z = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \alpha T - 1 + \exp(-\alpha T) \\ & \alpha T & (\alpha T)^2 \\ 0 & 1 & 1 - \exp(-\alpha T) \\ 0 & 0 & \alpha T \\ & & \exp(-\alpha T) \end{bmatrix} \quad (19)$$

이다. 그리고 v_z 는 평균 0인 백색과정 잡음으로 공분산 행렬 $Q_z \triangleq E[v_z(k)v_z^T(k)]$ 는

$$Q_z = \begin{bmatrix} q_{z11} & q_{z12} & q_{z13} \\ q_{z21} & q_{z22} & q_{z23} \\ q_{z31} & q_{z32} & q_{z33} \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서

$$\begin{aligned} q_{z11} = & \left(\frac{\sigma_m T^2}{\sigma_v} \right)^2 \left(\frac{1}{\alpha T} \right)^4 [1 - \exp(-2\alpha T) + 2\alpha T \\ & - 2(\alpha T)^2 + \frac{2(\alpha T)^3}{3} - 4\alpha T \exp(-\alpha T)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{z12} = & \left(\frac{\sigma_m T^2}{\sigma_v} \right)^2 \left(\frac{1}{\alpha T} \right)^3 [1 - \exp(-\alpha T) - 2\alpha T \\ & + (\alpha T)^2 + 2\alpha T \exp(-\alpha T)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_{z13} &= \left(\frac{\sigma_m T^2}{\sigma_o} \right)^2 \left(\frac{1}{\alpha T} \right)^2 [1 - \exp(-2\alpha T) \\
&\quad - 2\alpha T \exp(-\alpha T)] \\
q_{z22} &= \left(\frac{\sigma_m T^2}{\sigma_o} \right)^2 \left(\frac{1}{\alpha T} \right)^2 [4\exp(-\alpha T) \\
&\quad - \exp(-2\alpha T) + 2\alpha T - 3] \\
q_{z23} &= \left(\frac{\sigma_m T^2}{\sigma_o} \right)^2 \left(\frac{1}{\alpha T} \right) [1 - \exp(-\alpha T)]^2 \\
q_{z33} &= \left(\frac{\sigma_m T^2}{\sigma_o} \right)^2 [(1 - \exp(-2\alpha T))] \quad (21)
\end{aligned}$$

이고, $\alpha T \ll 1$ 인 경우

$$\mathbf{Q}_z = 2\alpha T (T^2 \sigma_m / \sigma_o)^2 \begin{bmatrix} 1/20 & 1/8 & 1/6 \\ 1/8 & 1/3 & 1/2 \\ 1/6 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

이다. 이 때 측정식은 다음과 같다.

$$y_z(k) = H z(k) + w_z(k) \quad (23)$$

여기서 $w_z(k) = (1/\sigma_o) w(k)$ 로서 분산이 1인 측정잡음이 된다. 따라서 식 (18)의 운동모델은 파라미터 (αT)와 ($T^2 \sigma_m / \sigma_o$)에 의해서 완전히 정의됨을 알 수 있다.

이제 재정의된 상태변수에 대한 운동모델의 Kalman 필터 측정예측 오차는 다음과 같이 정리된다.

$$v_z(k+1) = y_z(k+1) - H z(k+1 | k) \quad (24)$$

그리고 식 (9)의 실제목표의 가속운동은 다음과 같이 표시된다.

$$z(k+1) = F_z z(k) + \bar{u}_z(k) + \bar{v}_z(k) \quad (25)$$

여기서 가속입력 $\bar{u}_z(k)$ 는

$$\bar{u}_z(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \left(\frac{\sigma_m T^2}{\sigma_o} \right) u_z,$$

$$\bar{u}_z(k) = \begin{bmatrix} 1 - \alpha T - 1 + \exp(-\alpha T) \\ 2 \\ T - \frac{1 - \exp(-\alpha T)}{\alpha T} \\ 1 - \exp(-\alpha T) \end{bmatrix} \left(\frac{\sigma_m T^2}{\sigma_o} \right) u_z, \quad k=1,2,3,\dots \quad (26)$$

이다. 여기서 $u_z = (u/\sigma_m)$ 으로 식 (10)의 u 를 σ_m 으로

정규화한 차원이 없는 가속이다. 그리고 대기교란에 의한 과정잡음 $\bar{u}_z(k)$ 는 백색과정잡음으로 평균 0이고 공분산 행렬은 \bar{Q}_z 이다.

앞에서와 같이 식 (25)의 실제운동이 식 (18)의 운동모델과 정합되는 경우 ($\bar{u}_z(k)=0$, $\bar{Q}_z=Q_z$) 이노베이션 $v_z(k+1)$ 는 평균이 0이고 분산이 $S_z(k+1) = (1/\sigma_o^2) S(k+1)$ 으로 된다. 그러나 가속이 발생한 경우의 이노베이션 $v_z^*(k+1)$ 는

$$\begin{aligned}
v_z^*(k+1) &= \frac{1}{\sigma_o} v^*(k+1) \\
&= v_z(k+1) + \Psi_z(k+1) \quad (27)
\end{aligned}$$

로 주어진다. 여기서 바이어스 $\Psi_z(k+1)$ 는

$$\begin{aligned}
\Psi_z(k+1) &= \frac{1}{\sigma_o} \Psi(k+1) \\
&= H \sum_{i=0}^k [\sum_{m=i+1}^k \Phi_z(m)] \bar{u}_z(i) \quad (28)
\end{aligned}$$

로 여기서 $\Phi_z(m) \triangleq F_z [I - K_z(m)H]$ 이고, $K_z(m)$ 은 재정의된 상태변수에 대한 Kalman 필터의 이득으로 $K_z(m) = [g \ h \ 2k]^T$ 로 표시할 때 II장의 $K(m)$ 와는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$K(m) = [g \ h/T \ 2k/T^2] T \quad (29)$$

더욱이 $\bar{Q}_z \neq Q_z$ 인 경우의 이노베이션은

$$v_z^*(k+1) = \bar{v}_z(k+1) \Psi_z(k+1) \quad (30)$$

로 표시되며, 또한 $\bar{v}_z(k+1)$ 는 평균이 0이고 분산 $\bar{S}_z(k+1)$ 가 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
\bar{S}_z(k+1) &= \frac{1}{\sigma_o} \bar{S}(k+1) \\
&= H \bar{P}_z(k+1 | k) H^T + 1 \quad (31)
\end{aligned}$$

여기서 $\bar{P}_z(k+1 | k)$ 는 다음과 같이 공분산 행렬이다.

$$\begin{aligned}
\bar{P}_z(k+1 | k) &= F_z [I - K_z(k)H] \bar{P}_z(k | k-1) [I - K_z(k) \\
&\quad H]^T F_z^T + F_z K_z(k) K_z^T(k) F_z^T + \bar{Q}_z \quad (32)
\end{aligned}$$

여기서 \bar{v}_z , w_z 를 백색 가우스 과정으로 가정하면 식 (27)의 이노베이션 $v_z^*(k+1)$ 의 분포는 $N(\Psi_z(k+1), \bar{S}_z(k+1))$ 로 나타나게 된다. 따라서 $\bar{Q}_z = (\bar{\sigma}_m^2 / \sigma_o^2) Q_z$ 인 경우, 식 (25)의 운동모델과 $v_z^*(k+1)$ 은 파라미터 (αT), ($T^2 \sigma_m / \sigma_o$), u_z 그리고 $(\bar{\sigma}_m / \sigma_m)$ 에 의해서 완전히 결정됨을 알 수 있다. 다음 IV장에서는 noncentral chi-square 형태의 확률분포를 갖는 위치예측오차 바이어

스 레벨 검출함수를 정의하고 그 검출확률을 표현한다.

$$q_M \begin{matrix} H_1 \\ \leq \theta \\ H_2 \end{matrix} \quad (38)$$

IV. 바이어스 레벨 검출함수와 검출확률

여기서 위치 예측 오차의 바이어스 레벨 검출함수로 사용하는 정규화된 이노베이션 제곱^[5]은 다음과 같이 정의된다.

$$q_M(k) \triangleq \sum_{i=k-M+1}^k \varepsilon(i) \quad (33)$$

여기서 M 은 sliding window의 길이, $\varepsilon(i)$ 는 재정의된 상태변수에 대한 정규화된 이노베이션 제곱으로

$$\varepsilon(i) \triangleq v_i^*(i) S_z^{-1}(i) v_i^*(i) \quad (34)$$

를 표시한다. 특히 III장에서 설명한 바와 같이 $v_i^*(i)$ 를 가우스 분포로 가정할 때, 정상상태의 Kalman 필터에 대한 식 (33)의 기동검출함수의 확률밀도함수는 다음과 같이 얻어진다.^[8]

$$p(q_M(k)) = \frac{1}{2(\bar{S}_z/S_z)} \left(\frac{q_M(k)}{\lambda(k)} \right)^{\frac{M-2}{4}} \exp\left(-\frac{\lambda(k) + q_M(k)}{2(\bar{S}_z/S_z)} \right) \cdot I_{(M/2)-1} \left(\left(\frac{q_M(k) \lambda(k)}{(\bar{S}_z/S_z)} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (35)$$

여기서 S_z , \bar{S}_z 는 각각 $S_z(k)$, $\bar{S}_z(k)$ 의 정상상태 값, 그리고 $\lambda(k)$ 는 다음과 같이 정의되는 noncentral parameter이다.

$$\lambda(k) \triangleq \sum_{i=k-M+1}^k \Psi_z^2(i) / S_z \quad (36)$$

$I_{(M/2)-1}$ 은 $(M/2)-1$ 차수의 변형된 1종 Bessel함수이다.

이제 바이어스 레벨을 분류하기 위한 가설을 각각 다음과 같이 정의하자.

$$H_1: |\Psi_z| < \Psi_0 \quad (37)$$

$$H_2: |\Psi_z| \geq \Psi_0$$

여기서 Ψ_0 는 현재 필터에서 허용할 수 있는 최대 예측오차의 바이어스로 결정되며, 따라서 H_1, H_2 는 각각 예측오차 바이어스가 이 최대 예측오차 바이어스보다 작다, 크다는 가설이 된다. q_M 에 대해 분류기준을 표시하면

로 분류를 위한 임계값 θ 는 다음과 같이 식 (39)와 식 (40)으로 정의되는 오경보 확률(false alarm probability) P_{FA} 와 검출실패 확률 P_M 을 고려해서 결정되어 지게 된다.

$$P_{FA} = 1 - \int_0^\theta p(q_M | H_1, \Psi_z = \Psi_{z1}) dq_M \quad (39)$$

$$P_M = \int_0^\theta p(q_M | H_2, \Psi_z = \Psi_{z2}) dq_M \quad (40)$$

다음 장에서는 대표적인 예측문제 예에 대해서 Ψ_0 를 결정하고 P_{FA} 와 P_M 을 임계값 θ 와 sliding window 길이 M 의 변화에 대해서 얻어본다.

V. 예 제

여기서는 위상배열 레이더의 추적에서 발생하는 문제에 대해 식 (39), (40)로 주어지는 바이어스 레벨 검출의 오경보 확률 P_{FA} 와 검출실패 확률 P_M 을 얻어본다. 위치 예측오차의 2.5-sigma가 $5\sigma_0$ 를 넘지 않도록 예측오차의 바이어스를 검출하는 문제를 생각한다.^[9] III장의 표현을 이용해서 필터 파라미터를 $T^2\sigma_m/\sigma_0=0$, 5, $\alpha T=0.1$ 로 취했다고 하자. 이 때 정상상태에서의 $K_z(k)$ 및 $P_z(k | k-1)$ 에 대한 해석적인 해를 이용하면 $S_z=(1.77)^2$ 이 된다.^[10] 그리고 실제 운동모델 식 (25)의 \bar{Q}_z 가 $\bar{Q}_z=(\bar{\sigma}_m^2/\sigma_m^2)Q_0$ 로 또 σ_m 이 $\bar{\sigma}_m \leq 0.1\sigma_m$ 의 범위에서 값을 취한다면 $\sqrt{\bar{P}_{z11}} \approx 1.225$, $\bar{S}_z \approx (1.58)^2$ 가 된다. 따라서 허용할 수 있는 최대 예측오차 바이어스는 $\Psi_0=5-2.5\sqrt{\bar{P}_{z11}}=1.94$ 가 된다. 이 경우 다음과 같은 예측오차의 바이어스 Ψ_{z1} , Ψ_{z2} (괄호 안은 이 예측오차의 바이어스를 발생시키는 목표의 정규화 가속 u_z 를 표시함)

$$\begin{matrix} \Psi_{z1}=0 & (u_z=0) & \Psi_{z2}=1.94 & (u_z=1.69) \\ \Psi_{z1}=0.575 & (u_z=0.5) & \Psi_{z2}=2.3 & (u_z=2.0) \\ \Psi_{z1}=1.15 & (u_z=1.0) & \Psi_{z2}=3.45 & (u_z=3.0) \\ & & \Psi_{z2}=4.6 & (u_z=4.0) \end{matrix}$$

에 대한 P_{FA} , P_M 은 $M=1, 2, 3$ 에 따라 각각 그림 1, 그림 2, 그리고 그림 3과 같다. 예를 들어, 임계값 $\theta=3$ 및 $M=1$ 로 취한 경우 가속 $u_z=3.0$ 에 의해 발생할 수 있는 최대 예측오차 바이어스를 검출할 확률은 약

0.6, 그리고 $u_2=1.0$ 에 의해 발생할 수 있는 바이어스를 오경보할 확률은 약 0.15이다.

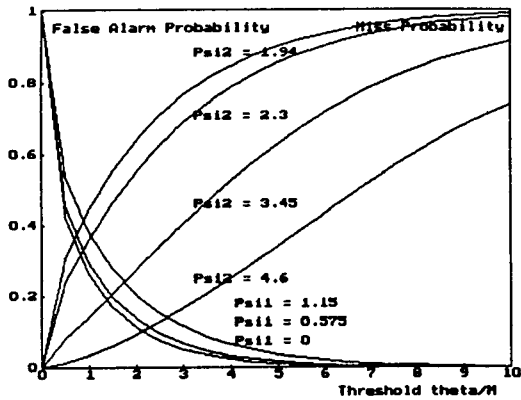


그림 1. 파라미터 $M=1$, $T^2\sigma_m/\sigma_0=0.5$, $\alpha T=0.1$, 그리고 $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$ 일 때 바이어스 레벨에 대한 임계값 θ/M 대 오경보 확률과 검출실패 확률

Fig. 1. False alarm probability and miss probability of the bias levels versus threshold θ/M for the parameter $M=1$, $T^2\sigma_m/\sigma_0=0.5$, $\alpha T=0.1$, and $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$.

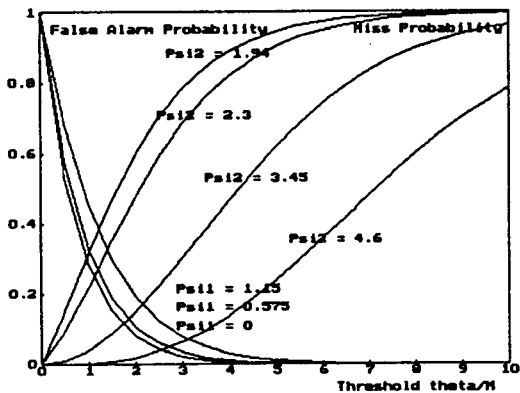


그림 2. 파라미터 $M=2$, $T^2\sigma_m/\sigma_0=0.5$, $\alpha T=0.1$, 그리고 $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$ 일 때 바이어스 레벨에 대한 임계값 θ/M 대 오경보 확률과 검출실패 확률

Fig. 2. False alarm probability and miss probability of the bias levels versus threshold θ/M for the parameter $M=2$, $T^2\sigma_m/\sigma_0=0.5$, $\alpha T=0.1$, and $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$.

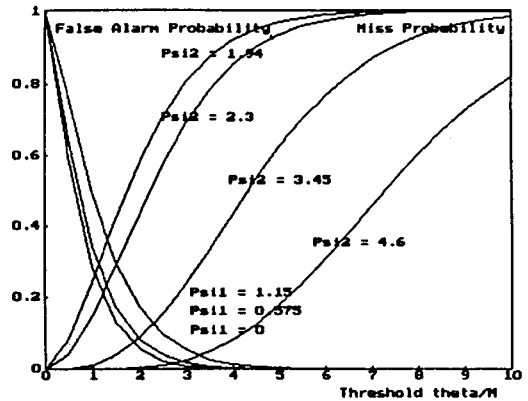


그림 3. 파라미터 $M=3$, $T^2\sigma_m/\sigma_0=0.5$, $\alpha T=0.1$, 그리고 $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$ 일 때 바이어스 레벨에 대한 임계값 θ/M 대 오경보 확률과 검출실패 확률

Fig. 3. False alarm probability and miss probability of the bias levels versus threshold θ/M for the parameter $M=3$, $T^2\sigma_m/\sigma_0=0.5$, $\alpha T=0.1$, and $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$.

특정한 두 바이어스 레벨 Ψ_{21} , Ψ_{22} 에 대한 기동검출 성능을 비교하기 위해서 기동검출기 동작특성곡선

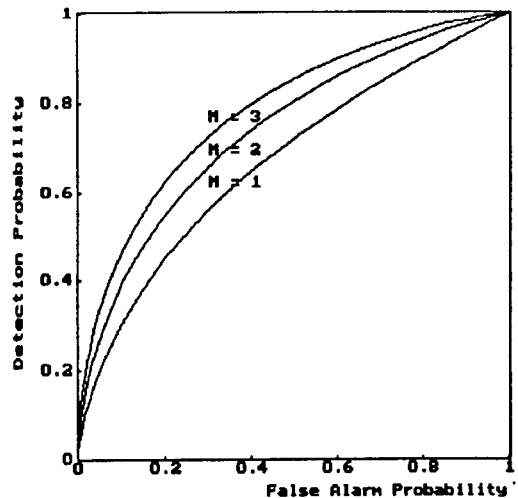


그림 4. 바이어스 레벨 $\Psi_{21}=0.575$, $\Psi_{22}=1.94$ 및 파라미터 $T^2\sigma_m/\sigma_0=0.5$, $\alpha T=0.1$, 그리고 $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$ 인 경우 $M=1, 2, 3$ 에 대한 기동검출기 동작특성곡선

Fig. 4. Maneuver detector operating characteristic curve of $M=1, 2, 3$, for bias levels $\Psi_{21}=0.575$, $\Psi_{22}=1.94$ and the parameters $T^2\sigma_m/\sigma_0=0.5$, $\alpha T=0.1$, and $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$.

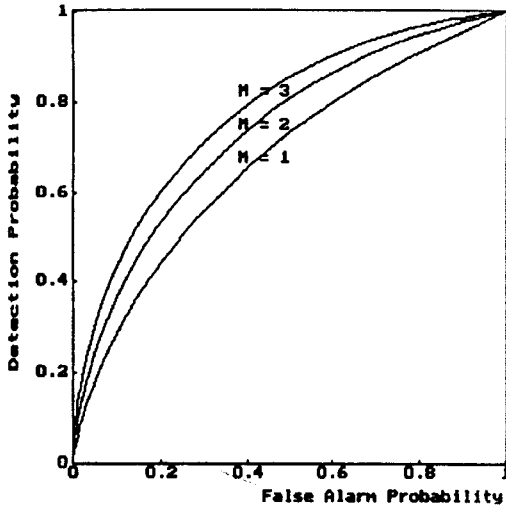


그림 5. 바이어스 레벨 $\Psi_{z1}=1.15$, $\Psi_{z2}=1.94$ 및 파라미터 $T^2\sigma_m/\sigma_o=0.5$, $\alpha T=0.1$, 그리고 $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$ 인 경우 $M=1, 2, 3$ 에 대한 기동검출기 동작특성곡선

Fig. 5. Maneuver detector operating characteristic curve of $M=1, 2, 3$, for bias levels $\Psi_{z1}=1.15$, $\Psi_{z2}=1.94$ and the parameters $T^2\sigma_m/\sigma_o=0.5$, $\alpha T=0.1$, and $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$.

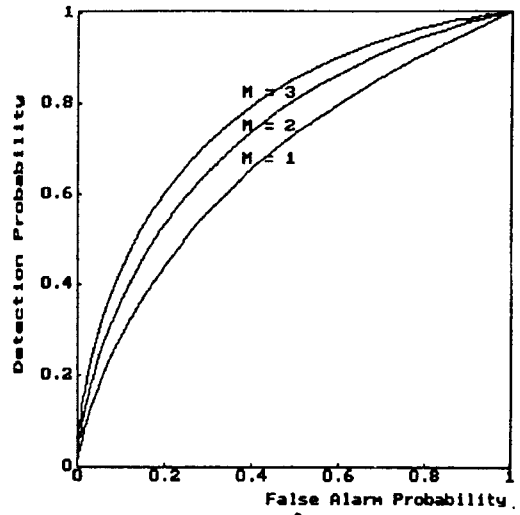


그림 7. 바이어스 레벨 $\Psi_{z1}=1.15$, $\Psi_{z2}=3.45$ 및 파라미터 $T^2\sigma_m/\sigma_o=0.5$, $\alpha T=0.1$, 그리고 $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$ 인 경우 $M=1, 2, 3$ 에 대한 기동검출기 동작특성곡선

Fig. 7. Maneuver detector operating characteristic curve of $M=1, 2, 3$, for bias levels $\Psi_{z1}=1.15$, $\Psi_{z2}=3.45$ and the parameters $T^2\sigma_m/\sigma_o=0.5$, $\alpha T=0.1$, and $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$.

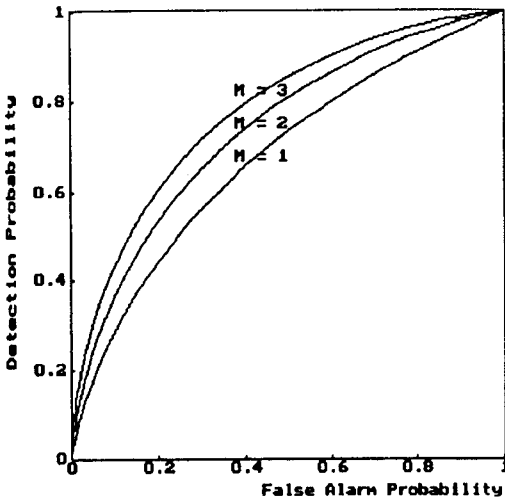


그림 6. 바이어스 레벨 $\Psi_{z1}=1.15$, $\Psi_{z2}=2.3$ 및 파라미터 $T^2\sigma_m/\sigma_o=0.5$, $\alpha T=0.1$, 그리고 $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$ 인 경우 $M=1, 2, 3$ 에 대한 기동검출기 동작특성곡선

Fig. 6. Maneuver detector operating characteristic curve of $M=1, 2, 3$, for bias levels $\Psi_{z1}=1.15$, $\Psi_{z2}=2.3$ and the parameters $T^2\sigma_m/\sigma_o=0.5$, $\alpha T=0.1$, and $\bar{\sigma}_m/\sigma_m \leq 0.1$.

(maneuver detector operating characteristic curve)을 $M=1, 2, 3$ 인 경우에 대해서 얻었다. 그 결과는 그림 4 ~ 그림 7과 같이 나타난다. 이 결과를 통해서 M 이 증가하는 경우 같은 P_{FA} 에 대해 P_D 는 증가함을 알 수 있다. 예를 들면, 그림 7에서는 입력가속 $u_z=1.0$ 에 대한 최대 바이어스 레벨을 오경보할 확률이 $P_{FA}=0.15$ 일 때, $u_z=3.0$ 에 의해 비롯된 최대 바이어스를 검출할 확률은 $M=1$, $M=3$ 인 경우 각각 $P_D=0.6$, $P_D=0.84$ 로 나타남을 확인할 수 있다.

VI. 결 론

이 논문에서는 목표의 가속에서 비롯된 예측오차의 바이어스 레벨을 검출하기 위해서 Kalman 필터의 정규화된 이노베이션 제곱을 검출함수로 사용하고 그 검출함수의 바이어스 레벨 검출확률을 구했다. 여기서 이 확률의 효율적 표현을 위해서 재정의된 상태변수를 사용하였고, 이 상태변수의 Singer 모델에 대한 정상 상태 Kalman 필터의 정규화된 이노베이션 제곱의 확률밀도함수를 구했다. 그리고 이 확률밀도함수를 이

용하여 예측오차의 바이어스 레벨 검출확률 및 기동 검출기 동작특성곡선을 구했다. 이러한 데이터는 기동검출 필터설계를 위한 검출 임계값과 창문의 길이의 적절한 결정을 위한 중요한 정보가 된다. 이 연구의 의미는 해석적인 방법을 통해 기동검출 필터 파라미터 결정에 필요한 이 데이터를 얻는 방법을 제시한 데 있다.

참 고 문 헌

- [1] S. S. Blackman, *Multiple-Target Tracking with Radar Application*, Artech House, 1986.
- [2] S. A. Cohen, "Adaptive variable update rate algorithm for tracking targets with a phase array radar," *IEEE Proceedings*, vol. 133, Pt. F, no. 3, pp. 277-280, June 1986.
- [3] L. A. Gardner and R. J. Mullen, "Constant gain tracker with variable frame time," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-24, no. 4, pp. 322-326, July 1988.
- [4] D. J. Wilkin, I. Harrison, and M. S. Woolfson, "Target tracking algorithms for phased array

rradar," *IEE Proceedings*, vol. 138, Pt. F, no. 3, pp. 255-262, June 1991.

- [5] Y. Bar-Shalom and T.E. Fortmann, *Tracking and Data Association*, Academic Press, 1988.
- [6] R. A. Singer, "Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-6, pp. 473-483, July 1970.
- [7] R. J. Fitzgerald, "Simple tracking filters : steady-state filtering and smoothing performance," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-16, no. 6, pp. 860-864, Nov. 1980.
- [8] A. D. Whalen, *Detection of Signals in Noise*, Academic Press, 1971.
- [9] 신해곤, 홍순목, "입력 가속에서 비롯된 예측 오차 바이어스 레벨의 검출," 한국 자동제어 학술회의 논문집, pp. 554-557, 1992년 10월.
- [10] M. Beuzit, "Analytical steady-state solution for a three-state Kalman filter," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-25, pp. 828-835, Nov. 1989.

著 者 紹 介



辛 海 坤

1963년 6월 10일생. 1989년 2월 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1993년 2월 경북대학교 전자공학과 졸업(공학석사). 1992년 12월~현재 한국원자력연구소 연구원. 주 관심분야는 추적 및 데이터연계, 제어이론 등임



洪 淳 穆

1957년 7월 1일생. 1978년 2월 한국항공대학 전자공학과(공학사) 1980년 2월 한국과학기술원 산업전자공학과(공학석사) 1989년 8월 The Univ. of Michigan 항공공학과(공학박사) 1980년~현재 경북대학교 조교수. 주 관심 분야는 추적 및 데이터연계, 로봇트 운동계획, 제어이론 등임.