

광학개론(19)

〈분해능의 한계〉

정해빈 박사

삼양광학공업(주)부설연구소

20.3 현미경의 분해능 한계

현미경이나 망원경의 가장 주된 기능이 확대에 있다고 생각하여 배율만 크면 좋은 현미경이나 망원경으로 여기는 경향이 있다. 하지만 이 두 기기의 주된 기능은 얼마나 세밀한 부분까지 볼 수 있게 해주느냐하는 것이다. 따라서 세밀한 부분을 분별할 수 없는 상태에서 배율만 크다는 것은 아무 의미가 없다고 할 수 있다. 어느 두 점이 있을 때 그 두 점에 의한 회절무늬가 서로 중첩된다고 할 때, (a) 그 각각의 회절무늬 크기를 작게 해줄 수 있는 어떤 방법이 있고, (b) 동시에 더 작아진 이 두 무늬를 구별할 수 있으면 이러한 두 점을 분해해 낼 수 있게 된다. 현미경이나 망원경의 주된 기능은 이 두 가지 조건을 충족시키기 위한 수단이라고 볼 수 있다.

눈의 광학 및 생리학적 구조는 위에서 말한 조건 (a)나 (b) 어느 쪽도 만족시킬 수 없다. 점광원에 대한 망막상의 회절무늬 반경 Z' 은 식(20-13)으로 주어지며, 이것은 사용되는 빛의 파장 λ_0 에 비례하고, 초자체의 굴절률 n' 과 망막에 맺히는 상점에 수렴하는 빛의 원뿔이 이루는 반각(half angle) u' 에 반비례한다. 이때 눈이 지각할 수 있는 파장(대략 400nm 정도)보다 작은 파장의 빛을 사용할 수 없고, 수렴하는 광속의 반각을 크게 해줄 수 있는 방법

이 없으므로(동공을 크게 해주더라도 기하광학상의 수차가 커지게 되므로 분해능의 향상에는 도움이 되지 않는다). 눈만으로는 분해능이 향상 되지 않는다. 더구나 회절무늬를 작게 해주는 것이 가능하더라도 망막에서 원추 세포간의 간격만큼 회절무늬가 충분히 작아져 있는 상태이기 때문에 더 자세한 부분을 볼 수는 없다. 따라서 분해능을 향상시키는 유일한 방법은 광학기기를 이용하여 망막에 맺히는 상을 더 크게 확대시켜주는 방법뿐이다. 하지만 단순히 상을 확대시켜주는 것만으로는 회절무늬도 같은 비율로 확대되어, 확대된 상에서 더 자세한 부분을 알아낼 수는 없게 되므로 분해능의 향상이라는 면에서 아무런 의미가 없게 된다.

현미경이나 망원경은 망막에 맺히는 상은 확대시키되 회절무늬는 확대시키지 않도록 설계해야 한다.

현미경 또는 망원경의 출사동(exit pupil)은 접안렌즈에 의해서 생기는 대물렌즈의 상이다. 따라서 대물렌즈를 통과하고 접안렌즈에 의해서 굴절되는 모든 빛은 이 출사동을 지나가게 된다. 만일 눈의 동공이 광학기기의 출사동에 놓이지 않으면 시야가 제한되게 되며, 출사동이 동공보다 작으면 상의 밝기가 떨어지게 되어 시야가 어두워지게 된다. 또한 망막위의 회절무늬 크기는 출사동의 크기에 의해서 결정되며, 눈의 동공보다 출사동의 크기가 작으면 동

공의 지름 전체가 사용되지 못하므로 눈에 의해서 수렴하는 광속(光束)의 반각이 줄어들게 된다. 따라서 광학기기를 사용할 때 망막위의 회절무늬가 확대되지 않으려면 광학기기의 출사동 크기를 최소한 눈의 동공 크기는 되도록 해야 한다. 출사동의 크기를 동공보다 크게 하더라도 눈의 위치를 다소 움직일 수 있게 한다는 점을 빼고는 얻어지는 장점이 없다.

그림 (20-5)는 복합 현미경(대물렌즈와 접안렌즈의 결합으로 이루어진 우리가 흔히 현미경이라고 부르는 것을 여기에선 복합 현미경이라 하였다)의 개략도이다.

이때, 대물렌즈의 반경과 접안렌즈의 초점거리가 출사동의 지름이 눈의 동공 지름과 동일해지도록 만들어 주었을 때, 이 현미경의 전체 배율 m 을 정상배율(normal magnification)이라고 부른다. 이 경우를 그림 (20-5) (a)에 나타냈다. P_1 과 P_2 는 각각 2개의 점물체(point object)를 나타내며 P_1' 과 P_2' 는 은 망막위에서 P_1 과 P_2 에 의해 생기는 간접무늬의 중심 위치를 나타낸다. 이때 눈의 동공은 빛으로 가득 채워지므로 반각 u' 은 그림 (20-3)과 동일하게 되며, 회절무늬의 크기도 이 그림에서와 동일하게 된다. 즉, 이 크기는 약 $\frac{1}{100}$ mm가 된다. 이러한 크기의 무늬가 레일리 기준에 의해서 간신히 분해되는 크기라고 가정하자. 그러면 이들 회절무늬 그림 (20-5)의 아랫 부분에 있는 (a)와 같은 형태로 중첩되어 나타나게 된다.

이제 (a)에서와 동일한 초점거리를 가지면서, 이보다 작은 반경(결국 렌즈의 크기가 작은 것을 의미)을 갖는 대물렌즈로 대체한 그림 (20-5) (b)의 경우에 대해서 생각해보자. 출사동(접안렌즈에 의해 결상된 대물렌즈의 상)의 반경이 눈의 동공 반경보다 작게 된다. 따라서 망막을 향하는 광속의 반각 u' 이 작아지게 되며, 그 결과 회절무늬의 반경이 커지게 된다. 광학기기의 배율은 초점거리에만 관계가 있으므로, (a)와 (b)에서 그 값은 모두 같게 된다.

이 두 경우에 두 간접무늬 중심간의 거리는 동일하게 된다 이때의 회절무늬 형상은 그림 (20-5)의 아랫부분 (b)에 보인 것과 같게 된다. 이 그림에서 볼 수 있듯이 레일리 기준에 의하면 이 두 회절무늬는 분해되지 않는다. 따라서 주어진 배율하에서는 현미경이 세부를 구별해내는 능력은 출사동의 크기가 동공을 충분히 채울 수 없도록 작을 때 떨어지게 된다. 또한 이때에는 상의 밝기도 역시 떨어지게 된다. 이것은 그림 (20-5)의 (a)와 (b)에서 상의 크기는 같지만 (a)일 때보다 (b)일 때 명백히 더 적은 양의 빛이 들어가게 된다는 점에서 자명하다.

그림 (20-5)의 (c)를 가지고 대물렌즈의 반경이 (a)에서보다 더 크고, 대물렌즈와 접안렌즈의 초점거리는 동일한 경우를 생각해보자. 이때에는 출사동의 크기가 눈의 동공 크기보다 크게 된다. 하지만 이때 출사동의 크기가 커지더라도 눈의 동공 크기가 제한되어 있어서 (a)의 경우보다 더 넓은 범위의 빛을 통과시킬 수 없으므로 장점이 되지 못한다. 즉, 대물렌즈에 의해서 통과된 빛 중에서 바깥부분에 있는 광속은 사용되지 못하므로, 더 큰 대물렌즈를 사용하는 데 따른 이점이 없게 된다. 따라서 이때의 반각 u' 과 회절무늬 중심간의 거리가 (a)의 경우와 동일하게 되어, 그 회절무늬들이 중첩된 모습도 (a)와 동일하게 된다.

하지만 (c)에서 보인 경우와 같이 더 큰 대물렌즈를 사용하는 경우에는 접안렌즈로 더 초점거리가 짧은 렌즈를 점선으로 나타낸 부분과 같이 사용할 수 있다. 이제 접안렌즈의 초점거리가 짧아졌으므로 현미경의 전체 배율이 커지게 되며, 접안렌즈의 초점거리가 짧아짐에 따라 출사동의 반경도 줄어들게 된다.

만일 접안렌즈의 초점거리를 점차 짧아지게 하여 출사동의 반경이 눈의 동공 반경과 동일해지도록 해주면 이때의 회절무늬 반경은 (a)의 경우와 동일하게 된다. 하지만 이때 배율이

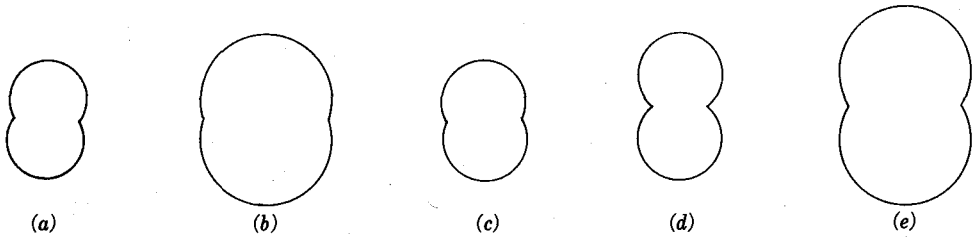
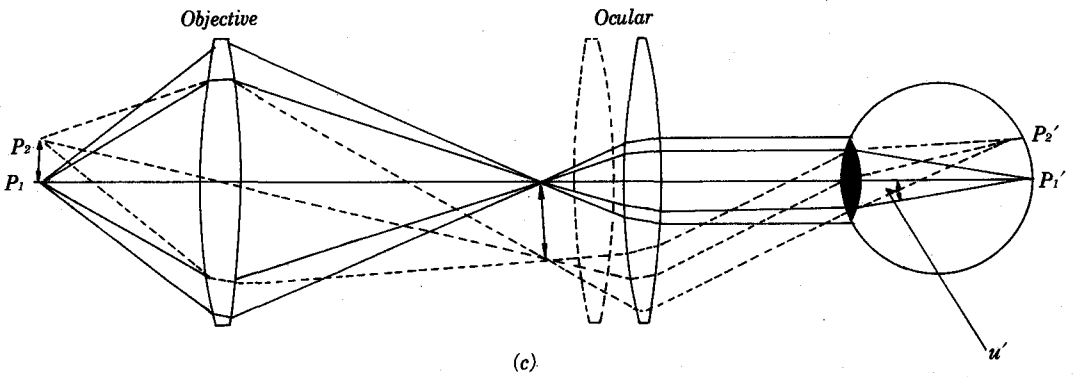
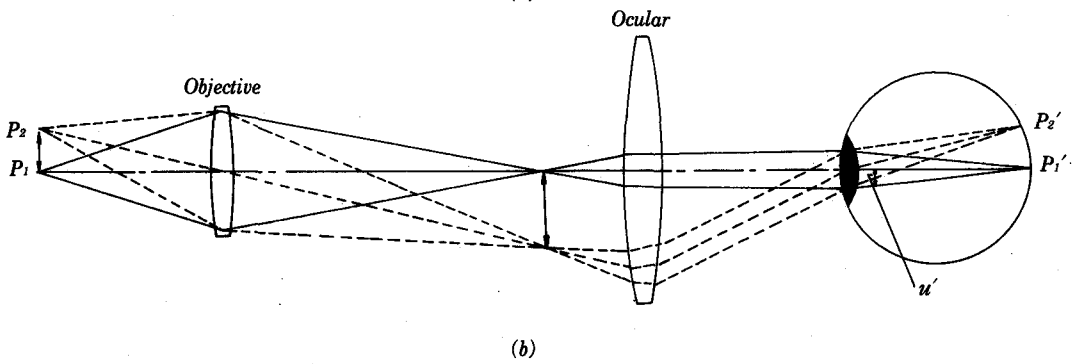
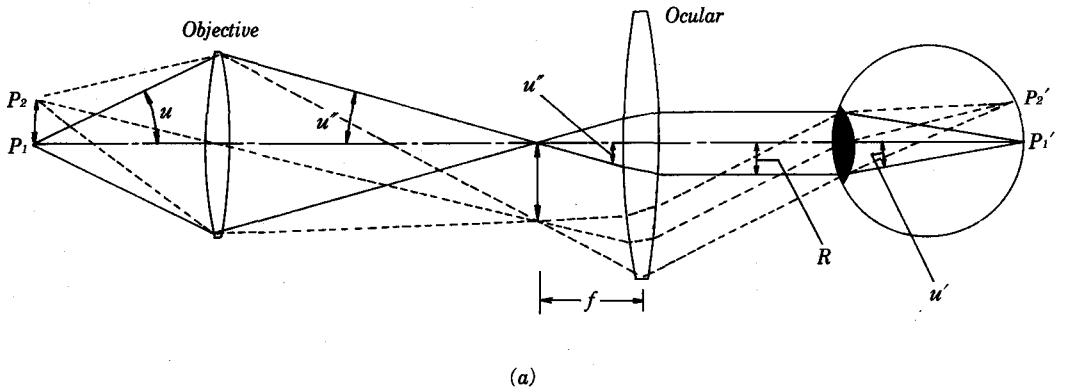


그림 20-5 현미경의 분해능 한계. (a) 정상배율 ; 출사동의 지름이 동공의 지름과 같음. (b) 출사동의 지름이 동공의 지름보다 작음. (c) 출사동의 지름이 동공 지름보다 큼.

더 커졌기 때문에 회절무늬간의 간격은 (a)에서 보다 훨씬 커지게 되어 그림 (20-5) 아랫부분의 (d)와 같이 된다. 따라서 (d)에 나타낸 두 상점에 해당하는 물체점 P₁과 P₂의 간격을 더 좁혀주더라도 분해가 가능하다. 따라서 이 때에는 이 현미경의 분해능이 향상 되었음을 알 수 있다. 다시 말하면 대물렌즈의 구경을 크게 해주더라도 이에 맞게 배율을 충분히 크게 해서 출사동의 크기가 눈의 동공 크기와 같아 지도록 해주지 않으면 대물렌즈를 크게 한 효과가 없어진다.

끝으로 접안렌즈로는 (a)의 경우에서 사용한 대물렌즈를 사용하고, 접안렌즈로는 (c)의 경우에서 점선으로 나타낸 부분에 해당하는 초점 거리가 짧은 접안렌즈를 사용한 경우를 생각해 보자. 이때의 출사동 지름은 접안렌즈의 초점 거리가 짧아졌으므로 (a)의 경우보다 작아지게 된다. 따라서 이 렌즈에 회절무늬는 그 크기가 더 커지게 되며, 배율은 (a)에서보다 더 커지게 되어 회절무늬 중심간의 거리도 배율에 비례하여 커지게 된다. 따라서 이때의 상의 형태는 그림 (20-5) 아랫부분의 (e)와 같은 모양이 된다. 상의 크기는 커졌지만 회절무늬의 크기도 커졌기 때문에 (a)의 경우보다 더 자세한 부분을 보게 되는 것은 아니다. 또한 동일한 양의 빛이 (a)에서보다 더 큰 상에 나뉘어져 분포하게 되므로 밝기가 더 떨어지게 되어 오히려 불리해진다.

따라서 분해능의 한계라는 관점에서 현미경의 배율 M을 나타내보면 다음과 같다.

현미경의 전체배율 M은 대물렌즈의 배율 m_o와 접안렌즈의 배율 m_e의 곱으로 주어진다.

$$M = m_o m_e \quad (20-28)$$

이제 m_o와 m_e 각각에 대해서 따져보자. 대물렌즈에 의해서 굴절된 후에 광축과 이루는 각도를 u'이라 하자. 또한 대물렌즈 왼쪽에 있

는 매질의 굴절률을 n이라 하자. 통상적인 현미경에서 대물렌즈의 오른쪽에 있는 매질은 공기이므로 이때의 굴절률은 1이 된다. 이제 (20-15)식을 대물렌즈에 대해 적용하면

$$m_o = \frac{n \sin u'}{\sin u} \quad (20-29)$$

가 된다. 이때 각도 u'은 항상 작은 값(u는 항상 작은 값이라고 할 수 없다)이며, 그림 (20-4)의 (a)로부터

$$\sin u' = \frac{R}{f} \quad (20-30)$$

로 놓는 것이 좋은 근사값이 된다. 이때 R은 출사동의 반경이며, f 접안렌즈의 초점거리이다.

또한, 접안렌즈에 의한 배율 m_e는

$$m_e = \frac{25}{f} \quad (\text{이때 } f \text{의 단위는 cm}) \quad (20-31)$$

가 된다. 이 공식은 단순 현미경(일반적인 확대경을 이렇게도 부른.)의 배율공식과 동일하다. 식 (20-29), (20-30), (20-31)을 식 (20-28)과 결합시키면

$$M = \frac{n \sin u'}{R/25} \quad (R \text{의 단위는 cm}) \quad (20-32)$$

를 얻는다.

현미경을 정상 배율에서 사용하면 대물렌즈와 눈의 완전 개방경(full aperture)이 사용된다. 식 (20-32)에서 분자인 (n sin u')가 대물렌즈의 최대 개구수이며 분모(R/25)가 눈의 최대 개구수이다. 따라서 이를 다시 표현해보면

$$\text{현미경의 정상배율} = \frac{\text{대물렌즈의 최대 개구수}}{\text{눈의 최대 개구수}} \quad (20-33)$$

가 된다. 이러한 개구수의 비는 대물렌즈와 눈이 어느 정도의 세부까지 구별해낼 수 있는 나하는 상대적인 능력을 나타내는 값이 되므로 정상 배율에서는 망막 위에서의 상의 크기는 정확히 이 비율로 증가하게 된다.

근본적으로 눈의 개구수는 현미경 대물렌즈의 개구수만큼 늘어나게 되며, 그 최대값은 동공의 반경이 1mm일 때 1/250이 됨을 이미 앞에서 설명한 바 있다. 따라서 식 (20-33)에 의하면 현미경의 정상 배율은 대물렌즈 개구수의 250배라고 할 수 있다.

일반적으로 현미경의 개구수는 눈의 개구수보다 상당히 크게 할 수 있다. 그림 (20-6)을 보면 현미경을 통해서 보는 물체는 대물렌즈는 일차초점(primary focal point) 바로 앞에 존재하게 된다. 대물렌즈에서 초점이 첫번째 렌즈면에 아주 가깝게 존재하도록 설계하면 대물렌즈에 의해서 받아들여지는 광속의 반각 u 가 거의 90도 가까이 되게 할 수 있다. 하지만 명백하게 이 각도는 90도를 넘을 수 없으며 ($\sin u$) 값도 1보다 클 수 없다. 실제적으로는 이 값을 0.95 정도까지 되게 할 수 있다.

이제 이러한 개구수를 높이는 방법에 대해서 생각해보자. 물체와 첫번째 렌즈면 사이의 공간을 굴절률이 1.0보다 큰 값을 갖는 액체로

채워줌으로써 개구수를 크게 해줄 수 있다. 이러한 방식의 대물렌즈를 액침식 대물렌즈라 한다. 이와 같은 방법을 써서 개구수를 1.60 정도까지 키워줄 수 있다. 모든 고배율 현미경의 대물렌즈는 이 형태로 되어 있다.

현미경 대물렌즈의 개구수가 1.60이면, 이 값은 눈의 개구수(동공의 반경이 1mm 일 때 $NA=0.004$)의 400배가 된다. 따라서 개구수 1.60인 대물렌즈로 간신히 분해할 수 있는 가장 작은 거리는 식 (20-16)에 의해서

$$\begin{aligned} Z &= \frac{0.61 \lambda}{n \sin u} \\ &= \frac{0.61 \times 550 \times 10^{-7}}{1.60} \text{ cm} \\ &= 210 \times 10^{-7} \text{ cm} \\ &\approx 0.2 \mu\text{m} \end{aligned} \tag{20-34}$$

가 얻어진다. 이 값은 관측에 사용되는 파장(여기에서는 사람 눈에 가장 감도가 좋은 550nm의 파장을 사용하였다)의 약 1/3 정도이다.

따라서 $NA=1.60$ 인 대물렌즈를 사용할 때의

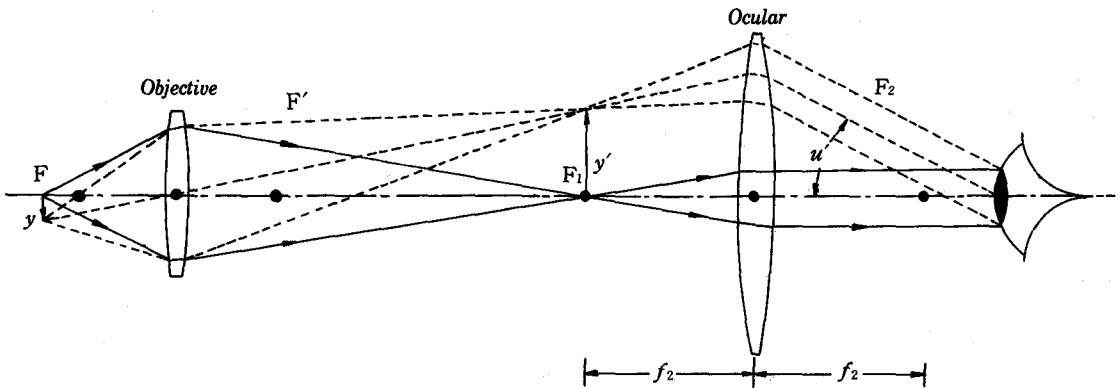


그림 20-6 현미경의 구조

정상 배율은 400배이며, 접안렌즈를 이에 맞춰서 선택하는 것이 좋다. 한편, 배율을 이보다 크게 해주더라도 더욱 자세하게 볼 수 있는 것은 아니다.

하지만 실제의 현미경에서는 조명되는 광량이 충분한 경우에 더 세밀한 부분까지 볼 수 있는 것은 아니지만 좀더 손쉽게 보기 위해서 배율을 높여주는 일이 흔하다.

이상의 결과를 요약해 보면

- ① 주어진 배율 M에 대해서 대물렌즈는 최소한 다음의 개구수를 갖는 것이 사용되어야 한다.

$$NA(\text{대물렌즈}) = M \times NA(\text{눈}) = 0.004M \quad (20-35)$$

대물렌즈의 개구수가 정확하게 이 값을 가질 때, 이때의 배율 M을 정상 배율이라고 한다. 만일 대물렌즈의 개구수가 위의 값보다 작으면 분해능이 떨어지게 되며, 상의 밝기도 떨어지게 된다. 한편, 개구수가 더 큰 경우에는 분해능의 향상이 뒤따르지 않게 되어 비효율적이 된다.

- ② 대물렌즈의 개구수가 이미 주어져 있는 경우에는 다음과 같은 배율을 갖도록 접

안렌즈의 초점거리가 선정되어야 한다

$$M = \frac{NA(\text{대물렌즈})}{NA(\text{눈})} = 250 \times NA(\text{대물렌즈}) \quad (20-36)$$

한편, 이때의 배율을 이 현미경의 정상 배율이라 한다. 만일 배율이 정상보다 작으면 대물렌즈의 개구수(즉, 대물렌즈의 구경)를 충분히 이용하지 못한 것이 되며, 반대로 배율이 정상 배율보다 크면 분해능은 향상되지 않은 상태에서 상의 밝기만 떨어지게 된다.

20.4 망원경의 분해능 한계

망원경의 분해능 한계를 계산하는 방법도 현미경과 동일한 논리가 이용된다. 이미 앞에서 현미경에 대해서 상세히 설명하였으므로 망원경에 대한 일반적인 논의는 생략하도록 하겠다.

배율이 정상 배율인 경우에 그림 (20-7)에 보인 것과 같이 출사동의 반경은 눈의 동공 반경과 일치하게 된다.

만일 그림 (20-7)에서와 동일한 접안렌즈를

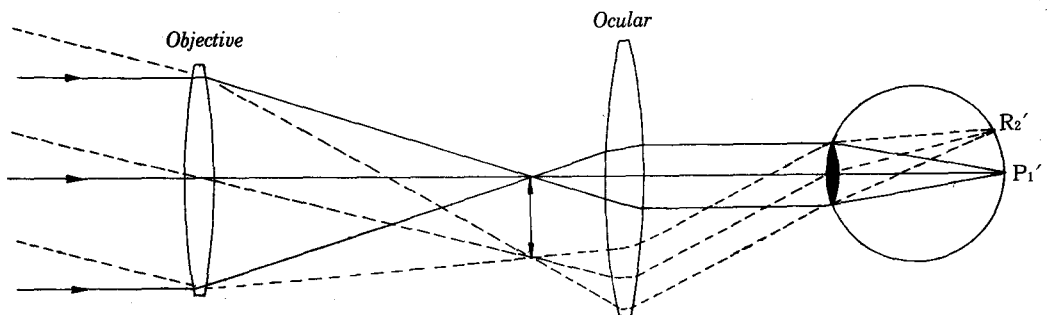


그림 20-7 망원경의 분해능 한계

가지고 이 그림에서보다 반경이 작은 대물렌즈를 사용하면, 출사동의 크기가 그림 (20-5)의 (b)에서와 같이 줄어들게 되고 분해능의 한계치는 더 나빠지게 된다. 만일 반대로 그림 (20-7)에 보인 것보다 대물렌즈의 반경을 크게 해주면 그림 (20-5)의 (c)와 같이 출사동의 크기가 커지게 되지만 눈이 더 넓은 면적에서 빛을 받아들일 수는 없다. 따라서 대형 대물렌즈가 분해능 향상에 미치는 이점을 충분히 활용하려면 망원경의 배율을 높여주는 과정에서 대물렌즈의 초점거리를 늘려주기 보다는 접안렌즈의 초점거리를 줄여주어서 출사동의 크기를 눈의 동공 크기까지 줄여주는 것이 필요하다.

망원경은 주로 먼 곳에 있는 물체를 보는 데 사용됨으로 분해능을 나타내는 데에도 두 점간의 거리보다는 두 점이 이루는 각도에 더 관심이 있게 된다.

따라서 분해능의 한계도 간신히 분해되는 두 점간의 최소거리보다는 두 점이 이루는 최소각으로 나타내지게 된다. 또한 이 경우에는 개구수가 의미가 없게 되므로 개구수의 비보다는 대물렌즈 반경과 동공 반경의 관계식으로 정상 배율을 나타내주게 된다.

렌즈에 의해서 간신히 분해되는 두 점이 이루는 각도의 식 (20-5)에 의해서 나타내진다.

$$\sin \alpha = \frac{0.61\lambda}{nR} \quad (20-5)$$

여기에서 각도는 α 는 통상적으로 작은 값이므로

$$\sin \alpha \cong \alpha \quad (20-37)$$

로 놓을 수 있으며, 이 값은 대물렌즈의 반경에 반비례함을 알 수 있다.

망원경의 배율은 출사동 반경에 대한 대물렌

즈 반경의 비로 나타내지는 데, 배율이 정상이면 출사동의 크기는 동공의 크기와 일치하게 된다.

$$\text{망원경의 정상 배율} = \frac{\text{대물렌즈 반경}}{\text{동공 반경}} \quad (20-38)$$

따라서 정상 배율에서 망막 위에 생기는 상은 맨눈으로 볼 때보다 대물렌즈에 의해서 얼마나 더 각도적으로 잘 분해할 수 있는냐 하는 비율만큼 확대되어 보이게 된다. 예를 들어 대물렌즈의 반경이 5mm, 즉, 눈의 동공 반경의 5배라면 정상배율은 5배가 되며, 분해가 가능한 최소각은 맨눈일 때의 1/5값이 된다.

흔히 망원경(이 범주에 쌍안경이 포함된다)의 규격을 표시할 때에 "6×30"과 같이 표시하는데, 이는 이 망원경의 배율이 6배이며, 대물렌즈의 지름은 30mm임을 의미한다. 앞에서 이미 설명한 방법을 써서 30mm 직경의 대물렌즈를 쓰는 망원경의 장상배율을 구해보면 15배가 된다. 따라서 배율을 6배로 해주면 대구경 대물렌즈를 사용한 이점이 없다고 할 수 있다. 하지만 망원경(특히 쌍안경 등의 소형 망원경)에서는 다음과 같은 이유에서 이와 같은 큰 구경의 대물렌즈를 사용하게 된다.

첫째, 망원경의 경우 눈의 동공 위치와 망원경의 출사동 위치를 정확하게 일치시키기 어려운 경우가 많다. 따라서 출사동의 크기를 해주어서 눈의 위치가 다소 부정확하더라도 지장을 주지 않는다는 것은 장점이다.

둘째, 망원경으로 관측할 때에는 조명 상태가 어두운 경우도 흔히 있을 수 있다. 이와 같이 어두운 곳에서 관측할 때 그림 (20-4)에서 보듯이 어두운 곳에서 동공 지름 5mm나 그 이상으로 커질 수도 있다. 따라서 광량부족을 방지할 수 있다는 것은 또 하나의 장점이 된다.