

集成材의 혼합모드 하중시 破壞 基準에 관한 研究 *1

李知容 · 李銓濟 *2

Studies on Criterion for Mixed Mode Fracture in Glulam. *1

Jee-Yong Lee · Jun-Jae Lee *2

ABSTRACT

This study was carried out to investigate the fracture criterion of glulam. The mixed mode fracture of glulam was investigated by means of single edge notched specimens with various crack inclination in the longitudinal-radial plane.

While fracture of wood is not completely understood, the study on linear-elastic fracture mechanics is a rational and valuable tool for studying the strength behavior of glulam.

The results are summarized as follows :

1. Glue line has no effect on fracture strength.
2. There is a definite interaction between fracture toughness K_I and K_{II} during the mixed mode fracture of glulam. Several criterions for mixed mode failure were compared.

The criterion was expressed in the following form:

$$\left(\frac{K_I}{K_{IC}} \right)^2 + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIC}} \right)^2 = 1$$

3. As crack inclination increases, K_{IC} value and K_{IIC} value decreases. The equations relating crack angle to K_{IC} and K_{IIC} , respectively, were obtained as follows :

$$K_{IC} = -77.42\gamma + 153.72 \quad (R^2 = 0.78)$$

$$K_{IIC} = -9.17\gamma + 34.90 \quad (R^2 = 0.48)$$

Keywords : Fracture criterion, mixed mode, fracture toughness, crack angle

1. 緒論

集成材는 木材로부터 높은 收率의 製品을 얻을 수 있으며 強度的 性能이 우수하고 아름다운 外觀의 材料를 만들 수 있어 構造用材나 建築用材로 많이 사용되고 있다.¹⁾ 따라서 集成材는 그 특성상 각

총의 라미나(lamina)가 길이 方向으로의 縱接合部를 가지게 되며 이때 죄외총의 라미나에 존재하는 縱接合部는 材料強度의 低下要因으로서 인정된다.^{2,3)} 이와 같은 縱接合部는 대개 스카프 조인트(scarf joint)나 팅거 조인트(finger joint)로 구성되나 引長荷重을 받는 쪽의 라미나에는 스카프 조

*1. 接受 1993年 4月 2日 Received April 2, 1993.

*2. 서울대학교 農業生命科學大學 College of Agriculture & Life science, Seoul National University, Suwon 441-744, Korea

인트를 많이 사용하고 있다.

集成材의 破壞特性은 材料의 異方性 및 均質性으로 인하여 素材와는 解釋 및 設計方法이 다르고複雜한 破壞特性을 가지고 있기 때문에 集成材의 長點을 충분히 活用하기 위해서는 集成材의 破壞力學的特性에 대한 규명이 필요하다. 일반적으로 이러한 集成材에 내재된 결함은 크랙개시(crack initiation) 및 크랙진전(crack propagation)의 핵이 되기 때문에 集成材의 破壞力學的特性分析이 매우 重要하다.

木材에 있어서 크랙에 관한 破壞力學的研究는 Porter⁴⁾에 의하여 처음 시도되었고 Wu⁵⁾는 木材내의 혼합모드의 破壞를研究하기 시작하였는데 중앙에 노치를 가진 balsa材의 모드 I, 모드 II의 파괴시험에서 크랙은 목리방향에 따라 진전한다고 발표하였고 $(K_I / K_{IC}) + (K_{II} / K_{IIC})_2 = 1$ 이라는 혼합모드 破壞基準을 제시하였다. Leicester⁶⁾는 butt joint에 대한 實驗으로부터 혼합모드 하중시 $(K_I / K_{IC}) + (K_{II} / K_{IIC}) = 1$ 과 같은 關係가 있음을 發表하였다. William과 Birch⁷⁾는 경사진 크랙 시험편을 이용한 Utile 과 Scots pine에서의 現像을研究하였는데 모드 II를 일으키는 剪斷力은 혼합모드의 破壞에는 별 影響을 주지 않으며 모드 I에 의해서만 결정되는 $K_I / K_{IC} = 1$ 의 破壞基準을 보고하였다. Barret와 Foschi⁸⁾는 모드 II에 대하여 木材의 破壞力學을 연구하였는데 Western hemlock으로 휨강도를 실험한 결과 모드 II의 임계응력확대계수 K_{IIC} 도 역시 材料의 固有性質이라고 주장하였다. Sato^{9,10)}는 노치가 있는 시험편의 실험에서 모드 I과 모드 II에서의 破壞強度를 實驗하여 기존의 文獻에서 발표된 破壞基準과 比較하였는데 크랙진전의 각 方向에 따라 破壞基準이 다르다고 보고하였다. 국내에서는 Lee¹¹⁾과 라왕(Shorea spp.)의 LR 시스템에 있어서 서로 다른 경사각도를 가진 SEN(single edge notch) 시험편에 대하여 휨강도 實驗을 행한結果, 모드 I의 응력확대계수와 모드 II의 응력확대계수간에 일정한 相互作用이 존재하며 이미 보고된 여러 가지 實驗式과 結果를 비교하여 가장 적합한 破壞基準으로 Leicester등이 제시한 結果와 같은 破壞基準을 보고하였다. Shim과 Lee¹²⁾ 등은 경사목리를 갖는 황라왕재에서 혼합모드 破壞實驗을 한 결과 Wu와 같은 식을 제시하였다.

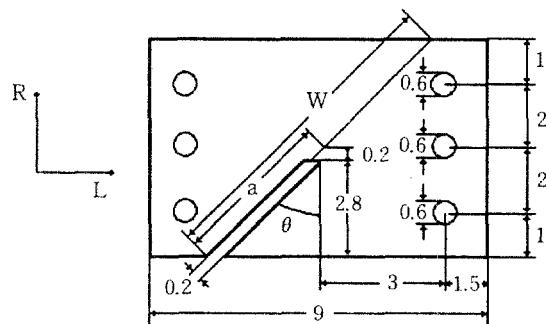
따라서 본 研究에서는 集成材에 대한 信賴性 있는 破壞基準의 設定과 보다 精密한 強度解析을 위한 基礎段階로 모드 I과 모드 II뿐 아니라 두 모

드가 서로 干涉하는 混合모드에서의 破壞舉動을 구하고자 遂行하였다.

2. 材料 및 方法

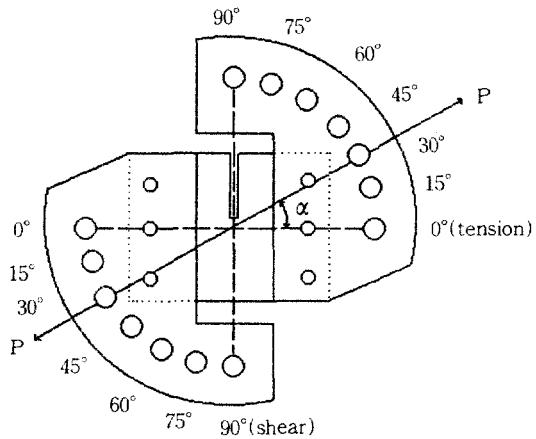
2. 1. 供試材料

폭 3cm, 두께 2cm, 길이 100cm의 가문비나무(*Picea sitchensis*) 무결점재를 함수율 14%로 건조한 후 2매를 섬유방향으로 평행하게 접착하여 Fig. 1. 과 같이 폭 6cm, 두께 2cm가 되도록 접착재를 제조하였다. 이때 사용된 접착제는 시판의 초



W: 시험편 폭 a: 크랙길이
θ: 크랙 경사각 L: Longitudinal(길이방향)
R: Radial(방사방향)

Fig. 1. Specimen configuration of inclined angle for mixed mode tests(unit : cm).



ρ: 임계하중 α: 하중경사각

Fig. 2. Loading device for mixed mode tests.

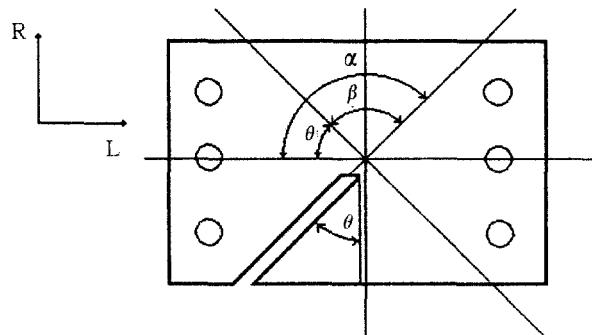
산비닐수지 접착제이며 접착조건은 30cm² 당 11g의 접착제를 한 면에 도포하여 고주파 가열기로 3분간 압착 가열한 후 90초간 냉압을 행하였다. 제조된 접착재로 부터 Fig. 1. 과 같이 너비와 폭이 각각 9cm, 6cm가 되도록 시험편을 절단한 후 상대습도 65%, 온도 21°C의 항온항습기에서 2주일간 조습처리 하여 최종 함수율이 12.6%가 되도록 하였다. 조습처리된 시험편에 Fig. 1. 과 같이 두께 2mm인 등근 톱으로 크랙을 만든 후 그 선단 부분에 예리한 칼로 홈을 내어 크랙의 선단부와 접착층을 일치시켜 크랙 길이와 시험편 폭의 비 a/W 를 0.5가 되도록 하였다. 또한 크랙 경사각 θ 는 0°, 15°, 30°, 45°의 4 종류로 제작하였으며 반복수는 각 조건당 10개씩으로 하여 총 시험편수는 280개로 하였다.

2.2. 實驗方法

실험은 Fig. 2. 와 같은 장치^[13]를 사용하여 만능 강도시험기(Shimadzu 1000)로 행하였다.

이때 시험편과 실험장치와의 연결을 위하여 시험편에 Fig. 1. 과 같이 직경 6mm의 구멍을 6개 뽑아 이 구멍과 실험장치에 만들어진 구멍을 일치시켜 작은 볼트로 밀착되게 연결하였다.

Fig. 3.에 나타낸 것과 같이 하중방향(Load direction : β)이 0°일 때는 모드 I에 의한 파괴, 하중방향이 90°일 때는 모드 II에 의한 파괴, 그 이외의 각도에서는 혼합모드에 의한 파괴가 일어나도록 하였다. 이때 하중방향을 나타내는 β 는 하중 경사각(α)과 크랙 경사각(θ)의 차이로서 시험편에 만들어진 크랙 경사각과 하중 경사각이 이루는 각도를 나타낸다. 본 실험에서 이용한 하중 경사각(α), 크랙 경사각(θ)과 하중방향의 관계를 Table 1.에 나타내었다. 하중속도는 0.5mm/min로 하



α : 하중경사각 θ : 크랙 경사각

$\beta = \alpha - \theta$: 하중방향

Fig. 3. Type of Load and crack direction of mixed mode tests.

Table 1. Relations between crack and load angle, and loading direction for all specimens

	Loading Direction (β)							
	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	
0-0	0-15	0-30	0-45	0-60	0-75	0-90		
15-15	15-30	15-45	15-60	15-75	15-90	15-105		
30-30	30-45	30-60	30-75	30-90	30-105	30-120		
45-45	45-60	45-75	45-90	45-105	45-120	45-135		

* θ and α indicate crack angle and load angle as shown in Fig. 3. respectively.

였으며 하중-변형곡선은 XY recorder로 기록하였다.

한편 모드 I과 모드 II의 응력확대계수 K_I 와 K_{II} 는 다음 식을 이용하여 계산하였다.^[9]

$$K_I = \frac{P(\pi a)^{1/2}}{WB} \cdot \frac{\cos\beta}{1 - \left[\frac{a}{W} \right]} \sqrt{\frac{0.26 + 2.56 \left[\frac{a}{W-a} \right]}{1 + 0.55 \left[\frac{a}{W-a} \right] - 0.08 \left[\frac{a}{W-a} \right]^2}} \quad (1)$$

$$K_{II} = \frac{P(\pi a)^{1/2}}{WB} \cdot \frac{\sin\beta}{1 - \left[\frac{a}{W} \right]} \sqrt{\frac{-0.23 + 1.40 \left[\frac{a}{W-a} \right]}{1 - 0.67 \left[\frac{a}{W-a} \right] - 2.08 \left[\frac{a}{W-a} \right]^2}} \quad (2)$$

여기서 P : 임계하중 (Kgf)

W : 시험편의 폭(cm)

B : 시험편의 두께(cm)

a : 크랙 길이(cm)

β : 하중방향($\alpha - \theta$, °)을 나타낸다.

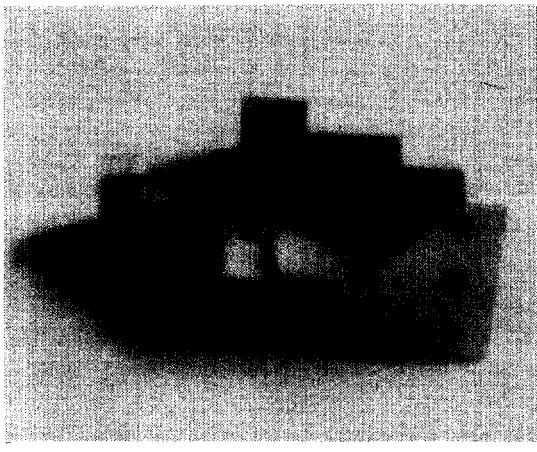


Fig. 4. Broken compact specimens of mixed mode tests.

3. 結果 및 考察

3. 1. 파괴에 대한 접착층의 영향

크랙 경사각이 각각 0° , 15° , 30° , 45° 일 때의 시험 편이 파괴된 형태를 Fig. 4. 에 나타내었다. Fig.

4. 에 나타낸 것과 같이 크랙 선단부에서 크랙의 진전은 접착층과 같은 방향으로 진행되고 파괴된 단면에서의 목파율은 100%에 가까운 것을 알 수 있었다. 즉 파괴가 접착층에서 일어나는 것이 아니라 접착층과 인접한 목재부분에서 일어난다고 설명할 수 있다. 따라서 접착층은 크랙 선단부의 파괴에 거의 영향을 미치지 않으며 접착층이 없는 경우와 마찬가지로 목재 고유의 성질에 의하여 파괴가 일어나는 것으로 간주하여 접착층에 의한 영향은 무시되어질 수 있다고 사료된다.

3. 2. 혼합모드의 파괴기준과 응력확대계수

혼합모드 시험으로부터 구한 모드 I의 응력확대계수(K_I)와 모드 II의 응력확대계수(K_{II})의 값을 Table 2.에 나타내었다. Table 2.에 의하면 하중방향이 0° 에서 90° 로 변화함에 따라서 K_I 는 감소하고 K_{II} 는 증가하는 경향을 보여주었다. K_I 과 K_{II} 의 관계에 있어 William과 Birch는 K_{II} 가 혼합모드의 파괴에 아무런 영향을 주지 않는다고 보고하였고 Wu⁵⁾, Leicester⁶⁾, Mall¹⁴⁾등은 K_I 과 K_{II} 사이에 상호작용이 있다고 보고하였으나 본 실험 결과에 의하면 하중방향에 따라 K_I 과 K_{II} 사이에 밀접한 상호관계가 있음을 보여주었다.

Table 2. Stress intensity factor of mode I (K_I) and mode II (K_{II}) for crack angles and loading direction

Loading direction (β°)	Crack angle(θ°)							
	0°		15°		30°		45°	
	K_I	K_{II}	K_I	K_{II}	K_I	K_{II}	K_I	K_{II}
0°	149.78 (12.82)	0.00 (0.00)	139.32 (11.36)	0.00 (0.00)	113.29 (11.36)	0.00 (0.00)	90.89 (12.64)	0.00 (0.00)
15°	126.07 (13.70)	17.16 (2.68)	116.34 (10.54)	15.25 (2.64)	100.50 (9.42)	13.78 (4.29)	78.15 (9.85)	10.58 (1.33)
30°	91.66 (14.20)	27.40 (4.20)	92.05 (13.05)	25.71 (2.99)	81.93 (10.66)	22.28 (3.84)	64.41 (9.56)	18.91 (2.59)
45°	65.95 (10.32)	30.13 (5.36)	61.82 (7.79)	30.50 (3.84)	51.82 (9.93)	25.72 (4.82)	43.21 (8.41)	22.13 (4.01)
60°	37.21 (8.21)	33.57 (7.36)	37.32 (7.22)	31.19 (5.87)	35.95 (7.41)	30.42 (6.15)	31.68 (6.30)	27.53 (5.17)
75°	18.15 (3.10)	34.33 (5.89)	18.34 (3.40)	32.93 (5.97)	17.44 (4.17)	31.77 (7.23)	16.12 (3.81)	29.66 (6.71)
90°	0.00 (0.00)	36.27 (4.29)	0.00 (0.00)	34.35 (5.11)	0.00 (0.00)	33.63 (4.16)	0.00 (0.00)	31.63 (5.61)

* () : Standard Deviation

또한, 혼합모드 파괴에서 K_I/K_{IC} 와 K_{II}/K_{IIC} 의 관계를 Fig. 5. 에 나타내었다. 기준의 연구에서 제시한 4가지의 파괴기준중 가장 적합한 파괴기준을 얻기 위하여 적합결여분석¹⁵⁾(Lack of Fit Analysis)을 이용하였다. 이때 lack of fit에 의한 유의 확률 $Pr>F$ 의 값이 0.05보다 작으면 가정된 모형이 자료에 적합하지 못함을 뜻한다. Table 3.에 분석결과를 나타냈으며 이 결과에 의하면 각각의 크랙 경사각에서 세가지의 파괴기준이 적합한 것

으로 나타났지만 $Pr>F$ 의 값이 가장 높은 것을 택하여 그 파괴기준을 정하였다.

크랙 경사각이 0° 와 15° 에서는 $(K_I/K_{IC})^2 + (K_{II}/K_{IIC})^2 = 1$ 로 나타났고 크랙 경사각이 30° 과 45° 에서는 $(K_I/K_{IC}) + (K_{II}/K_{IIC})^2 = 1$ 로 나타났다.

이상의 실험결과에서 나타난 것처럼 파괴기준은 크랙 경사각이 0° 과 15° 그리고 30° 과 45° 에서 서로 다른 파괴기준을 갖고 있음을 알 수 있다. 이에 본

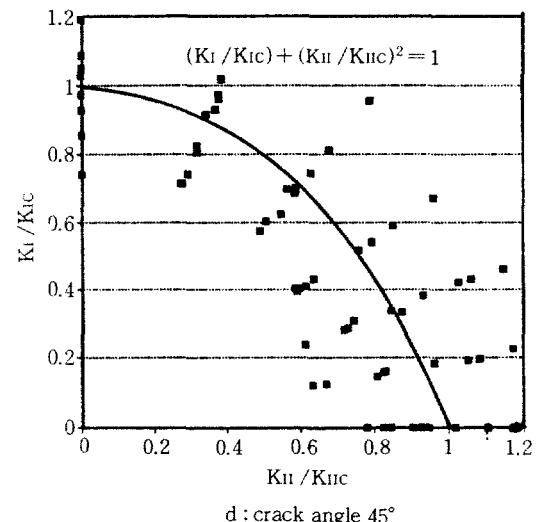
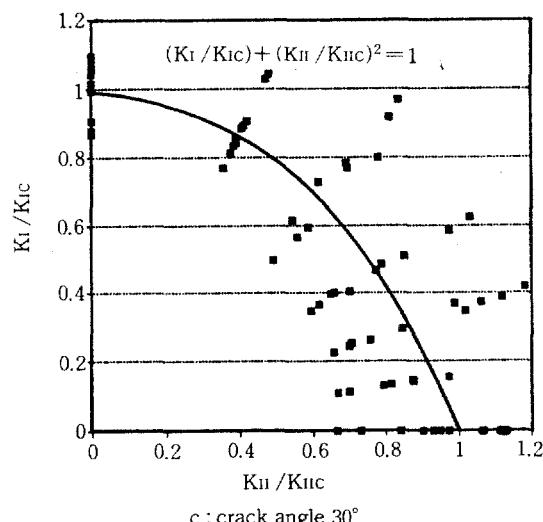
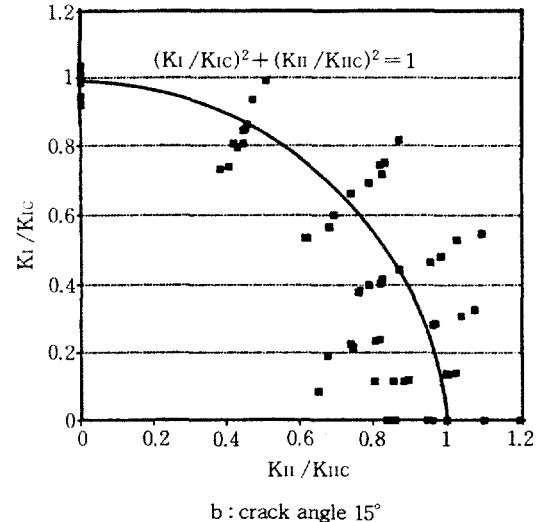
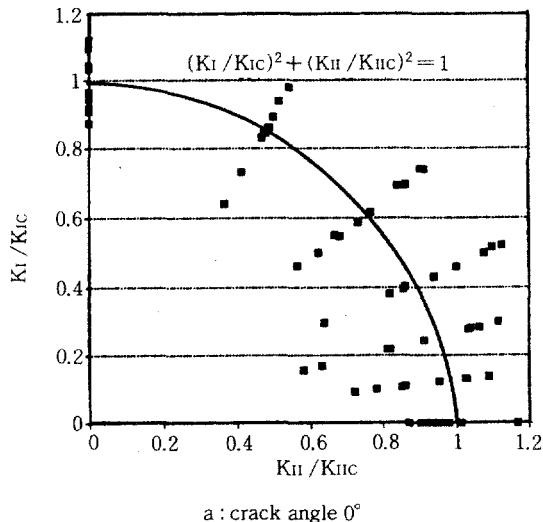


Fig. 5. K_I/K_{IC} versus K_{II}/K_{IIC} for each crack angle under mixed mode loading(a, b, c, d).

Table 3. Lack of fit values for 4 supposed failure criteria at each crack angle(θ)

Failure criterion	Pr > F value				All specimens
	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 15^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 45^\circ$	
$K_I / K_{IC} + K_{II} / K_{IIC} = 1$	0.0001	0.0001	0.0012	0.0078	0.0001
$K_I / K_{IC} + (K_{II} / K_{IIC})^2 = 1$	0.0680	*0.2198	**0.8988	**0.8883	0.0476
$(K_I / K_{IC})^2 + K_{II} / K_{IIC} = 1$	*0.1199	*0.1013	*0.1683	*0.6970	0.0006
$(K_I / K_{IC})^2 + (K_{II} / K_{IIC})^2 = 1$	**0.7641	**0.9098	*0.8184	*0.4020	**0.5272

*: Pr > F value is higher than 0.05

**: The most suitable failure criterion

연구에서는 실험한 모든 결과로 부터 가장 적합한 파괴기준을 구하고자 크랙 경사각(0° ~ 45°)에 따른 실험 결과를 분석하여 280개의 실험 데이터 중 편의상 평균값만 Fig. 6.에 도시하였는데 파괴기준은 $(K_I / K_{IC})^2 + (K_{II} / K_{IIC})^2 = 1$ 로 나타났다. 이러한 결과는 Shim 등¹²⁾이 주장한 파괴기준과는 같으나 Wu⁵⁾, Leicester⁶⁾, Sato^{9,10)}, Mall¹⁴⁾, 등이 보고한 연구 결과와는 달랐다. 이와 같이 파괴기준이 다른 이유가 부하방법, 측정방법 등에 의한 차이 때문인지는 혹은 재료 고유의 성질의 차이 때문인지는 확실하지 않다. 그러나, 혼합모드 파괴시 K_I 과 K_{II} , 모두 파괴에 영향을 미치는 것만은 명확하며, 또한 그 관계는 K_I / K_{IC} 와 K_{II} / K_{IIC} 의 항으로 나타낼 수 있을 것으로 판단된다.

3.3 크랙 경사각에 따른 응력확대계수예측

혼합모드 파괴시 그 파괴기준이 결정되면 임의

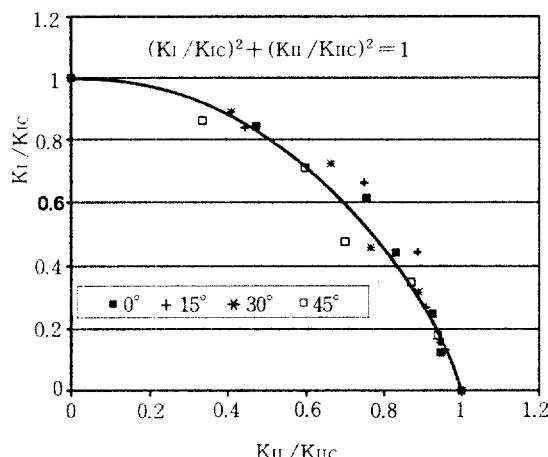


Fig. 6. K_I / K_{IC} versus K_{II} / K_{IIC} for all specimens having various crack angle(0° ~ 45°) under mixed mode loading.

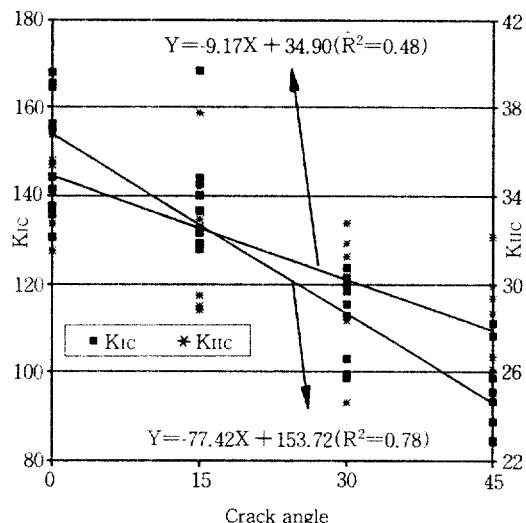


Fig. 7. Relationship between crack angle, K_{IC} and K_{IIC} .

의 크랙 경사각을 가질 경우, 크랙 경사각과 K_{IC} 및 K_{IIC} 와의 관계를 암으로써 크랙형상과 부하조건을 알 수 있으면, 주어진 조건에서 임계하중을 예측할 수 있게 된다. 따라서 크랙 경사각과 임계응력확대계수와의 관계를 살펴보았다. Fig. 7.에 나타낸 것과 같이 크랙 경사각이 커짐에 따라 K_{IC} 와 K_{IIC} 가 모두 감소하는 경향을 보였다. 크랙 경사각과 K_{IC} 와의 관계는 선형회귀분석을 한 결과 $K_{IC} = -77.42\gamma + 153.72(R^2 = 0.78)$ 로 나타났으며, 크랙 경사각과 K_{IIC} 와의 관계는 $K_{IIC} = -9.17\gamma + 34.90(R^2 = 0.48)$ 로 K_{IC} 에 비하여 상관관계는 낮게 나타났지만 회귀식을 통하여 크랙 경사각으로부터 K_{IC} 와 K_{IIC} 를 예측할 수 있었다.

지금까지 혼합모드 하중하에서 집성재의 파괴기준과 크랙 경사각에 따른 임계응력확대계수의 변

화를 살펴보았다. 식 (1)과 (2)에 의하면 K_I , K_{II} 는 시험편에 부하되는 임계하중 P 와 시험편의 형상계수인 A 와 B 에 의해 변하므로 $K_I = A \cdot P$, $K_{II} = B \cdot P$ 로 놓을 수 있다. 본 실험에서 얻은 접성재의 파괴기준식 $(K_I / K_{IC})^2 + (K_{II} / K_{IIC})^2 = 1$ 에 K_I 과 K_{II} 대신 각각 $A \cdot P$ 와 $B \cdot P$ 를 대입하면 $(AP / K_{IC})^2 + (BP / K_{IIC})^2 = 1$ 이 되며, 이는 다시 $P^2 \{(A / K_{IC})^2 + (B / K_{IIC})^2\} = 1$ 로 정리할 수 있다. 즉

$$P^2 = \left\{ \left(\frac{A}{K_{IC}} \right)^2 + \left(\frac{B}{K_{IIC}} \right)^2 \right\}^{-1}$$

으로 나타낼 수 있다.

여기에서 A , B 는 형상계수 K_{IC} , K_{IIC} 는 재료의 고유상수이므로, 혼합모드 하중하에서 파괴기준으로부터 시험편에 파괴가 일어날 때의 하중을 예측할 수 있다. 따라서 이러한 식을 유도함으로써 어떤 재료에 하중을 가했을 때의 그 재료의 파괴거동을 예측할 수 있다고 사료된다.

4. 結 論

가문비나무로 만든 접성재의 SEN 시험편에서 혼합모드 하중하의 파괴기준을 구하여 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 접성재의 파괴강도에서 목파율은 100%로 접착층에 관한 영향은 거의 없었다.
2. 혼합모드 하중하에서 접성재의 파괴기준은 크랙 경사각이 0° 와 15° 일때는 $(K_I / K_{IC})^2 + (K_{II} / K_{IIC})^2 = 1$ 이었고 30° 와 45° 일때는 $(K_I / K_{IC}) + (K_{II} / K_{IIC})^2 = 1$ 이었으나 0° 에서 45° 까지 전체의 파괴기준은 $(K_I / K_{IC})^2 + (K_{II} / K_{IIC})^2 = 1$ 로 나타났다.
3. 크랙 경사각으로부터 접성재의 응력확대계수를 예측할 수 있었는데 크랙 경사각이 증가함에 따라 K_{IC} 와 K_{IIC} 가 모두 감소하는 경향을 나타내었으며, 크랙 경사각과 응력확대계수와의 관계는 $K_{IC} = -77.42 + 153.72(R^2 = 0.78)$, $K_{IIC} = -9.17 + 34.90(R^2 = 0.48)$ 으로 나타났다. ($0 \leq \gamma \leq \pi/4$)
4. 파괴기준과 응력확대계수로 부터의 관계식을 유도함으로써 재료의 임계하중을 예측할 수 있었다.

謝 辞

본 연구의 시험편을 제작하는데 많은 도움을 주신 스칸디아가구(주)의 이명섭 사장님과 정세진 부장님, 김귀호 계장님께 진심으로 감사드립니다.

參 考 文 獻

1. Harpole,G. B. and W. A. Looyd, 1977. Economic feasibility of process for high-yield laminated structural products. USDA Forest Service Research paper FPL 285. For. Prod. Lab., Madison, WI.
2. Smith,F. W. and D. T. Penny, 1980. Fracture Mechanics Analysis of Butt Joints in Laminated Wood Beams, *Wood Sci.* 12(4) :227-235
3. Youngquist, J. A. 1984. End jointing of laminated veneer lumber for structural use, *For. Prod. J.* 34(1):25-32
4. Porter,A. W. 1964. On the mechanics of fracture in Wood. *Forest. Prod. J.* 14(8) :325-331
5. Wu,E. M. 1967. Application of Fracture of Mechanics to Anisotropic Plates. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 34, Series E, No. 4 : 967-974.
6. Leicester,R. H. 1974. Fracture Strength of Wood. Proceeding First Australian Conference on Engineering Materials, The University of New South Wales, Sydney, Australia : 157-164
7. Williams,J. G. and M. W. Birch. 1976. Mixed Mode Fracture in Anisotropic Media, Cracks and Fracture. ASTM STP 601 : 125-137
8. Barrett,J. D. and R. O. Foshi, 1977. Mode II stress intensity factors for cracked wood beams. *Eng. Fract. Mech.* 9(2) : 371-378
9. Sato, K. 1987. Fracture of Notched Specimen under Mixed Mode Loading. 日本材料強度學會紙 22(1) : 20-27
10. _____ 1988. Fracture of Medium-Density Fiberboard under Mixed Mode Loading. *Journal of The Japan Wood Research Society*.

- 34(10):828-833
11. Lee, J. J. 1989. Mixed mode fracture of the crack inclined to the grain direction in wood. *Journal of The Korean Wood Science and Technology.* 17(4) : 83-88
 12. Shim, K. B., J. J. Lee and H. S. Jung. 1992. Studies on fracture criterion in yellow lauan(*Shorea* spp.) under mode I, mode II, and mixed mode loading. *Journal of The Korean Wood Science and Technology.* 20(2) : 61-72
 13. Rechard, A. H. 1983. Bruchvorgange bei Mixed Mode Beanspruchung Von Rissen, VDI Reports 480:69-72
 14. Mall, S. J., J. F. Murphy and J. E. Shottstafer. 1983. Criterion for the mixed mode fracture on wood. *Am. Soc. Civi. Eng. J. Eng. Mech.* 109(3):680-690
 15. SAS User's Guide : Statistics, 1986. Edition, Sas Institute, RSREG Procedure : 931-947